УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ

ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Милица Бановић Петровић

УТИЦАЈ МАГНЕТСКИХ ЖЛЕБНИХ ЛЕТВИЦА НА ЛОКАЛНУ РАСПОДЕЛУ ГУБИТАКА КОД НИСКОНАПОНСКИХ АСИНХРОНИХ МАШИНА ВЕЛИКИХ СНАГА

Докторска дисертација

Београд, 2026.

UNIVERSITY OF BELGRADE

SCHOOL OF ELECTRICAL ENGINEERING

Milica Banović Petrović

THE IMPACT OF MAGNETIC SLOT WEDGES ON THE LOCAL LOSS DISTRIBUTION IN HIGH–POWER LOW–VOLTAGE INDUCTION MACHINES

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2026.

Ментор:

др Слободан Вукосавић, редовни професор
Универзитет у Београду, Електротехнички факултет

Чланови комисије:

др Младен Терзић, ванредни професор
Универзитет у Београду, Електротехнички факултет

др Богдан Брковић, ванредни професор
Универзитет у Београду, Електротехнички факултет

др Жељко Деспотовић, научни саветник
Универзитет у Београду, Институт „Михајло Пупин“

др Дарко Марчетић, редовни професор
Универзитет у Новом Саду, Факултет техничких наука

др Дејан Јеркан, ванредни професор
Универзитет у Новом Саду, Факултет техничких наука

Датум одбране: _____ године у Београду.

Supervisor:

PhD Slobodan Vukosavić, Full Professor
University of Belgrade, School of Electrical Engineering

Dissertation Committee:

PhD Mladen Terzić, Associate Professor
University of Belgrade, School of Electrical Engineering

PhD Bogdan Brković, Associate Professor
University of Belgrade, School of Electrical Engineering

PhD Željko Despotović, Principal Research Fellow
University of Belgrade, Mihajlo Pupin Institute

PhD Darko Marčetić, Full Professor
University of Novi Sad, Faculty of Technical Sciences

PhD Dejan Jerkan, Associate Professor
University of Novi Sad, Faculty of Technical Sciences

Date of Defense: _____, Belgrade.

Наслов дисертације: Утицај магнетских жлебних летвица на локалну расподелу губитака код нисконапонских асинхроних машина великих снага

Сажетак: У овој докторској дисертацији разматран је утицај магнетских жлебних летвица на локалну расподелу снаге губитака у нисконапонским кавезним асинхроним машинама великих снага, са посебним освртом на губитке независне од оптерећења. Полазећи од проблема повећане магнетске анизотропије ваздушног процепа и изражених паразитних губитака код машина са дубоким жлебовима широког отвора, истраживање је усмерено ка локалној анализи механизама настанка губитака и стварног домета примене магнетских жлебних летвица. У раду је извршен критички преглед постојећих метода прорачуна снаге губитака у феромагнетским материјалима, са нагласком на моделе који омогућавају раздвајање губитака на карактеристичне компоненте. Као најподеснији за анализу обртних електричних машина издвојен је Бертотијев модел, који је у оквиру овог истраживања прилагођен потребама локалног прорачуна снаге губитака. Калибрација параметара модела извршена је на основу експерименталних испитивања на специјално израђеном торусу од исте врсте феромагнетских лимова од којих је израђена и посматрана асинхрона машина. Развијен је алгоритам којим се резултати нумеричких симулација по методи коначних елемената преводе у локалну расподелу појединачних компоненти губитака у феромагнетику статора и ротора, као и додатних губитака у штапним проводницима кавезног намотаја. Посебан допринос рада представља утврђивање постојања додатних губитака у ротору у неоптерећеном стању, који у стандардним процедурама анализе и одређивања губитака празног хода нису препознати, те правилно тумачење утицаја магнетских жлебних летвица. Нумеричке анализе показале су да магнетске жлебне летвице не остварују доминантан допринос смањењем губитака у зупцима статора, како се традиционално претпостављало, већ пре свега кроз редукцију паразитних губитака у површинском слоју ротора и у врховима штапних проводника кавезног намотаја. На тај начин потврђује се главна хипотеза дисертације, а предложени модел локалне расподеле губитака је потом верификован и поређењем са експерименталним резултатима добијеним на асинхроној машини снаге 1,25 MW. Поред локалне расподеле губитака, анализиран је и утицај магнетских жлебних летвица на електромеханичке и спољa приступачне величине машине. Резултати су показали побољшање квалитета таласних облика струја кроз смањење хармонијског изобличења, смањење таласности електромагнетског момента, као и повећање фактора снаге и енергетске ефикасности. Предложена методологија има шири научни и практични значај, будући да примену може пронаћи и у изучавању код других врста обртних електричних машина, укључујући синхроне машине са пригушним намотајем и машине са сталним магнетима. Такође, резултати истраживања отварају простор за развој метода дијагностике стања магнетских жлебних летвица и примену техника вештачке интелигенције у надзору електромоторних погона.

Кључне речи: *нисконапонске кавезне асинхроне машине, магнетске жлебне летвице, феромагнетски материјали, губици у празном ходу, метода коначних елемената, модели за прорачун губитака*

Научна област: Електротехничко и рачунарско инжењерство

Ужа научна област: Енергетски претварачи и погони

Dissertation title: The Impact of Magnetic Slot Wedges on the Local Loss Distribution in High-Power Low-Voltage Induction Machines

Abstract: This doctoral dissertation investigates the influence of magnetic slot wedges on the local loss distribution in low-voltage squirrel-cage induction machines, with particular emphasis on no-load losses. Starting from the problem of increased magnetic anisotropy of the air gap and pronounced parasitic losses in machines with deep slots and wide slot openings, the research is focused on the local analysis of loss generation mechanisms and the actual effects of magnetic slot wedges. The dissertation provides a critical review of existing methods for loss calculation in ferromagnetic materials, with emphasis on models that enable the separation of losses into characteristic components. Bertotti's model was identified as the most suitable for the analysis of rotating electrical machines and was adapted within this research to meet the requirements of local loss calculation. The calibration of the model parameters was performed based on experimental investigations carried out on a specially manufactured torus made of the same type of ferromagnetic laminations as those used in the investigated induction machine. An algorithm was developed to transform the results of finite element simulations into the local distribution of individual loss components in the stator and rotor ferromagnetic cores, as well as additional losses in the bar conductors of the squirrel-cage winding. A particular contribution of this dissertation is the identification of additional rotor losses under no-load conditions, which are not recognized in standard procedures for the analysis and determination of no-load losses, together with the proper interpretation of the influence of magnetic slot wedges. Numerical analyses showed that magnetic slot wedges do not provide their dominant contribution through the reduction of losses in the stator teeth, as traditionally assumed, but primarily through the reduction of parasitic losses in the rotor surface layer and in the tips of the squirrel-cage bar conductors. In this way, the main hypothesis of the dissertation is confirmed, while the proposed model of local loss distribution was additionally verified through comparison with experimental results obtained on a 1.25 MW induction machine. In addition to the local loss distribution, the influence of magnetic slot wedges on the electromechanical and externally accessible machine quantities was also analyzed. The results demonstrated an improvement in current waveform quality through reduced harmonic distortion, reduced electromagnetic torque ripple, as well as increased power factor and energy efficiency. The proposed methodology has broader scientific and practical significance, as it may also be applied to the study of other types of rotating electrical machines, including synchronous machines with damper windings and permanent magnet machines. Furthermore, the research results provide a basis for the development of diagnostic methods for monitoring the condition of magnetic slot wedges and for the application of artificial intelligence techniques in the supervision of electric drives.

Keywords: *low-voltage squirrel-cage induction machines, magnetic slot wedges, ferromagnetic materials, no-load losses, finite element method, models for loss calculation.*

Scientific area: Electrical and computer engineering

Scientific subarea: Power converters and drives

Списак слика

Слика 1.1 *Приказ магнетског кола статора нисконапонске кавезне асинхроне машине велике снаге: лево – формирани лим пакет статора; десно – детаљ поступка уметања статорских намотаја и магнетских жлебних летвица* 7

Слика 2.1 *Илустрација хистерезисног циклуса магнетизације нелинеарног феромагнетског материјала* 18

Слика 2.2 *Детаљ образовања хистерезисне петље као репрезента настанка магнетских губитака* ... 18

Слика 2.3 *Правоугаона петља хистерона са означеном горњом и доњом прекидачком вредности* 24

Слика 2.4 *Блок дијаграм Прајзаховог модела* 25

Слика 2.5 *Пакет лимова изложен хомогеном пољу и издвојен детаљ попречног пресека једног лима* 28

Слика 2.6 *Промена амплитуде B_m (x, f) у зависности од положаја по дубини лима и фреквенције* 31

Слика 2.7 *Промена амплитуде B_m (x, μ_r) у зависности од положаја по дубини лима и релативне пермеабилности* 32

Слика 2.8 *Зависност амплитуде вектора густине струје (горе) и припадајућег фазног става (доле) од положаја по дубини лима и побудне фреквенције* 34

Слика 2.9 *Илустрација статичког и динамичког хистерезисног циклуса магнетизације нелинеарног феромагнетског материјала* 37

Слика 2.10 *Илустрација формирања укупних губитака у феромагнетику наспрам удела статичке и динамичких компоненти губитака* 38

Слика 3.1 *Шематски приказ експерименталне поставке. Пуним линијама приказано је електрично коло, док су испрекиданим линијама означене линије аквизиције мерених величина* 44

Слика 3.2 *Експериментална поставка са торусом за испитивање феромагнетског материјала: експериментални торус, (2) мотор-генератор група (2.1 – енергетски претварач за напајање мотора, 2.2 – мотор, 2.3 – синхрони генератор, 2.4 – извор побуде генератора), (3) сензор струје, (4) сензор напона, (5) картица за аквизицију података, (6) програмско окружење LabVIEW* 44

Слика 3.3 *Изабране статичке хистерезисне петље* 46

Слика 3.4 *Хистерезисни губици – експериментални резултати и функционална зависност* 47

Слика 3.5 *Приказ удела хистерезисних и динамичких компоненти магнетних губитака у оквиру једне динамичке петље измерене при B_{max}=1,2 T и f=50 Hz* 49

Слика 3.6 *Измерене динамичке хистерезисне петље при фреквенцијама 1, 30 и 50 Hz за вршну вредност магнетске индукције 1,2 T (лево); компонента додатних губитака у функцији фреквенције до 60 Hz за исту вршну вредност (десно)* 50

Слика 3.7 *Измерене динамичке хистерезисне петље при фреквенцији* 50 Hz *за вршне вредности магнетске индукције* 0,5 T, 1 T, 1,5 T *и* 2 T *(лево); компонента додатних губитака при фреквенцији од* 50 Hz *у функцији вршне вредности магнетске индукције у опсегу до* 2,5 T *(десно)*..... 50

Слика 3.8 *Функционална зависност компоненте додатних губитака, при опсегу магнетне индукције до 2,5 T при различитим фреквенцијама*..... 51

Слика 3.9 *Мрежа коначних елемената са детаљем n-тог елемента*..... 55

Слика 3.10 *Алгоритам за прорачун губитака у магнетном колу и кавезном намотају*..... 57

Слика 4.1 *Принципијелна шема расподељеног статорског намотаја са диспозицијом проводника у жлебовима*..... 60

Слика 4.2 *Детаљ просторне расподеле интензитета вектора магнетске индукције у околини ваздушног процепа у режиму празног хода – без и у присуству магнетских жлебних летвица* 61

Слика 4.3 *У смеру супротном од кретања казаљке на сату: положај изабране тачке, таласни облик вектора магнетске индукције, хармонијски састав таласног облика вектора магнетске индукције и путања описана врхом фазора вектора магнетске индукције – истурење статорског зупца*..... 62

Слика 4.4 *У смеру супротном од кретања казаљке на сату: положај изабране тачке, таласни облик вектора магнетске индукције, хармонијски састав таласног облика вектора магнетске индукције и путања описана врхом фазора вектора магнетске индукције – средина врха статорског зупца*..... 63

Слика 4.5 *У смеру супротном од кретања казаљке на сату: положај изабране тачке, таласни облик вектора магнетске индукције, хармонијски састав таласног облика вектора магнетске индукције и путања описана врхом фазора вектора магнетске индукције – средина статорског зупца у висини летвица*..... 63

Слика 4.6 *У смеру супротном од кретања казаљке на сату: положај изабране тачке, таласни облик вектора магнетске индукције, хармонијски састав таласног облика вектора магнетске индукције и путања описана врхом фазора вектора магнетске индукције – средина статорског зупца ближе јарму*..... 64

Слика 4.7 *У смеру супротном од кретања казаљке на сату: положај изабране тачке, таласни облик вектора магнетске индукције, хармонијски састав таласног облика вектора магнетске индукције и путања описана врхом фазора вектора магнетске индукције – почетак статорског јарма*..... 65

Слика 4.8 *У смеру супротном од кретања казаљке на сату: положај изабране тачке, таласни облик вектора магнетске индукције, хармонијски састав таласног облика вектора магнетске индукције и путања описана врхом фазора вектора магнетске индукције – средина статорског јарма*..... 65

Слика 4.9 *У смеру супротном од кретања казаљке на сату: положај изабране тачке, таласни облик вектора магнетске индукције, хармонијски састав таласног облика вектора магнетске индукције и путања описана врхом фазора вектора магнетске индукције – средиште летвице* 66

Слика 4.10 *У смеру супротном од кретања казаљке на сату: положај изабране тачке, таласни облик вектора магнетске индукције, хармонијски састав таласног облика вектора магнетске индукције и путања описана врхом фазора вектора магнетске индукције – руб летвице* 67

Слика 4.11 *У смеру супротном од кретања казаљке на сату: положај изабране тачке, таласни облик вектора магнетске индукције, хармонијски састав таласног облика вектора магнетске индукције и путања описана врхом фазора вектора магнетске индукције – ваздушни зазор на оси статорског жлеба* 68

Слика 4.12 *У смеру супротном од кретања казаљке на сату: положај изабране тачке, таласни облик вектора магнетске индукције, хармонијски састав таласног облика вектора магнетске индукције и путања описана врхом фазора вектора магнетске индукције – ваздушни зазор на оси статорског зуба* 68

Слика 4.13 *У смеру супротном од кретања казаљке на сату: положај изабране тачке, таласни облик вектора магнетске индукције, хармонијски састав таласног облика вектора магнетске индукције и путања описана врхом фазора вектора магнетске индукције – ваздушни зазор на оси роторског жлеба* 70

Слика 4.14 *У смеру супротном од кретања казаљке на сату: положај изабране тачке, таласни облик вектора магнетске индукције, хармонијски састав таласног облика вектора магнетске индукције и путања описана врхом фазора вектора магнетске индукције – истурење роторског зупца* 71

Слика 4.15 *У смеру супротном од кретања казаљке на сату: положај изабране тачке, таласни облик вектора магнетске индукције, хармонијски састав таласног облика вектора магнетске индукције и путања описана врхом фазора вектора магнетске индукције – средина врха роторског зупца* 71

Слика 4.16 *У смеру супротном од кретања казаљке на сату: положај изабране тачке, таласни облик вектора магнетске индукције, хармонијски састав таласног облика вектора магнетске индукције и путања описана врхом фазора вектора магнетске индукције – средина роторског зупца* 72

Слика 4.17 *У смеру супротном од кретања казаљке на сату: положај изабране тачке, таласни облик вектора магнетске индукције, хармонијски састав таласног облика вектора магнетске индукције и путања описана врхом фазора вектора магнетске индукције – почетак роторског јарма* 73

Слика 4.18 *У смеру супротном од кретања казаљке на сату: положај изабране тачке, таласни облик вектора магнетске индукције, хармонијски састав таласног облика вектора магнетске индукције и путања описана врхом фазора вектора магнетске индукције – руб врха роторског штапног проводника* 73

Слика 4.19 *У смеру супротном од кретања казаљке на сату: положај изабране тачке, таласни облик вектора магнетске индукције, хармонијски састав таласног облика вектора магнетске индукције и путања описана врхом фазора вектора магнетске индукције – штапни проводник уз руб роторског зуба* 74

Слика 4.20 *У смеру супротном од кретања казаљке на сату: положај изабране тачке, таласни облик вектора магнетске индукције, хармонијски састав таласног облика вектора магнетске индукције и путања описана врхом фазора вектора магнетске индукције – оса штапног проводника* 75

Слика 4.21 *Магнетски вектор потенцијал у две карактеристичне тачке унутар роторског штапног проводника: плава тачка на врху роторског штапа и зелена тачка која се налази приближно 5 mm у дубини, у машини са (плава линија) и без (наранџаста линија) магнетских жлебних летвица* 76

Слика 4.22 *Густина струје по дубини роторског штапног проводника у случају без и са уметнутим магнетским жлебним летвицама* 77

Слика 4.23 *Просторна расподела густине снаге губитака у магнетском колу, без (слика – горе) и са (слика – доле) магнетским жлебним летвицама* 78

Слика 4.24 *Просторна расподела густине снаге губитака у кавезном намотају, без (слика – горе) и са (слика – доле) уметнутим магнетским жлебним летвицама*..... 79

Слика 4.25 *Појединачне компоненте губитака*..... 80

Слика 4.26 *Детаљ формираног лим пакета статора (лево) и делимично услаган намотај са накнадно уметнутим магнетским жлебним летвицама (десно)*..... 81

Слика 4.27 *Учвршћен статорски намотај (лево) и прикључна кутија са доведеним изводима (десно)*. 81

Слика 4.28 *Појединачни лимови (лево) и лим пакет ротора (десно)* 82

Слика 4.29 *Изглед машине непосредно пре испоруке наручиоцима*..... 82

Слика 4.30 *Укупни губици независни од оптерећења са и без магнетских жлебних летвица – резултати експеримента и предложеног нумеричког прорачуна* 83

Слика 5.1 *Фазна електромоторна сила у режиму празног хода и припадајући хармонијски састав* 86

Слика 5.2 *Фазна струја у режиму празног хода и припадајући хармонијски састав*..... 86

Слика 5.3 *Мрежна струја у режиму празног хода и припадајући хармонијски састав*..... 87

Слика 5.4 *Фазна електромоторна сила у режиму номиналног оптерећења и припадајући хармонијски састав*..... 88

Слика 5.5 *Фазна струја у режиму номиналног оптерећења и припадајући хармонијски састав*..... 89

Слика 5.6 *Мрежна струја у режиму номиналног оптерећења и припадајући хармонијски састав*..... 89

Слика 5.7 *Сопствена индуктивност фазе а у режиму празног хода и припадајући хармонијски састав* 91

Слика 5.8 *Сопствена индуктивност фазе а у режиму номиналног оптерећења и припадајући хармонијски састав* 92

Слика 5.9 *Индукована електромоторна сила у једном штапном проводнику кавезног намотаја ротора у режиму празног хода и припадајући хармонијски састав* 93

Слика 5.10 *Индукована струја у једном штапном проводнику кавезног намотаја ротора у режиму празног хода и припадајући хармонијски састав*..... 93

Слика 5.11 *Индукована електромоторна сила у једном штапном проводнику кавезног намотаја ротора у режиму номиналног оптерећења и припадајући хармонијски састав*..... 94

Слика 5.12 *Индукована струја у једном штапном проводнику кавезног намотаја ротора у режиму номиналног оптерећења и припадајући хармонијски састав*..... 95

Слика 5.13 *Електромагнетски моменат у режиму празног хода и припадајући хармонијски састав* ... 96

Слика 5.14 *Електромагнетски моменат у режиму номиналног оптерећења и припадајући хармонијски састав*..... 97

Списак табела

Табела 1.1 *Ефикасност нисконапонских асинхроних мотора снаге преко* 1 MW *према IE класама*. 4

Табела 3.1 *Конструкциони параметри испитиваног торуса* 45

Табела 4.1 *Конструкциони и називни подаци машине* 59

Табела 5.1 *Преглед показатеља квалитета струја*..... 90

Табела 5.2 *Преглед кључних називних величина*..... 98

Садржај

1 Увод ... 2

1.1 Општа разматрања о нисконапонским асинхроним машинама великих снага ... 2

1.2 Употреба магнетских жлебних летвица у електричним машинама ... 6

1.3 Предмет истраживања ... 8

1.4 Полазне хипотезе и методологија истраживања ... 10

1.5 Главни циљеви истраживања и очекивани научни допринос ... 12

1.6 Структура докторске дисертације ... 13

2 Модели прорачуна снаге губитака у феромагнетским материјалима ... 15

2.1 Поинтингова теорема и губици услед променљивог магнетског поља ... 16

2.2 Модели губитака засновани на интегралном приступу ... 19

2.2.1 Изворни Штајнмецов модел губитака и унапређења ... 20

2.2.2 Хистерезисни модели губитака ... 22

2.3 Модели који се заснивају на раздвојеном третману компоненти губитака ... 26

2.3.1 Лим пакет у страном хомогеном магнетском пољу – вртложне струје, снага губитака и повратни утицаји на поље ... 27

2.3.2 Јорданов и Бертотијев модел губитака и њихове варијације ... 36

3 Предложени модел прорачуна локалне расподеле снаге губитака независних од оптерећења применом *FEA* ... 40

3.1 Компонента губитака услед вртложних струја ... 40

3.2 Компонента статичких хистерезисних губитака ... 42

3.2.1 Експериментално испитивање узорка феромагнетског материјала у облику торуса. ... 43

3.3 Компонента додатних губитака ... 47

3.4 Додатни паразитни губици у штаповима кавезног намотаја ... 52

3.5 Алгоритам прорачуна локалне расподеле снаге губитака независних од оптерећења применом FEA ... 53

4 Верификација алгоритма прорачуна губитака ... 59

4.1 Анализа успостављеног магнетског поља на дискретном скупу позиција унутар попречног пресека ... 60

4.2 Резултати прорачуна губитака у неоптерећеном стању и припадајућа експериментална верификација ... 77

5 Допринос магнетских жлебних летвица са аспекта величина електричног и механичког приступа машине 85

6 Закључак и будући правци истраживања 99

Литература 103

Биографија аутора i

Изјава о ауторству ii

Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада iii

Изјава о коришћењу iv

1 Увод

1.1 Општа разматрања о нисконапонским асинхроним машинама великих снага

Пред савремене индустријске електромоторне погоне намећу се све строжији захтеви који се тичу постизања високих перформанси, уз загарантовану поузданост, робусност и високу енергетску ефикасност. Централни објекат ових погона су свакако обртне електричне машине, чијим се правилним управљањем у многоме остварују наметнути захтеви.

Иако је у последњим деценијама порасла заступљеност обртних електричних машина заснованих на примени сталних магнета и релуктантних машина (за чије је управљање неопходна и примена претварача енергетске електронике, који су и својим унапређењем управо и омогућили продор оваквих машина), показује се да традиционална решења која подразумевају употребу кавезних асинхроних машина и даље имају бројне предности. Кавезне асинхроне машине пре свега краси једноставност конструкције, изразита механичка издржљивост, могућност повишених краткотрајних преоптерећења, али и нижа цена израде и могућност директног напајања из напојне мреже, уколико природа погона то допушта. Не треба сметнути с ума и да при порасту вредности називних снага кавезне асинхроне машине постају конкурентне са аспекта енергетске ефикасности, чак и када се упореде са ефикасношћу машина са сталним магнетима [1].

Нисконапонске кавезне асинхроне машине предвиђене су за рад на напонима до 1 kV и покривају снаге до неколико мегавата, што их чини погодним решењем за примену у постројењима у којима су високонапонска решења економски или технички неприхватљива [2]. Примена директно напајаних нисконапонских кавезних машина обухвата широк распон индустријских погона, попут погона вентилатора, пумпи, компресора, преса, лифтова, аутоматизованих производних линија и слично, при чему на прва три примера примене отпада више од половине укупно заступљених погона са кавезним асинхроним машинама. Из ових података је јасно да кавезне асинхроне машине представљају значајне потрошаче електричне енергије на глобалном нивоу, те да је сваки поступак којим се поспешује њихова ефикасност у експлоатацији више него драгоцен у модерној ери јагме за енергетским ресурсима.

Мада су напори за увећањем енергетске ефикасности доминантно усмерени ка унапређењима у алгоритмима управљања електричним машинама, не сме се занемарити ни допринос који се може постићи усвајањем савремених решења у пракси пројектовања и конструисања електричних машина, што се свакако показује нужним код машина које се директно напајају из мреже, нарочито када је реч о машинама великих снага, где је и потенцијал за повећање енергетске ефикасности највећи.

Пре енергетске кризе 1970–их, кавезне асинхроне машине опште намене су по правилу конструисане да превасходно осигурају потребан опсег номиналних снага и радних карактеристика, а са ниском ценом производње као наметнутим предусловом. Отуда не изненађује чињеница да је

енергетска ефикасност била од секундарног значаја, мада се о њој свакако морало водити рачуна са аспекта дисипације снаге губитака, којима је одређено и дозвољено повишење температуре машине спрам термичке класе изолације. Међутим, један од кључних исхода поменуте енергетске кризе се наравно огледао у стреловитом порасту цене свих врста енергије, те самим тим и електричне, што је последично имало значајан утицај и на промену парадигме у прилично традиционалној индустрији производње електричних машина. Наиме, произвођачи електричних машина су убрзо увидели значај увођења у производњу, а самим тим и промовисања машина повећане ефикасности. Будући да је завладао општи тренд вођења рачуна о енергетској ефикасности, постало је нужно и да државна и интернационална регулаторна тела почну са увођењем регулатива која се односе на минималне захтеве за ефикасношћу и њихову класификацију [3], [4].

Данас, међународни стандард IEC 60034-30-1:2014 [5], као и његов европски еквивалент SRPS EN 60034-30 [6], препознају класе енергетске ефикасности за једнобрзинске трофазне кавезне асинхроне машине, и то у опсегу од 0,75 kW до 375 kW, конструисане за континуирани рад (тзв. режим S1) или неки други сличан режим са сталним оптерећењем. Ова класификација се ослања на одређивању ефикасности у номиналним условима рада, те прописује четири класе енергетске ефикасности: IE1, IE2, IE3 и IE4.

За сваку од ових класа, стандард прописује конкретне минималне вредности ефикасности изражене у процентима у зависности од снаге мотора и брзине обртања (типично за машине са 2, 4 и 6 полова, као најзаступљеније у експлоатацији), при чему се захтевају више вредности ефикасности за машине већих снага. Примера ради, за четворополни мотор снаге 375 kW, напајан из мреже фреквенције 50 Hz, класа IE2 прописује ефикасност 95,3%, IE3 96,3%, док је у случају класе IE4 захтевана вредност ефикасности највећа и износи 96,9%.

Будући да је главни предмет ове научне расправе прецизна квантификација локалне расподеле снаге губитака нисконапонских кавезних асинхроних машина великих снага (преко 1 MW), потребно је истаћи да оне не потпадају експлицитно под одредбе наведених стандарда, јер њихова називна снага премашује горњу границу вредности од 375 kW. Међутим, иако стандардом IEC 60034-30-1 нису обухваћене машине чија је називна снага по вредности већа од 375 kW, општеприхваћено тумачење овог стандарда је да се и њихова ефикасност прописује и одређује ослањајући се на одредбе овог стандарда. Ово тумачење црпи своје утемељење из другог стандарда (IEC 60034-2-1 [7]) којим су дефинисане јединствене методе и поступци за мерење губитака и одређивање ефикасности за асинхроне машине, без обзира на вредност њихових називних снага, те самим тим укључујући и машине са снагама по вредностима изнад 1 MW.

Важно је још једном истаћи да стандард IEC 60034-30-1 прописује класе енергетске ефикасности за машине које се користе у погонима са константном брзином. Насупрот томе, за потребе дефинисања ефикасности машина које се користе у погонима са променљивом брзином обртања уведена је додатна техничка спецификација, под ознаком TS 60034-30-2 [8]. У њој су прописане класе енергетске ефикасности за машине до снаге од 1 MW, те се у последње време препоручује равнање по овој спецификацији када је реч о машинама већих вредности називних снага (невезано за чињеницу да ли су намењене погонима са константном или променљивом брзином обртања).

Стога, за нисконапонске кавезне асинхроне моторе номиналне снаге преко 1 MW, напајане из мреже фреквенције 50 Hz, упоредни приказ енергетске ефикасности у односу на IE класу, а ослањајући се на техничку спецификацију TS 60034-30-2, дат је у Табели 1.1.

Табела 1.1 *Ефикасност нисконапонских асинхроних мотора снаге преко* 1 MW *према IE класама*

Класа	Типична ефикасност (1 MW мотор)	Карактеристике
IE1	~94,5– 95,5%	Стари стандард, велика потрошња енергије; све мање у употреби.
IE2	~96,0%	Минимални захтев у већини земаља света; компромис између цене и уштеде.
IE3	~96,6%	Обавезни стандард у ЕУ и другим развијеним тржиштима; добар однос улагања и ефикасности.
IE4	~97,0– 97,5%	Највиши ниво енергетске ефикасности према техничкој спецификацији; потребна напредна технологија и виши почетни трошкови, али минимална потрошња енергије.

Не треба сметнути са ума да су машине овако великих снага ретко када заступљене у серијској производњи, те да се најчешће конструишу на захтев купаца, који често, у договору са произвођачем машине, могу захтевати и веће вредности ефикасности од прописаних, наравно, искључиво уколико их је могуће остварити на конструкционо, технолошки и економски рационалан начин.

На основу увида у стандардом дефинисане класе енергетске ефикасности, те дужности произвођача да израђују машине према њима, јасно је да се стичу предуслови и да савремени електромоторни погони могу остварити своју сврху уз поспешење енергетске ефикасности погона као целине. У складу са тим, тежи се развоју нисконапонских електричних машина великих снага које ће својим дизајном омогућити минимизацију енергетских губитака и допринети повећању укупне ефикасности система.

Нисконапонске асинхроне машине великих снага показују значајан потенцијал за даље побољшање ефикасности, јер у односу на укупне трошкове израде у ту сврху захтевају релативно мале конструкционе измене. Због рада на ниском напону (најчешће индустријском напону ефективне вредности 690 V), најважнија карактеристика ових машина јесте веома велика ефективна вредност струје, која често премашује и вредност од 1000 A. Овако велики интензитети струја у статорским фазама се могу постићи одговарајућим конфигурацијама и геометријом намотаја. Стога се ове машине најчешће и израђују у спрези статорских намотаја троугао, чиме се вредност струја фаза смањује за $\sqrt{3}$ пута у односу на мрежне струје машине, те су самим тим и пресеци проводника и утрошак бакра утолико мањи.

Како ова конструкциона мера сама по себи није довољна да обезбеди успостављање струја великих интензитета, прибегава се и изради намотаја са више паралелних грана (паралелних грана по фази може бити онолико колико и сама машина има магнетских полова, наравно уколико је реч о тзв. двослојним, тетивним намотајима са скраћењем навојног корака, што је код машина великих снага увек случај). Као крајња мера, али и правило, намотаји машина већих снага се израђују и од профилних проводника

правоугаоног попречног пресека, чија је могућност успешног уметања и попуне статорских жлебова скопчана са одређеним конструкционим ограничењима. Наравно, треба напоменути да је примена профилних проводника израђених од бакра нужна и приликом израде роторског кавезног намотаја машина великих снага [1], што потврђено може увећати ефикасност машине чак и до 2% [9].

Наиме, поменуто конструкцијско ограничење примене профилних проводника правоугаоног попречног пресека се огледа у потреби за израдом дубоких жлебова са одговарајућим, ширим отворима, како код статорског тако и код роторског магнетског кола. Овакав, нужан приступ, доводи до значајног повећања неравномерности ваздушног процепа, те последично и до пораста изобличења магнетског поља. Последице овог изобличења су двојаке природе, јер се манифестују кроз пораст удела виших хармоничких чланова у просторној расподели магнетског поља, а уједно и кроз повећање његове вршне вредности. Овим ефектима је свакако највише изложен танак површински слој феромагнетског материјала уз ваздушни процеп, услед чега неминовно долази и до пораста локалне густине магнетских губитака у том домену [10].

Додатни негативан ефекат изобличења магнетског поља јесте индуковање паразитних струја у кавезном намотају ротора, чак и у режиму празног хода када услед готово синхроне брзине обртања не постоји релативност кретања ротора у односу на основни хармоник обртног поља. Наиме, виши хармоници у магнетском пољу немају просторну брзину обртања која је једнака са синхроном брзином машине и због тога индукују струје повишених фреквенција у намотају ротора [11]. Услед поменутих струја у кавезном намотају наступа све израженији површински ефекат, односно концентрисање индукованих струја ближе отвору жлебова. То доводи до неповољног груписања дисипираних губитака у танком спољашњем слоју ротора, што удружено са већ поменутим губицима у површинском слоју феромагнетика може резултовати значајним локалним прегревањем [12]. Повишене температуре неповољно утичу на феромагнетска својства материјала магнетског кола, те последично доводе и до додатног повећања губитака, смањења фактора снаге и погоршања укупне ефикасности [13], [14], [15].

Побољшање ефикасности путем смањења губитака у нисконапонским асинхроним машинама великих снага захтева обједињење оптимизације дизајна и конструкције, примену материјала бољих електричних и магнетских карактеристика и одговарајућих техника хлађења. Једна од примарних стратегија за повећање ефикасности код асинхроних машина снага изнад 300 kW укључује смањење електричних губитака повећањем попречног пресека проводника у намотајима статора и ротора. Код нисконапонских машина ова техника није увек применљива јер велике вредности струје већ условљавају изразито велике попречне пресеке, који као такви додатно доприносе повећаним губицима у машини.

Поред поменуте примене бакарних профилних проводника за израду намотаја, даља побољшања ефикасности су могућа путем оптимизационих поступака електромагнетских прорачуна, уз незаобилазну примену алата за пројектовање заснованих на методи коначних елемената (*Finite Element Analysis - FEA*).

Оптимизација термичких процеса такође у великој мери може допринети умањењу губитака, посебно у машинама где велика густина снаге доводи до повишених температура. Побољшане технике одвођења топлоте, уз помоћ унапређених унутрашњих путева протока ваздуха, те употреба

високоефикасних спољних вентилатора и оптимизовани дизајн вентилационих канала показују се као нарочито делотворни. У неким случајевима, системи форсираног унутрашњег хлађења могу смањити губитке и до 3% под пуним оптерећењем. Унутрашње хлађење принудним протоком ваздуха сматра се учинковитијим од метода за спољашње измењивање топлоте, због директне интеракције хладног ваздуха са местима унутар машине где се дисипира највећа количина снаге губитака, тј. непосредно на површини самих намотаја.

Побројани поступци, од избора бољих материјала за израду проводника и магнетског кола, преко оптимизационих поступака, све до поспешења техника одвођења топлоте заједнички представљају целисходан приступ који за циљ има побољшање перформанси асинхроних машина. Овим методама се најчешће остварују значајна повећања енергетске ефикасности код већине нисконапонских асинхроних машина. Међутим, показује се да су ови, махом класични приступи у пројектовању недовољно учинковити управо код подврсте кавезних асинхроних машина које су главни предмет ове научне расправе. Дакле, на основу свега изложеног до сада, нисконапонске кавезне асинхроне машине великих снага, услед побројаних конструкционих ограничења која се тичу ширине отвора дубоких статорских и роторских жлебова, најчешће не могу постићи жељене вредности енергетске ефикасности искључиво доследном применом побројаних поступака.

Дугогодишња експлоатација ове подврсте нисконапонских кавезних асинхроних машина је изнедрила различите додатне поступке којима се ипак успева постићи зацртана ефикасност. Један од најуспешнијих поступака којим се прокламована ефикасност постиже јесте примена магнетских жлебних летвица. Ове летвице се постављају тако да својим присуством заклопе отворе статорских жлебова, чиме се ублажавају ефекти изобличења магнетског поља својствени разматраној подврсти машина, уједно побољшавајући свеукупне карактеристике машине уз приметно смањење губитака, што их чини посебно атрактивним за даља побољшања ефикасности у разматраним нисконапонским асинхроним машинама великих снага. Мада је примена ових летвица практично постала златни стандард у пројектовању и конструкцији нисконапонских машина великих снага, наредна разматрања ће ипак, кроз одговарајућу дискусију и преглед релевантне научне литературе истаћи неадекватно квантификовану интерпретацију доприноса примене магнетских жлебних летвица на умањење појединачних компоненти губитака, као и одсуство јасно утврђеног утицаја на њихову локалну расподелу.

1.2 Употреба магнетских жлебних летвица у електричним машинама

Као што је већ напоменуто, једно од уобичајених решења за умањење негативних ефеката конструкције статора са дубоким жлебовима широког отвора је примена магнетских жлебних летвица. Магнетске жлебне летвице су се у индустрији почеле користити у електричним машинама великих снага током последњих деценија, највише за кавезне асинхроне машине називних снага већих од 500 kW [16], [17], [18].

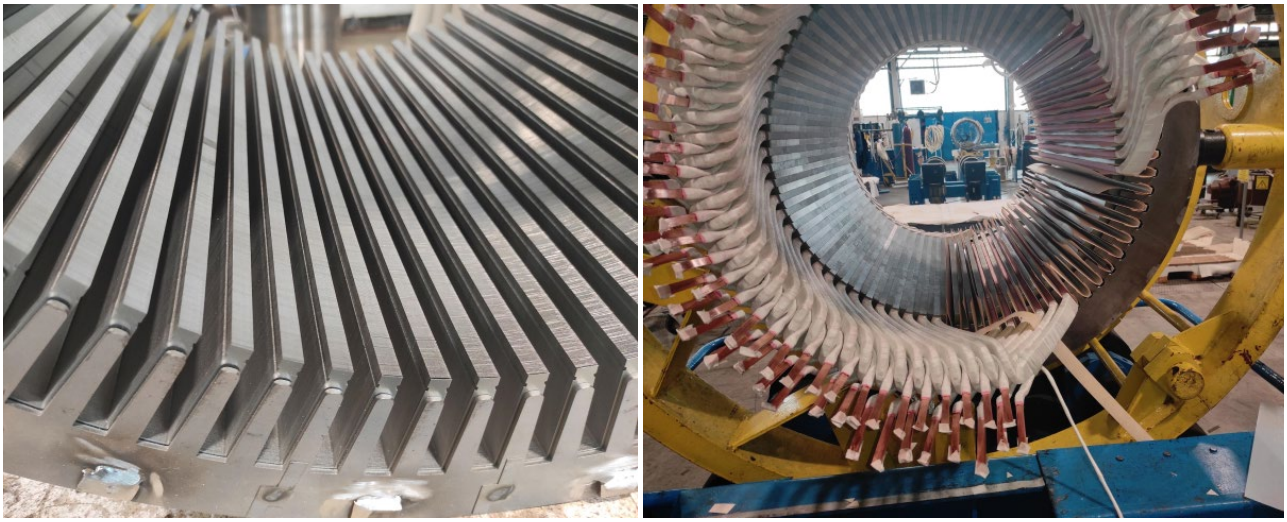
Основна карактеристика магнетских жлебних летвица је њихова повећана релативна пермеабилност у односу на конвенционалне летвице израђене од епоксидне смоле и стаклених влакана. Магнетске жлебне летвице су уобичајено сачињене од феритног праха (укупног удела у распону од 70 до 75%), и

ојачане стакленим влакнима и епоксидном смолом, а карактерише их релативна пермеабилност од 2 до 5. Ово својство увећане пермеабилности им омогућава да својим уметањем позитивно утичу на хомогенизацију геометрије ваздушног процепа са аспекта магнетских својстава [19], као и на равномерније затварање силница магнетског поља преко површине зуба и летвица [20].

Уметање магнетских летвица омогућава равномерније успостављање магнетских силница и дуж ваздушног процепа, тиме доприносећи смањењу изобличења поља и удела виших хармоника. Ови резултати ће за последицу имати и смањење губитака у магнетском колу машине, те мерљивог повећања ефикасности машине.

Додатно, магнетске жлебне летвице утичу на електромагнетске карактеристике машине тако што повећавају вредност индуктивности машине (реактансе магнећења) и на тај начин доводе до смањења струје магнећења (реактивне компоненте струје празног хода). То не доводи само до побољшања фактора снаге, већ и до смањења губитака у намотајима, доприносећи укупној ефикасности машине. Смањењем вредности струје магнећења умањује се и удео у улазној снази за успостављање и одржавање магнетског поља у машини, чиме се уступа већи простор активној компоненти струје која и учествује у процесу електромеханичког претварања. Магнетске жлебне летвице такође доприносе смањењу вредности полазне струје, што се позитивно одражава на економично димензионисање напојне мреже и прекидачке и заштитне опреме. На тај начин се ублажава термомеханичко напрезање приликом покретања, а последично и продужава радни век машине [18].

На слици 1.1 приказан је формирани лим пакет магнетског кола статора једне нисконапонске кавезне асинхроне машине велике снаге (лево) и детаљ поступка уметања статорских намотаја и магнетских жлебних летвица (десно).



Слика 1.1 *Приказ магнетског кола статора нисконапонске кавезне асинхроне машине велике снаге: лево – формирани лим пакет статора; десно – детаљ поступка уметања статорских намотаја и магнетских жлебних летвица*

Уметањем магнетских жлебних летвица опонаша се конструкција машине са полузатвореним жлебовима и на тај начин остварује директан позитиван утицај и на акустичке аспекте током рада

машине. Односно, применом летвица се значајно утиче на смањење таласности електромагнетског момента машине, чиме се последично смањују и пратеће вибрације и емисија буке [21], [22].

Међутим, упркос овим значајним предностима у погледу смањења губитака и повећања ефикасности, примена магнетских жлебних летвица скопчана је са одређеним недостацима. Њихов састав на бази феритног праха нема механичку издржљивост као конвенционалне немагнетске жлебне летвице. Ниска механичка чврстоћа доводи до повећане подложности ка деформацијама, напрснућима и евентуалном испадању, нарочито у машинама изложеним снажним вибрацијама или значајнијим температурним скоковима изазваним интермитентним радом.

Испад појединих летвица се може изузетно негативно одразити на рад машине додатним повећањем вибрација и појавом несиметрије у струјама машине. Несиметрија струја може изазвати додатне пулсације у моменту те израженије потакнути убрзан испад већег броја летвица. Како би се благовремено установила појава испада летвица, те тиме очувале све предности њихове примене, последњих година су неинвазивне технике раног откривања испада постале релевантна тема у литератури [17], [20]. Важно је напоменути да сам испад летвице непосредно не може угрозити машину будући да је реч о механички кртом материјалу који се услед неконтролисаног кретања у ваздушном процепу након испада, а током рада машине веома брзо претвори у прах.

Стога, иако се применом магнетских жлебних летвица нуде решења којима се могу превазићи побројани изазови у експлоатацији машина, међу којима је најзначајније повећање енергетске ефикасности, или чак накнадно исправити одређени пропусти у дизајну, њихова примена се увек мора пажљиво размотрити у односу на механичку поузданост и дуготрајност у раду.

Као што је већ истакнуто, постављање магнетских жлебних летвица у статору нисконапонских кавезних асинхроних машина великих снага представља веома ефикасну методу за смањење губитака и повећање ефикасности. Оне пружају могућност повећања специфичне снаге, смањења термичког оптерећења, побољшања акустике и унапређења квалитета електричне енергије. Оно што изостаје у свим досадашњим истраживањима доприноса примене магнетских жлебних летвица јесте адекватно квантификовано тумачење локалног утицаја на расподелу појединачних компоненти губитака, будући да је њихов допринос претежно изучаван на интегралном нивоу кроз квантификацију умањења укупних губитака [18]. Овакви приступи не пружају довољан увид у прецизну локалну расподелу губитака, што онемогућава детаљну термичку анализу дисипације снаге губитака и њених негативних ефеката у критичним тачкама попречног пресека машине. Досадашњим истраживањима забележеним у референтној научној литератури сугерише се да присуство магнетских жлебних летвица умањује губитке празног хода, али оне који се искључиво приписују домену статора (дакле губици у намотајима статора и губици у магнетском колу статора). Међутим, утицај ових летвица на локалну расподелу губитака у роторском феромагнетском језгру и кавезном намотају није довољно истражен, што представља значајан аспекат и научни допринос који се кандидује овом научном расправом.

1.3 Предмет истраживања

Претходним излагањем елаборирани су досадашњи приступи у интерпретацији доприноса примене магнетских жлебних летвица у електричним машинама, где се као основна премиса наметнуо закључак

да тај допринос није на адекватан начин истражен и квантификован. Нарочито је потребно истаћи да се искључиво путем прецизног одређивања локалне расподеле губитака може установити и локални утицај самих летвица, будући да се кроз интегрални приступ, видљив путем макроскопских показатеља перформанси машине, попут енергетске ефикасности, може стећи површан утисак о њиховом свеобухватном дејству. Примера ради, увећање ефикасности као један од најпревасходнијих циљева, хипотетички може на локалном нивоу довести до неповољне расподеле снаге губитака, те изазвати локална прегревања, која дугорочно, кроз смањење животног века машине, могу резултовати у укупном повећању трошкова одржавања, него ли што повећана ефикасност може донети уштеда. Овим се још једном, у сажетом облику, истичу основни постулати из којих се црпи мотивација за главни предмет истраживања у овој научној расправи.

Стога, главни предмет истраживања у оквиру ове докторске дисертације подразумева моделовање локалне расподеле снаге губитака код нисконапонских кавезних асинхроних машина великих снага, а са примарним циљем утврђивања доприноса повећању енергетске ефикасности применом магнетских жлебних летвица. Развијањем модела губитака у локалном облику се, поред испуњења примарног циља, уједно нуди и поступак за утврђивање дејства магнетских жлебних летвица на критичним местима у попречном пресеку машине, јер прецизније одређена локална дисипација снаге губитака умногоме потпомаже развоју веродостојнијих термичких модела машине. Тиме се кроз јединствени поступак решавају проблеми који нису на прикладан начин адресирани у расположивој референтној литератури.

Као што је већ и напомињано, порастом називних снага нисконапонских машина последично расту и интензитети струја, док се омогућавање успостављања ових струја најчешће осигурава избором конфигурација статорских намотаја. Осим побројаног, примењује се и увођење паралелних грана у статорски намотај, али и прелазак на профилне проводнике правоугаоног пресека, што се такође примењује и у изради роторског кавезног намотаја [1]. Коришћење профилних проводника нужно предодређује и облик статорских и роторских жлебова, који морају имати широке отворе, а зарад правилног смештања и одговарајуће испуне и повећану дубину. Изобличење успостављеног поља је једна од директних последица оваквих конструкцијских решења [10].

Изобличење успостављеног магнетског поља, услед виших хармоничких чланова нужно доводи до појаве губитака и у магнетском колу ротора, који могу бити веома значајни [11], [12]. Управо је утврђивање ове компоненте губитака једна од кључних тема овог истраживања, јер се та компонента традиционално занемарује у укупној расподели губитака у машини. Највећа потешкоћа која прати појаву ове компоненте губитака је та што је концентрисана у танком површинском слоју ротора, који услед тога може имати изражена локална повишења температуре. Овим истраживањем ће се покушати правилно квантификовати неповољна запреминска расподела ових губитака, те могућности њиховог умањења применом магнетских жлебних летвица [16], [17].

Други веома важан феномен који се нарочито јавља код нисконапонских машина већих снага, а којем није придаван особит значај јесте и појава знатних губитака у штаповима ротора, чак и приликом рада машине у неоптерећеном стању. Узрочних ових губитака јесу индуковане струје повишених учестаности, а изазване истим виновником као и у случају губитака у феромагнетском материјалу

ротора, дакле вишим хармоничким члановима успостављеног магнетског поља, претходно изобличеног неповољном геометријом жлебова.

Важно је напоменути да се кроз стандардизоване експерименте над машинама великих снага не могу понаособ квантификовати удели побројаних додатних губитака у ротору у режиму празног хода, већ се њихова појава рачунским раздвајањем приписује повећаним губицима у магнетском колу статора [7].

Практично решење овог проблема увећаних губитака празног хода је прећашње дискутована примена магнетских жлебних летвица, којима се затварају отвори статорских жлебова. Када се изврше експерименти на машини са и без уметнутих магнетских летвица, приметно је осетно умањење укупних губитака празног хода. Као што је већ истицано, оно што изостаје у интерпретацији овог феномена јесте чињеница да се остварено смањење приписује у целости умањењу губитака у магнетском колу статора. Ово ће се показати као недовољно прецизно тумачење, а за које се као адекватно и оригинално решење управо и кандидује локални поступак прорачуна губитака, који ће бити предложен и верификован у склопу ове дисертације.

1.4 Полазне хипотезе и методологија истраживања

Досадашња разматрања у оквиру овог поглавља, мада у формалном смислу општијег карактера, послужила су, кроз постепену градацију, формирању ужег усмереног тока излагања, на основу којег су се коначно стекли предуслови за јасно формулисање полазних хипотеза у овом истраживању.

Полазном хипотезом се најзад претпоставља да се применом магнетских жлебних летвица може остварити значајно смањење губитака независних од оптерећења машине, али превасходно оних који не потпадају под традиционалну расподелу губитака празног хода, дакле наведених губитака у магнетском колу ротора и додатних губитака у штаповима кавезног намотаја. Хипотеза опонира досадашњим, у референтној научној литератури увреженим тврђењима да се применом магнетских жлебних летвица умањују губици празног хода, али они који се искључиво приписују домену статора.

Доказивање постављене хипотезе изискује одговарајући хронолошки приступ и методологију којом се јасно декларишу средства помоћу којих се дати поступак може сматрати научно утемељеним. Будући да је постављена хипотеза и техничке природе, методологија мора обухватити лепезу поступака који за крајњи циљ имају и неизоставну експерименталну верификацију, мада је експеримент често неопходан и хронолошки раније, у сврху подробнијег разрађивања поступака у методологији који претходе финалној верификацији. Научном утемељењу потпору дају и одговарајуће теоријске основе, критички осврт на постојеће нумеричке процедуре и употребљена математичка средства, док се оригиналност може оснажити развијањем нових или унапређених поступака. Тиме се подупире целовитост методологије која осигурава успешно потврђивање постављених хипотеза. Према томе, хронолошки уређена методологија прилагођена постављеној хипотези у оквиру овог истраживања ће у себи садржати појединачне поступке, чија разрада следи у наставку.

– Развој унапређеног теоријског модела прорачуна губитака у феромагнетском материјалу машине и придруженог прорачуна додатних губитака празног хода у штаповима кавезног намотаја. Модел губитака се развија у локалној форми и заснован је на прорачунима који произилазе из софтверске имплементације методе коначних елемената прилагођене анализи обртних електричних машина.

У истраживању ће бити примењен модификовани модел, заснован на Бертотијевом моделу губитака [23], [24], [25]. Компонента губитака у феромагнетском материјалу услед успостављања вртложних струја биће израчуната према класичном Бертотијевом моделу, док ће математичка зависност компоненте статичких хистерезисних губитака бити дефинисана коришћењем степене функције одређене нумерички (енг. *function fitting*), помоћу измерених површина статичких хистерезисних петљи. Бертотијевим моделом, изузев ове две компоненте губитака предвиђа се и додатна, која се приписује интеракцији зидова међу Вајсовим доменима унутар феромагнетског материјала [25]. Ова компонента додатних губитака ће се прорачунавати одузимањем измерених површина статичких петљи и компоненти губитака услед вртложних струја од измерених површина динамичких петљи. Након тога ће се нумерички одредити рачунски коефицијенти и функционалне зависности помоћу којих ће се модификованим моделом прорачуна моћи квантификовати запреминска густина губитака, подесна за даље прорачуне у локалној форми.

Развијени модел дакле треба да омогући прорачун губитака у локалној форми, којим се допушта израчунавање губитака на нивоу појединачних коначних елемената, како оних који припадају домену феромагнетског материјала, тако и оних у роторским штапним проводницима. Овај поступак није обједињен постојећим моделима прорачуна губитака [26]. Прорачун губитака у штаповима кавезног намотаја ће такође бити изведен у локалној форми, применом Фарадејевог и Џуловог закона, где ће се за имплементацију непосредно користити вредности магнетског вектор потенцијала у чворовима коначних елемената, те њихова линеарна комбинација унутар троугаоних сегмената.

– Детаљно експериментално испитивање узорка феромагнетског материјала у облику торуса.

Увидом у литературу која се детаљније бави природом самих феромагнетских материјала (без нужне примене у конкретним врстама машина) може се закључити да варијацији губитака доприноси и поступак механичке обраде материјала, јер се сечењем лимова по рубовима нарушава кристална структура, те се може очекивати да својства обрађених лимова могу осетно одступати од каталошких карактеристика произвођача [27], [28], [29], [30]. Установљено је и да губици у многоме зависе од просторног облика успостављеног магнетског поља, као и од услова напајања машина [31], [32], [33], [34], [35], [36].

Овим истраживањем спровешће се детаљна анализа узорка феромагнетског материјала у облику торуса, од којег ће се израдити и асинхрона машина, централни објекат разматрања. Реч је о стандардном феромагнетском лиму под ознаком M250-50A. У погону произвођача машине, на истом алату за сечење, биће израђен торус из исте серије лимова као и сама машина. На торусу ће бити извршен низ експерименталних мерења у циљу добијања облика и димензија хистерезисних петљи у унапред дефинисаном распону фреквенција и интензитета успостављеног магнетског поља. Извршиће се низ огледа у циљу побуђивања торуса зарад успостављања магнетске индукције у широком распону амплитуда (од 0,1 до 2,5 T), при опсегу учестаности од 1 до 60 Hz. Овим ће се обезбедити средство за даљу нумеричку обраду добијених хистерезисних петљи, које заправо бројчано представљају запреминску густину укупних губитака у феромагнетику.

– Математичко моделовање и нумеричке симулације применом методе коначних елемената.

У саставу овог методолошког корака биће развијен 2D симулациони FEM модел нисконапонске кавезне асинхроне машине велике снаге, без и са уметнутим магнетским жлебним летвицама применом софтверских алата који нумерички имплементирају методу коначних елемената у анализи електромагнетских поља прилагођених моделовању обртних електричних машина. Служећи се прибављеним резултатима FEM симулација, примениће се предложени модел губитака. Очекивани исход примене предложеног модела јесте омогућен детаљан увид у локалну расподелу губитака нисконапонске кавезне асинхроне машине велике снаге, у два одвојена случаја: без и са примењеним магнетским жлебним летвицама.

– Експериментална верификација модела.

У овом истраживању предвиђају се два експеримента на електричној машини, без и са уметнутим магнетским летвицама. Верификација предложеног поступка прорачуна губитака независних од оптерећења ће се извршити на нисконапонској кавезној асинхроној машини велике снаге (1250 kW, 690 V, Δ, 50 Hz, 992 о/мин). Резултати добијени прорачунима применом развијеног модела биће упоређени са резултатима мерења извршених на машини, чиме ће се верификовати предложени модел губитака и потврдити његова валидност кроз адекватно, хипотезом претпостављено, а нумерички предвиђено смањење губитака постигнуто уметањем магнетских жлебних летвица.

1.5 Главни циљеви истраживања и очекивани научни допринос

Доследним спровођењем разрађене методологије истраживања, вођене премисом о научној заснованости претпостављених почетних хипотеза, а уз експерименталну верификацију која им иде у прилог, постижу се и зацртани циљеви научног истраживања. Остварење прокламованих циљева може истовремено водити и ка задовољењу критеријума мерљивог научног доприноса уколико је постављање почетне хипотезе плод пређашњег екстензивног изучавања референтне научне грађе, те уочавања неадекватно изучених појава. Стицањем свих побројаних, а уједно и нужних предуслова, може се недвосмислено утврдити да ли су и испуњења главних циљева истраживања уједно и потпора остварењу научног доприноса.

Према томе, под главним циљем истраживања у оквиру ове докторске дисертације се сматра осигуравање правилне идентификације и квантитативног одређивања локалне расподеле установљених компоненти губитака независних од оптерећења, које се јављају у експлоатацији нисконапонских кавезних асинхроних машина великих снага, са нарочитим освртом на утицај магнетских жлебних летвица.

Значај истраживања огледа се у побољшању разумевања природе настанка и локалне расподеле губитака у асинхроним машинама, те у развоју нових конструкционих решења за оптимизацију њиховог рада. Научни доприноси овог истраживања огледаће се и у постизању адекватне интерпретације расподеле укупних губитака независних од оптерећења код асинхроних машина великих снага, као и у правилном квантификовању утицаја магнетских жлебних летвица. Додатно, предвиђа се и проширење примене разрађених поступака на изучавање феномена локалне расподеле губитака код високонапонских асинхроних машина, али и синхроних машина са традиционалном изведбом пригушног намотаја у виду кавеза [37].

Такође треба истаћи и значајан допринос правилнијем разумевању расподеле губитака који одступају од традиционалне класификације, у толикој мери да их чак ни важећи међународни стандарди не препознају.

Поред тога, очекује се да ће се резултатима постигнутим у оквиру овог истраживања отворити простор и ка могућим доприносима у:

- Тачнијој процени експлоатационих трошкова и ефикасности машина великих снага.
- Развоју методологија за унапређење прорачуна губитака, што ће имати директан утицај на индустријску примену.
- Унапређењу пројектовања и конструкције асинхроних машина, с циљем смањења неповољних термичких и механичких утицаја.
- Предупређивању неповољних концентрација дисипације губитака у локално температурно осетљивим зонама попречног пресека машине.

1.6 Структура докторске дисертације

Након излагања из уводног поглавља, у оквиру другог најпре ће се дати осврт на механизам дисипације снаге губитака у феромагнетским материјалима, који је дубоко укорењен у општој теорији макроскопских електромагнетских поља, а нарочито кроз постулате Поинтингове теореме. Показаће се да, на основу закона о одржању снаге у електромагнетском пољу, снага губитака у целости може бити математички описана путем хистерезиса, али и истаћи да то нужно није у сагласности са појединачним узрочницима губитака. Затим ће се приступити класификацији метода за прорачун губитака у феромагнетицима, а на основу опсежног прегледа референтне научне литературе. Даће се критички осврт на моделе који губитке третирају на интегралном нивоу, суштински моделе засноване на хистерезису, а након тога и осврт на моделе који губитке третирају по компонентама, у зависности од физичких узрочника. Будући да је циљ овог прегледа изналажење поступака прорачуна губитака прилагођеним магнетским колима обртних машина, недвосмислено ће се даљи ток излагања определити ка моделима који губитке прорачунавају по карактеристичним компонентама, међу којима се нарочито издваја Бертотијев модел [23], [24], [25], [30] и његове модификације. У саставу овог поглавља ће се наћи и краће аналитичко разматрање утицаја променљивог магнетског поља на лим пакет од феромагнетског материјала, којим ће се показати опсег вредности учестаности побуђивања у којем су изложени модели прорачуна веродостојни. Тиме ће се и коначно одабрати најподеснији, Бертотијев модел прорачуна, чије ће прилагођење за потребе унапређеног прорачуна локалне расподеле снаге губитака уследити у наредном, трећем поглављу.

Садржајем трећег поглавља обухваћен је целокупан методолошки приступ којим се од излазних резултата FEA симулација добијају појединачне компоненте губитака по Бертотијевом моделу. Уз то, унапређење предложеног поступка прорачуна ће се постићи путем експерименталних испитивања на специјално израђеном торусу, како би се што верније одредили коефицијенти за потребе алгоритма прорачуна. Осим губитака у феромагнетику статора, важан допринос поглавља биће и оригиналан третман нестандардних губитака у неоптерећеном стању кавезних асинхроних машина великих снага, превасходно додатних губитака у штапним проводницима кавезног намотаја, али и губитака у

феромагнетику ротора. Предложени модел прорачуна локалне расподеле снаге губитака независних од оптерећења омогућиће врло детаљан увид у области са највећом дисипацијом снаге, за коју ће се у оквиру наредног поглавља и показати да запрема веома узак простор са обе стране ваздушног процепа.

Верификација предложеног алгоритма прорачуна ће се спровести у наредном, четвртом поглављу. Како је поступак суштински средство којим се жели изучити допринос магнетских жлебних летвица, пре самог прорачуна губитака ће уследити детаљна анализа таласних облика магнетског поља у поменутом домену у околини ваздушног процепа, али и у зонама дубоко у статору и ротору. То ће се спровести на компаративан начин, упоредним приказом одзива добијених FEA симулацијама на моделу машине без и са уметнутим магнетским летвицама. Тиме ће се, пре завршне верификације, подробније стећи увид у локални домет примене летвица, те утемељено предвидети где се очекују и највећа локална умањења дисипације снаге губитака. Потом ће се извршити комплетан предложени алгоритам прорачуна снаге губитака, поново у случају без и са уметнутим летвицама. Тиме ће се коначно показати да је фундаментални допринос примене летвица, макар у случају подврсте разматране кавезне асинхроне машине, у смањењу паразитних губитака у ротору. Ови налази су у супротности са досадашњим тумачењима доприноса примене магнетских жлебних летвица, чиме се и потврђују постављене хипотезе.

Поврх тога, на основу резултата у поглављу четири, биће могуће спровести и додатну верификацију утицаја летвица и на електромеханичке и спољa приступачне величине погона, попут таласних облика струја или оствареног електромагнетског момента у празном ходу и оптерећеном стању, што ће бити и тема наредног, петог поглавља. Анализом приказаних динамичких одзива ће се потврдити да су предности примене летвица присутне у свим радним режимима машине, што дугорочно доводи до смањења утрошка електричне енергије кроз повећану енергетску ефикасност, али и побољшан фактор снаге и сузбијање таласности, те последично и вибрација и буке изазваних изобличењем електромагнетског момента. Табеларно ће се приказати и дискутовати кључни параметри којима се описује квалитет процеса електромеханичког претварања, где ће се на још један начин у компактном облику демонстрирати ваљаност предложеног поступка прорачуна, исправност постављених хипотеза и повољне импликације које ће наступити услед дугорочне правилне употребе магнетских жлебних летвица.

Завршно, шесто поглавље, састојаће се од главних закључака произашлих из истраживања и материје изложене у претходним поглављима, као синтезе целокупне научне методологије обрађене теме у оквиру ове дисертације. Изузев тога, биће понуђени и могући будући правци истраживања који се непосредно ослањају на резултате овог, а подразумевају потенцијална проширења примене на друге важне врсте обртних електричних машина, попут класичних синхроних или машина са сталним магнетима.

2 Модели прорачуна снаге губитака у феромагнетским материјалима

У оквиру овог поглавља биће спроведен детаљан преглед у литератури расположивих модела прорачуна снаге губитака у феромагнетским материјалима. Излагање ће се започети појашњењем механизма настанка губитака у оквиру опште теорије макроскопских електромагнетских поља, применом теореме о расподели снаге у пољу, познатије под називом Поинтингова теорема.

Показаће се, спрам формулације теореме, да је настанак губитака у феромагнетској средини дубоко испреплетан са феноменом хистерезиса. Отуда ће се, након тумачења садржаја Поинтингове теореме, преглед отпочети класификацијом модела који губитке третирају интегрално, односно искључиво као хистерезисне по пореклу. Најпознатији модели ове подкатегорије о којима ће више бити речи касније јесу тзв. Прајзахов модел [38], [39], [40], [41], [42], [43] и Џајлс-Атертонов модел [44], [45], [46] нарочито њихове надградње које уважавају утицај брзине промене поља [39], [47], [48], [49], [50], [51], [52] и Штајнмецов модел [53], који је посебно заступљен у области електричних машина.

Изучавањем утицаја брзине промене успостављања поља на интензитет губитака у феромагнетику уочено је да има основа да се интегрални приступ, који губитке тумачи искључиво као хистерезисне, разбије на појединачне компоненте. Тим приступом се губици могу третирати као сума тзв. статичких хистерезисних и динамичких губитака. Наиме, установљено је да се чак и при сасвим спорим променама поља јављају губици, који се стога могу узети и као стално присутна компонента, а на коју се могу придодавати додатне динамичке компоненте уколико порасте брзина промене поља. Најзначајнији представници овог приступа јесу Јорданов [54] и Бертотијев [55] модел и њихове варијације [56], [57], [58], које су настале у циљу прилагођења зарад специфичних потреба, чиме се ефективно проширује опсег њихове могуће имплементације.

Вредно је истаћи да ће се сви поменути модели у оквиру овог истраживања проучавати искључиво кроз призму њихове примене у прорачунима губитака код обртних електричних машина, конкретно нисконапонских кавезних асинхроних машина великих снага. Ови модели су превасходно развијани на основу испитивања појединачних узорака феромагнетских материјала, невезано за практичне импликације њихове примене. Општост таквог приступа је свакако неопходна у сврху заокруживања математичког формализма и кохерентности, али за потребе овог рада такав приступ није потребан, а ни одговарајући. Стога ће се, приликом излагања о сваком од побројаних модела најпре за циљ имати критички осврт у погледу могућности примене на кавезне асинхроне машине. Након што се изврши овакав преглед модела, стећи ће се нужни предуслови за формулисање модела по којем ће израчунавање губитака спровести у наредним поглављима овог излагања.

Модел ће се превасходно заснивати на Бертотијевој формулацији, а његове особености неће бити у погледу суштинске измене те формулације, већ више кроз начин на који се одговарајући емпиријски

подаци прибављају, обрађују и интегришу у модел који највише погодује сврси за коју се кандидује у овом раду.

2.1 Поинтингова теорема и губици услед променљивог магнетског поља

Процес успостављања и простирања макроскопског електромагнетског поља се, изузев основних закона датих Максвеловим једначинама [59], описује и путем Поинтингове теореме [60]. Ово је чест случај када је од интереса проучавање биланса снага, па ова теорема суштински представља закон одржања снаге електромагнетског поља.

Овај закон одржања снаге се дефинише за произвољни домен запремине v, оивичен површином S која се на њега ослања дат формулом:

$$p_i(t) = \int_v \left[\mathbf{E}\cdot\mathbf{J} + \mathbf{H}\cdot\frac{d\mathbf{B}}{dt} + \mathbf{E}\cdot\frac{d\mathbf{D}}{dt}\right] dv + \Delta P_S = \int_v \left[\mathbf{E}\cdot\mathbf{J} + \mathbf{H}\cdot\frac{d\mathbf{B}}{dt} + \mathbf{E}\cdot\frac{d\mathbf{D}}{dt}\right] dv + \oint_S \mathbf{P}\cdot\mathbf{dS}. \tag{2.1}$$

У овом домену у општем случају могу дејствовати извори електромагнетског поља, који у сваком тренутку улажу укупну снагу $p_i(t)$. Ова снага се, по теореми, може расподелити на више компоненти на које се троши. Један део снаге се расподељује у самом домену и дефинисан је запреминским интегралом суме три компоненте. Прву компоненту представљају запремински расподељени Џулови губици успостављања кондукционих струја $\mathbf{J}\,[\mathrm{A/m^2}]$ услед дејствовања електричног поља $\mathbf{E}\,[\mathrm{V/m}]$. Другу компоненту чини тренутни прираштај снаге на рачун измене акумулисане енергије магнетског поља дефинисан компонентом $\mathbf{H}\cdot\frac{d\mathbf{B}}{dt}$, где је вектор јачине магнетског поља дат са $\mathbf{H}\,[\mathrm{A/m}]$ и прираштај у времену вектора магнетске индукције означен са $\frac{d\mathbf{B}}{dt}\,[\mathrm{T/s}]$. Слично важи и за трећу компоненту $\mathbf{E}\cdot\frac{d\mathbf{D}}{dt}$ која описује сличан феномен размене снаге у електричном пољу, где $\frac{d\mathbf{D}}{dt}\,[\mathrm{C/m^2 s}]$ представља временску промену вектора електричног помераја $\mathbf{D}$. Важно је истаћи да је једино компонента Џулових губитака таква да се неповратно троши у виду топлотних губитака, док се за случај размене снаге између извора и електричне и магнетске подкомпоненте поља може очекивати двосмерни ток. Управо ово представља основ механизма настанка губитака, када се уложена енергија у поље не може у потпуности повратити извору.

У случају да биланс снага није задовољен само помоћу побројаних компоненти, то нужно повлачи да део простора оивичен површином од интереса посредством те површи мора измењивати снагу и са околним спољашњим простором. Притом, та размена може бити таква да извор успева покрити све компоненте губитака и притом вишак снаге предавати околини, али и обрнуто, када извор не покрива све компоненте, већ се део надомешћује снагом која у домен увире од споља. Ова могућност је и уважена присуством другог сабирка са десне стране закона (2.1), означеног са $\Delta P_S[\mathrm{W}]$. Компонента ΔP_S представља снагу која се размењује између два домена кроз оријентисану површ разграничења $\mathbf{S}$ и формално се дефинише као тзв. Поинтингов вектор $\mathbf{P}\,[\mathrm{W/m^2}]$.

Поинтингов вектор је величина којом се одређује брзина протока електромагнетске енергије у некој тачки. Тренутна вредност Поинтонговог вектора **P**, којом се дефинише брзина преноса енергије посредством компоненти електромагнетског поља једнака је:

$$\mathbf{P} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}. \tag{2.2}$$

Под неким околностима је једноставније проток снаге посредством поља одређивати путем Поинтинговог вектора, што је нарочито случај у простирању електромагнетских таласа. У електроенергетици проналази примену приликом израчунавања снаге појединих елемената, као што су пригушнице или капацитивности, а уједно и за израчунавање њихових импеданси када се ефекат учестаности на неравномерност расподеле мора узети у обзир. У контексту кавезних асинхроних машина се стога може користити приликом израчунавања снаге губитака у штапним проводницима ротора и за одређивање њихових отпорности и расипних индуктивности, које могу значајно варирати у функцији релативног клизања.

Такође се сличан принцип може директно применити и на лимове од феромагнетског материјала машине. Уколико би се домен запремине v изабрао тако да обухвата искључиво део феромагнетског материјала магнетског кола, Поинтингова теорема (2.1) би се фактички свела на биланс снага успостављен искључиво путем два преостала члана:

$$\int_{v} \mathbf{H} \cdot \frac{d\mathbf{B}}{dt} dv = -\oint_{S} \mathbf{P} \cdot \mathbf{dS}. \tag{2.3}$$

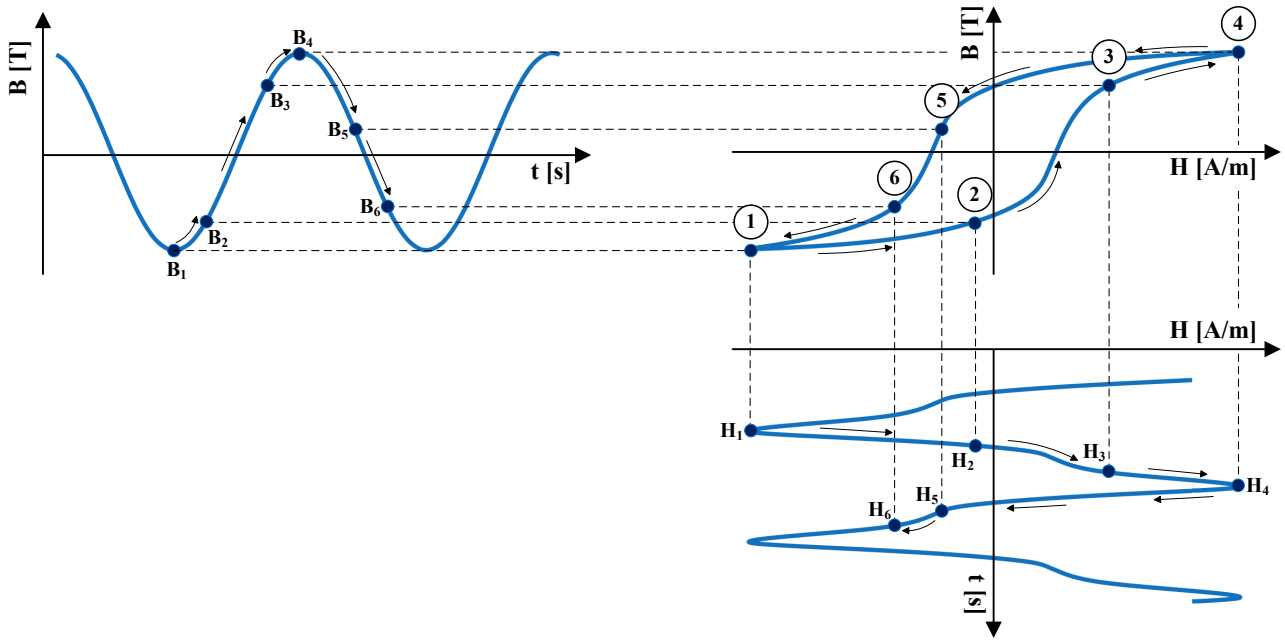
Дакле, снага коју је потребно уложити у промену интензитета поља последица је протока Поинтинговог вектора, који у домену лимова нема свој извор, већ је тај извор обезбеђен посредством напајања машине из електричне мреже. Компонента прираштаја енергије електричног поља јесте присутна, али је због својстава феромагнетског материјала за неколико редова величине мања и стога са правом изостављена.

Законитост (2.3) представља фундаментално објашњење феномена настанка губитака у магнетским срединама, и потребно је истаћи да се из ње могу извести сви могући модели по којима се прорачунавају губици у гвожђу. У случају да је поље које се успоставља наизменично, изразом (2.3) се у потпуности описује периодична размена снаге између поља и његових спољашњих извора.

Будући да су феромагнетски материјали такви да се у њима неповратно губи део снаге уложен приликом периодичне магнетизације, то значи да средња вредност запреминског интеграла у (2.3) у целом броју периода увек даје позитиван резултат. Уколико би се разматрање ограничило на само једну периоду овог процеса, формално би се дошло до онога што се у литератури налази под појмом хистерезисног циклуса магнетизације.

Илустрација хистерезисног циклуса магнетизације је дата на слици 2.1. У питању је магнетизација својствена електричним машинама, нарочито трансформаторима, где се таласни облик магнетске индукције природно форсира да поприми готово простопериодични облик, што је последица потребе за индуковањем електромоторних сила без хармонијског изобличења. Због нелинеарности материјала

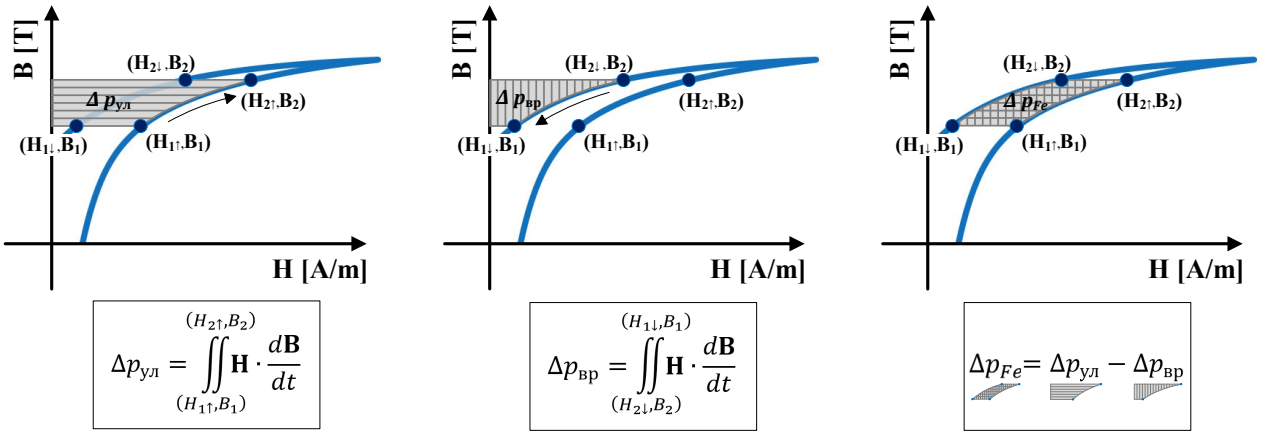
је нужно да макар једна од компоненти пара (H, B) претрпи изобличење, што у разматраном случају отпада на вектор јачине магнетског поља.



Слика 2.1 *Илустрација хистерезисног циклуса магнетизације нелинеарног феромагнетског материјала*

Затворени облик петље се постиже тек након најмање неколико циклуса премагнетизације, па је нужно додати и да је приказ са слике постигнут после достизања овог квазистационарног стања. Петљу карактеришу одвојена узлазна и силазна путања, чиме се имплицитно наговештава да позитивни прираштај снаге потребан за успостављање поља приликом пораста вектора магнетске индукције премашује по вредности негативни прираштај приликом његовог опадања. Управо се у овој разлици и образује хистерезисна петља и припадајући губици по циклусу магнетизације.

Детаљ описаног поступка, који је зарад прегледности ограничен приказом позитивног дела хистерезисних петљи, дат је наредном сликом 2.2.



Слика 2.2 *Детаљ образовања хистерезисне петље као репрезента настанка магнетских губитака*

Уколико се узме да је почетна тачка разматрања ($H_{1\uparrow}$, B_1) на узлазном делу карактеристике, приликом даљег пораста поља ка радној тачки ($H_{2\uparrow}$, B_2), а сходно изразу (2.3), на првој од три петље се јасно може обележити површ еквивалентна запреминској густини снаге $\Delta p_{\text{ул}}[\text{W/m}^3]$ која се притом уложила у овај процес. Даљим одмицањем се узлазном путањом достиже максимална вредност индукције, а затим се, наспрам периодичности, интензитет поља смањује, али овога пута пратећи силазну путању хистерезисне петље. Када се досегне тачка исте горње вредности индукције, као у случају малопређашњег пораста, означена са ($H_{2\downarrow}$, B_2), а крећући се ка крајњој тачки разматрања ($H_{1\downarrow}$, B_1), формално започиње повратак снаге претходно уложене по узлазној путањи ($H_{1\uparrow}$, B_1) → ($H_{2\uparrow}$, B_2) ка извору. Део запреминске густине снаге који се по силазној путањи ($H_{2\downarrow}$, B_2) → ($H_{1\downarrow}$, B_1) враћа извору поља, означен са $\Delta p_{\text{вр}}[\text{W/m}^3]$, еквивалентно је графички представљен путем осенчене површи са средишње хистерезисне петље.

Коначно, на десној хистерезисној петљи са слике 2.2, се може графички обележити део који је неповратно изгубљен као последица малопре појашњеног дела процеса магнетизације. Осенчена површ на десној слици дакле представља област оивичену тачкама ($H_{1\uparrow}$, B_1), ($H_{2\uparrow}$, B_2), ($H_{2\downarrow}$, B_2) и ($H_{1\downarrow}$, B_1) и директно је сразмерна запреминској густини дела снаге губитака у феромагнетском материјалу $\Delta p_{Fe}[\text{W/m}^3]$. Уколико би се овај поступак применио на целу петљу, суштински би се добила снага која одговара целокупној њеној површини. Ово је потпуно у сагласности са изразом (2.3).

Према Поинтинговој теореми, уз малопређашња разматрања карактеристична за феромагнетске материјале, показало се да је целокупан механизам настанка губитака заиста могуће описати искључиво помоћу феномена хистерезиса. Стога, као што је помињано, не изненађује постојање већег броја модела прорачуна магнетских губитака који имају интегрални приступ, без раздвајања појединачних узрочника који истовремено доприносе укупним губицима.

Са друге стране, уколико би се сличан поступак као са претходне две слике спровео при већој учестаности поља, за узврат би се оформила хистерезисна петља увећане површине. Ово је навело бројне истраживаче да феномен губитака изучавају по деловима, у смислу засебног третирања установљених узрочника понаособ.

У наредним одељцима овог поглавља ће се стога спровести детаљнији критички осврт на постојеће моделе прорачуна губитака у гвожђу, који ће постепено омогућити простор за предлагање унапређеног модела прорачуна, који ће затим послужити као средство доказивања постављених хипотеза.

2.2 Модели губитака засновани на интегралном приступу

У оквиру овог потпоглавља ће се спровести преглед модела који губитке уважавају обједињено, онако како предвиђа Поинтингова теорема. Предности оваквих приступа су најпре у њиховој поједностављеној формулацији, што се нарочито односи на историјски најстарији Штајнмецов приступ, чинећи га првим избором дуго времена, нарочито у моделовању губитака код електричних машина.

Међутим, показало се да најједноставнији приступи наилазе на потешкоће у очувању тачности када се покуша проширити распон њихове примене. Ово посебно долази до изражаја када се истоветан модел губитака жели примењивати у ширем опсегу учестаности побуђивања. Будући да је показано да

се у бити губици јављају услед више одвојених узрочника, који на различите начине трпе измене услед промењених услова побуђивања или температуре амбијента, веома их је тешко са очуваном тачношћу сумарно представљати онако како предвиђају модели интегралног приступа. Отуда се из основних модела губитака по овом принципу изнедрило мноштво модификација, са циљем поспешења њихове поузданости у разноликим експлоатационим условима. У наредних пар одељака овог потпоглавља ће се адекватно адресирати побројане потешкоће и предлози у литератури за њихово отклањање. Уједно ће излагање бити пропраћено коментарима о мањкавостима интегралних приступа уколико би се у оквиру овог истраживања губици покушавали одредити помоћу њих.

2.2.1 Изворни Штајнмецов модел губитака и унапређења

Губици у феромагнетику се по изворном Штајнмецовом моделу, као што је и речено, израчунавају обједињено, преко израза за запреминску густину снаге дисипације $p_{Fe}[\mathrm{W/m^3}]$ [53]:

$$p_{Fe} = C_m f^{\alpha} B_m^{\beta}, \tag{2.4}$$

где је B_m амплитуда и f фреквенција простопериодичног сигнала магнетске индукције. Поред тога, израз садржи и три коефицијента (C_m, α и β), који представљају емпиријски одређене параметре материјала, прибављене нумерички из припадајућих хистерезисних петљи $B(H)$. У зависности од врсте материјала, експоненти α и β, који су иначе рационални бројеви, обично узимају вредности из опсега $\alpha\epsilon[1,3]$ и $\beta\epsilon[1,2]$.

Важно је истаћи да је модел експериментално изведен под претпоставком побуђивања индукцијом простопериодичног облика у уском распону учестаности. Овакав приступ показује задовољавајућу тачност тамо где се овакви таласни облици поља и очекују, што је најпре случај у магнетским колима трансформатора. Код обртних електричних машина се у већем делу пресека, практично свуда изузев у јарму по правилу очекују изобличени таласни облици индукције, те се изворним Штајнмецовим поступком утолико више погрешно предвиђају укупни губици. Разлог управо лежи у чињеници да је природа настанка губитака слојевита са аспекта физичких узрочника, што се једино може расветлити одвојеним третирањем.

Изобличеност таласних облика се суштински може интерпретирати и као побуђивање сигналима различитих фреквенција истовремено, мада се проблем непрецизности модела показује чак и при појединачном простопериодичном побуђивању различитим фреквенцијама. Уколико би се желео очувати аналитички облик Штајнмецовог модела, уважавање ових промена би се једино могло укључити увођењем променљивих коефицијената. Тако су изнедрене модификације Штајнмецовог модела, о којима ће бити више речи у наставку.

Једно од унапређења изворног модела у погледу уважавања побуђивања произвољним таласним облицима јесте тзв. модификована Штајнмецова једначина [61], [62]. Основна идеја овог модела се заснива на увођењу еквивалентне фреквенције f_{eq}, која зависи од брзине магнетизације. Пошто је брзина магнетизације директно пропорционална брзини промене магнетске индукције dB/dt, модел уводи еквивалентну фреквенцију као функцију од dB/dt, која се може изразити на следећи начин:

$$f_{eq} = \frac{2}{\Delta B^2 \pi^2} \int_0^{\mathrm{T}} \left(\frac{dB(t)}{dt} \right)^2 dt \,, \tag{2.5}$$

где је ΔB разлика позитивне и негативне амплитуде и T периода сигнала индукције. Модификована једначина средње снаге запреминских губитака $p_{Fe}[\mathrm{W/m^3}]$ се може изразити једначином:

$$p_{Fe} = C_m f_{eq}^{\alpha-1} B_m^{\beta} \frac{1}{\mathrm{T}}. \tag{2.6}$$

Коефицијенти C_m, α и β су исти они као из изворног модела (2.4). Ненулта средња вредност (*DC offset*) се такође може узети у обзир увођењем другог корекционог фактора. Иако кандидована као унапређење које уважава изобличење поља, показује се да модификована Штајнмецова једначина (2.6) доводи до утолико већих грешака у процени губитака што је удео изобличења израженији.

Изузев модификације (2.6), у литератури је забележено и унапређење познато као генерализована Штајнмецова једначина [63]. Овом генерализацијом се такође покушава уважити произвољан таласни облик индукције, инкорпорирањем временске промене посредством извода dB/dt. Генерализована Штајнмецова једначина задржава оригиналне коефицијенте изворног модела (2.4) и запреминску густину снаге губитака дефинише као:

$$p_{Fe} = \frac{1}{T} \int_0^T C_m \left| \frac{dB(t)}{dt} \right|^{\alpha} |B(t)|^{\beta-\alpha} \, dt. \tag{2.7}$$

Предност оваквог приступа у односу на модификовану једначину (2.6) је што имплицитно уважава ненулту средњу вредност индукције, без потребе за увођењем додатних коефицијената [63]. У зависности од специфичности примене, све три варијанте Штајнмецовог приступа се могу користити испреплетано, у смислу да се појединачна фреквенција изворног модела замени еквивалентном фреквенцијом, која се по потреби може одредити било модификованом, било генерализованом варијантом једначине.

Неретке су ситуације када, иако је реч о периодичним сигналима, таласни облик индукције мења своју монотоност више пута у оквиру полупериоде основне хармонијске компоненте. Ово нарочито долази до изражаја када је у сигналу приметно присуство трећег хармоника. Локална промена монотоности утискује такозване мање хистерезисне петље (minor loops) током формирања главне петље чија је периодичност руковођена основним хармоником. До сада представљени модели немају могућност да адекватно уваже овај феномен, те су стога у литератури предложена даља унапређења Штајнмецовог модела којима се покушава надоместити тај недостатак.

Да би се превазишао овај проблем, генерализована Штајнмецова једначина се унапређује на следећи начин. Уводи се тзв. побољшана генерализована Штајнмецова једначина [64]. Побољшана једначина се заснива на идеји да се таласни облик магнетске индукције раздвоји на дисјунктне делове тако да се има један део који учествује у образовању главне хистерезисне петље, те онолико додатних делова за моделовање потребног броја мањих петљи. У [64] представљен је рекурзивни алгоритам којим се

таласни облик магнетске индукције раздваја на овакве делове, а затим се за сваку појединачну петљу реда n магнетски губици p_{Fe_n} рачунају као:

$$p_{Fe_n} = \frac{1}{T_n}\int_0^{T_n} C_m \left|\frac{dB_n(t)}{dt}\right|^{\alpha} |\Delta B_n|^{\beta-\alpha}\, dt\,, \tag{2.8}$$

где је $\Delta B_n = (B_{max} - B_{min})_n$ за посматрану хистерезисну петљу. Разликом ΔB_n се не уважава постојање ненулте средње вредности, што се истиче као један од недостатака побољшане методе.

Као последња варијанта унапређења изворног Штајнмецовог модела којим се задржавају оригинални коефицијенти из (2.4), у [65] је предложено тзв. природно Штајнмецово проширење, где се такође $\Delta B = B_{max} - B_{min}$ узима у обзир као:

$$p_{Fe} = \left(\frac{\Delta B}{2}\right)^{\beta-\alpha} \frac{C_m}{T}\int_0^T \left|\frac{dB(t)}{dt}\right|^{\alpha} dt\,. \tag{2.9}$$

У природном проширењу се не врши раздвајање на главну и мање хистерезисне петље, већ се посматра таласни облик магнетске индукције целовито у оквиру једне периоде. Овакав модел стога није најпримеренији за употребу када сигнали образују мање петље значајног удела, али се показао као довољно прецизан приликом побуђивања из претварача енергетске електронике, заснованих на модулацији ширине импулса.

Представљени модели су првенствено једноставни по форми за нумеричке имплементације. Историјски гледано, Штајнмецов модел је био најзаступљенији од зачетка индустријске производње феромагнетских материјала, те су га и сами произвођачи усвојили као један од референтних модела до данашњих дана. Односно, често није неопходно накнадно одређивати Штајнмецове коефицијенте, будући да се могу добити и од произвођача.

Међутим, као главни недостатак ових модела преовладава зависност коефицијената од фреквенције, док произвођачи најчешће дају вредности само за мрежну учестаност. Овим додатно испитивање узорака феромагнетика уколико се жели задржати његова прецизност постаје нужност. Показује се да једноставна форма која интегрално обухвата целокупне губитке не може на одговарајући начин адресирати различит утицај фреквенције на компоненте од којих се губици заиста састоје.

Не треба занемарити ни чињеницу да се феромагнетски лимови за израду електричних машина испоручују у виду намотаних тракастих фолија које захтевају додатну обраду. То се првенствено односи на исецање и утискивање жлебова и отвора за смештање вратила или за потребе уметања у кућиште. Показује се да облик и оштрина алата могу током сечења пореметити кристалну структуру материјала и деградирати феромагнетска својства [66], [67], [68], [69], [70], [71], [72], [73], [74]. Стога је препоручљиво накнадно испитивати феромагнетске лимове јер се у супротном могу јавити значајна одступања у губицима током испитивања машина у односу на пројектоване вредности.

2.2.2 Хистерезисни модели губитака

Још један приступ прорачуну губитака у магнетском колу представљају тзв. хистерезисни модели, који такође целокупне губитке описују посредством хистерезисних петљи. У оквиру ових модела, као

најзаступљенији издвајају се Прајзахов [40], [41], [42] и Џајлс-Атертонов модел [44], [44], [46]. За потребе формирања ових модела неопходно је користити сложенији математички апарат у односу на Штајнмецов приступ, што се оправдава постизањем веће прецизности коју ови модели прокламују. Ипак, процес њихове калибрације захтева опсежнија експериментална испитивања на одговарајућим узорцима феромагнетских материјала, у разноликим условима побуђивања у погледу таласних облика и учестаности како би се остварила жељена прецизност.

Потребно је нагласити да изворни Прајзахов и Џајлс-Атертонов модел математички описују феномен статичког хистерезиса, односно појаве које се јављају при врло спорим променама у пољу. Стога се у области електричних машина ретко примењују у тој форми и изискују модификације како би се уважиле компоненте које се придружују статичком хистерезису са порастом фреквенције побуђивања.

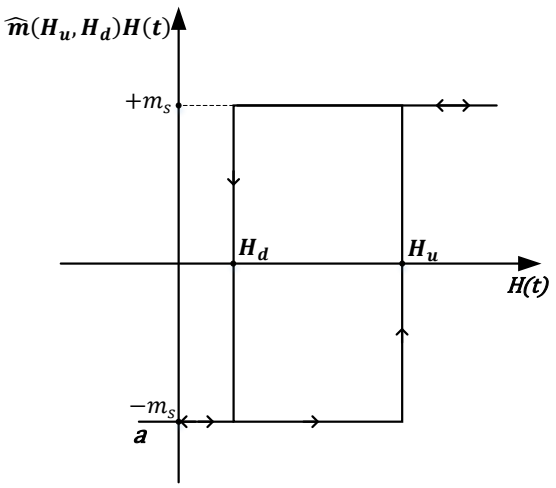
Осим изворног Прајзаховог и Џајлс-Атертоновог модела који негују приступ моделовању материјала као таквог и без уплива у експлоатационе изведбе, у литератури је предложен велики број унапређених модела који пажњу усмеравају ка конкретним применама, као што је израда феромагнетских лимова и магнетских кола електричних машина. Међу најзначајнијим унапређеним моделима издвајају се: динамички Прајзахов модел [47], површински модел губитака (*Loss Surface model*) [48], магнетодинамички модел заснован на вискозности (*Magnetodynamic Viscosity-Based model*) [49], модел хистерезиса заснован на трењу (*Friction-like Hysteresis model*) [39], [50] и модел хистерезиса заснован на енергији (*Energy-Based Hysteresis model*) [51].

У наставку ће најпре бити размотрен основни Прајзахов модел, који се одликује високом тачношћу и могућношћу примене у широком распону различитих материјала. Оно што превасходно карактерише овај модел јесте захтевност у погледу потребног броја нумеричких операција, што овај поступак чини интензивним са аспекта програмске сложености и меморијских ресурса. Притом, треба још једном истаћи његову ограниченост на могућност моделовања искључиво статичког хистерезиса.

Мотивација за формирање Прајзаховог модела се црпи из природних својстава феромагнетских материјала. Као што је познато, материјали који показују феромагнетска својства се састоје од макроскопских домена (Вајсових домена) од чије усмерености зависи и тренутни ниво магнетизације. У Прајзаховом моделу се ова особина стварних материјала опонаша увођењем градивних магнетских честица (домена) који се називају хистеронима.

Према овом приступу магнетски материјал је моделован тако као да је заиста сачињен од великог броја хистерона и у зависности од понашања хистерона испољава различите магнетске особине. Сваки појединачни хистерон такође на елементарном нивоу поседује ефекат хистерезиса уколико је изложен променљивом пољу. Стога се може представити правоугаоном петљом (слика 2.3) на дијаграму зависности оператора $\hat{m}$ од тренутне вредности вектора јачине магнетског поља $H(t)$. Оператор поседује два излазна, односно прекидачка стања којима одговарају вредности $+m_s$ и $-m_s$. Обично се обележава са $\hat{m}(H_u, H_d)$, где H_u и H_d одговарају горњој и доњој прекидачкој вредности оператора и важи да је $H_u \geq H_d$. Другим речима, хистерони се могу интерпретирати и као релеји са два стања излаза: „укључен'' и „искључен'' којима одговара $\hat{m}(H_u, H_d)H(t) = +m_s$ и $\hat{m}(H_u, H_d)H(t) = -m_s$, где

је $H(t)$ улаз оператора. Примера ради, приликом монотоног пораста $H(t)$ радна тачка прати путању $abcde$, а током монотоног опадања се радна тачка креће по путањи $edfba$ – слика 2.3.



Слика 2.3 *Правоугаона петља хистерона са означеном горњом и доњом прекидачком вредности*

Хистеронима $\widehat{m}(H_u, H_d)$ је на елементарном нивоу представљена нелинеарност хистерезиса уз уважен ефекат „локалне меморије“, односно тренутна вредност њихових излаза зависи од пређашњег стања изазваног ранијом магнетизацијом. Иако сваки од оператора $\widehat{m}(H_u, H_d)$ поприма исте бинарне вредности излаза, важно је истаћи да сви хистерони немају идентичан тежински допринос у понашању магнетског материјала. Ова карактеристика се уважава увођењем тежинске функције $\phi(H_u, H_d)$ којом се множи оператор. Функција $\phi(H_u, H_d)$ суштински представља дистрибуцију вероватноће заступљености утицаја појединачног хистерона на глобално понашање материјала. Због тога је јасно да тежинска функција по вредности може бити искључиво позитиван реалан број. Тада се излаз Прајзаховог магнетског модела $B(t)$ дефинише као:

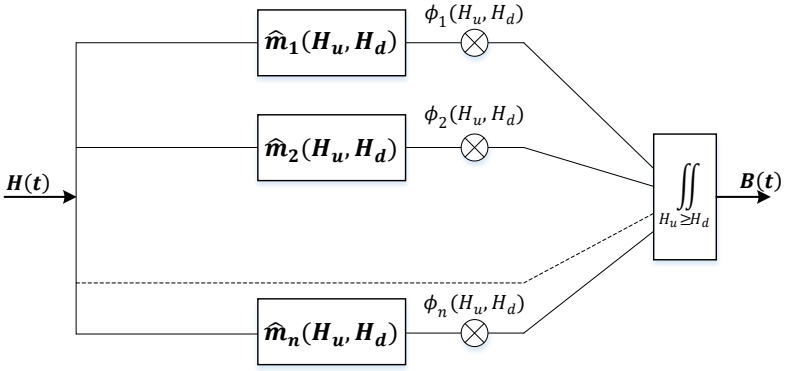
$$B(t) = \iint\limits_{H_u \geq H_d} \phi(H_u, H_d)\widehat{m}(H_u, H_d)H(t)\ dH_u dH_d. \tag{2.10}$$

Прајзахов модел се може и илустративно интерпретирати као блок дијаграм на слици 2.4. Исти улаз се доводи сваком оператору, њихови појединачни излази се множе са засебним тежинским функцијама и онда интеграле по скупу вредности H_u, H_d.

Геометријска интерпретација Прајзаховог модела представља основ за разумевање начина којим се опонаша нелинеарност и локална меморија Вајсових домена и рачуна индукција на основу улазног податка, јачине магнетског поља. Осим тога, на основу резултата развијеног модела се добијају геометријски облици хистерезисних петљи, што омогућава израчунавање њихових површина у сврху одређивања статичких хистерезисних губитака.

Динамички Прајзахов модел представља проширење изворног модела увођењем фактора зависног од брзине промене поља за сваки од хистерона, проширујући могући опсег примене и на интегрално

моделовање укупних динамичких губитака [39], [75], [76]. Овај фактор узима у обзир временско кашњење магнетске индукције $B(t)$ у односу на јачину поља $H(t)$. На тај начин могуће је обухватити проширење хистерезисне петље које се јавља са порастом фреквенције, а услед појаве додатних губитака.



Слика 2.4 *Блок дијаграм Прајзаховог модела*

За разлику од стања излаза класичних хистерона који могу искључиво попримити једну од две дискретне вредности из скупа $\{+m_s, -m_s\}$, уведеним фактором се омогућава да излаз узима било коју вредност из интервала $[-m_s, +m_s]$. Тачна вредност коју излазни оператори хистерона могу имати зависи и од материјала и установљава се на основу снимања динамичких петљи хистерезиса. У радовима [77], [78], динамички Прајзахов модел за прорачун губитака у магнетском колу електричних машина је упоређен за различите нумеричке имплементације применом методе коначних елемената.

Још један динамички и скаларни модел хистерезиса, тзв. површински модел губитака, представљен је у [79]. Магнетско поље $H(t)$ одређује се као карактеристична функција површине:

$$S = H\left(B, \frac{dB}{dt}\right) = H_{stat}(B) + H_{dyn}\left(B, \frac{dB}{dt}\right). \tag{2.11}$$

Модел повезује магнетско поље $H(t)$ на површини лима са магнетском индукцијом $B(t)$ по дубини лима. Сабирком $H_{stat}(B)$ моделује се класични Прајзахов модел, који се одређује на основу мерења статичке хистерезисне петље. Други сабирак $H_{dyn}\left(B, \frac{dB}{dt}\right)$ моделује се помоћу две линеарне аналитичке једначине које описују понашање при ниским и високим вредностима извода магнетске индукције, а након одузимања сабирка $H_{stat}(B)$. Ове две једначине повезане су полиномом другог реда ради обезбеђивања глатког прелаза. Овај модел је имплементиран и у софтверу заснованом на методи коначних елемената *Flux* за низ стандардних феромагнетских материјала [80].

Сличан приступ горе поменутом представља и тзв. магнетодинамички модел заснован на вискозности [81]. Овај модел се такође заснива на класичном Прајзаховом моделу, али се заснива на диференцијалној једначини вискозног типа за описивање кашњења између магнетске индукције $B(t)$ и магнетског поља $H(t)$. Ова диференцијална једначина дефинише облик динамичког дела хистерезисне петље и омогућава моделовање додатних губитака. За потребе формулисања овог модела

неопходно је поседовати облик статичке главну хистерезисне петље, криве повратка првог реда, најмање две динамичке петље, као и дебљину лима и његову електричну отпорност.

Модел хистерезиса заснован на трењу се описује хистерезисним векторима са „сувим трењем“, обједињујући особине класичног Прајзаховог и Џајлс-Атертоновог модела [50]. Модел се заснива на премиси да је магнетизација резултат суперпозиције доприноса великог броја честица. Слободна енергија ових честица моделује се помоћу почетне криве која дефинише закон везе између јачине поља $H(t)$ и магнетизације $M(t)$, уз додатак таласности. Ова компонента представља утицај померања и извијања зидова Вајсових домена, што доводи до појаве мањих петљи и ефекта хистерезиса. Модел је детаљније анализиран у [82].

Сличан приступ описан је у [83] и примењен у [84], где се феномен хистерезиса моделује на основу енергетског приступа. У овом случају, дисипација услед премагнетисавања се на макроскопском нивоу представља силом сличном трењу. На тај начин могуће је у сваком тренутку одредити како ускладиштену магнетску енергију, тако и ону која отпада на дисипацију. Будући да је овај векторски модел феноменолошке природе, погодан је и за тродимензионалне нумеричке анализе губитака услед хистерезиса у условима успостављања поља различитих праваца, попут обртног поља у електричним машинама наизменичних струја.

Оно што вреди додати на крају излагања о моделима губитака заснованим на интегралном приступу јесте да, изузев основног Штајнмецовог модела и његових непосредних унапређења, изискују сложен математички апарат за доследно и формално уважавање феномена хистерезиса [85], [86], [87], [88], [89], [90], [91], [92]. Као такви, већу научну и академску вредност постижу са аспекта општости, у којој не робују експлицитној примени. Међутим, управо се у примерима конкретне примене феромагнетских материјала могу пронаћи и другачији, испоставиће се и подеснији начини моделовања ових комплексних феномена, превасходно кроз тумачење појединачних компонената губитака који се у динамичким условима увек јављају.

Ово нарочито долази до изражаја када се феромагнетски материјал обликује тако да се циљано неке од постојећих компонената губитака што више умање, имплицитно показујући ваљаност њиховог третирања понаособ. У области електричних машина се ово директно очитује кроз примену феромагнетских лимова, међусобно електрично изолованих, како би се што више умањило постојање компоненте губитака услед вртложних струја.

2.3 Модели који се заснивају на раздвојеном третману компоненти губитака

Иако се из опште теорије макроскопских електромагнетских поља, описане Максвеловим једначинама [60], једнозначно посредством Поинтингове теореме целокупан механизам дисипације губитака услед изложености променљивом магнетском пољу може квантитативно изразити искључиво путем хистерезисних губитака, показује се да је то није са физичког аспекта најподесније. Ово особито долази до изражаја када је феромагнетски материјал изложен пољу уједно и електрично проводан.

Експериментима се показује да се у случају примене оваквих материјала повећава хистерезисна петља са порастом фреквенције побуђивања. Ово очигледно наводи на закључак да се у саставу укупних губитака јављају појединачне компоненте које на различит начин зависе од услова побуђивања. Наиме, једна од првих асоцијација на постојања променљивог магнетског поља заправо није хистерезис, већ Фарадејев закон електромагнетске индукције, те појава индукованих струја уколико је закон на делу у проводној средини.

Познато је да се за израду магнетских кола користе танки и међусобно изоловани феромагнетски лимови, управо како би се умањио штетан ефекат индукованих вртложних струја, што се може протумачити двојако. Прво, успостављањем вртложних струја повећавају се специфични губици у лимовима, што се и огледа кроз помињано увећање хистерезисних петљи. Друго, вртложне струје, по Ленцовом закону, могу ослабити спољa наметнуто поље и тиме нарушити искористивост у погледу успостављања резултантног поља, а последично и утицати на флуксне обухвате, интензитет и хармонијски састав индукованих напона и свеукупне карактеристике уређаја. Стога ће се наредна разматрања у погледу раздвајања компоненти губитака ограничити на овако обликована магнетска кола. На овај начин се суштински директно утиче на то каква ће бити расподела губитака у феромагнетској средини, те је неопходно истаћи да, за разлику од интегралних приступа, овим поступцима имплицитно недостаје општост. Са аспекта формализма који произилази из Максвелових једначина, ово у одређеном износу представља отклон и рестрикцију, али са оправданим циљем да се развијени поступци што боље прилагоде само једној уској групи уређаја.

На основу малопређашњег квалитативног разматрања о могућностима раздвојеног третмана компоненти губитака у феромагнетику, за почетак ће се у овом поглављу подробније истражити индуковање вртложних струја у лим пакету који је изложен страном хомогеном и временски променљивом пољу управном на ужу страну лима. Посебна пажња ће се посветити утицају фреквенције страног побудног поља и пермеабилности феромагнетика на опсег важења израза до којих ће се доћи поступним извођењем, заснованим на Фарадејевом и Амперовом закону у локалном облику, те њиховој испреплетаности, коју изазива постојање индукованих вртложних струја. Поступак у наредном одељку, мада аналитички по природи, правилним тумачењем резултата који из њега произилазе може допринети бољем разумевању ограничења које поседују одређени изрази за прорачун снаге губитака. Овде се најпре мисли на изразе којима се служе најпознатији представници поступака прорачуна губитака по компонентама, као што су Јорданов и Бертотијев модел и њихове бројне варијације, па ће се овим поступцима придати пажња тек након излагања која следе у наредном потпоглављу.

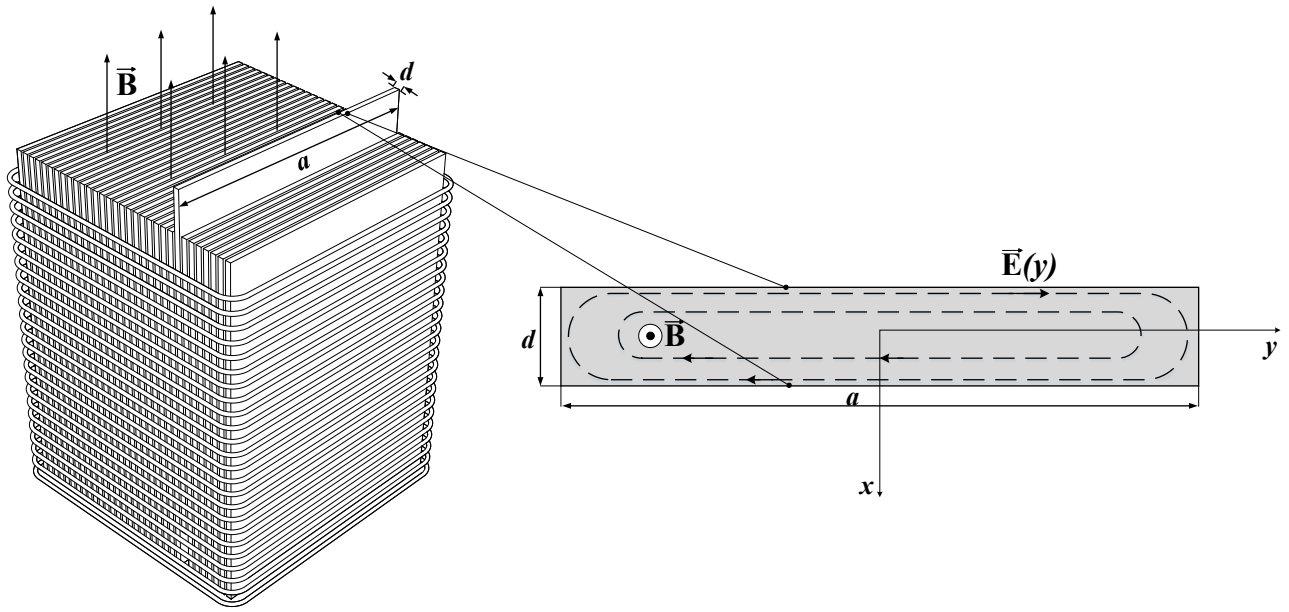
2.3.1 Лим пакет у страном хомогеном магнетском пољу – вртложне струје, снага губитака и повратни утицаји на поље

Разматрање у оквиру овог потпоглавља ће се одмах ограничити на услове који претежно владају у магнетским колима електричних машина. Ту се најпре мисли на геометријски положај постављања лим пакета тако да својом најужом страном бива изложен пољу. Лим пакет има превасходну улогу у каналисању и обликовању поља уз повољне карактеристике са становишта високе релативне пермеабилности, што се суштински ни не нарушава тиме што је сачињен од међусобно електрично

изолованих лимова. Зарад квантификације доприноса примене лим пакета, могуће је спровести аналитички поступак утврђивања механизма индуковања вртложних струја, затим последично одредити специфичну снагу губитака, а потом истражити и могући повратни утицај ових струја на резултантно поље.

Да би се спровео аналитички поступак, неопходно је прибећи одређеним упрошћењима. Узеће се да феромагнетик има исту релативну пермеабилност μ_r по целом пресеку, независну од интензитета поља, а затим и да је реч о изотропном материјалу који у целом волумену има и константну проводност σ [1/Ωm]. Ова упрошћења су нужна уколико се жели извести најављени поступак, али је очигледно потребно осврнути се и на реалне услове који се имају током рада електричних машина. Односно, мора се истаћи која од побројаних својстава и даље остају на снази, а затим и како резултате добијене у овде постављеним условима, који иначе нису испуњени у пракси, прикладно употребити. О овим ограничењима ће више бити речи након спроведеног поступка.

На слици 2.5 приказан је пакет лимова са обележеним димензијама, изложен хомогеном пољу у назначеном правцу и смеру. Узеће се да је поље простопериодично у погледу тренутне вредности, задате фреквенције $\omega = 2\pi f$[rad/s]. Будући да су лимови међусобно изоловани, без умањења општости довољно је издвојити само један, чији је попречни пресек са изабраним координатним системом такође дат на слици 2.5.



Слика 2.5 *Пакет лимова изложен хомогеном пољу и издвојен детаљ попречног пресека једног лима*

Приликом временске промене наметнутог поља, према Фарадејевом закону долази до индуковања вртложних струја, по путањама које су приближно испрекиданом линијом означене на слици 2.5. За потпуно математичко моделовање спрам изабраног координатног система било би неопходно уважити постојање компоненти вртложних струја по обе осе (x и y). Међутим, већ на овом месту се може искористити чињеница да је дебљина лима d много мања од ширине a, те тиме ефикасно упростити даљи поступак занемаривањем компоненти вртложних струја по значајно краћој просторној димензији, односно дуж x осе.

На овај начин се постиже да су вектори индукованог електричног поља **E** и густине струје **J** поравнати са *y* осом, док се вектор **B** (који формално представља суперпозицију страног и индукованог магнетског поља услед вртложних струја **J**) успоставља дуж z осе. Као последње упрошћење, занемариће се и ивични ефекти. Стекли су се сви услови за формулацију Фарадејевог и Амперовог закона у унутрашњости лима, у локалном, односно диференцијалном облику:

$$\text{rot}\,\mathbf{E} = -\partial\mathbf{B}/\partial t, \tag{2.12}$$

$$\text{rot}\,\mathbf{H} = \mathbf{J}. \tag{2.13}$$

Зарад истицања спрегнутости Амперовог и Фарадејевог закона, али и увођења параметара лимова у систем једначина, морају се придодати и конститутивне релације: Омов закон, који у локалном облику гласи $\mathbf{J} = \sigma\mathbf{E}$ и веза између вектора магнетске индукције и вектора јачине магнетског поља $\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$, где је пермеабилност $\mu = \mu_r\mu_0[\text{H/m}]$.

Уважавајући ограничења по питању присуства само одређених компоненти, векторске диференцијалне једначине (2.12) и (2.13) се могу свести на простији скаларни облик, где компонента индукованог електричног поља по y оси, тј. E_y и z компонента индукције B_z преостају у Фарадејевом, док z компонента поља H_z и y компонента струја J_y у Амперовом закону:

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial B_z}{\partial t}, \tag{2.14}$$

$$-\frac{\partial H_z}{\partial x} = J_y. \tag{2.15}$$

Користећи везе између магнетских величина преко пермеабилности и електричних преко проводности, релација (2.15) се може изразити као:

$$-\frac{\partial B_z}{\partial x} = \mu\sigma E_y. \tag{2.16}$$

Овом изменом је могуће елиминисати компоненту електричног поља из Фарадејевог закона $\partial E_y/\partial x$, диференцирањем (2.16) по просторној координати x и уврштавањем у (2.14):

$$\frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} - \mu\sigma\frac{\partial B_z}{\partial t} = 0. \tag{2.17}$$

Како би се избегло решавање парцијалне диференцијалне једначине, извршиће се прелаз у домен комплексних представника. Важно је напоменути да је комплексна нотација допуштена у условима простопериодичне побуде и у електрично и магнетски линеарној средини, што је овде обезбеђено почетним претпоставкама. Осим тога, будући да је реч о магнетској величини, уводи се комплексни представник по амплитуди $\underline{B_z} = \underline{B_m}\mathrm{e}^{j\omega t}$, где је $\underline{B_m}$ просторна амплитуда магнетске индукције, зависна од положаја у унутрашњости лима (суштински искључиво од x координате) и могућих варијација

параметара средине и услова побуђивања. Увртавањем дефиниције $\underline{B_z}$ у (2.17) и скраћивањем заједничког фактора $e^{j\omega t}$ у оба сабирка, добија се:

$$\frac{d^2\underline{B_m}}{dx^2} - j\omega\mu\sigma\underline{B_m} = 0 \Rightarrow \frac{d^2\underline{B_m}}{dx^2} - \gamma^2\underline{B_m} = 0, \tag{2.18}$$

где је $\gamma^2 = j\omega\mu\sigma$. Решење ове хомогене једначине са константним коефицијентима има облик:

$$\underline{B_m} = C_1 e^{\gamma x} + C_2 e^{-\gamma x}, \tag{2.19}$$

где су C_1 и C_2 интеграционе константе и $\pm\gamma = \sqrt{j\omega\mu\sigma}$. Пошто важи да је $\sqrt{j} = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}(1+j)$, може се написати:

$$\gamma = (1+j)\sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} = (1+j)k. \tag{2.20}$$

Због одабира положаја координатног система у којем је центар смештен по средини лима, влада висок степен симетрије из којег следи $\underline{B_m}(x) = \underline{B_m}(-x)$, што увртавањем у општи облик решења даје:

$$C_1 e^{\gamma x} + C_2 e^{-\gamma x} = C_1 e^{-\gamma x} + C_2^{\gamma x}. \tag{2.21}$$

Услов (2.21) је задовољен за $C_1 = C_2$. Одатле следи:

$$\underline{B_m}(x) = C_1(e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}) = 2C_1\mathrm{ch}(\gamma x), \tag{2.22}$$

Ако се усвоји B_0 за вредност просторне амплитуде индукције $\underline{B_m}(x)$ непосредно уз површ лима, тј. за $x = \pm\frac{d}{2}$, одатле се може одредити $C_1 = \frac{B_0}{2\mathrm{ch}\left(\gamma\frac{d}{2}\right)}$. Избор да се решење изражава преко вредности индукције непосредно на површини лима, односно помоћу B_0 има и практично утемељење, будући да се може једноставније и експериментално утврдити у односу на тачке у унутрашњости лима. Према томе, просторна амплитуда индукције за било које $x \in [-\frac{d}{2}, \frac{d}{2}]$ износи:

$$\underline{B_m}(x) = B_0\frac{\mathrm{ch}(\gamma x)}{\mathrm{ch}\left(\gamma\frac{d}{2}\right)} = B_0\frac{\mathrm{ch}((1+j)kx)}{\mathrm{ch}\left((1+j)k\frac{d}{2}\right)}. \tag{2.23}$$

Још једно практично тумачење вредности B_0 се има када се усвоји да је $\omega = 0$. Тада важи и да нема никакве просторне промене у амплитуде индукције, јер је $\underline{B_m}(x) = B_0$, што значи да B_0 представља

магнетску индукцију која би се имала без утицаја вртложних струја. На овај начин се може директно вршити квантификација промене са фреквенцијом. Служећи се идентитетом $\mathrm{ch}(kx+jkx)=\mathrm{ch}(kx)\cos(kx)+j\,\mathrm{sh}(kx)\sin(kx)$, израз (2.23) постаје:

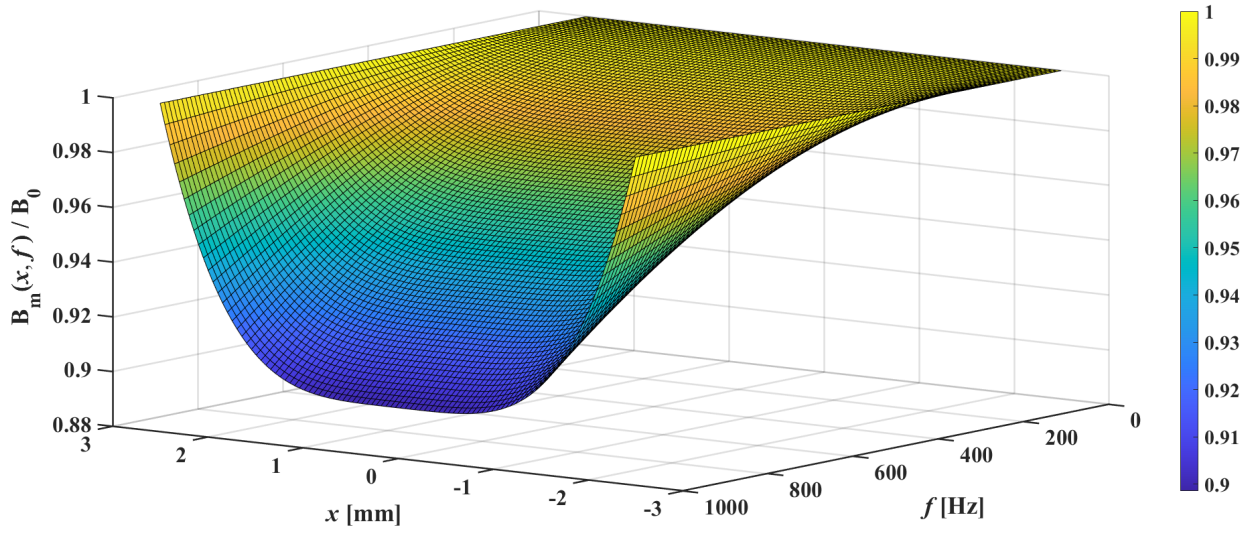
$$\underline{B_m}(x)=B_0\frac{\mathrm{ch}(kx)\cos(kx)+j\,\mathrm{sh}(kx)\sin(kx)}{\mathrm{ch}\left(k\frac{d}{2}\right)\cos\left(k\frac{d}{2}\right)+j\mathrm{sh}\left(k\frac{d}{2}\right)\sin\left(k\frac{d}{2}\right)}=B_0\sqrt{\frac{\mathrm{ch}^2(kx)\cos^2(kx)+\mathrm{sh}^2(kx)\sin^2(kx)}{\mathrm{ch}^2\left(k\frac{d}{2}\right)\cos^2\left(k\frac{d}{2}\right)+\mathrm{sh}^2\left(k\frac{d}{2}\right)\sin^2\left(k\frac{d}{2}\right)}}e^{j\varphi} \tag{2.24}$$

где је $\varphi=\mathrm{arctg}(\mathrm{th}(kx)\mathrm{tg}(kx))-\mathrm{arctg}\left(\mathrm{th}\left(k\frac{d}{2}\right)\mathrm{tg}\left(k\frac{d}{2}\right)\right)$.

Како је $\mathrm{ch}^2x=\frac{1}{2}(\mathrm{ch}2x+1)$ и $\mathrm{sh}^2x=\frac{1}{2}(\mathrm{ch}2x-1)$, $B_m(x)$ се може написати као:

$$B_m(x)=B_0\sqrt{\frac{\mathrm{ch}(2kx)+\cos(2kx)}{\mathrm{ch}(kd)+\cos(kd)}}. \tag{2.25}$$

Због оријентације координатног система, највећи утицај вртложних струја на пад вредности просторне амплитуде индукције се остварује у средишту лима: $B(0)=B_0\sqrt{\frac{2}{\mathrm{ch}(kd)+\cos(kd)}}$. На слици 2.6 дат је тродимензионални приказ промене амплитуде $B_m(x)$, али тако да се, изузев увек присутне зависности од положаја по дубини лима извршила и варијација побудне фреквенције у распону од 0 до 1000 Hz.



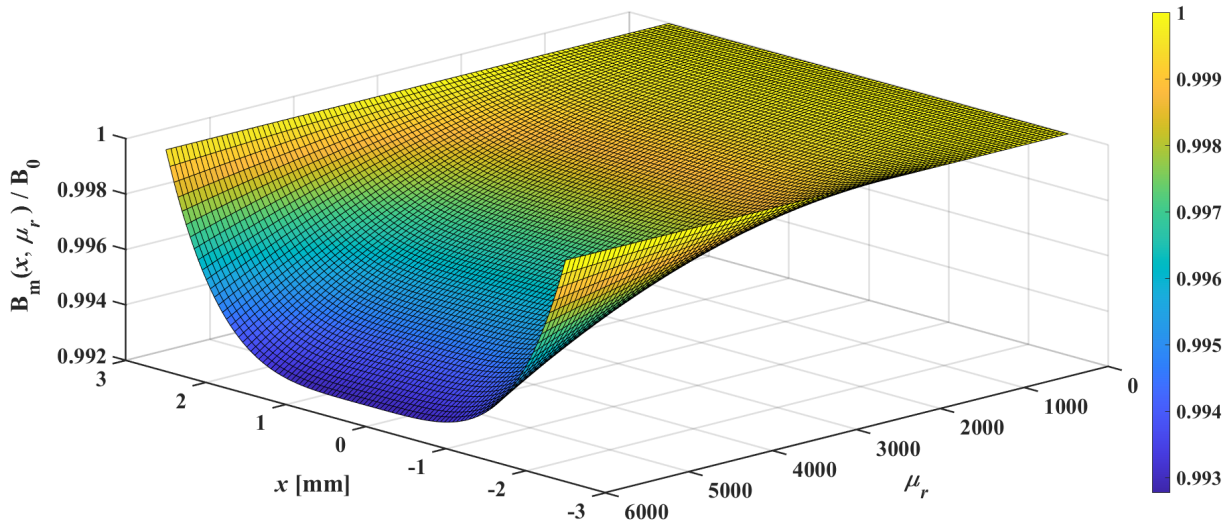
Слика 2.6 *Промена амплитуде $B_m(x,f)$ у зависности од положаја по дубини лима и фреквенције*

Одабрани опсег фреквенције је такав да се јавља у експлоатацији машина, али искључиво у локалном облику. Примера ради, услед ожлебљења и кретања ротора се у површинским слојевима феромагнетика статора и ротора на основни хармоник индукције могу суперпонирати виши хармоници.

Ови хармоници су обично умношци основног, реда броја жлебова по пару полова или по полу и реда су неколико десетина. Осим тога, у случајевима када се машина напаја из претварача учестаности, на основни хармоник напона се придодају виши хармоници изазвани техникама модулације. Њихов удео у спектралној густини снаге није изражен, али за машине већих снага могу премашити фреквенције од 1000 Hz, па је и са њиховог аспекта одабрани распон приказа оправдан.

Сликом је потврђено је да је просторна амплитуда индукције најнижа по средини лима, а вреди придодати да пад не премашује 10%, чак ни при највишим вредностима фреквенције побуђивања.

Подједнако важно је приказати зависност релативне вредности амплитуде индукције по дубини лима уз варијацију релативне пермеабилности у одређеном распону ($\mu_r \in [1{,}6000]$), што је и учињено на слици 2.7. Смисао овог приказа је да се имплицитно истражи утицај засићења на расподелу индукције, али на поједностављени начин, тако што се у прорачуну форсира константна вредност пермеабилности на нивоу целог лима. Због сложеног начина на који се магнетско поље успоставља у обртним машинама немогуће је очекивати да се на нивоу целог једног лима јави иста вредност пермеабилности. Заправо, пермеабилност значајно варира од тренутног положаја и вредности обртног поља, а подједнако и од дела у попречном пресеку машине. Стога се овај приказ треба схватити као помоћни за тумачење поља на локалном нивоу, како би се наговестило на који начин локална варијација пермеабилности унутар феромагнетика утиче на повратни утицај и успостављање резултантног поља.



Слика 2.7 *Промена амплитуде $B_m\ (x, \mu_r)$ у зависности од положаја по дубини лима и релативне пермеабилности*

За разлику од израженијег утицаја фреквенције побуђивања, варијација релативне пермеабилности у широком распону не резултује значајним одступањима у амплитуди индукције по дубини једног лима, где се са слике 2.7 бележи највећи пад у средишту лима, али од свега непуних 1 %. Овде је значајно истаћи да се на основу овог резултата може тврдити да локална вредност пермеабилности нема значајног утицаја на неравномерност расподеле поља по дубини лима, те самим тим ни на губитке који

се на основу поља прорачунавају. Овим се оснажују сви поступци прорачуна снаге губитака који ће бити предложени у оквиру овог истраживања у наредном поглављу.

Присуство вртложних струја очито у одређеном износу нарушава хомогеност поља, па је за потребе наредних извођења најпре нужно одредити стварну вредност магнетског флукса кроз попречни пресек лима, а затим и средњу вредност индукције. Извођење ће се започети тако што ће се увести вредност флукса Φ_0 која би се имала кроз попречни пресек без утицаја вртложних струја, $\Phi_0 = B_0 da$.

Стварна вредност флукса кроз попречни пресек се може добити искључиво уважавањем просторне расподеле индукције по изразу (2.23), којом је уважена промена у амплитуди, али и фазном ставу:

$$\underline{\Phi} = a\int_{-d/2}^{d/2} \underline{B_m}(x)dx = \frac{B_0 a}{\mathrm{ch}\left(\gamma\frac{d}{2}\right)}\int_{-d/2}^{d/2} \mathrm{ch}(\gamma x)dx = B_0\frac{2a}{\gamma}\frac{\mathrm{sh}\left(\gamma\frac{d}{2}\right)}{\mathrm{ch}\left(\gamma\frac{d}{2}\right)}. \tag{2.26}$$

Пошто је: $|\mathrm{sh}(\gamma x)|^2 = \mathrm{sh}(kx+jkx)\mathrm{sh}(kx-jkx) = \frac{\mathrm{ch}2kx-\cos 2kx}{2}$, $|\mathrm{ch}\gamma x|^2 = \mathrm{ch}(kx+jkx)\mathrm{ch}(kx-jkx) = \frac{\mathrm{ch}2kx-\cos 2kx}{2}$ и $|\gamma| = |1+j|k = \sqrt{2}\cdot k$ модул флукса $\underline{\Phi}$ износи:

$$\Phi = \Phi_0\frac{\sqrt{2}}{kd}\sqrt{\frac{\mathrm{ch}(kd)-\cos(kd)}{\mathrm{ch}(kd)+\cos(kd)}}. \tag{2.27}$$

Претходна релација је исказана на начин који омогућава квантификацију утицаја фреквенције побуђивања, односно геометрије и својстава лимова на промену успостављеног магнетског флукса.

Када се израз (2.27) подели са површином пресека лима, $S = ad$, добија се средња вредност амплитуде магнетске индукције:

$$B_{sr} = B_0\frac{\sqrt{2}}{kd}\sqrt{\frac{\mathrm{ch}(kd)-\cos(kd)}{\mathrm{ch}(kd)+\cos(kd)}}. \tag{2.28}$$

Средња вредност индукције је параметар који истовремено уважава и утицај вртложних струја на резултантно поље, те је важна величина прорачуна на нивоу лим пакета, односно магнетског кола као целине. Ова вредност се може користити и за израчунавање флуксних обухвата намотаја, а овде ће током даљег излагања послужити и за одређивање средње снаге Џулових губитака услед вртложних струја.

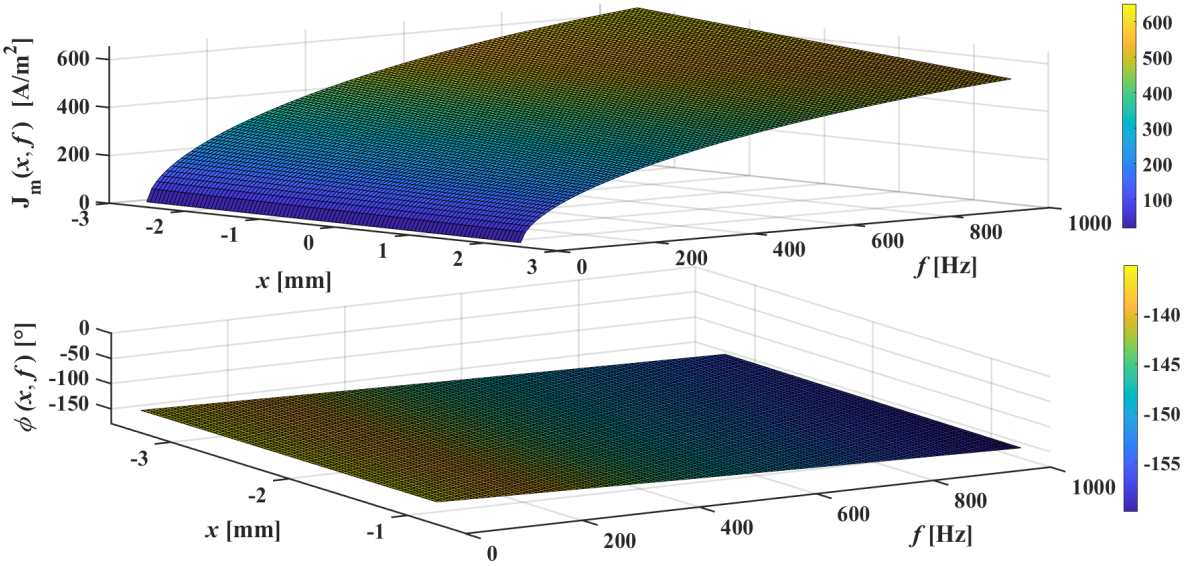
Запреминска густина снаге губитака услед вртложних струја се може изразити преко Џуловог закона у локалном облику:

$$p_e = \frac{1}{2}\frac{|\underline{J}|^2}{\sigma}, \tag{2.29}$$

где је $\underline{J}\,[\mathrm{A/m^2}]$ комплексни представник локалне просторне амплитуде вектора густине струје. Узимајући у обзир ограничења о постојању одређених компоненти вектора, где важи $\underline{J_y} = \underline{J}e^{j\omega t}$ и $\underline{H_z} = \frac{\underline{B_m}}{\mu}e^{j\omega t}$, из (2.15) и (2.23) следи:

$$\underline{J} = -\frac{1}{\mu}\frac{d\underline{B_m}}{dx} = B_0\frac{\gamma \mathrm{sh}(\gamma x)}{\mu \mathrm{ch}\left(\gamma\frac{d}{2}\right)}. \tag{2.30}$$

По узору на приказ са слика 2.6 и 2.7, може се слично учинити и за случај расподеле индукованих вртложних струја. На слици 2.8 горе дат је тродимензионални приказ промене амплитуде $J(x,f)$ у зависности од положаја по дубини лима и побудне фреквенције у распону од 0 до 1000 Hz, док је на доњем делу слике дат приказ промене фазног става под истим условима. Према очекивањима, интензитет струја највише зависи од фреквенције побуђивања, док је у погледу фазног става приметна мала зависност од фреквенције и дубине, али је фазни став такав да се очито повинује Фарадејевом закону и Ленцовом правилу, где својом вредношћу опонира страном пољу.



Слика 2.8 *Зависност амплитуде вектора густине струје (горе) и припадајућег фазног става (доле) од положаја по дубини лима и побудне фреквенције*

Уврштавањем у (2.29) има се:

$$p_e = \frac{1}{2}\frac{|\gamma|^2}{\sigma\mu^2}B_0^2\frac{|\mathrm{sh}(\gamma x)|^2}{\left|\mathrm{ch}\left(\gamma\frac{d}{2}\right)\right|^2} = \frac{k^2}{\sigma\mu^2}B_0^2\frac{\mathrm{ch}(2kx)-\cos(2kx)}{\mathrm{ch}(kd)+\cos(kd)}, \tag{2.31}$$

уз уважене раније уведене идентитете. Укупна снага Џулових губитака у лиму дебљине d и површине $S = a - b$ тада износи:

$$P_e = S\int_{-d/2}^{d/2}\frac{1}{2}\frac{|\underline{J}|^2}{\sigma}dx = S\frac{k}{\sigma\mu^2}B_0^2\frac{\mathrm{sh}(kd)-\sin(kd)}{\mathrm{ch}(kd)+\cos(kd)} = SB_{sr}^2\frac{k^3d^2}{2\sigma\mu^2}\frac{\mathrm{sh}(kd)-\sin(kd)}{\mathrm{ch}(kd)-\cos(kd)}, \tag{2.32}$$

где је у последњем изразу искоришћена дефиниција (2.28) за средњу вредност индукције B_{sr}. Уз подсећање да је $k = \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}$, (2.32) се може написати као:

$$P_e = vB_{sr}^2\frac{1}{24}\sigma\omega^2d^2F(kd), \tag{2.33}$$

где је $v = Sd$ запремина лима, а функција $F(kd) = \frac{3}{kd}\frac{\mathrm{sh}kd-\sin kd}{\mathrm{ch}kd-\cos kd}$.

У претходним извођењима, за разлику од графичких приказа, нису усвојене никакве претпоставке у погледу вредности коришћених параметара. Међутим, како је дебљина лимова танка (за мрежно напајане машине је најчешће 0,5 mm), за мрежну учестаност и типичан распон вредности пермеабилности и проводности може се усвојити да је $kd \ll 1$, те на основу тога и $F(kd) \approx 1$ [93]. На основу ових поједностављења се најзад може навести израз за прорачун губитака услед вртложних струја лим пакета који је изложен страном хомогеном пољу резултантне средње вредности B_{sr}, која се мења по простопериодичном закону са угаоном учестаношћу ω.

$$P_e \approx \frac{1}{24}\sigma\omega^2d^2B_{sr}^2V. \tag{2.34}$$

Због наредних излагања која се тичу раздвојеног третмана компоненти губитака, али и дискутованих распона учестаности побуђивања, интересантно је за крај навести и да се функција $F(kd)$ при великим вредностима производа kd, што је за фиксну геометрију лимова и параметре феромагнетика еквивалентно са побуђивањем високим фреквенцијама, може апроксимирати са $F(kd) \approx \frac{3}{kd}$. Водећи рачуна о томе да се у параметру k садржи и фреквенција са фактором $\omega^{1/2}$, долази се до занимљивог облика за прорачун средње снаге губитака P_e у којем се јавља зависност од фреквенције на степен $\omega^{3/2}$.

На крају, важно је осврнути се на следеће. Израз (2.34) се најчешће среће у референтној литератури. Међутим, његова примена даје задовољавајућу тачност искључиво при простопериодичној побуди, јер се израз (2.34) везује искључиво за једну учестаност. Показано је да средња вредност индукције не одступа много од локалних вредности по пресеку лима (слика 2.5), изузев при фреквенцијама које вишеструко премашују мрежну учестаност. Стога ће се у наредном потпоглављу на ову чињеницу додатно осврtати када се буду дискутовали модели којима се раздвојено тумаче губици у феромагнетику, а уједно и покушава уважити присуство виших хармоника у пољу.

За крај излагања у оквиру овог одељка треба напоменути да је феромагнетски материјал третиран као и сваки други проводни материјал, изузев уважавања повећане релативне пермеабилности. По

изведеним законитостима могу се одређивати губици услед вртложних струја у било каквој проводној средини. Очигледно је, међутим, да тиме нису покривени сви механизми дисипације губитака специфични за феромагнетске материјале, где се у првом реду мисли на феномене који прате промену магнетизације тзв. Вајсових домена. Суштински, оно што је у формалном смислу путем Поинтингове теореме могло бити математички обухваћено хистерезисом је са физичког аспекта највише утемељено управо у појму Вајсових домена. Показује се да динамика успостављања магнетског поља у присуству ових домена, зависно од предложених модела, има најмање једног представника у скупу компоненти од којих су сачињени укупни губици. Реч је компоненти тзв. статичких хистерезисних губитака, која уз губитке услед вртложних струја, али и додатне губитке, чини окосницу модела који раздвојено тумаче губитке, о којима следи више у наставку.

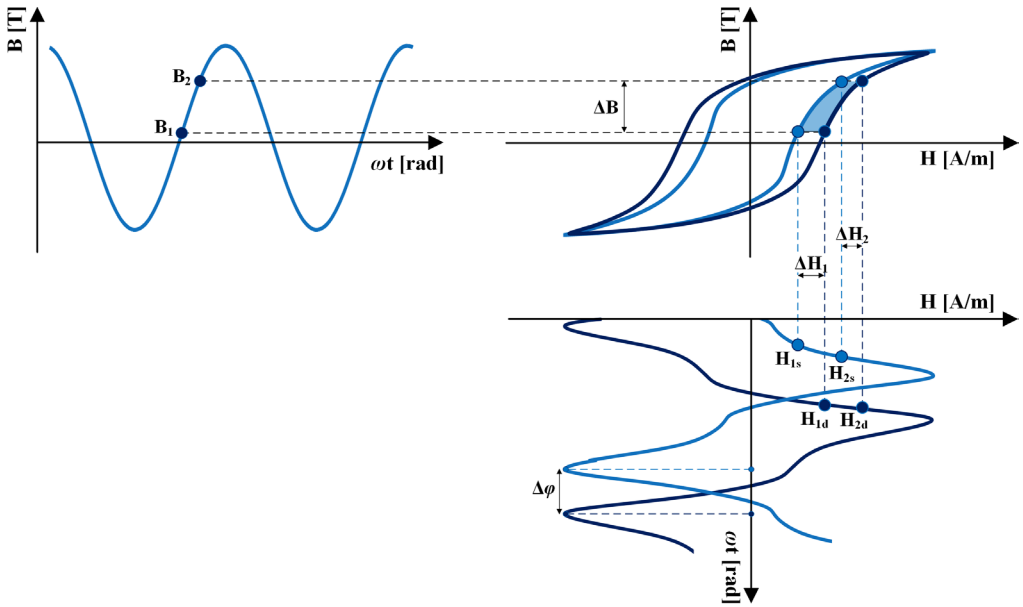
2.3.2 Јорданов и Бертотијев модел губитака и њихове варијације

Код модела који раздвојено тумаче губитке у феромагнетику се издвајају два изражена приступа – Јорданов и Бертотијев. Историјски старији јесте Јорданов модел, у којем се компоненти услед вртложних струја p_e [W/m^3] придодаје и компонента услед статичког хистерезиса p_h[W/m^3] [54], [61]. Статички хистерезис треба схватити као појаву губитака у феромагнетику чак и приликом веома спорих промена у наметнутом магнетском пољу. Експерименти показују да се и у овом случају образују хистерезисне петље, па је закључено да се овај феномен фундаментално разликује од онога услед вртложних струја, те да је фактички стално присутна компонента чим је материјал изложен променљивом пољу ма како спора промена била. Порастом фреквенције поља се ова компонента по циклусу магнетизације суштински не увећава, већ јој се придодаје све израженија динамичка компонента услед вртложних струја. Стога, средња снага запреминске густине губитака током једног периода основног хармоника магнетске индукције $T = \frac{1}{f}$ је по Јордановом моделу једнака:

$$p_{Fe} = p_h + p_e = c_h B_m^{\alpha} f + c_e^{sin} B_m^2 f^2 \tag{2.351}$$

Степена зависност за губитке услед вртложних струја је суштински истоветна оној из претходног одељка (2.34), док је она по којој се израчунавају статички хистерезисни губици добијена нумеричким апроксимирањем (енг. *function fitting*) површине петљи изабраном функционалном зависношћу. Притом, c_h је параметар својствен материјалу, а за вредност коефицијента α се узима $\sim 1{,}5 \div 2$. Једначина (2.35) је потврђена за више легура никл-гвожђа (NiFe), али показује недовољну тачност у случају SiFe легура [94].

На слици 2.9 је илустровано како се увећава статичка хистерезисна петља у случају приметнијег пораста фреквенције побуђивања. При истој амплитуди вектора магнетске индукције долази до успостављања различитих таласних облика, а још важније и различитих фазних ставова вектора јачине магнетског поља. На овај начин се мења облик петље, где се за исти прираштај у индукцији ΔB остварује прираштај у јачини магнетског поља по различитим путањама, ефективно резултујући у повећаним губицима по циклусу магнетизације.



Слика 2.9 *Илустрација статичког и динамичког хистерезисног циклуса магнетизације нелинеарног феромагнетског материјала*

Експлицитно присуство фреквенције f у (2.35) сугерише да је израз на снази у случају простопериодичне побуде. Међутим, у условима сложеноперіодичне побуде бележи се пораст губитака, што се превасходно приписало [95], [96] порасту губитака услед вртложних струја, где се свака хармонијска компонента може слично третирати понаособ. Тада, запремінска густина снаге губитака се може написати као:

$$p_{Fe} = p_h + p_e = c_h B_m^{\alpha} f + \sum_{i=1}^{n} c_e^{sin} B_{mi}^2 f_i^2, \tag{2.362}$$

где је i ред хармоника. Осим тога, експерименти показују да присуство виших хармоника, а нарочито трећег, могу изобличити чак и статичку хистерезисну петљу, која по (2.36) не трпи никакве измене. Додатно, суперпозиција у нелинеарним срединама такође може довести до погрешних резултата.

Из побројаних разлога су Прај и Бин у [56] предложили начин за побољшање изворног Јорданового модела, увођењем емпиријског корекционог фактора μ_{ed} (*eddy loss factor*), по вредности у распону од 2 до 3, којим се покушава уважити изложеност сложеноперіодичном пољу:

$$p_{Fe} = p_h + p_e = c_h B_m^{\alpha} f + \mu_{ed} c_e^{sin} B_m^2 f^2. \tag{2.37}$$

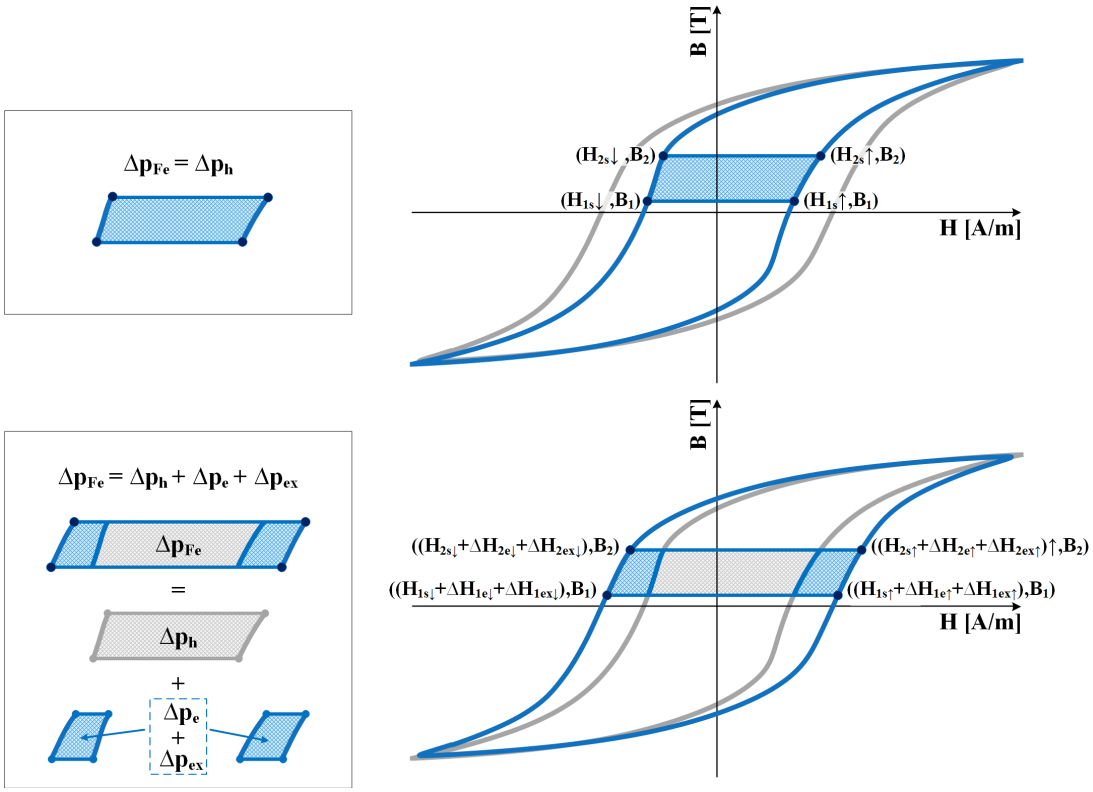
Други најзначајнији приступ раздвојеног третирања губитака јесте Бертотијев [55], који не представља пуко унапређење ранијих модела [97], већ кандидује потпуно нову компоненту губитака чије се порекло црпи из микроскопске структуре феромагнетских материјала, те је по природи дисјунктно и од статичких хистерезисних, али и од губитака услед вртложних струја. Наиме, Бертоти је опсежним експериментима установио да се током наметања поља у феромагнетском материјалу

одвија просторно размештање вектора магнетизације дуж фронта по којем се проширују области Вајсових домена, који се поравнавају са страним пољем. Овај феномен фактички изазива додатну временску промену у пољу, изазивајући локализоване вртложне струје у простору између зидова Вајсових домена током њиховог поравнавања. Извођење математичких зависности овог феномена превазилази оквире потребне овом истраживању, па ће се само извршити реферисање на постојећу литературу [25], [55], [75], [98].

Бертотијев модел, према изложеном, укупне губитке у феромагнетику третира као збир статичких хистерезисних губитака p_h, губитака услед вртложних струја p_e и додатних губитака p_{ex}:

$$p_{Fe} = p_h + p_e + p_{ex} = c_h B_m^{\alpha} f + c_e^{sin} B_m^2 f^2 + c_{ex} f^{1,5} B_m^{1,5}. \tag{2.38}$$

Коефицијент уз трећу компоненту губитака, c_{ex}, је добијен на основу експеримената и поменутих извођења о механизму проширења Вајсових домена посредством померањем њихових зидова, где је $c_{ex} = \sqrt{SV_0\sigma G}$, S је површина попречног пресека лима, G бездимензиони коефицијент $G \approx 0{,}136$ и σ електрична проводност лима. V_0 карактерише локалну статистичку расподелу коерцитивног поља уз уважавање величине Вајсових домена [23], [24], [25], [30]. О самом нумеричком поступку одређивања коефицијената ће више бити речи и у наредном поглављу. Упрошћени приказ у којем су здружено дате по једна статичка и динамичка хистерезисна петља, уз истицање разлике у њиховој површини, настале на рачун појаве губитака услед вртложних струја и додатне компоненте губитака дат је на слици 2.10.



Слика 2.10 *Илустрација формирања укупних губитака у феромагнетику наспрам удела статичке и динамичких компоненти губитака*

Слично као и код изворног Јорданового, оригинални Бертотијев модел (2.38) подразумева простопериодичну побуду, уз допуштена веома мала изобличења. Стога је за потребе примене овог модела у случају сложеноперидичне побуде нужно извршити одређене модификације. Новија истраживања својстава коефицијената у Бертотијевом моделу приказана су у [34].

Фјорило и Новиков [57] и касније Барбисио [58] су унапредили изворни Бертотијев модел тако да се може применити за произвољан таласни облик магнетне индукције:

$$p = p_h + p_e + p_{ex} = e_h f + \frac{\sigma d^2}{12\rho}\int_0^{\mathrm{T}} \left(\frac{dB(t)}{dt}\right)^2 dt + \frac{c_{ex}}{T}\int_0^{\mathrm{T}} \left|\frac{dB(t)}{dt}\right|^{1,5} dt\,. \tag{2.39}$$

Израз (2.39) суштински највише погодује примени у електричним машинама, које управо и карактерише сложеноперидично поље, чак и у условима побуђивања из идеално простопериодичне напојне мреже. Важно је истаћи да се за правилно и тачно коришћење овог израза треба познавати неколико параметара који карактеришу феромагнетски материјал. Осим тога, кроз бројна истраживања је показано да на вредност ових параметара утиче и сам процес механичке обраде, када се феромагнетски лимови обликују спрам геометрије машина, облика и броја жлебова и отвора за струјање расхладног средства. Због тога се у оквиру овог истраживања није ограничило на каталошке податке произвођача лимова, већ је израђен експериментални торус у циљу финог калибрисања унапређеног Бертотијевог модела. Поред наведеног, прецизност модела се може додатно увећати када се на располагању има детаљан увид у локалну расподелу поља по попречном пресеку машине, што се ефикасно обезбеђује применом методе коначних елемената. Само кроз двоструко спрегнути приступ у којем се рачунска моћ методе коначних елемената употпуњује опсежним експерименталним удешавањима предложених модела се постижу искораци у квантификацији локалне расподеле губитака и утемељеније верификују могућа побољшања у перформансама машина.

3 Предложени модел прорачуна локалне расподеле снаге губитака независних од оптерећења применом *FEA*

У оквиру овог поглавља биће предложен унапређени модел прорачуна локалне расподеле снаге губитака независних од оптерећења машине, заснован на примени методе коначних елемената. Модел треба да омогући одговарајући третман компонената губитака својствених нисконапонским кавезним асинхроним машинама великих снага, те једноставна прилагођења услед присуства магнетских жлебних летвица. Стога је неопходно да предложени модел у себи обухвати поступак прорачуна снаге губитака у феромагнетском материјалу од којих су начињена магнетска кола статора и ротора, али и прорачун додатних губитака у штаповима кавезног намотаја у неоптерећеном стању. Моделом се тежи превазилажењу недостатака уочених у постојећим поступцима за прорачун губитака који се заснивају на традиционалним приступима, како са аспекта интерпретације механизама настанка и локалне диспозиције губитака, тако и у погледу нектритичке примене емпиријских израза.

Једна од важних измена која ће се кандидовати предложеним моделом јесте модификација класичног Бертотијевог приступа [25], [55] у прорачуну губитака у феромагнетском материјалу. Бертотијевим приступом, уведеним у претходном поглављу, ови се губици традиционално деле на статичке хистерезисне, губитке услед вртложних струја, те на компоненту додатних губитака. Компонента губитака услед вртложних струја је једина од компоненти која се може директно аналитички извести из Максвелових једначина (изрази (2.34) и (2.39)), те ће и у предложеном моделу бити задржан њен изворни облик, који ће се у даљој разради прилагодити примени на подацима добијеним помоћу методе коначних елемената. Са друге стране, преостале две компоненте губитака су плод нумеричких поступака математичког представљања одређених експериментално добијених резултата, те је очито могуће њихово унапређење, али и прилагођење специфичностима употребљених феромагнетских материјала, уз уважавање раније дискутованих утицаја механичке обраде и сечења. Унапређени поступак прорачуна компонената статичких хистерезисних и додатних губитака ће се заснивати на резултатима испитивања на нарочитој експерименталној поставци, о којој ће више бити речи у наставку поглавља. За крај, профил губитака у неоптерећеном стању, специфичан за разматрану врсту асинхроних машина биће употпуњен прорачуном паразитних губитака у штаповима кавезног намотаја, а извршен применом Џуловог закона у локалном облику.

3.1 Компонента губитака услед вртложних струја

Прорачун губитака услед вртложних струја се у предложеном моделу ослања на Бертотијев модел [23], [24], применом аналитичких израза изведених из Максвелових једначина [60]. Иако је овај модел већ представљен у претходним поглављима, ради целовитог приказа, у наставку ће бити додатно образложен.

Ако се усвоји да је $B(t)$ [T] локална тренутна вредност вектора магнетске индукције у појединачном лиму феромагнетског материјала дебљине d [m], тада се тренутна вредност запреминске густине снаге губитака услед вртложних струја у посматраном делу феромагнетика може изразити као:

$$p_e(t) = \frac{1}{12} d^2 \sigma \left(\frac{d(B(t))}{dt}\right)^2, \tag{3.1}$$

где је σ [S/m] проводност материјала. Уколико $B(t)$ има периодичан таласни облик периоде T[s], тада се средња густина снаге губитака услед вртложних струја $\overline{p}_e$ [W/m^3] у периоду T може изразити као:

$$\overline{p}_e = \frac{1}{12} d^2 \sigma \frac{1}{\mathrm{T}} \int_0^{\mathrm{T}} \left(\frac{d(B(t))}{dt}\right)^2 dt. \tag{3.2}$$

Да би се применио израз (3.2) за прорачун губитака услед вртложних струја, очито је неопходно познавати таласни облик вектора магнетске индукције. Са друге стране, услед сложене геометрије електричних обртних машина, за очекивати је појаву значајних локалних варијација у амплитудама и таласним облицима успостављеног поља. Због тога је нужно да предложени модел прорачуна има могућност формулације у локалном облику, чиме се са изузетно великом прецизношћу могу адекватно уважити те локалне варијације.

Израз (3.2) омогућава врло тачно прорачунавање снаге губитака у једном феромагнетском лиму под условима да је лим довољно танак и изложен хомогеном магнетском пољу управном на попречни пресек. Међутим, уколико се израз (3.2) употреби за прорачун губитака у домену магнетског кола машине који се простире на више лимова, уз истовремену употребу усредњених вредности интензитета магнетске индукције, чиниће се и већа грешка. Ово је типичан приступ који је могуће применити код прорачуна губитака у трансформаторима, или у случају грубљих процена код обртних машина, а његова дугогодишња примена је била оправдана раније помињаним чињеницама које су се тицале умањеног значаја енергетске ефикасности. Савремени трендови у пројектовању и експлоатацији електричних машина, али и специфичности разматране врсте нисконапонских кавезних машина великих снага су већ у самом зачетку супротстављени оваквим упрошћеним приступима.

Да би се могла остварити прецизност коју предложени метод прорачуна губитака треба да постигне, очито је неопходно познавати таласне облике магнетске индукције у врло малим доменима магнетског кола машине. Овај услов се у данашње време може најподесније испунити неком од нумеричких метода прорачуна, где се као логичан избор намеће метода коначних елемената. Будући да је просечна запремина коначног елемента на које ће пресек магнетског кола током прорачуна бити издељен по вредности засигурно значајно мања од запремине једног лима, применом израза (3.2) ће локални губици услед вртложних струја бити одређени са великом тачношћу.

Аналитички израз (3.2) је изведен из Максвелових једначина и намењен је прорачуну заснованом на непрекидним функцијама времена. У дискретном временском домену, који је погоднији када се улазни подаци добијају у виду одбирака добијених путем нумеричких метода, израз (3.2) постаје:

$$\overline{p}_e = \frac{1}{12} d^2 \sigma \frac{1}{N_s} \sum_{k=1}^{k=N_s} \left(\frac{\Delta B_k}{\Delta t} \right)^2, \tag{3.3}$$

где је ΔB_k дефинисан као разлика између два узастопна одбирка тренутне вредности индукције, B_{k-1} и B_k, док је Δt је интервал одбирања одређен фреквенцијом узорковања. Интервалом одабирања Δt се једнозначно одређује и укупан број одбирака у периоди T, означен као N_s, где важи да је $T = N_s \Delta t$.

3.2 Компонента статичких хистерезисних губитака

Предложени прорачун компоненте статичких хистерезисних губитака заснива се на експериментално одређеним површинама статичких хистерезисних петљи. У случају да је феромагнетски лим изложен хомогеном пољу вектора магнетске индукције који се у времену мења по простопериодичном закону, величина и облик статичких хистеризисних петљи биће једнозначно одређени вршном вредношћу тог вектора. Ово је управо случај код машина које се напајају директно из електричне мреже одговарајућег квалитета са аспекта дозвољеног хармонијског изобличења напона напајања. Овим предусловом се осигурава да током циклуса промене успостављеног магнетског поља не долази до формирања тзв. мањих (секундарних) петљи које би могле утицати на облик и укупну површину главне петље. Секундарне петље се јављају код сложеноперидичних таласних облика поља, услед промене монотоности таласног облика поља на узлазној и силазној путањи од вршне негативне ка вршној позитивној вредности и обратно.

Под побројаним условима напајања, просторно локална вршна вредност магнетске индукције $B(t)$ једнозначно одређује облик и величину статичке хистерезисне петље сходно типу коришћеног феромагнетског материјала. Запреминска густина енергије хистерезисних губитака e_h [J/m^3], која се дисипира током једне периоде T [s] променљивог магнетског поља јачине $H(t)$ [A/m] једнака је површини статичке хистерезисне петље S_h [J/m^3]:

$$e_h = \oint H(t) dB(t) = S_h. \tag{3.4}$$

Средња вредност густине хистерезисних губитака $\overline{p}_h$ [W/m^3] у периоди T вектора магнетске индукције, који се у времену мења по простопериодичном закону, једнака је:

$$\overline{p}_h = e_h f = S_h f. \tag{3.5}$$

где важи да је $f = \frac{1}{T}$ [Hz]. Имајући у виду да вршна вредност вектора магнетске индукције може попримати произвољне вредности унутар одређеног опсега у зависности од места у попречном пресеку машине, неопходно је да се S_h дефинише као непрекидна функција. У литератури је предложен следећи модел зависности [99]:

$$\overline{p}_h = k_h f B_{max}^{\alpha}, \tag{3.6}$$

где су k_h и α коефицијенти одређени нумеричким поступком (енг. *function fitting*), а B_{max} [T] представља вршну вредност $B(t)$.

Изазов оваквих модела представља њихова применљивост у широком распону фреквенција успостављеног магнетског поља, што се има код машина у погонима регулисаним по брзини напајаних из претварача учестаности. Наиме, иако је реч о тзв. статичкој компоненти, примећују се одступања у вредностима губитака одређених изразом (3.6) и експерименталних резултата при различитим фреквенцијама побуђивања. Могућа решења за превазилажење овог проблема предложена су у [26], [28], [36], [100] путем увођења променљивих коефицијената k_h и α. Тиме коефицијенти и сами постају зависни од учестаности, где се унеколико подлеже робовању очувања једноставне форме израза, који суштински престаје то да буде. Ипак, у оквиру овог истраживања, које се превасходно усмерава ка прорачуну губитака мрежно напајаних машина, проширење опсега веродостојности израза (3.6) са аспекта фреквенције није од интереса.

Као што је претходно наведено, предложени модел се ослања на експериментално испитивање узорка феромагнетског материјала зарад одређивања величине и облика хистерезисних петљи. Експериментална поставка која је коришћена у ову сврху биће представљена у наставку.

3.2.1 Експериментално испитивање узорка феромагнетског материјала у облику торуса.

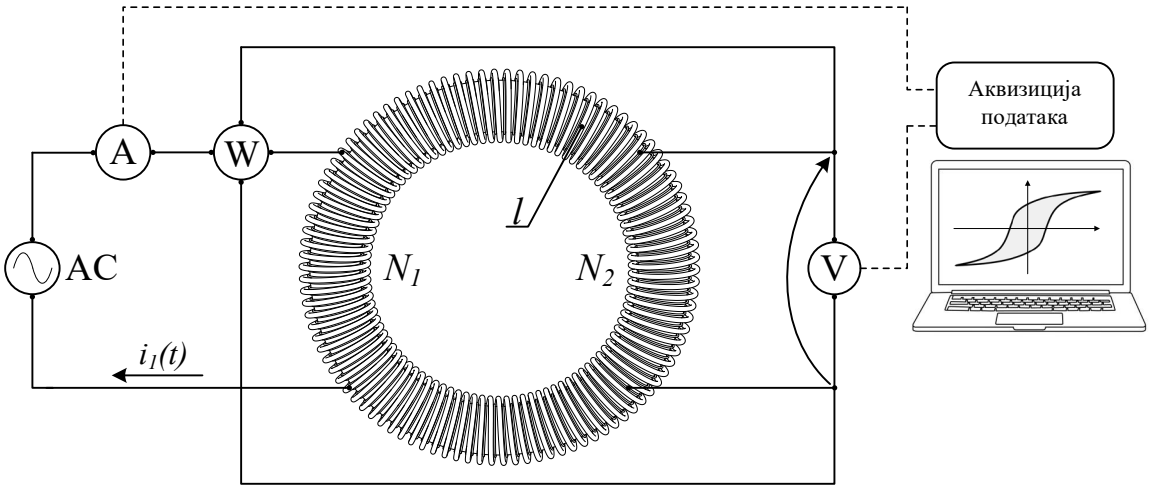
Стандардне методе за експериментално одређивање магнетских карактеристика *Fe-Si* (легуре челика са примесама силицијума у циљу смањења специфичне електричне проводности) челика од којих се израђују лимови за електричне машине представљене су у [101], [102]. Ове методе се обично заснивају на мерењима коришћењем Епштајновог апарата и испитивањима појединачних узорака лимова. Међутим, наведеним методама се занемарује сложеност геометријских облика лимова код електричних машина (а самим тим и утицај њиховог сечења и слагања) и усредсређене су искључиво на испитивање својстава материјала као таквих [74], [103].

Ламелирано језгро у облику торуса се такође користи за карактеризацију магнетских својстава *Fe-Si* челика [43], [103], [104], [105], [106], [107]. Геометрија у облику торуса више наликује попречном пресеку језгара електричних машина, нарочито у поређењу са Епштајновим апаратом или испитивањем појединачних лимова. Стога се очекују и резултати испитивања који више погодују даљој примени за потребе овог истраживања. Поред тога, предност торусног језгра огледа се у постојању путање за успостављање затворених силница магнетског поља у хомогеној средини, односно без присуства ваздушног процепа. На овај начин се поље доминантно и непрекидно успоставља кроз средину чија се својства управо и желе одредити.

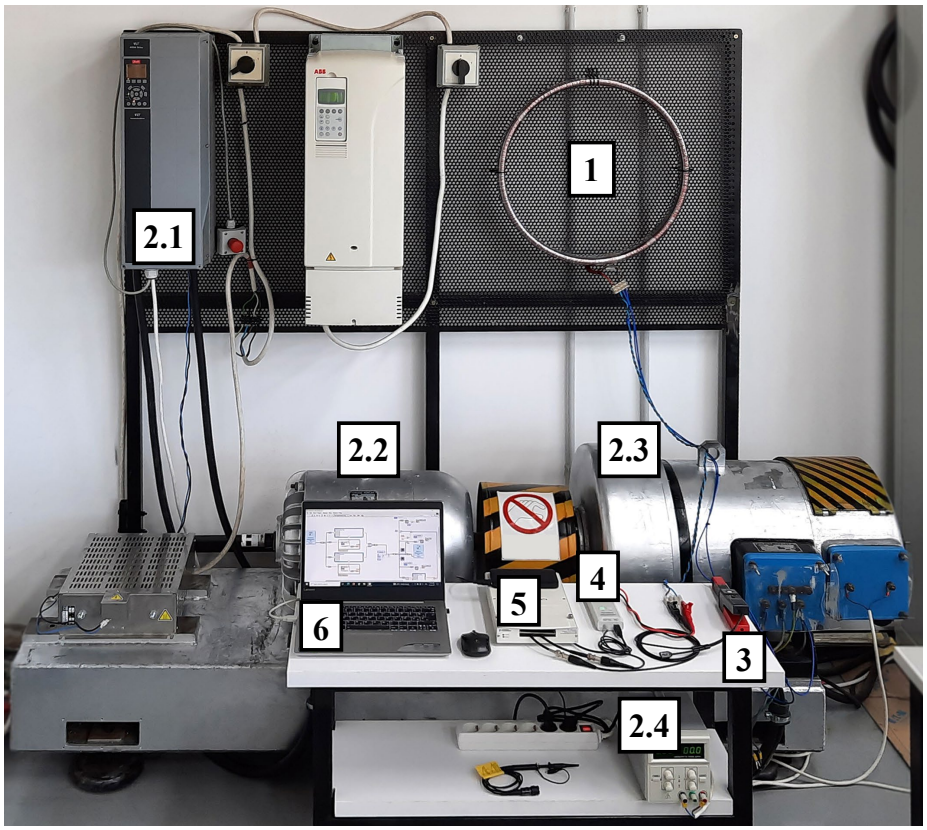
За потребе експерименталног испитивања појединачних компоненти губитака у феромагнетском материјалу у оквиру овог истраживања, реализована је поставка са ламелираним језгром у облику торуса. Принципијелна електрична шема поставке дата је на слици 3.1, док је фотографија реализоване лабораторијске поставке приказана на слици 3.2.

Топологија експерименталне поставке је у бити налик класичном Епштајновом апарату. Примарни намотај торуса са N_1 навојака и секундарни намотај са N_2 навојака намотани су директно на ламелирано језгро правоугаоног и униформног попречног пресека. Побудни напон се доводи на примарни намотај, док се на секундарном намотају мери индукована електромоторна сила.

У циљу постизања униформне расподеле магнетске индукције унутар језгра, неопходно је да језгро има танак профил. Торусно језгро се сматра довољно танким уколико однос спољашњег D_0 и унутрашњег пречника D_i задовољава следећи услов: $\frac{D_0}{D_i} < 1{,}1$.



Слика 3.1 *Шематски приказ експерименталне поставке. Пуним линијама приказано је електрично коло, док су испрекиданим линијама означене линије аквизиције мерених величина*



Слика 3.2 *Експериментална поставка са торусом за испитивање феромагнетског материјала: експериментални торус,* (2) *мотор-генератор група* (2.1 – *енергетски претварач за напајање мотора (Danfoss, VLT,* 20 kW*),* 2.2 – *мотор,* 2.3 – *синхрони генератор,* 2.4 – *извор побуде генератора),* (3) *сензор струје,* (4) *сензор напона,* (5) *картица за аквизицију података,* (6) *програмско окружење LabVIEW*

Конзистентнији резултати испитивања магнетских особина узорка управо се и постижу успостављањем хомогеног магнетског поља, што је осигурано уколико је унутрашњи пречник језгра D_i велики, са малом разликом $D_0 - D_i$ и што већом висином торуса. На тај начин се минимизује утицај нормалне компоненте вектора магнетске индукције [104], [108], [109], односно смањује се расипање магнетског флукса. Геометријске димензије испитиваног узорка типа M250-50A наведене су у Табели 3.1.

Табела 3.1 *Конструкциони параметри испитиваног торуса*

Узорак	$\boldsymbol{N_1}$ (нав.)	$\boldsymbol{N_2}$ (нав.)	$\boldsymbol{D_0}$ [cm]	$\boldsymbol{D_i}$ [cm]
M250-50A	893	888	54	52

Мотор-генератор група (2.1–2.4 на Слици 3.2) обезбеђује побуђивање експерименталног торуса (1 на Слици 3.2), чиме се примарном намотају намеће наизменични напон, што резултује успостављањем струје $i_1(t)$ и вектора јачине магнетског поља $H(t)$ у језгру. Синхрони генератор обезбеђује врло приближно чисто простопериодично напајање, елиминишући утицај виших хармоника на облик добијених хистерезисних петљи. Под премисом успостављености хомогеног магнетског поља, јачина поља одређује се из Амперовог закона у усредњеном облику:

$$H(t) = \frac{N_1 i_1(t)}{l} = \frac{2 \cdot N_1 \cdot i_1(t)}{\pi \cdot (D_i + D_0)}, \tag{3.7}$$

где је l дужина средње линије торуса.

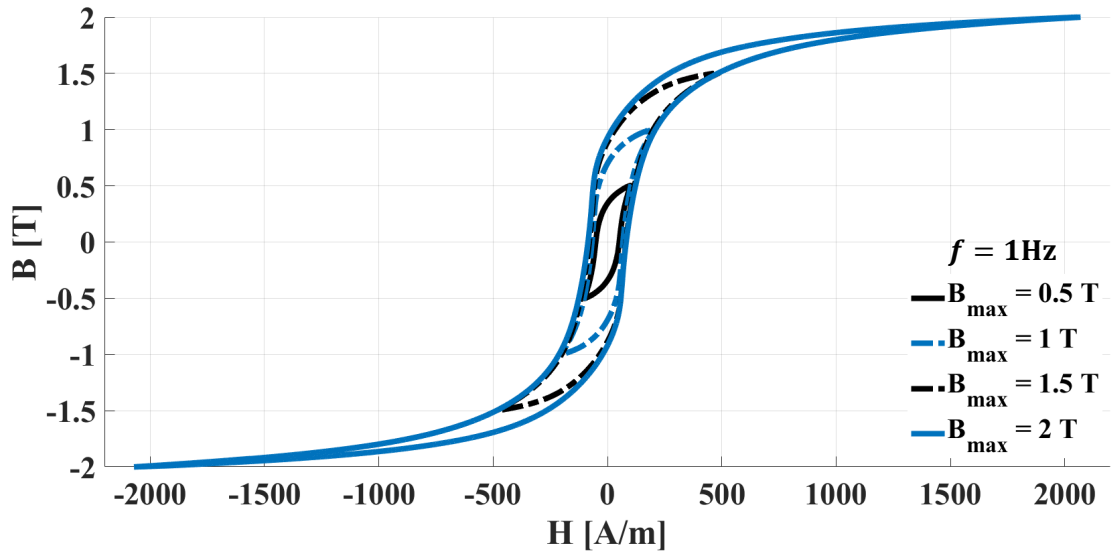
Струја $i_1(t)$ је мерена путем сензора струје заснованог на Холовом ефекту (3 на Слици 3.2). Према Фарадејевом закону, у секундарном намотају индукује се електромоторна сила, а напон $u_2(t)$ се мери напонском сондом (4 на Слици 3.2) на изводима секундарног намотаја. Уколико је импеданса секундарног кола веома велика (што је фактички обезбеђено великом унутрашњом отпорношћу напонске сонде), напон $u_2(t)$ се може поистоветити са индукованом електромоторном силом. Постигнутим димензијама и пропорцијама торуса које обезбеђују успостављање готово хомогеног магнетског поља, са довољном тачношћу се магнетска индукција $B(t)$ у језгру израчунава као усредњена вредност густине магнетског флукса $\Phi(t)$ $[Vs]$. Магнетски флукс $\Phi(t)$ је у директној сразмери са флуксним обухватом $\psi(t)$ $[Vs]$, који се добија нумеричком интеграцијом на основу мерења напона $u_2(t)$:

$$B(t) = \frac{\Phi(t)}{A} = \frac{\psi(t)}{A \cdot N_2} = \frac{1}{A \cdot N_2} \int_0^T u_2(t) dt, \tag{3.8}$$

где је A $[m^2]$ ефективна површина попречног пресека језгра. За ламелирано језгро, површина се процењује изразом [110]: $A = \frac{2 \cdot m}{\gamma \cdot (D_i + D_0) \cdot \pi}$, где је m [kg] маса узорка, а γ $[\mathrm{kg/m^3}]$ густина материјала.

Мерења су реализована помоћу мерно-аквизиционе картице (5 на Слици 3.2) у програмском окружењу LabVIEW (6 на Слици 3.2), при довољно високој брзини узорковања (око 1,25 MS/s), којом се осигурава минимална фазна грешка током снимања нискофреквентних сигнала, учестаности реда 50 Hz.

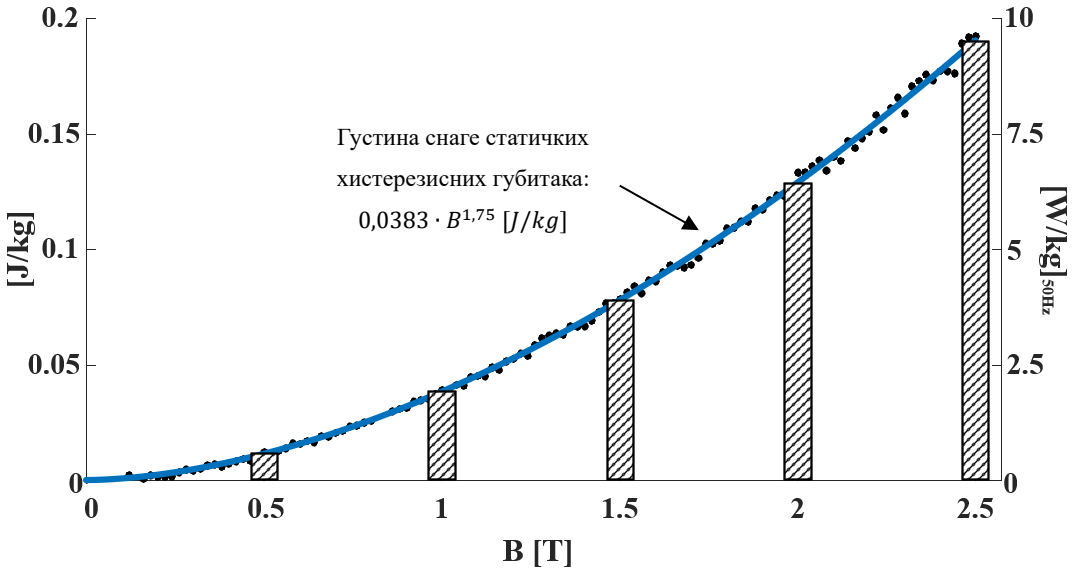
Статичке хистерезисне петље добијене су мерењима у дискретним корацима опсега магнетске индукције од 0,1 T до 2,5 T, наметањем споропроменљивог напона (фреквенције 1 Hz) путем мотор-генератор групе. Изабране статичке хистерезисне петље за вршну вредност магнетске индукције 0,5, 1, 1,5 и 2 T приказане су на слици 3.3. Ниска вредност фреквенција побуђивања обезбеђује да овако измерене хистерезисне петље готово искључиво описују појаву статичке компоненте хистерезисних губитака.



Слика 3.3 *Изабране статичке хистерезисне петље*

На основу тако измерених петљи се затим нумерички прорачунао низ са члановима који представљају вредности површина петљи за дискретне вредности магнетске индукције. Овај низ је затим послужио у сврху добијања експлицитне функционалне зависности степеног типа (израз 3.6), при чему су нумеричким поступком израчунате вредности коефицијената $k_h = 284$ и $\alpha = 1{,}75$.

Запреминска густина статичке компоненте хистерезисних губитака је изразом (3.6) димензионо дефинисана у [W/m³]. Међутим, у индустрији пројектовања и израде електричних машина се чешће изражава у [W/kg]. Узимајући у обзир да челик типа M250−50A има густину од 7415 [kg/m³] према каталошким подацима, експериментални резултати могу бити графички представљени у [W/kg], као што је приказано на слици 3.4.



Слика 3.4 *Хистерезисни губици – експериментални резултати и функционална зависност*

3.3 Компонента додатних губитака

У зачецима истраживања процеса настанка губитака у феромагнетским материјалима услед изложености промењљивом магнетском пољу, започетим од стране Штајнмеца [53], компонента додатних губитака није ни уочена као независан феномен. Емпиријски изрази којима су обухваћени статички хистерезисни и губици услед вртложних струја су схватани као једини репрезенти губитака, како у литератури, тако и у пракси. Овакав приступ се одржавао деценијама, све до средине осамдесетих година двадесетог века, када је у том раздобљу Бертоти интензивним истраживањима, потпомогнутим напретком рачунарске и мерне опреме, установио постојање ове додатне компоненте. Компонента је, будући до тада непозната, у целости својим износом нехатом придодавана статичкој компоненти хистерезисних губитака, увећавајући их неоправдано у односу на њихову физички утемељену стварну вредност. Пажљивим поступком накнадне нумеричке обраде снимљених статичких и динамичких петљи, Бертоти је управо и показао да, поред статичких хистерезисних губитака и губитака услед вртложних струја, постоји и поменута компонента додатних губитака (*eng. excess losses*). Осим њеног издвајања, као што је у другом поглављу већ дискутовано, Бертотију је пошло за руком да установи и узрочнике њеног настанка у додатној дисипацији снаге кроз међусобну интеракцију спољашњих зидова суседних микроскопских Вајсових домена унутар феромагнетског материјала, а током процеса премагнетизације. Густина снаге додатних губитака $p_{ex}(t)$ [W/m^3] се стога према Бертотијевим закључцима приближно може израчунати као [23], [24]:

$$p_{ex}(t) = k_{ex}\left|\frac{d(B(t))}{dt}\right|^{1,5} = \sqrt{\sigma G V_0 S}\left|\frac{d(B(t))}{dt}\right|^{1,5}, \tag{3.9}$$

где је σ [S/m] проводност материјала, S [m^2] површина попречног пресека лима, G бездимензиони коефицијент, а V_0 параметар који карактерише статистичку расподелу локалних коерцитивних поља и узима у обзир величину Вајсових домена [30]. Производ GV_0 се тумачи као фактор својствен одређеном типу феромагнетског материјала и према Бертотију може бити одређен искључиво експериментално. Осим тога, степен 1,5 у изразу је утврђен нумерички. Ова вредност је донекле и усвојена као добра апроксимација у циљу поједностављења прорачуна додатних губитака. Важно је приметити да се у случају чисто простопериодичног облика успостављеног поља израз (3.9) своди на степеновање вршне вредности индукције и фреквенције фактором 1,5, односно важи да је $p_{ex}{\sim}f^{1,5}B_m^{1,5}$. Са друге стране, за случај простопериодичне побуде компонента хистерезисних губитака је врло приближно одређена са $p_h{\sim}fB_m^2$, док за компоненту услед вртложних струја важи $p_e{\sim}f^2B_m^2$. Истовременим увидом у ове три компоненте губитака, конкретно у њихове степене зависности од фреквенције и вршне вредности индукције, спонтано се намеће закључак због чега је компонента додатних губитака измицала пажњи истраживача током дужег низа година.

Зарад општости која црпи мотивацију из експерименталних резултата спроведених током истраживања за потребе ове научне расправе, а који ће бити детаљније дискутовани у наставку, показаће се оправданим увођење нешто општијег облика израза за прорачун компоненте додатних губитака:

$$p_{ex}(t) = k_{exf}\left|\frac{d(B(t))}{dt}\right|^{\alpha_{exf}}, \tag{3.10}$$

где су k_{exf} и α_{exf} коефицијенти који зависе од својстава материјала и услова побуде. Слично изразима (3.2) и (3.3), у дискретном временском домену, средња густина снаге додатних губитака $\overline{p}_{ex}$ износи:

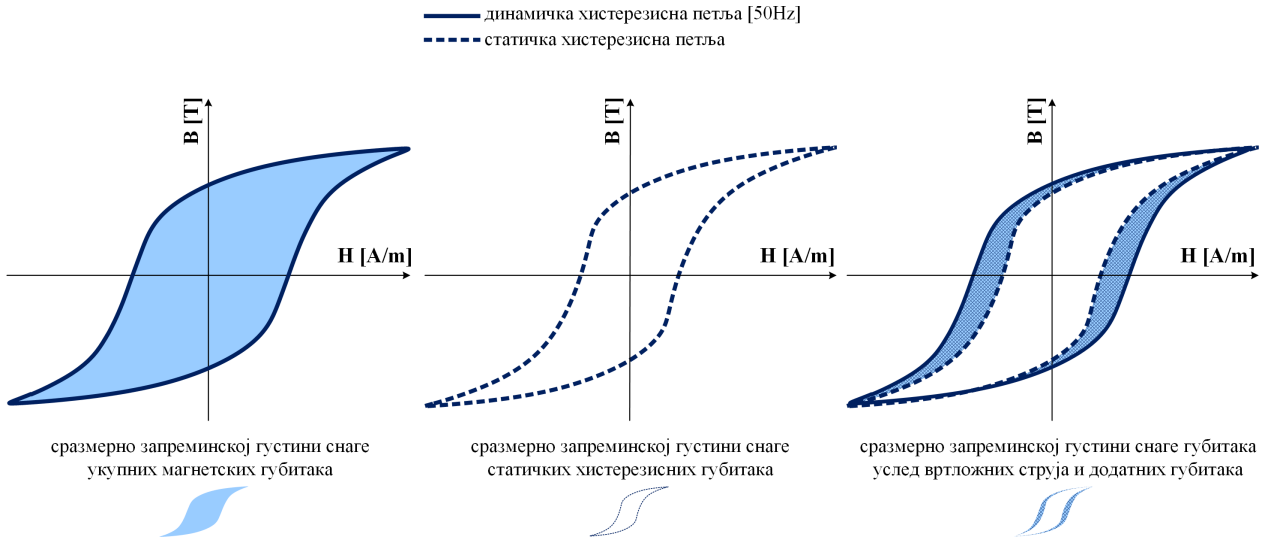
$$\overline{p}_{ex} = k_{exf}\frac{1}{N_s}\sum_{k=1}^{k=N_s}\left|\frac{\Delta B_k}{\Delta t}\right|^{\alpha_{exf}}. \tag{3.11}$$

Низом огледа, спроведеним над претходно описаном експерименталном поставком са слике 3.2, прибављени су резултати над којима ће се вршити даља нумеричка обрада у циљу имплементације предложеног уопштења Бертотијеве формулације својственог материјалу M250-50A, а датог изразом (3.11). Измерене су, како статичке, тако и динамичке хистерезисне петље које покривају опсег магнетске индукције у распону од 0,1 до 2,5 T. Узгред, динамичке петље су снимане у распону фреквенција од 10 до 60 Hz.

Облашћу оивиченом динамичком хистерезисном петљом су обухваћене све компоненте запреминске густине губитака у оквиру једне периоде магнетизације, тако да се компонента додатних губитака може издвојити одузимањем површине статичких петљи, а затим и одбијањем компоненте губитака услед вртложних струја (прорачунате према изразу (3.3)), при истој вршној вредности магнетске индукције.

На слици 3.5 је дат здружени приказ статичке и динамичке хистерезисне петље, које су измерене при вршној вредности индукције $B_{max} = 1{,}2$ T, док за динамичку петљу уједно важи и да је снимана при мрежној учестаности $f = 50$ Hz. При истој вршној вредности индукције, динамичка петља оивичава област веће површине у односу на статичку петљу, на рачун значајнијег присуства компоненти губитака

услед вртложних струја и додатних губитака, које више долазе до изражаја са порастом фреквенције побуђивања.

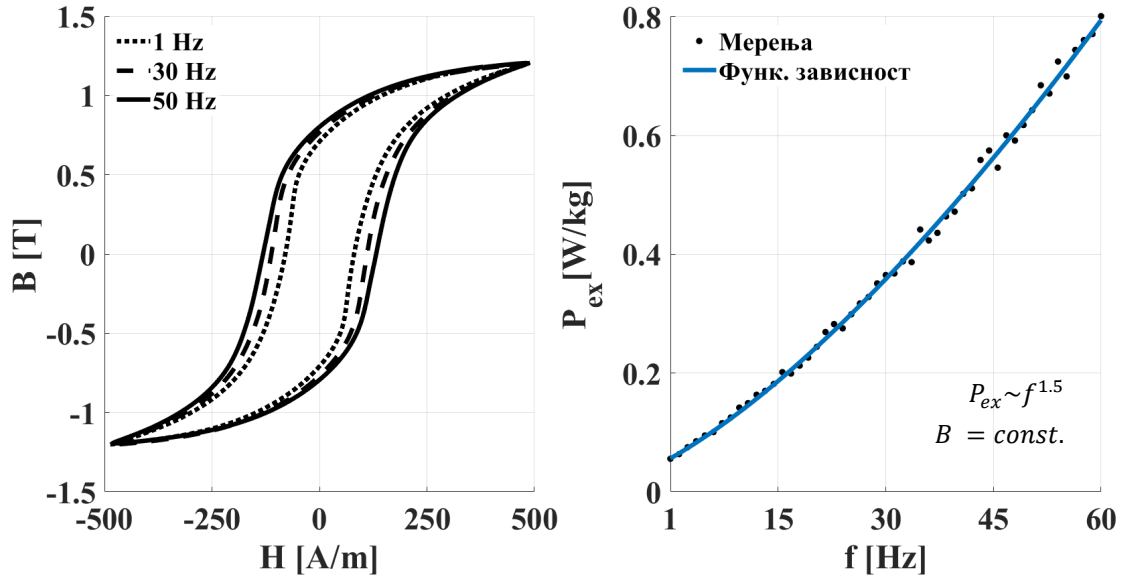


Слика 3.5 *Приказ удела хистерезисних и динамичких компоненти магнетних губитака у оквиру једне динамичке петље измерене при* $B_{max} = 1{,}2\ T$ *и* $f = 50\ Hz$

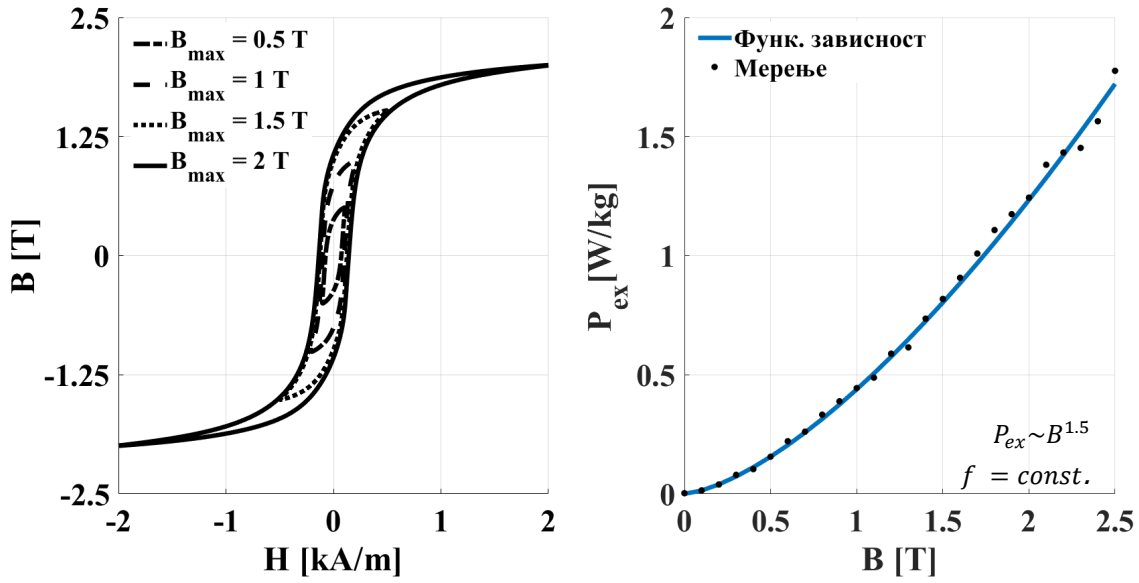
Компонента додатних губитака за одређену вршну вредност магнетске индукције и фреквенције побуђивања се стога одређује следећим поступком. Најпре је потребно одредити површину динамичке хистерезисне петље за задату радну тачку, а затим од ње одузети површину одговарајуће статичке петље, те и компоненту услед вртложних струја, по обрасцу (3.3).

Уколико би се сажето описани поступак издвајања компоненте додатних губитака спровео над фамилијом угњеждених динамичких хистерезисних петљи које се образују при истој вршној вредности индукције (слика 3.6 лево), а различитим фреквенцијама побуђивања, добио би се низ вредности помоћу којих је могуће истраживати функционалну зависност ове компоненте губитака од варијације једне променљиве (слика 3.6 десно). У овом случају би то била функција фреквенције побуђивања, где се након нумеричког поступка може уочити зависност која врло приближно показује тренд предвиђен Бертотијевом формулацијом (степена функција експонента 1,5).

Слеђењем истог поступка издвајања додатне компоненте губитака, овога пута над низом динамичких петљи које су формиране побуђивањем из извора непроменљиве учестаности од 50 Hz, а уз успостављање вршне вредности индукције у распону од 0,1 T до 2 T (слика 3.7 десно), поново се прибавља низ вредности додатне компоненте губитака (слика 3.7 лево). Функционална зависност добијена нумеричким путем, где су у односу на резултате са слике 3.6 измењене улоге фреквенције и индукције (где се једна узима као константна величина, а друга као варијабла), поново добро кореспондира са Бертотијевим моделом губитака.



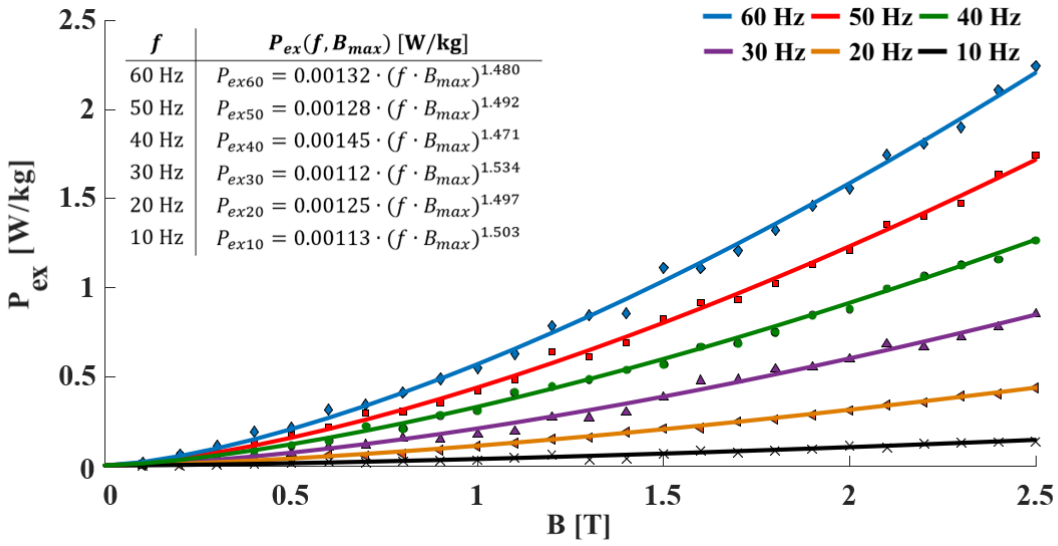
Слика 3.6 *Измерене динамичке хистерезисне петље при фреквенцијама* 1, 30 *и* 50 Hz *за вршну вредност магнетске индукције* 1,2 T *(лево); компонента додатних губитака у функцији фреквенције до* 60 Hz *за исту вршну вредност (десно)*



Слика 3.7 *Измерене динамичке хистерезисне петље при фреквенцији* 50 Hz *за вршне вредности магнетске индукције* 0,5 T, 1 T, 1,5 T *и* 2 T *(лево); компонента додатних губитака при фреквенцији од* 50 Hz *у функцији вршне вредности магнетске индукције у опсегу до* 2,5 T *(десно)*

Претходно описани поступци, којима су се одвојено истраживали доприноси варијације само једне од величина су циљано спроведени у духу типичних методологија по којима се врше огледи, како би се рашчлањено и на правилан начин уочиле зависности објеката испитивања од промене само једне управљиве величине. Отуда се може чинити да је поступак неадекватан уколико се као коначни исход

жели одредити функционална зависност одређене величине за коју је познато да је подложна променама вредности при варијацији више управљивих величина. Међутим, доследним спровођењем ове методологије експеримената се свакако у коначници оформљава одговарајући дводимензионални низ дискретних вредности компоненте додатних губитака, који се затим може изравно третирати као функција две променљиве, предложене законитости (3.11). На слици 3.8 приказани су сумарни резултати описаног поступка.



Слика 3.8 *Функционална зависност компоненте додатних губитака, при опсегу магнетне индукције до* 2,5 T *при различитим фреквенцијама*

Значајно је приметити са слике да се нумеричким поступком утврђивања коефицијената k_{exf} и α_{exf} у нешто ширем распону учестаности побуђивања јављају одређене девијације. Коефицијент α_{exf} је очито по вредности близак оном усвојеном у класичној Бертотијевој формулацији (где износи 1,5), али се ипак уочавају варијације укупног распона од око 4,2%. С друге стране, могу се уочити значајније варијације вредности коефицијента k_{exf}, које досежу чак око 26,2% у односу на средњу вредност из табеле са слике, а која је усвојена као референтна. Уколико би се усвојиле константне вредности ових коефицијената за шири распон учестаности и вредности индукција, као што се чини применом класичне Бертотијеве формулације, то очито може довести до значајнијих одступања и грешака у локалним вредностима израчунате густине снаге додатних губитака. Ово нарочито долази до изражаја у деловима магнетског кола са истакнутијим изобличењима магнетског поља.

Предложени модификовани начин аналитичког представљања зависности додатне компоненте губитака, прилагођен особеностима феромагнетског материјала M250-50A се очигледно номинује као средство путем којег се на прецизнији начин може одредити локална расподела губитака у феромагнетском материјалу. Ово се нарочито односи на услове у којима долази до успостављања магнетског поља које краси хармонијско изобличење поспешено неправилном и нестандардном геометријом магнетског кола. Управо се такве околности здружено сустичу код нисконапонских кавезних асинхроних машина великих снага, склоним у уводу дискутованим великим изобличењима поља, посебно у врховима зуба статора и ротора, као и у површинским слојевима магнетског кола у

близини ваздушног зазора. У складу са тим, у оквиру овог истраживања ће класична Бертотијева формулација компоненте додатних губитака уступити место предложеној модификацији (3.11).

Изложеним унапређењима поступака прорачуна губитака у феромагнетском материјалу, описаним у овом и претходним одељцима се тежи постизању увећане прецизности одређивања локалне расподеле снаге губитака. Као такви, поступци су превасходно усмерени ка поспешењу квалитативне и квантитативне анализе свеобухватних перформанси обртних електричних машина. Важно је напоменути да општост номинованих метода није ограничена тиме што је зарад добијања функционалних зависности вршено испитивање на специфичном узорку феромагнетског материјала предефинисаног типа. Предложеним поступцима се осигурава поновљивост, те се основано може тврдити да се следственим током могу вршити испитивања произвољних узорака феромагнетских материјала и тиме такође унапредити прецизност одређивања губитака независно од типа материјала.

3.4 Додатни паразитни губици у штаповима кавезног намотаја

У претходним одељцима овог поглавља пажња је усмерена ка предлозима унапређења традиоционалних поступака прорачуна губитака у феромагнетским материјалима. Путем изречених тврђења се јасно изводи како предложена унапређења могу допринети прецизнијим проценама губитака, а да притом њихова примена није ограничена специфичношћу апликације.

Са друге стране, особеност конструкције нисконапонских асинхроних машина великих снага намеће додатне изазове, а који се тичу немогућности адекватног квантификовања расподеле губитака у неоптерећеном стању, нарочито уколико им се приступи према међународним стандардима прописаним методологијама одређивања губитака. Наиме, иако се у неоптерећеном стању машине очекују занемарљиви електрични губици у ротору, присуство значајних просторних и временских изобличења магнетског поља својствених овој врсти машина доводи до индуковања паразитних струја у кавезном намотају. Овај феномен се манифестује чак и у неоптерећеном стању, управо због чињенице да се виши просторни хармоници у успостављеном магнетском пољу не крећу истом брзином као основни хармоник, те постоји њихова релативност кретања према штапним проводницима ротора, чак и када се ротор обрће практично синхроном брзином. Отуда долази до неочекиваног пораста губитака машине у неоптерећеном стању, а будући да је немогуће физичко раздвајање ове компоненте губитака од укупних, они се грешком придружују и тумаче као увећање стандардом препознатих компоненти. Ту се превасходно мисли на погрешно тумачење којим се увећавају губици у магнетском колу статора, јер се преостале две стандардом прописане компоненте губитака празног хода (механички и губици у намотајима статора) могу јасно издвојити. Ситуација је унеколико још неповољнија, када се узме у обзир и да се губицима у магнетском колу статора грешком придружују и губици у магнетском колу ротора, претходно елаборирани као значајни у овој врсти машина.

Референтна научна литература и међународни стандарди не препознају ове додатне компоненте губитака, али је оправдано истаћи и да је њихова израженија појава управо скопчана са специфичностима конструкције које красе прилично уску категорију асинхроних машина, те да не изненађује одсуство детаљније научне дискусије, коју ово истраживање управо и потенцира. Овоме је неопходно придружити и основну премису истраживања, којом се претпоставља да се применом магнетских жлебних летвица управо смањују ове нестандардне компоненте губитака у неоптерећеном

стању, чиме се покушава утемељено расветлити суштински допринос њихове примене, који такође изостаје у релевантној научној литератури.

Имајући у виду значај овог феномена за пројектовање и поузданост електричних машина, у оквиру овог истраживања циљ је да се детаљно анализира и квантификује компонента додатних паразитних губитака у ротору. Потребно је истаћи да се у оквиру овог одељка не покушава кандидовати нова или унапређена процедура којом се могу одредити ове додатне компоненте, већ се кроз пређашње излагање најпре истиче значај који оне могу имати на перформансе машина, а да он није адекватно препознат, те самим тим ни адекватно квантификован.

За прорачун губитака у кавезном намотају ротора нисконапонске асинхроне машине, неопходно је применити Џулов закон у локалном облику. Запреминска густина снаге електричних губитака у кавезу p_c $[\mathrm{W/m^3}]$ дата је следећим изразом [99]:

$$p_c = \frac{J^2}{\sigma_{Cu}}. \tag{3.12}$$

где J $[\mathrm{A/m^2}]$ представља вектор густине индукованих струја у проводницма, а σ_{Cu} $[\mathrm{S/m}]$ проводност материјала од којег је начињен намотај (типично бакра код машина великих снага). Даље, средња запреминска густина снаге губитака у штапним проводницима $\bar{p}_c$ $[\mathrm{W/m^3}]$ током једне периоде T може се изразити на следећи начин [99]:

$$\bar{p}_c = \frac{1}{\mathrm{T}\cdot\sigma_{Cu}} \int_0^{\mathrm{T}} J(t)^2 \, dt. \tag{3.13}$$

Слично као у изразу (3.3), у дискретном временском домену, средња густина снаге губитака у кавезном намотају $\bar{p}_c$ једнака је:

$$\bar{p}_c = \frac{1}{\mathrm{T}\cdot\sigma_{Cu}} \frac{1}{N_s} \sum_{k=1}^{k=N_s} J_k^2, \tag{3.14}$$

где је J_k интензитет вектора густине струје у временском одбирку t_k.

3.5 Алгоритам прорачуна локалне расподеле снаге губитака независних од оптерећења применом FEA

Сви изведени изрази у претходним поглављима представљени су у локалном облику и адаптирани за прорачуне у дискретном временском домену. Међутим, да би се добили укупни губици у запремини електричне машине интеграцијом просторне расподеле губитака, неопходно је укључити геометријску интерпретацију резултата поља добијених методом коначних елемената (FEA).

2D-FEA прорачун омогућава израчунавање z компоненте магнетског вектор потенцијала $\mathbf{A}$ $[\mathrm{Vs/m}]$ у теменима троугаоних сегмената мреже. Креирање мреже коначних елемената треба извести тако да на адекватан начин својом густином кореспондира специфичности конструкције машине. Тачније, густину мреже треба повећати на местима где се имају оштри прелази, попут врхова зубаца статорског

и роторског лим пакета, где се и очекују најинтензивније локалне промене у успостављеном магнетском пољу. Уколико је то задовољено, потенцијал унутар троугаоних сегмената се са довољном прецизношћу може дефинисати помоћу линеарне интерполације вредности у њиховим теменима.

Узевши у обзир наведено, за произвољни n-ти коначни елемент, z компонента магнетског вектор потенцијала $\mathbf{A}_n(x,y)$ унутар сегмента може се израчунати на следећи начин [111]:

$$\mathbf{A_n}(x,y) = \frac{1}{2\Omega_n}\begin{bmatrix} a_{in} + b_{in}x + c_{in}y \\ a_{jn} + b_{jn}x + c_{jn}y \\ a_{kn} + b_{kn}x + c_{kn}y \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} A_{in} \\ A_{jn} \\ A_{kn} \end{bmatrix}, \tag{3.15}$$

где је Ω_n површина n-тог коначног елемента, а коефицијенти се одређују према:, $a_{in} = x_j y_k - x_k y_j$, $b_{in} = y_j - y_k$, $c_{in} = x_k - x_j$, $a_{jn} = x_i y_k - x_k y_i$, $b_{jn} = y_k - y_i$, $c_{jn} = x_i - x_k$, $a_{kn} = x_i y_j - x_j y_i$, $b_{kn} = y_i - y_j$, $c_{kn} = x_j - x_i$ при чему су (x_i, y_i), (x_j, y_j), (x_k, y_k) координате темена троугаоног сегмента, а A_{in}, A_{jn}, A_{kn} вредности магнетског вектор потенцијала у тим теменима (слика 3.9). Вектор магнетске индукције $\mathbf{B_n}(x,y)$ унутар истог n-тог сегмента се затим израчунава према [111]:

$$\mathbf{B_n} = \text{ rot } \mathbf{A_n} = \frac{\partial A_n}{\partial y}\vec{\imath} - \frac{\partial A_n}{\partial x}\vec{\jmath} = \begin{bmatrix} c_{in}\vec{\imath} - b_{in}\vec{\jmath} \\ c_{jn}\vec{\imath} - b_{jn}\vec{\jmath} \\ c_{kn}\vec{\imath} - b_{kn}\vec{\jmath} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} A_{in} \\ A_{jn} \\ A_{kn} \end{bmatrix}. \tag{3.16}$$

Апсолутна вредност интензитета вектора магнетске индукције унутар n-тог сегмента може се затим израчунати као:

$$|B_n(t)| = \sqrt{\begin{matrix} \left(c_{in}A_{in} + c_{jn}A_{jn} + c_{kn}A_{kn}\right)^2 + \\ \left(b_{in}A_{in} + b_{jn}A_{jn} + b_{kn}A_{kn}\right)^2 \end{matrix}}. \tag{3.17}$$

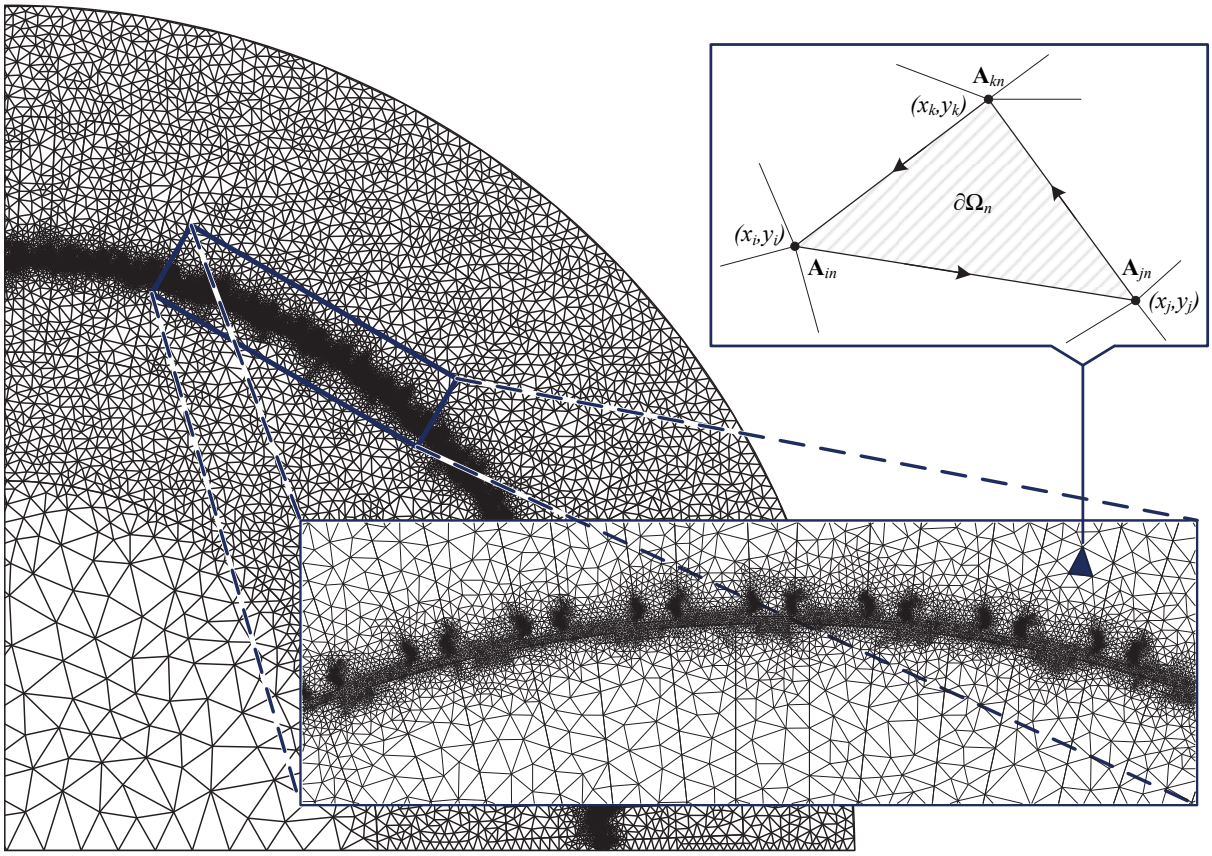
Када се поступак дат изразима (3.15-3.17) примени на све коначне елементе на које је издељен попречни пресек машине, могућа је имплементација прорачуна укупних губитака у магнетском колу машине и додатних губитака у кавезном намотају ротора, сабирањем доприноса свих коначних елемената.

Да би се прорачунала укупна снага губитака услед вртложних струја P_e [W] у магнетском колу, израз за средњу густину губитака услед вртложних струја (3.3) примењује се на сваки од укупно N_{Fe} коначних елемената на које је издељен феромагнетски материјал у попречном пресеку машине. Тада укупна снага губитака P_e $[W]$ у магнетском колу прераста у:

$$\begin{aligned} P_e &= \sum_{n=1}^{n=N_{Fe}} \overline{p}_{e_n}\partial v_{Fe_n} \rightarrow \\ P_e &= \sum_{n=1}^{n=N_{Fe}} \left(\frac{1}{12}d^2\sigma\frac{1}{N_s}\sum_{k=1}^{k=N_s}\left(\frac{\Delta B_{n_k}}{\Delta t}\right)^2\right)\partial v_{Fe_n}, \end{aligned} \tag{3.18}$$

где је ∂v_{Fe_n} [m^3] запремина текућег (n-тог) коначног елемента. Слично томе, укупна снага хистерезисних губитака P_h $[W]$ у магнетском колу машине може се израчунати сумирањем губитака према прилагођењу израза (3.6):

$$P_h = \sum_{n=1}^{n=N_{Fe}} \overline{p}_{h_n} \partial v_{Fe_n} = \sum_{n=1}^{n=N_{Fe}} k_h \, f_n B_{\max\ _n}^{\alpha} \, \partial v_{Fe_n}. \tag{3.19}$$



Слика 3.9 *Мрежа коначних елемената са детаљем n-тог елемента*

Истоветним прилагођењима, уз примену израза (3.11), укупна снага додатних губитака P_{ex} $[W]$ може се израчунати као:

$$\begin{aligned} P_{ex} &= \sum_{n=1}^{n=N_{Fe}} \overline{p}_{ex_n} \partial v_{Fe_n} \rightarrow \\ P_{ex} &= \sum_{n=1}^{n=N_{Fe}} \left(k_{ex_f} \frac{1}{N_s} \sum_{k=1}^{k=N_s} \left| \frac{\Delta B_{n_k}}{\Delta t} \right|^{\alpha_{ex_f}} \right) \partial v_{Fe_n}. \end{aligned} \tag{3.20}$$

Губици у кавезном намотају се израчунавају, као што је већ навођено, применом Џуловог закона у локалном облику. Отуда је најпре потребно одредити локалну вредност вектора густине струје $\mathbf{J}$ [A/m^2] која се индукује у штаповима ротора. Она је последица временске промене магнетног вектор

потенцијала у проводној средини (бакарни штапни проводници). За n-ти коначни елемент, густина струје $\mathbf{J_n}(x,y)$ једнака је [111]:

$$\mathbf{J_n}(x,y) = \sigma_{Cu}\frac{\partial \mathbf{A_n}(x,y)}{\partial t}, \tag{3.21}$$

Заменом израза (3.15) у (3.21) следи:

$$\mathbf{J_n}(x,y) = \frac{\sigma_{Cu}}{2\Omega_n}\begin{bmatrix} a_{in}+b_{in}x+c_{in}y \\ a_{jn}+b_{jn}x+c_{jn}y \\ a_{kn}+b_{kn}x+c_{kn}y \end{bmatrix}^T \frac{\partial}{\partial t}\begin{bmatrix} A_{in} \\ A_{jn} \\ A_{kn} \end{bmatrix}, \tag{3.22}$$

Важно је приметити да вектор густине струје није хомоген унутар једног коначног елемента, већ варира у складу са локалном координатом. Ова варијабилност омогућава веома прецизно одређивање расподеле густине струје, што је посебно важно за коначне елементе који се налазе на површини штапова кавезног намотаја ротора, за које ће се испоставити да су под значајним утицајем површинског ефекта. Ово ће се нарочито као тачно показати у случају расподеле у неоптерећеном стању код асинхроне машине којој нису уметнуте магнетске жлебне летвице. Као резултат, овај метод омогућава прецизнију процену локалне расподеле додатних паразитних губитака у штаповима кавезног намотаја.

У складу са изразом за одређивање средње густине снаге губитака у кавезном намотају $\bar{p}_c$ датим са (3.14), средњи губици који одговарају n-том коначном елементу током временског интервала T могу се изразити као:

$$P_{c_n} = \frac{l}{T\cdot\sigma_{Cu}}\int_0^T\int_{\Omega_n} J_n^2\,\partial\Omega_n\,dt, \tag{3.23}$$

где је l дубина којом се на посредан начин уважава трећа димензија у оквиру 2D-FEA формулације. Укупни електрични губици у кавезном намотају P_c могу се добити сабирањем (3.23) за све коначне елементе у намотају ротора (N_c):

$$P_c = \sum_{n=1}^{n=N_c} P_{c_n} = \frac{l}{T\cdot\sigma_{Cu}}\sum_{n=1}^{n=N_c}\left(\int_0^T\int_{\Omega_n} J_n^2\,\partial\Omega_n dt\right). \tag{3.24}$$

Када се J_n представи према (3.22), израз (3.24) постаје:

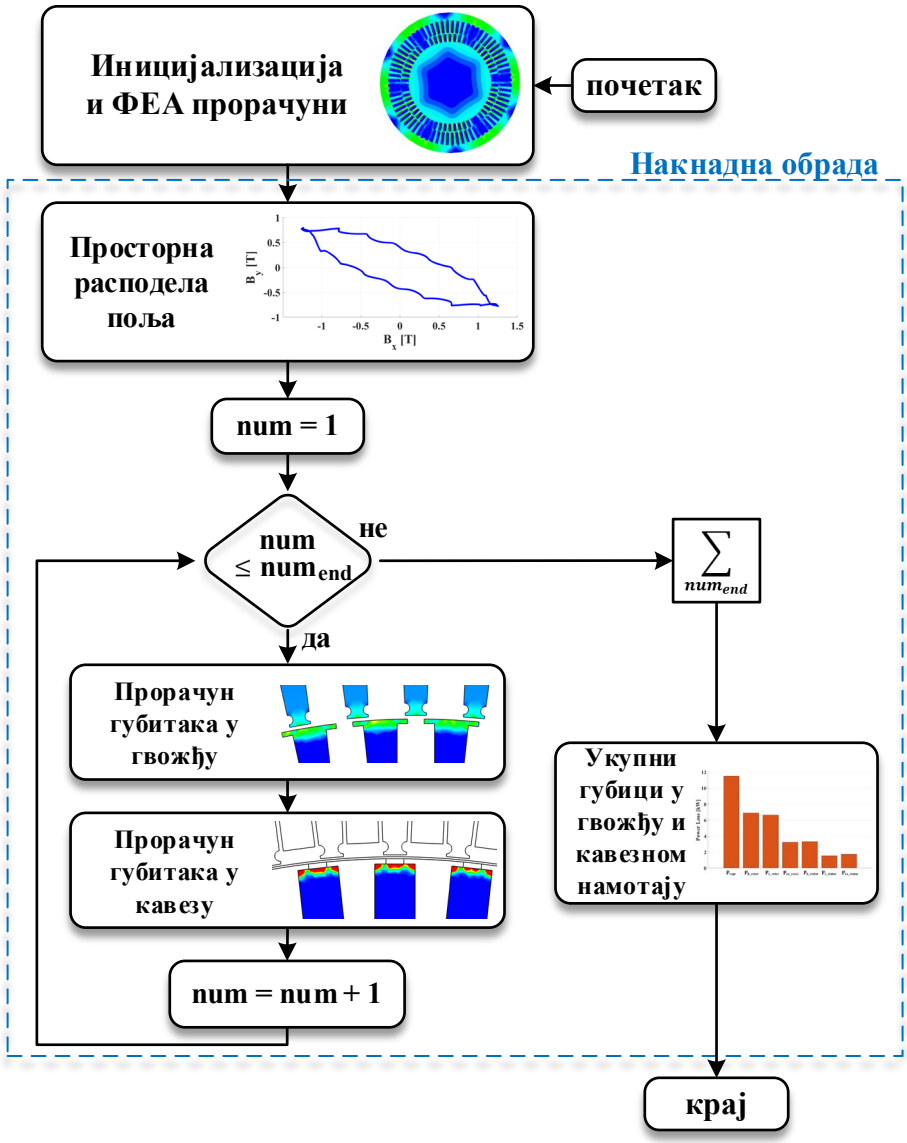
$$P_c = \sum_{n=1}^{n=N_c}\frac{\sigma_{Cu}l}{T4\Omega_n^2}\int_0^T\int_{\Omega_n}\begin{pmatrix}(a_{in}+b_{in}x+c_{in}y)\frac{\partial A_{in}}{\partial t}+\\(a_{jn}+b_{jn}x+c_{jn}y)\frac{\partial A_{jn}}{\partial t}+\\(a_{kn}+b_{kn}x+c_{kn}y)\frac{\partial A_{kn}}{\partial t}\end{pmatrix}^2\partial\Omega_n dt. \tag{3.25}$$

Добијена релација (3.25) се затим може по површинском интегралу решити у тзв. затвореној форми и представити у дискретном временском домену [112]:

$$P_c = \sum_{n=1}^{n=N_c} \frac{\sigma_{Cu} l\, \Omega_n}{6N_s} \sum_{u=1}^{u=N_s} \begin{pmatrix} \left(\frac{\Delta A_{in_u}}{\Delta t}\right)^2 + \frac{\Delta A_{in_u}}{\Delta t}\frac{\Delta A_{jn_u}}{\Delta t} + \\ \left(\frac{\Delta A_{jn_u}}{\Delta t}\right)^2 + \frac{\Delta A_{in_u}}{\Delta t}\frac{\Delta A_{kn_u}}{\Delta t} + \\ \left(\frac{\Delta A_{kn_u}}{\Delta t}\right)^2 + \frac{\Delta A_{jn_u}}{\Delta t}\frac{\Delta A_{kn_u}}{\Delta t} \end{pmatrix}. \quad (3.26)$$

За успешно спровођење прорачуна губитака, најпре је потребно извршити нумеричке FEA симулације зарад одређивања просторне и временске расподеле електромагнетског поља унутар 2D попречног пресека машине која се налази у неоптерећеном стању. Након завршетка FEA симулације, губици се одређују накнадном додатном обрадом (постпроцесирањем) добијених резултата поља према изразима (3.15-3.26).

На основу изведених израза, може се формирати јединствени алгоритам за поступак прорачуна губитака у свим коначним елементима попречног пресека машине (слика 3.10).



Слика 3.10 *Алгоритам за прорачун губитака у магнетном колу и кавезном намотају*

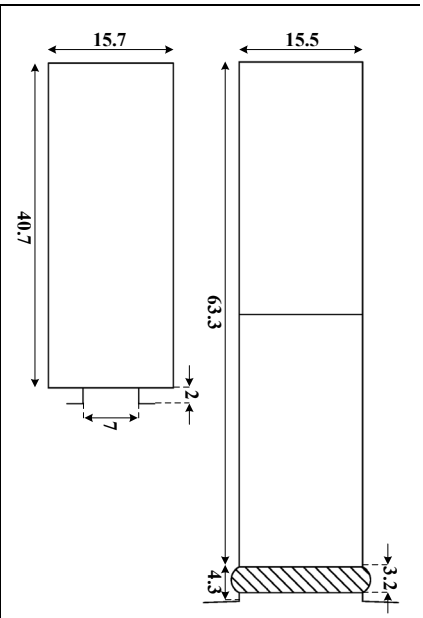
Алгоритам треба да обради све коначне елементе у магнетном колу и кавезном намотају ротора чији је укупан број означен са num_{end}, при чему је num_{end} једнак збиру N_{Fe} и N_c. За коначне елементе магнетског кола, алгоритам предвиђа примену израза (3.15)–(3.20), док се за прорачун код троугаоних сегмената кавезног намотаја примењују изрази (3.21)–(3.26).

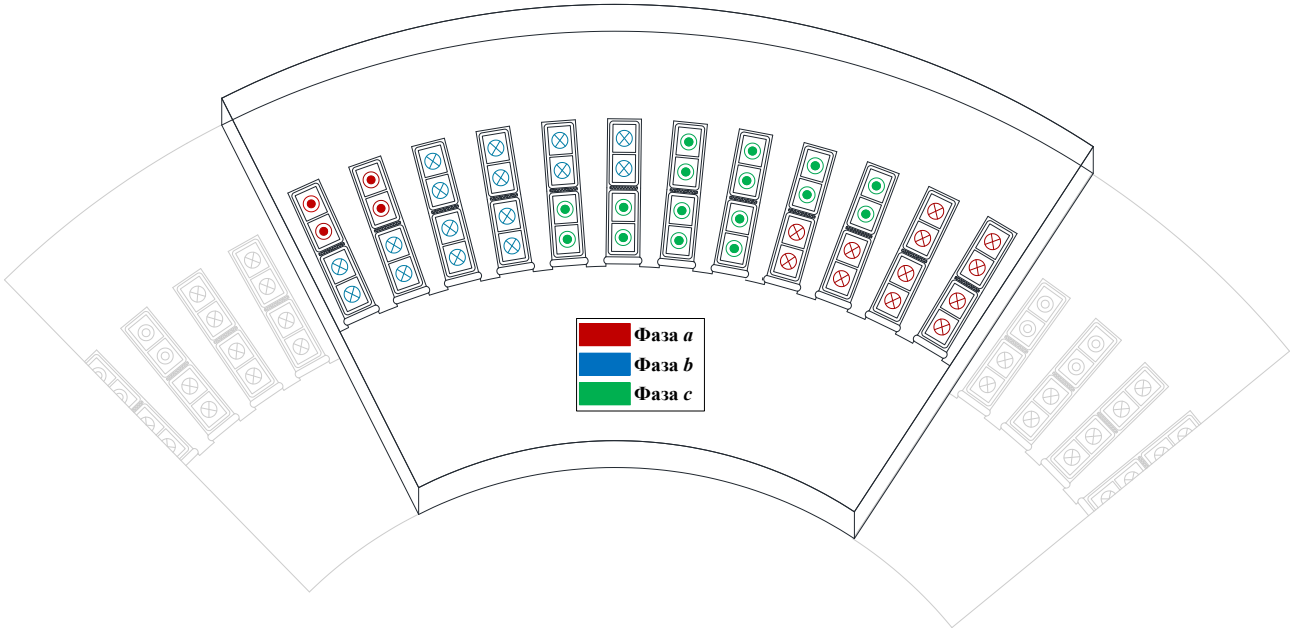
4 Верификација алгоритма прорачуна губитака

Поступци прорачуна по предложеној методи из претходног поглавља ће најпре бити спроведени над симулационим моделом разматране кавезне асинхроне машине, чији се кључни конструкциони и називни подаци могу пронаћи у Табели 4.1. Машина остварује називну механичку снагу од 1250 kW у условима директног напајања из трофазне симетричне мреже индустријског напона ефективне вредности 690 V и фреквенције 50 Hz, са номиналном брзином обртања од 992 о/мин, обезбеђеном изведбом статорског намотаја у виду шестополне, тетивне омчасте конфигурације споја троугао. У жлебу су смештена два проводника, од којих се сваки састоји од по два профила пресека (12,5×1,8 *CuFd*). Корак намотавања је изведен са скраћењем 10/12, где 12 представља ширину полног корака бројану у жлебним местима. Принципијелна шема расподељеног статорског намотаја над једним магнетским полом са диспозицијом проводника у жлебовима приказана је на слици 4.1.

Табела 4.1 *Конструкциони и називни подаци машине*

Вредности и параметри		
Номинална снага [kW]	1250	
Номинална фреквенција [Hz]	50	
Номинални напон [V]	690	
Номинална струја [A]	1255	
Номинални фактор снаге	0,87	
Врста намотаја	Троугао (Δ)	
Номинална брзина [о/мин]	992	
Дужина лим–пакета [mm]	650	
	Статор	Ротор
Спољни пречник [mm]	800	557
Унутрашњи пречник [mm]	560	350
Број жлебова	72	58
Проводника у жлебу	2×2	1
Пресек проводника [mm^2]	2×(12,5×1,8)	40×15





Слика 4.1 *Принципијелна шема расподељеног статорског намотаја са диспозицијом проводника у жлебовима*

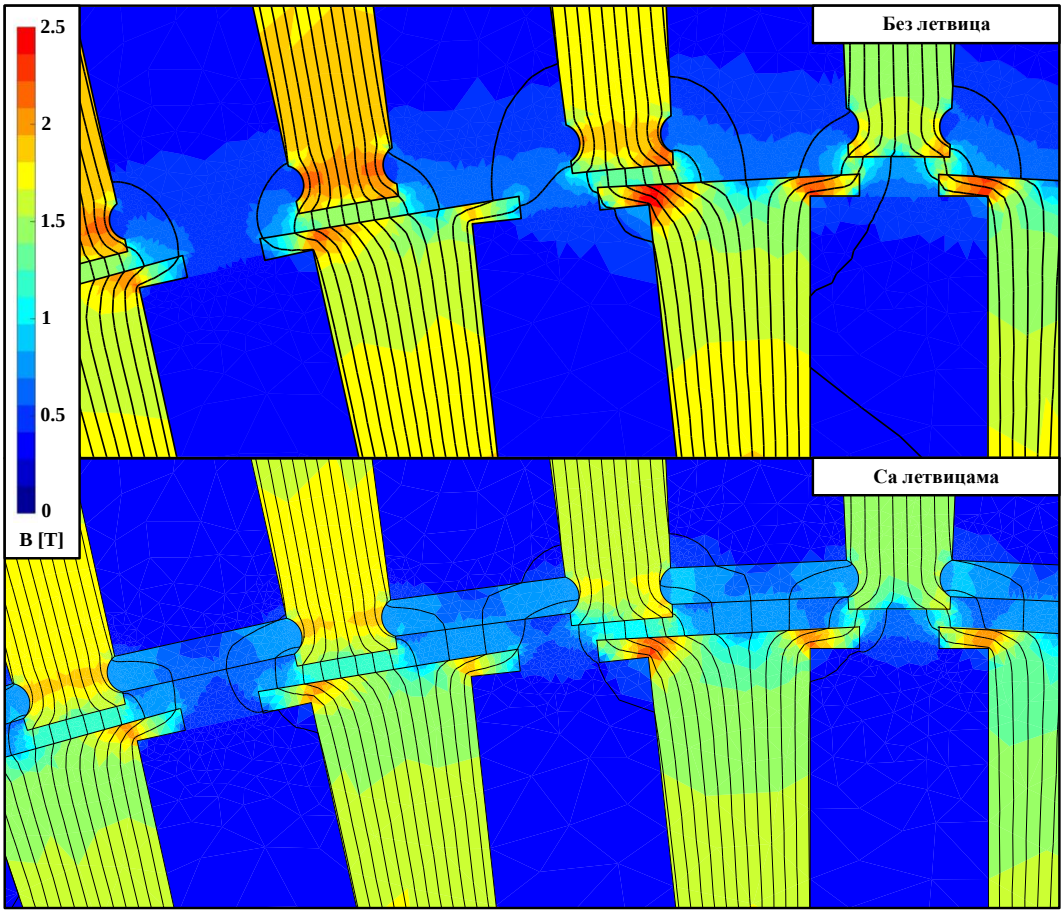
4.1 Анализа успостављеног магнетског поља на дискретном скупу позиција унутар попречног пресека

Након креирања модела, приступа се низу симулација по алгоритму са слике 3.10. Најпре ће се извршити прибављање просторне расподеле успостављеног магнетског поља у целом попречном пресеку, која одговара приликама у електромагнетском подсистему машине у условима устаљеног режима празног хода. Тиме ће се, како у случају одсуства, тако и у случају присуства магнетских жлебних летвица омогућити одговарајући упоредни приказ, али и прелазак на наредне кораке алгоритма.

Дакле, након обављених симулација устаљеног режима празног хода најпре се може приказати детаљ просторне расподеле интензитета вектора магнетске индукције у околини ваздушног процепа, без и са примењеним магнетским жлебним летвицама – слика 4.2. За очекивати је да је у овој области попречног пресека утицај летвица најизраженији, тако да ће се просторна расподела приказати само за дати изабрани детаљ. Потврда ове претпоставке ће уследити кроз посматрање таласних облика поља на изабраном скупу дискретних тачака, пробраних тако да се анализом у њима дотакну сви делови у попречном пресеку, што ће уследити мало касније.

Оба одзива на слици 4.2 су приказана у истој квантитативној размери у погледу минималних и максималних вредности интензитета поља са придруженим им бојама, чиме се на сликовит начин једноставно могу запазити измене у расподели поља у присуству летвица. Приметан је пад у вредностима вектора магнетске индукције у врховима статорских, али и роторских зубаца, а на рачун повећања у областима у и околини самих летвица. Овим се јасно наговештава да ће присуство летвица заиста растеретити магнетско напрезање зубаца, а уз то постићи и хомогенију расподелу поља, чиме

се, са аспекта умањења губитака у феромагнетском материјалу, оно остварује на двојак начин. Наиме, смањење амплитуда поља у врховима зубаца очигледно доводи и до умањења успостављених статичких хистерезисних петљи, док хомогенизација поља редукује присуство виших просторних хармоника, што ће неминовно снизити и динамичке компоненте губитака.

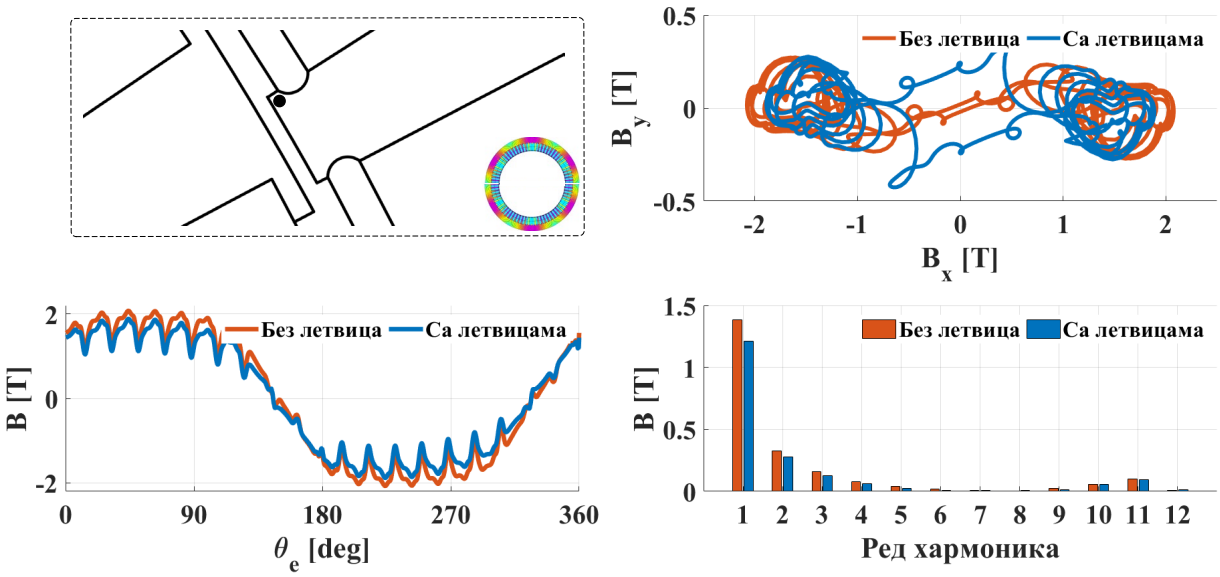


Слика 4.2 *Детаљ просторне расподеле интензитета вектора магнетске индукције у околини ваздушног процепа у режиму празног хода – без и у присуству магнетских жлебних летвица*

Како би се утврдио досег утицаја летвица у погледу измене таласних облика успостављеног поља, а последично апострофирале области у којима се очекује да ће предложена методологија прорачуна истаћи значајне, али и мање изражене доприносе њиховог присуства на локалну расподелу снаге губитака, неопходно је на наговештеном пробраном скупу тачака у пресеку машине извршити детаљну хармонијску анализу поља, праћену припадајућим графичким приказом. У наставку следи најављени преглед одзива на изабраном скупу карактеристичних тачака (од 4.3 до 4.20).

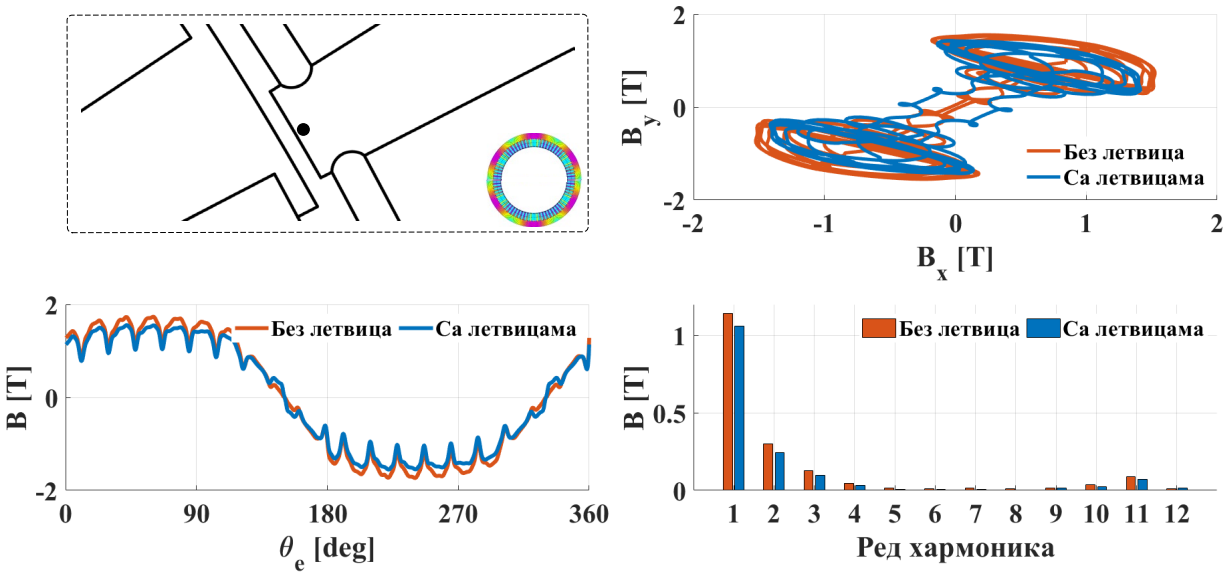
Организација свих слика (од 4.3 до 4.20) прати исту правилност и распоред, као и јасну диференцијацију одзива у случају одсуства, односно присуства летвица. Према томе, у горњем левом делу сваке од слика стоји детаљ позиције тачке у разматрању, испод од овог детаља следи приказ таласног облика вектора магнетске индукције, праћеног његовим хармонијским саставом здесна и путањом описаном врхом фазора вектора магнетске индукције изнад. Таласни облици и амплитуде хармонијских компоненти у одсуству летвица обележени су црвеном бојом, док је за исте величине у случају присуства летвица искоришћена плава боја.

Преглед започиње анализом тачака у феромагнетском материјалу статора, а најпре упоредним приказом поља у врховима статорских зубаца, односно деловима најближим ваздушном процепу. На слици 4.3 су приказани одзиви у тачки на проширењу врха статорских зубаца. Ово место иначе карактерише релативно велика вредност вектора магнетске индукције, која ће претрпети одређено, али ипак приметно смањење у присуству летвица. Након уметања летвица опажа се пад таласности и смањење амплитуда свих хармонијских компоненти. Основни хармоник бележи смањење од око 15 %, док је у случају виших просторних хармоника то умањење нешто слабије изражено и износи око 10 %. Као резултат овог пада, очекује се и сразмерна редукција локалне густине снаге губитака, што ће и бити демонстрирано касније. Умањење се очито може приписати непосредној близини уметнутих летвица, те је стога и према очекивањима. Феромагнетски материјал у овој области трпи повишене нивое засићења, што имплицира пад релативне вредности његове пермеабилности. Тиме она постаје самерљива са пермеабилношћу летвица, које због поменуте близине уступају пут делу силница које се у одсуству летвица израженије успостављају кроз зупце.



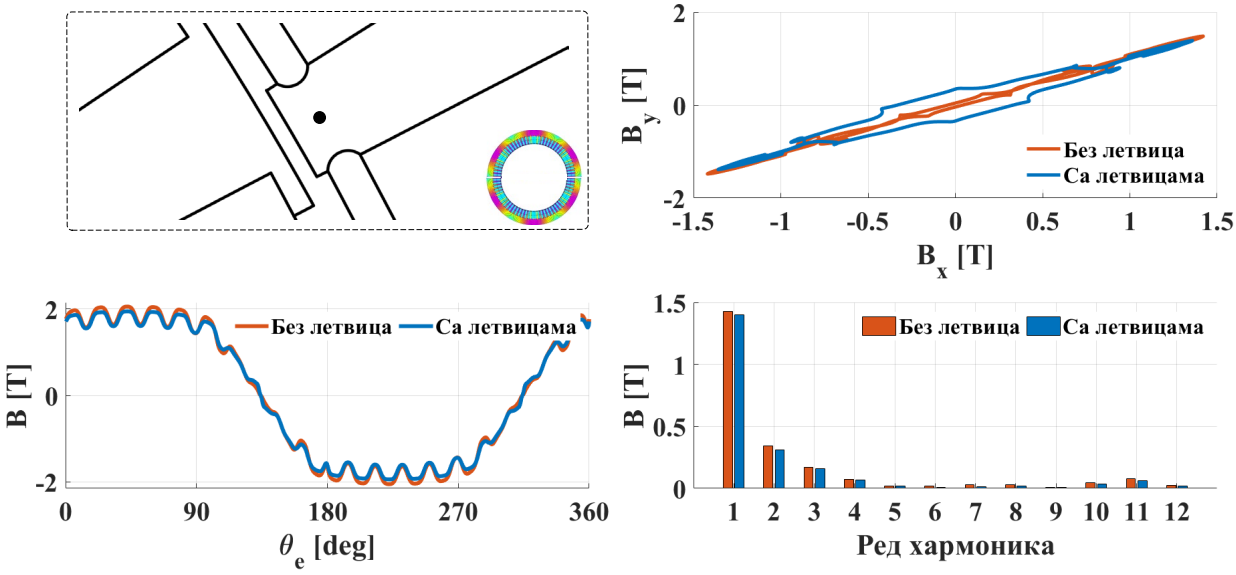
Слика 4.3 *У смеру супротном од кретања казаљке на сату: положај изабране тачке, таласни облик вектора магнетске индукције, хармонијски састав таласног облика вектора магнетске индукције и путања описана врхом фазора вектора магнетске индукције – истурење статорског зупца*

Сличан тренд се примећује и за тачку позиционирану по средини статорског зупца непосредно уз ваздушни процеп – слика 4.4. Иако *самерљив*, пад у амплитуди хармонијских компоненти вектора магнетске индукције бележи мање износе него у приказу са слике 4.3 – умањење амплитуде основног и виших хармоника не прелази 10 %. Ово се може двојако образложити: прво, реч је о делу зуба са мањим истурењем и правилнијом геометријом, што по теорији електромагнетских поља повлачи да овде долази до мањег згушњавања силница у односу на случај са слике 4.3, те и мањих вредности поља; као друго, разматрана тачка је удаљенија од летвица чиме њихово присуство мање доприноси измени локално успостављеног поља. Последично томе, за очекивати је да ће у овом, иако површинском слоју зубаца допринос летвица умањењу губитака бити мање изражен него у претходно анализираном случају.



Слика 4.4 *У смеру супротном од кретања казаљке на сату: положај изабране тачке, таласни облик вектора магнетске индукције, хармонијски састав таласног облика вектора магнетске индукције и путања описана врхом фазора вектора магнетске индукције – средина врха статорског зупца*

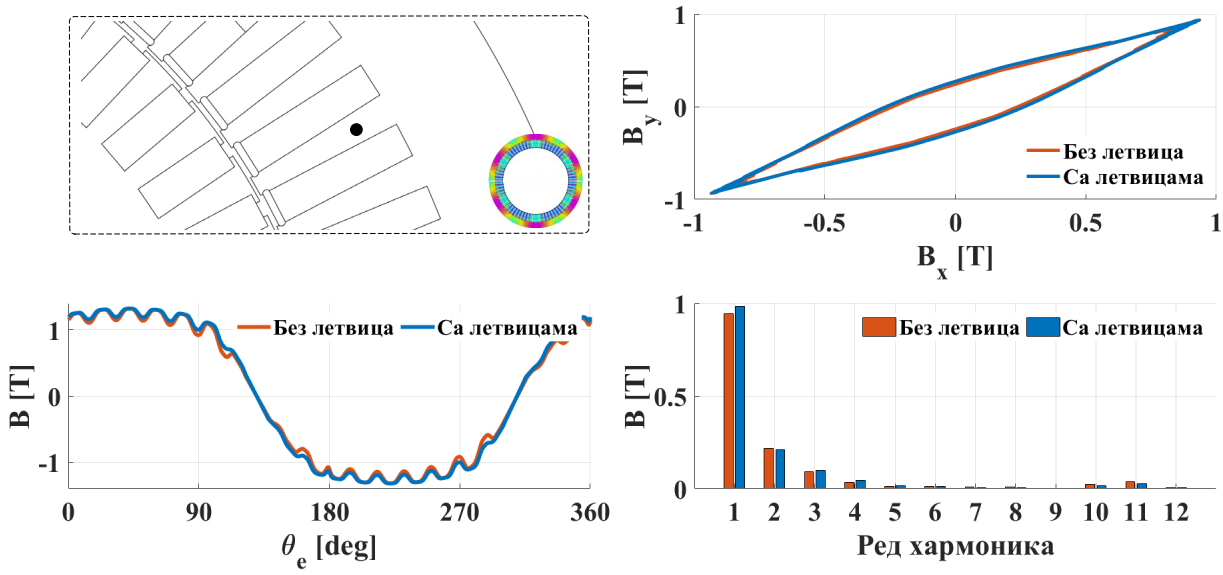
Наредна тачка по висини статорског зупца у којој вреди анализирати одзиве јесте она по средини сужења начињеним са обе стране зубаца којима се обезбеђује уклињење летвица. Судећи по одзивима са слике 4.5 који одговарају овој позицији, примећују се незнатна смањења амплитуда свих хармонијских компоненти вектора магнетске индукције, која износе свега неколико процената.



Слика 4.5 *У смеру супротном од кретања казаљке на сату: положај изабране тачке, таласни облик вектора магнетске индукције, хармонијски састав таласног облика вектора магнетске индукције и путања описана врхом фазора вектора магнетске индукције – средина статорског зупца у висини летвица*

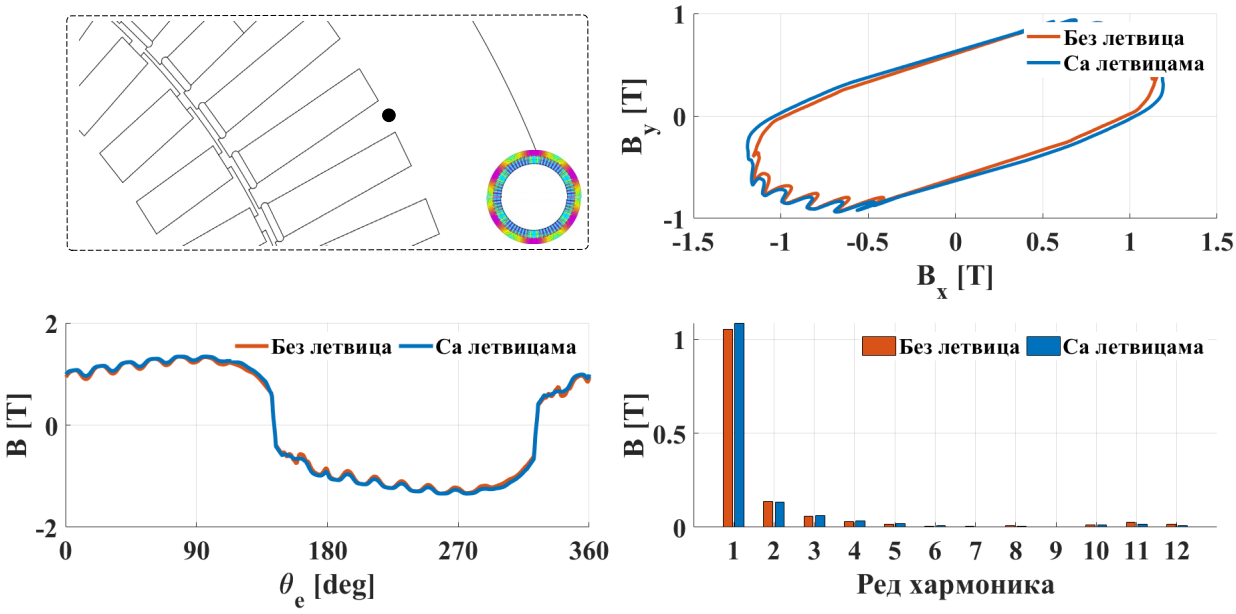
Иако је реч о области зубаца са нешто умањеном ефективном ширином, закључује се да је допринос присуства летвица суштински занемарљив на овој позицији због њихове релативно значајне међусобне удаљености. Уједно се намеће и закључак да је допринос летвица на смањење интензитета поља у домену статора заиста ограничен на танак површински слој уз ваздушни процеп. Ово тврђење ће се коначно утемељити и потврдити кроз увид у одзиве поља на местима преосталих одабраних тачака у статору.

Примицањем позиција анализираних тачака дуж средине зубаца, а ближе јарму, потврђује се претходни закључак о занемарљивом утицају летвица, како на вредности амплитуда, тако и на хармонијски састав таласног облика вектора магнетске индукције – слике 4.6 и 4.7. Осим тога, приметно је и да је само поље мање изобличено, што се дугује чињеници врло значајне удаљености од анизотропије ваздушног процепа и припадајуће променљиве геометрије изазване ожлебљењем и релативношћу кретања.

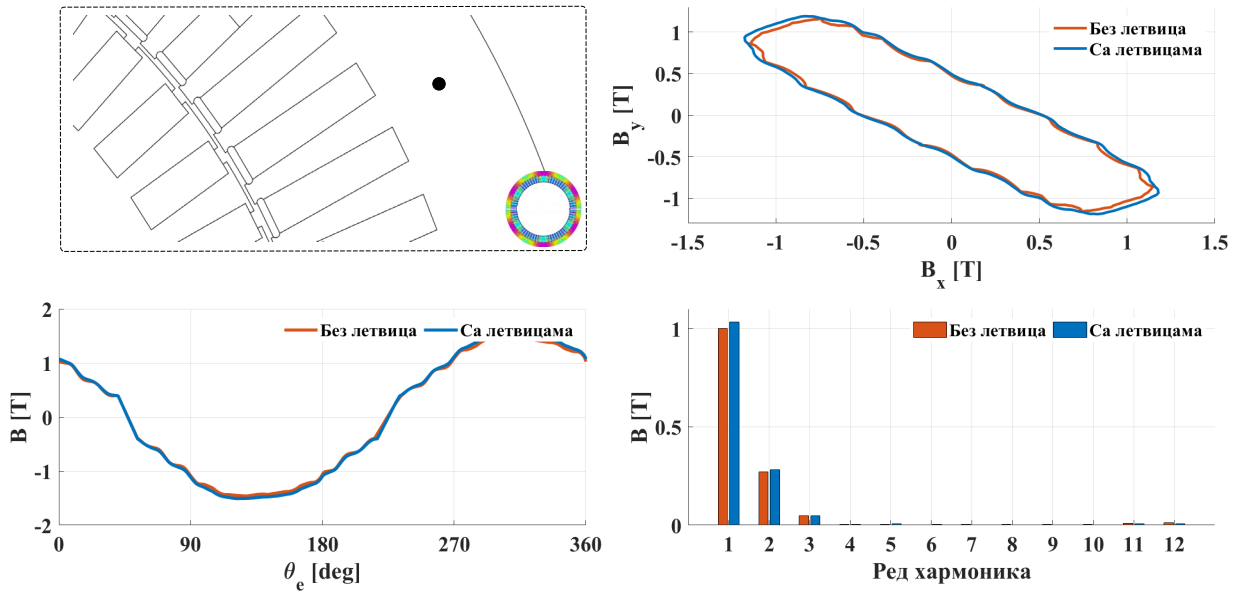


Слика 4.6 *У смеру супротном од кретања казаљке на сату: положај изабране тачке, таласни облик вектора магнетске индукције, хармонијски састав таласног облика вектора магнетске индукције и путања описана врхом фазора вектора магнетске индукције – средина статорског зупца ближе јарму*

На крају анализе за случај феромагнетика статора, поље поприма готово простопериодичан таласни облик дубоко у јарму, што је и јасно видљиво на слици 4.8. Сходно закључцима изведеним на основу одзива са слика 4.6, 4.7 и 4.8 за очекивати је да ће у дубљим деловима статорског феромагнетског материјала, за разлику од површинског слоја, изостати приметно смањење запреминске густине губитака које би се могло приписати присуству магнетских жлебних летвица.



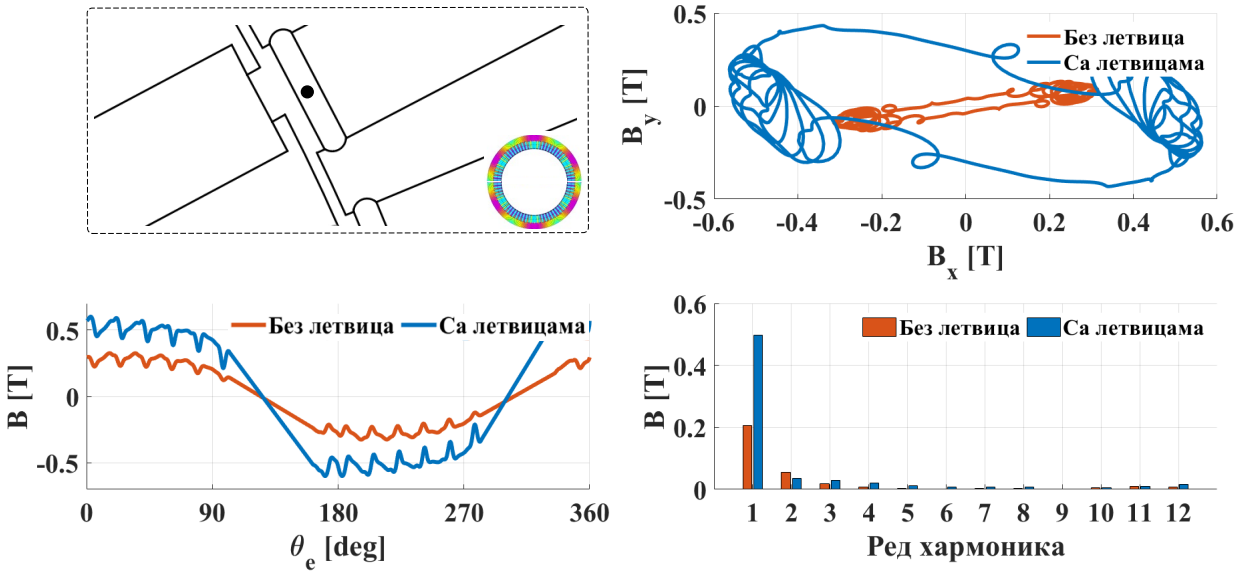
Слика 4.7 *У смеру супротном од кретања казаљке на сату: положај изабране тачке, таласни облик вектора магнетске индукције, хармонијски састав таласног облика вектора магнетске индукције и путања описана врхом фазора вектора магнетске индукције – почетак статорског јарма*



Слика 4.8 *У смеру супротном од кретања казаљке на сату: положај изабране тачке, таласни облик вектора магнетске индукције, хармонијски састав таласног облика вектора магнетске индукције и путања описана врхом фазора вектора магнетске индукције – средина статорског јарма*

Овим се окончава анализа изабраног скупа тачака у феромагнетику статора, а уступа простор за даљу анализу, по истоветном принципу, овога пута за изабране тачке у унутрашњости летвица. На слици 4.9 су приказани таласни облици и хармонијски састав поља у средишту летвице. Важно је напоменути да

се машине увек израђују тако да су статорски жлебови заклопљени летвицама, само што оне нужно не морају бити магнетске, тако да простор запоседнут немагнетским летвицама суштински има својства ваздуха, али формално не потпада под домен ваздушног процепа. Отуда су и очекиване значајне промене у интензитету и облику поља када немагнетске летвице уступе место магнетским.



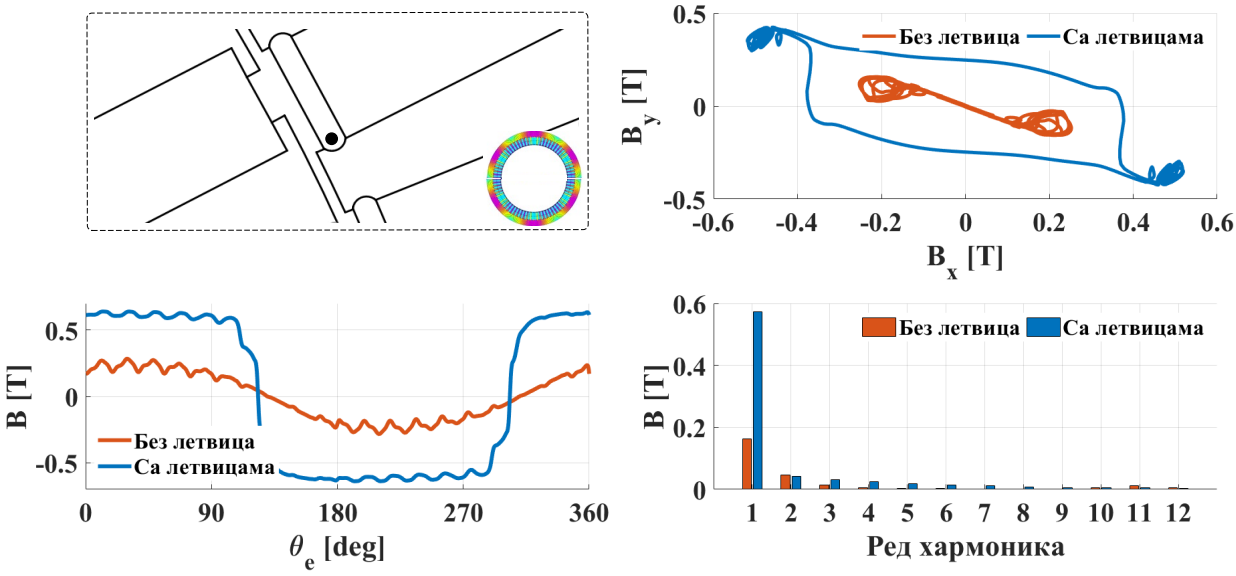
Слика 4.9 *У смеру супротном од кретања казаљке на сату: положај изабране тачке, таласни облик вектора магнетске индукције, хармонијски састав таласног облика вектора магнетске индукције и путања описана врхом фазора вектора магнетске индукције – средиште летвице*

Ово се и потврђује у самим одзивима са слике 4.9, где се интензитет основног хармоника поља увећао готово два и по пута, уз незнатне промене у амплитуди виших просторних хармоника. Увећање интензитета поља у потпуности кореспондира са растерећењем магнетског напрезања врхова статорских зубаца, а касније ће се слично потврдити и код роторских.

Слична запажања онима са слике 4.9 се могу спровести и за одзиве предочене сликом 4.10, којом се и даље анализира домен у унутрашњости летвица, овога пута на самом рубу летвице којом је уклињена у лим пакет статора. Вредно помена је да се овде бележи и већи релативни пораст вредности основног хармоника магнетске индукције него ли по средини летвице, што је и за очекивати, јер је одабрана тачка непосредно уз најужи део статорског зупца, те је самим тим могућност умањења магнетског напрезања појачана, будући да је тај део зупца у већем засићењу од делова веће ширине. Повећано засићење у тој области чини феромагнетски материјал у погледу пермеабилности самерљивим са магнетским својствима летвица, тиме доводећи до равномерније расподеле поља.

У коначном, будући да су магнетске жлебне летвице електрично непроводне и израђене са малом концентрацијом феромагнетског праха, пораст интензитета поља у њима неће допринети увећању и иначе занемарљивих губитака у самим летвицама, али ће се услед тога умањити губици у околном феромагнетском материјалу статора и ротора, а још важније и паразитни губици у врховима штапних проводника роторског кавезног намотаја. Ови квалитативне претпоставке ће у потпуности бити утемељене тек након спровођења целокупног поступка предвиђеног алгоритмом са слике 3.10, односно

заокружењем нумеричког поступка прорачуна локалне расподеле губитака као средства квантитативног оснаживања изречених тврдњи.

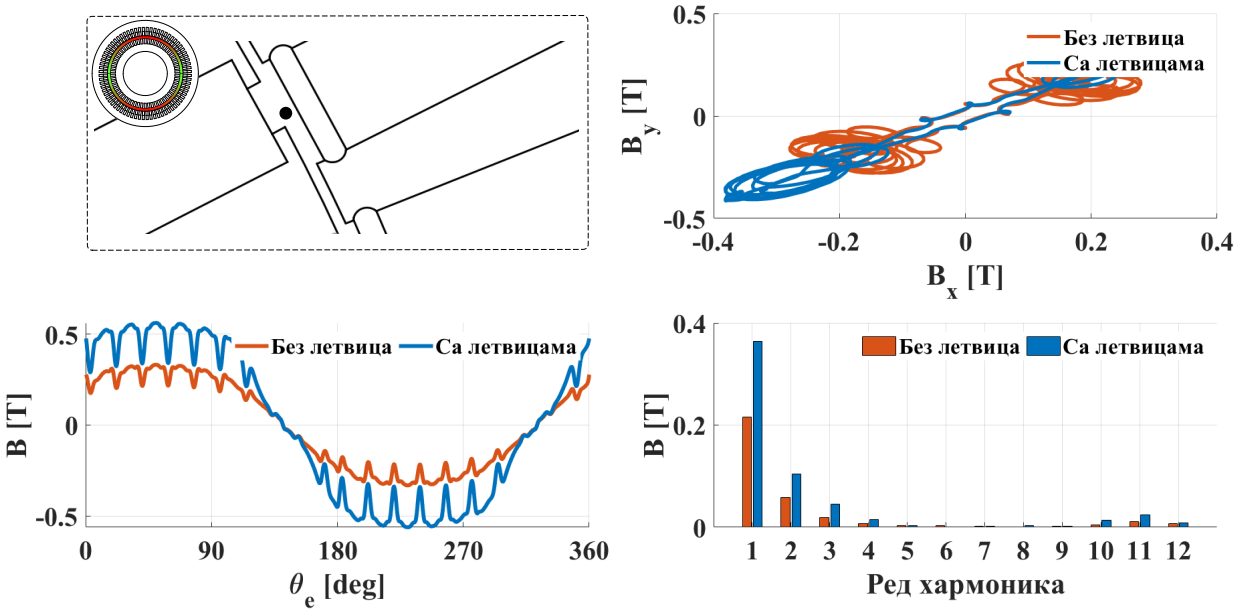


Слика 4.10 *У смеру супротном од кретања казаљке на сату: положај изабране тачке, таласни облик вектора магнетске индукције, хармонијски састав таласног облика вектора магнетске индукције и путања описана врхом фазора вектора магнетске индукције – руб летвице*

Квалитет процеса електромеханичког претварања у обртним електричним машинама наизменичних струја, па самим тим и трофазних кавезних асинхроних машина, у многоме зависи од облика успостављеног магнетског поља у ваздушном процепу. Мања таласност овог поља се превасходно огледа кроз умањене осцилације оствареног електромагнетског момента, што се у спрезању са механичким подсистемом манифестује и у сниженим нивоима буке и вибрација, што је у досадашњим истраживањима утицаја магнетских жлебних летвица и документовано као једно од главних постигнућа њихове примене [21], [22].

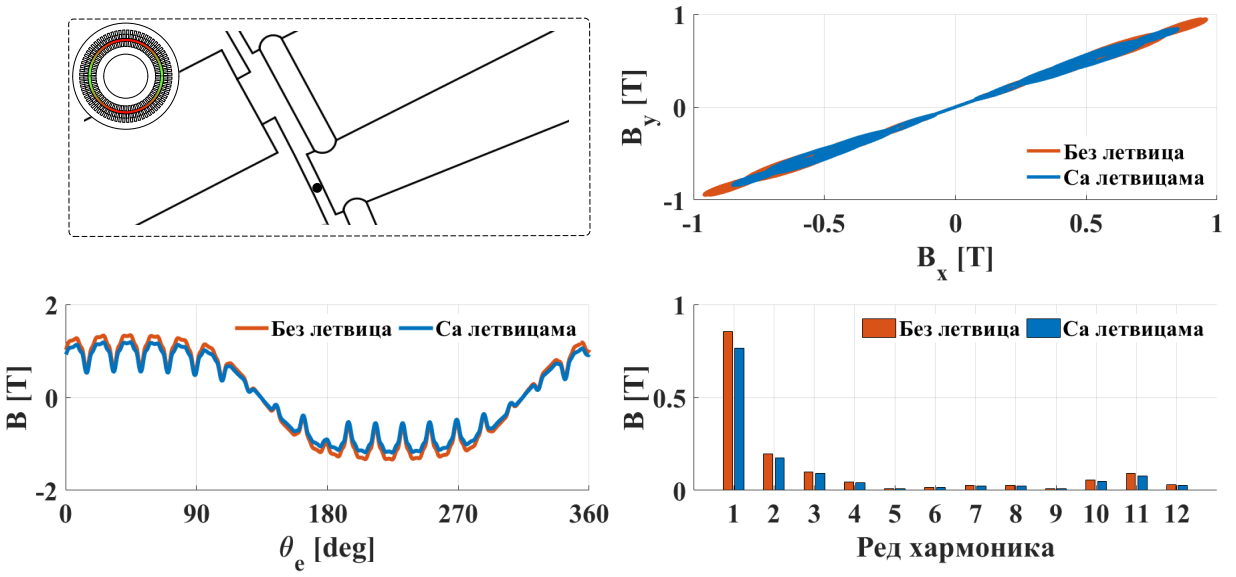
У ваздушном процепу, као непроводној и магнетски линеарној средини не долази до ослобађања било какве врсте губитака изазваних успостављањем временски променљивог електромагнетског поља, али ће се, зарад целокупности изучавања доприноса присуства магнетских жлебих летвица, у тексту који следи испод спровести анализа таласних облика поља и у ваздушном процепу, у потпуности сагласна са до сада употребљеном методологијом.

На слици 4.11 приказани су одзиви у тачки ваздушног процепа на оси статорског жлеба, односно непосредно испод летвице. Јасан је утицај присуства магнетске летвице који се огледа у порасту амплитуде основног хармоника вектора магнетске индукције за око 75 %, чиме се доприноси хомогенизацији поља у овој области, уз истовремено умањење интензитета поља у површинским деловима феромагнетика статора, што је и потврђено претходном анализом, а што се очекује и у случају површинског слоја феромагнетика ротора у анализи која ће уследити након посматрања одзива изабраних тачака ваздушног процепа.



Слика 4.11 *У смеру супротном од кретања казаљке на сату: положај изабране тачке, таласни облик вектора магнетске индукције, хармонијски састав таласног облика вектора магнетске индукције и путања описана врхом фазора вектора магнетске индукције – ваздушни зазор на оси статорског жлеба*

У области процепа на оси статорског зуба, односно непосредно испод, бележи се незнатан допринос летвица на успостављено поље, како у погледу амплитуда, тако и са аспекта присуства виших хармоничних чланова, што се јасно уочава у одзивима са слике 4.12.



Слика 4.12 *У смеру супротном од кретања казаљке на сату: положај изабране тачке, таласни облик вектора магнетске индукције, хармонијски састав таласног облика вектора магнетске индукције и путања описана врхом фазора вектора магнетске индукције – ваздушни зазор на оси статорског зуба*

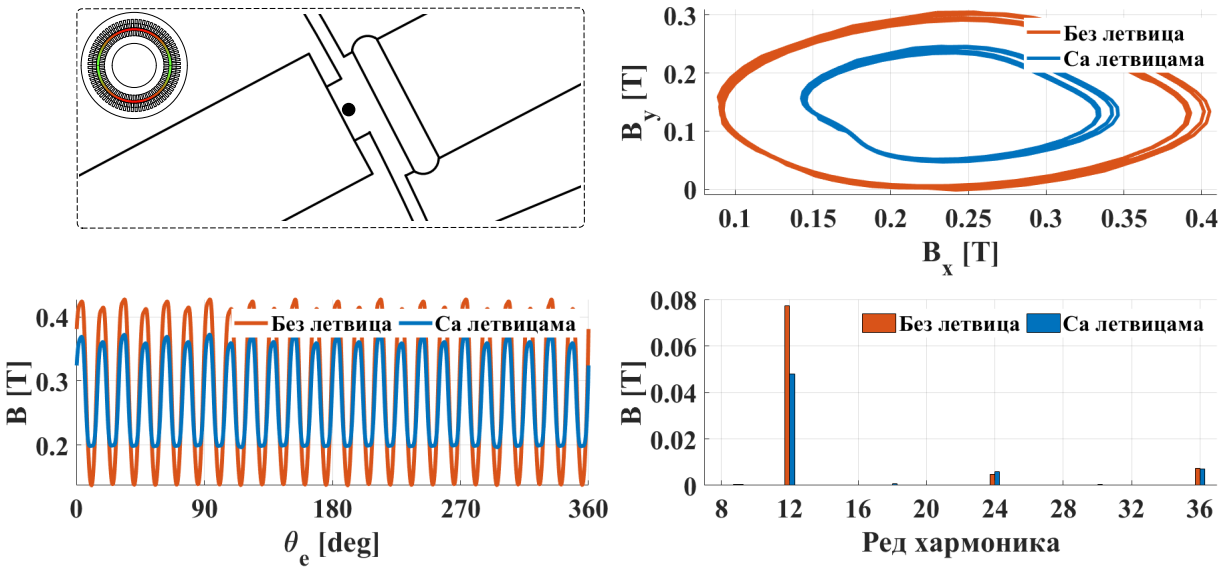
Изабрана тачка је суштински геометријски најудаљенија тачка зазора од самих магнетских летвица, па отуда и не изненађују напомануте безначајне промене. Овим се са поуздањем може предвидети и да ће по ширини средишњи истурени део статорских зубаца задржати приближно исту локалну дисипацију губитака, што ће се непосредно потврдити касније.

Одзивима у до сада анализираним одабраним тачкама (4.3 до 4.12) је јасно потврђено да је у условима разматраног режима празног хода успостављено поље наизменично, уз присуство виших просторних хармоника. Досадашње изабране тачке су припадале домену статора, областима магнетских жлебних летвица и простору ваздушног процепа. Симулирани режим празног хода је изведен тако што је ротору наметнута синхрона брзина, што је са аспекта експлоатације асинхроних машина великих снага врло приближно остварив и у пракси, што се дугује чињеници да ова подкатегорија машина ради са врло малим вредностима клизања чак и у оптерећеном стању.

Уколико би се за тренутак замислило да је разматрана асинхрона машина идеално цилиндричног облика (занемарено ожлебљење статора и ротора) са идеалном простопериодичном просторном расподелом успостављеног магнетског поља, то би поље, уз обезбеђене услове празног хода при синхроној брзини обртања за покретни домен ротора било временски непроменљиво. У таквим идеализованим условима би заиста изостала појава било каквих роторских губитака услед изложености променљивом магнетском пољу. На основу овог тока закључивања, постаје јасно да, крећући се по произвољном радијалном правцу усмереном од домена статора ка домену ротора дешавати постепени прелаз у којем временски и просторно променљиво поље у статору и ваздушном процепу, а под аксиомом непрекидности, прераста у временски и просторно непроменљиво поље у домену ротора. Са аспекта основног хармоника успостављеног поља ово се дешава и код машина у експлоатацији, али се пољу због присуства зубаца и жлебова придодају и виши просторни хармоници. Отуда је за очекивати да ће у појединим тачкама, мада формално у ваздушном процепу, али смештеним непосредно уз лим пакет ротора, а нарочито у областима отвора роторских жлебова, поље управо испољавати побројана својства.

Претходни закључци се јасније могу потврдити увидом у одзиве приказане на слици 4.13, која је управо смештена у ваздушни процеп на оси роторског жлеба у области његовог отвора. У погледу радијалног растојања ова тачка је ближа оси ротације него најистуренији делови роторских зуба, те би у идеализиваној геометријској представи машине заиста припадала ротору. У овом случају формално припада ваздушном процепу, под свим претпоставкама које су наведене у претходном пасусу, са нарочитим нагласком на временску и просторну промену која се искључиво дугује присуству виших хармоника суперпонираних на средњу (временски константну) вредност поља. Ово се најсликовитије потврђује увидом у путању описану врхом фазора вектора магнетске индукције која орбитира око тачке у којој не долази до промене предзнака ниједне од просторних компоненти поља.

Хармонијски састав поља приказан је тако да је најпре елиминисана средња вредност поља, како би се придала већа пажња уделу виших просторних хармоника. Међу хармоницима нарочито доминирају умношци реда дванаест, што је и према очекивањима за машину која има дванаест жлебова по статорском полу. Присуство магнетских летвица не утиче значајно на средњу вредност поља у изабраној тачки, али се кроз приметно умањење доприноса дванаестог хармоника (за око 40 %) очекује мање изобличење оствареног електромагнетског момента, који се према теорији Максвелових напона и остварује кроз интеракцију нормалних и тангенцијалних компоненти поља у ваздушном процепу.



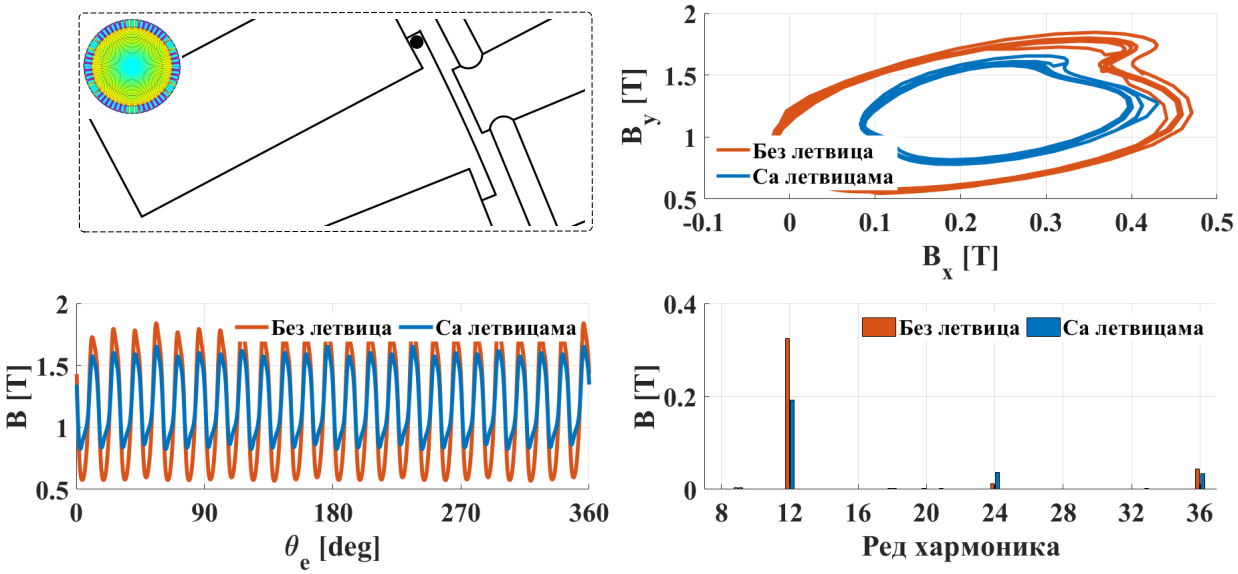
Слика 4.13 *У смеру супротном од кретања казаљке на сату: положај изабране тачке, таласни облик вектора магнетске индукције, хармонијски састав таласног облика вектора магнетске индукције и путања описана врхом фазора вектора магнетске индукције – ваздушни зазор на оси роторског жлеба*

Након претходне, у одређеном смислу прелазне тачке, коначно је могуће усмерити пажњу ка домену ротора, како у феромагнетском материјалу, тако и у штапним проводнима кавезног намотаја. Општа теорија моделовања обртних електричних машина [113], [114], али и међународни стандарди [7], на истоветан начин тумаче расподелу губитака у машини, где се од свих губитака неоптерећеног стања роторском домену приписују искључиво механички губици. Кроз наредне одзиве, али и резултате прорачуна који ће уследити, недвосмислено ће се показати да су у постојећој литератури уврежена тврђења и поступци одређивања и раздвајања губитака празног хода по традиционалној расподели неодговарајући и непрецизни, нарочито за подврсту кавезних асинхроних машина које су централни предмет овог истраживања. Главни виновник појави додатних роторских компоненти губитака у режиму празног хода, односно оних у феромагнетику и у кавезном намотају су управо изобличења магнетског поља изазвана ожлебљењем и дискретизованом просторном расподелом намотаја, која се суперпонирају на временски непроменљиво поље које је предвиђено као једино постојеће у класичним приступима моделовању електричних машина.

Као први приказ зарад разматрања у домену ротора биће дати одзиви у тачки 4.14, на истурењу роторског зупца. Како за ову, тако и за све наредне тачке ће важити да је реч о пољу које поседује средњу вредност на коју се придодају виши просторни хармоници. Будући да је реч о рубу зупца, према очекивањима се бележи велика средња вредност индукције од око 1,5 T, док се присуство летвица огледа у умањењу доминантних виших просторних хармоника, поново умножака реда дванаест.

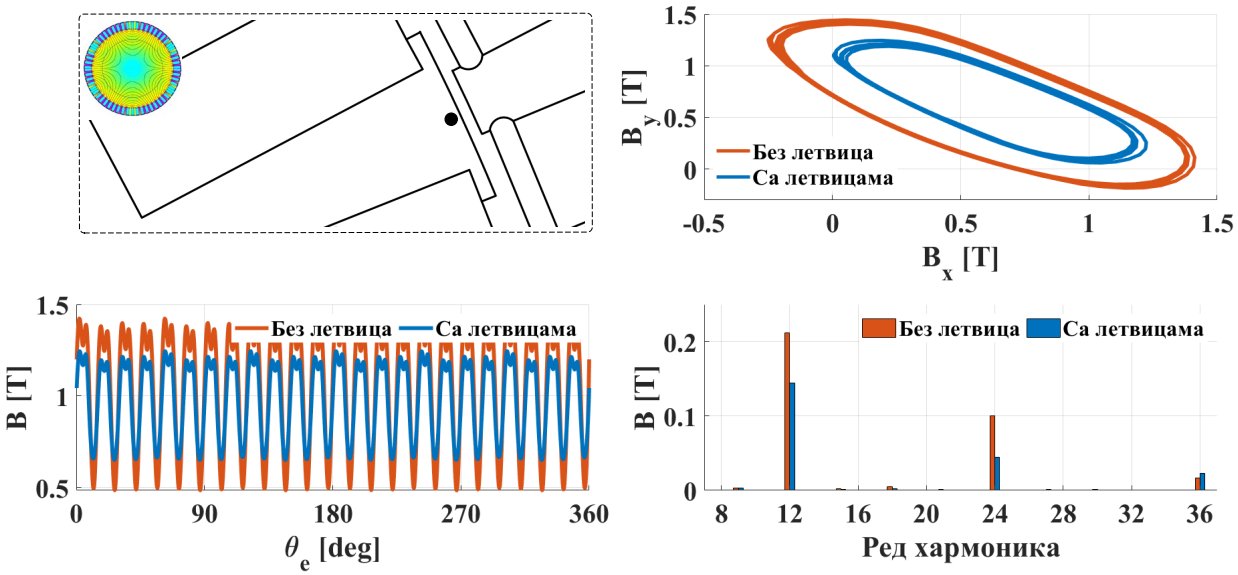
Висока средња вредност индукције доприноси појачаном засићењу, али суштински не резултује у сразмерним губицима, јер је реч о временски непроменљивој величини. Оно што заиста доприноси појави губитака јесу амплитуде, а још израженије ред виших просторних хармоника – изрази 3.18 – 3.20. Присуство летвица незнатно утиче на средњу вредност, али се кроз приметно смањење амплитуда виших просторних хармоника очекује још израженије умањење локалне дисипације губитака, што ће

бити и потврђено касније.



Слика 4.14 *У смеру супротном од кретања казаљке на сату: положај изабране тачке, таласни облик вектора магнетске индукције, хармонијски састав таласног облика вектора магнетске индукције и путања описана врхом фазора вектора магнетске индукције – истурење роторског зупца*

За одзиве у тачки на средини врха роторског зупца – слика 4.15 могу се усвојити слични закључци као у случају претходне слике, изузев додатне напомене да се у текућој тачки може запазити нешто већи удео хармоника реда двадесет и четири при нижој средњој вредности успостављеног поља.



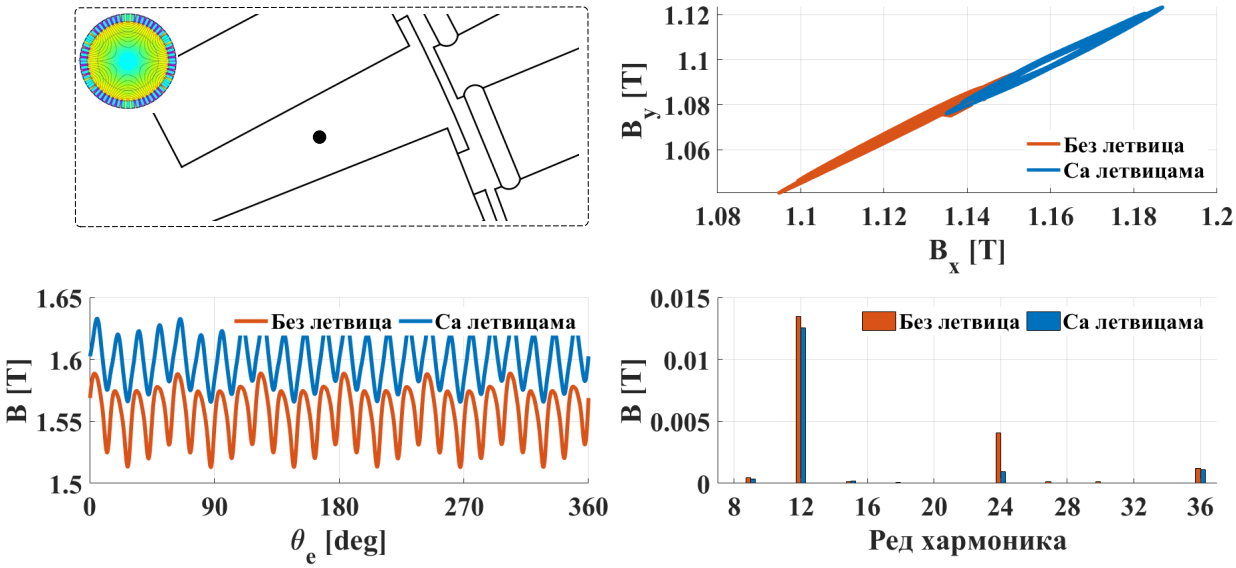
Слика 4.15 *У смеру супротном од кретања казаљке на сату: положај изабране тачке, таласни облик вектора магнетске индукције, хармонијски састав таласног облика вектора магнетске индукције и путања описана врхом фазора вектора магнетске индукције – средина врха роторског зупца*

Ово је такође према очекивањима будући да је у питању тачка удаљенија од руба роторског зупца. Релативно умањење виших просторних хармоника је налик ономе са слике 4.14 у присуству магнетских летвица, уз важну примедбу да је ипак реч о мањим амплитудама, те се стога оправдано може очекивати приметно, али ипак мање значајно умањење губитака него што се очекује за тачке на рубовима роторских зубаца.

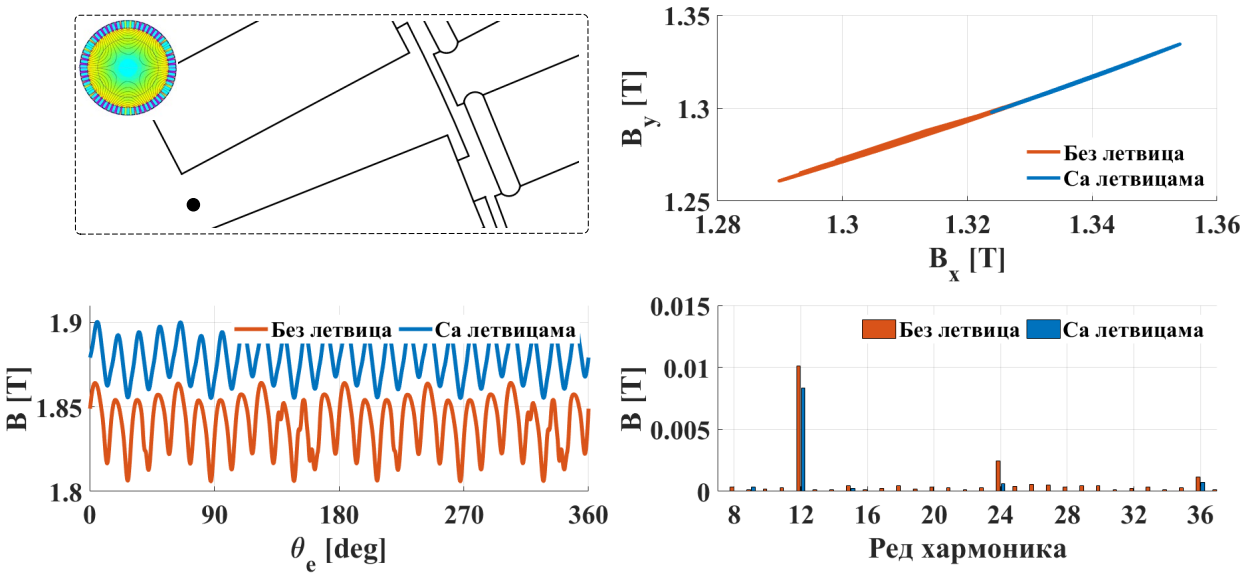
Одмицањем тачака у разматрању од ивице роторског лим пакета, веома налик сличној ситуацији у феромагнетику статора, може се запазити безначајан утицај присуства магнетских жлебних летвица на успостављено магнетско поље. Ипак, зарад доследности излагања, биће приказани одзиви у две изабране тачке у дубини роторског феромагнетика, који су приказани на сликама 4.16 и 4.17.

У ове две тачке у малом износу постоје варијације поља око средње вредности, али будући да је реч о амплитудама виших просторних хармоника које не премашују ни један проценат средње вредности, било какво релативно умањење услед постојања летвица неће макроскопски допринети промени биланса губитака у феромагнетику ротора.

На основу приказаних одзива тачака унутар феромагнетског материјала ротора се још једанпут потврђује да се у површинском слоју могу јавити значајније варијације успостављеног поља око средње вредности, доприносећи појави нестандардних додатних губитака у режиму празног хода, уз истовремене јасне назнаке њиховог умањења применом магнетских жлебних летвица. То ће се најзад и бити јасно установљено након спровођења свих корака предвиђених алгоритмом са слике 3.10.

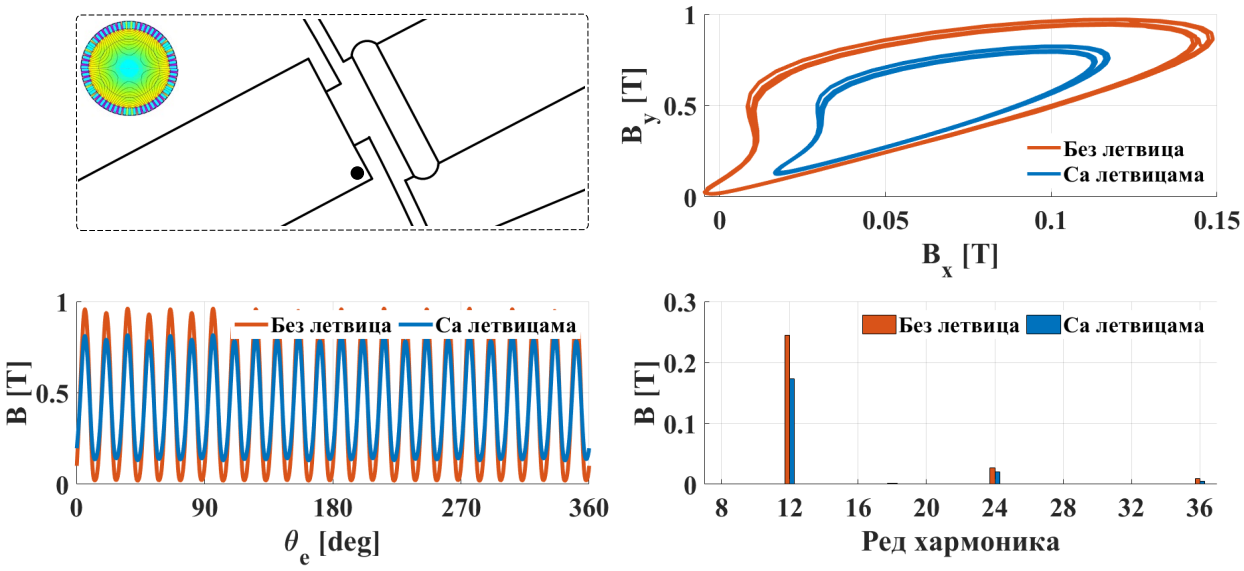


Слика 4.16 *У смеру супротном од кретања казаљке на сату: положај изабране тачке, таласни облик вектора магнетске индукције, хармонијски састав таласног облика вектора магнетске индукције и путања описана врхом фазора вектора магнетске индукције – средина роторског зупца*



Слика 4.17 *У смеру супротном од кретања казаљке на сату: положај изабране тачке, таласни облик вектора магнетске индукције, хармонијски састав таласног облика вектора магнетске индукције и путања описана врхом фазора вектора магнетске индукције – почетак роторског јарма*

За крај, окосницу ове анализе ће сачињавати одзиви који приказују таласне облике успостављеног поља у унутрашњости штапних проводника роторског кавезног намотаја, без и са присуством магнетских жлебних летвица. На слици 4.18 приказани су одзиви у тачки на рубу врха роторског штапног проводника.

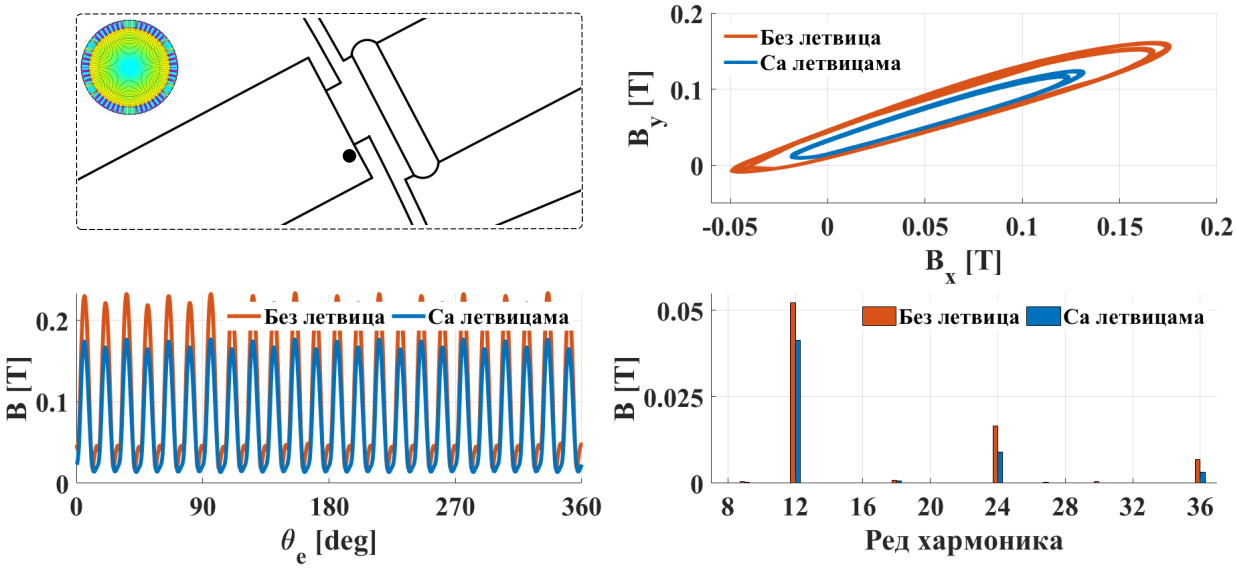


Слика 4.18 *У смеру супротном од кретања казаљке на сату: положај изабране тачке, таласни облик вектора магнетске индукције, хармонијски састав таласног облика вектора магнетске индукције и путања описана врхом фазора вектора магнетске индукције – руб врха роторског штапног проводника*

Интензитет поља у овој тачки није значајно умањен у односу на околни феромагнетски материјал, јер је реч о делу непосредно уз руб роторских зубаца, за које је традиционално на снази да представљају домен најдубљег засићења у целом пресеку кавезних асинхроних машина. Стога не долази до значајних разлика у магнетској пермеабилности штапних проводника и засићеног феромагнетика, па се и магнетско поље равномерније успоставља на прелазу из једне у другу средину.

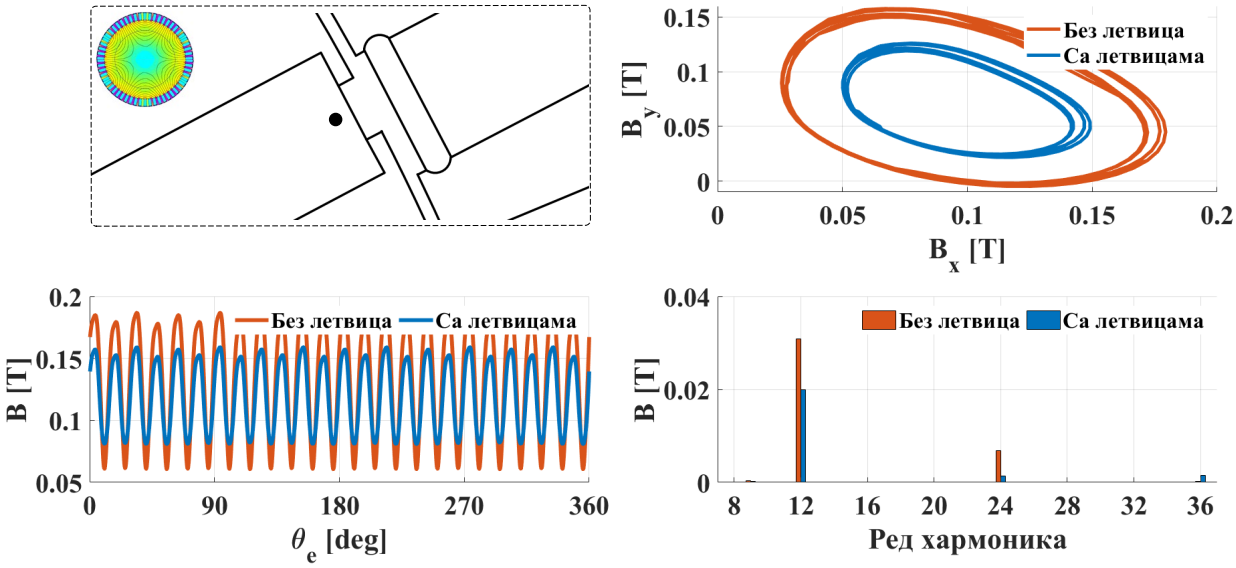
Удео виших просторних хармоника у разматраној тачки је значајан за високопроводну немагнетску средину (хармоник реда дванаест је око 0,2 T), што ће резултовати у израженој локалној дисипацији губитака услед успостављених паразитних кондукционих струја. Присуство летвица умањује доминантан виши хармоник за око 25 %, што ће се у коначном одразити на приметно смањење губитака у овој зони роторских штапних проводника.

Слични закључци могу бити изведени и увидом у одзиве на наредној слици, где су приказани таласни одзиви поља и припадајући хармонијски састав у унутрашњости штапног проводника непосредно уз руб роторског зуба. Ову позицију карактерише и практично истоветна дистрибуција амплитуда и припадајуће умањење у присуству магнетских жлебних летвица.



Слика 4.19 *У смеру супротном од кретања казаљке на сату: положај изабране тачке, таласни облик вектора магнетске индукције, хармонијски састав таласног облика вектора магнетске индукције и путања описана врхом фазора вектора магнетске индукције – штапни проводник уз руб роторског зуба*

Напослетку, низ пробраног скупа тачака и припадајућих одзива, започет онима са слике 4.3, окончава се одзивима у тачки на оси штапног проводника, на релативно малој дубини – слика 4.20. Будући да је најнижи доминантан просторни хармоник реда дванаест (односно учестаности од 600 Hz при синхроној брзини обртања), за који је познато да дубина продирања износи нешто преко 2,5 mm, може се закључити да ће поље на већим дубинама од ове бити ирелевантно за разматрање, пошто неће резултовати у индуковању кондукционих струја значајнијих амплитуда да би се манифестовале кроз осетнију појаву губитака.



Слика 4.20 *У смеру супротном од кретања казаљке на сату: положај изабране тачке, таласни облик вектора магнетске индукције, хармонијски састав таласног облика вектора магнетске индукције и путања описана врхом фазора вектора магнетске индукције – оса штапног проводника*

Штапни проводници су израђени од бакра, немагнетског материјала, те се вреди осврнути на чињеницу да се јављају значајно мање амплитуде магнетског поља него ли у феромагнетику, изузев донекле у доменима са дубоким засићењем. Међутим, реч је о неламелираној средини велике електричне проводности, где се и при сасвим малим вредностима временски промењивог магнетског поља очекују, сходно формулацији Фарадејевог закона, значајне амплитуде индукованих кондукционих струја.

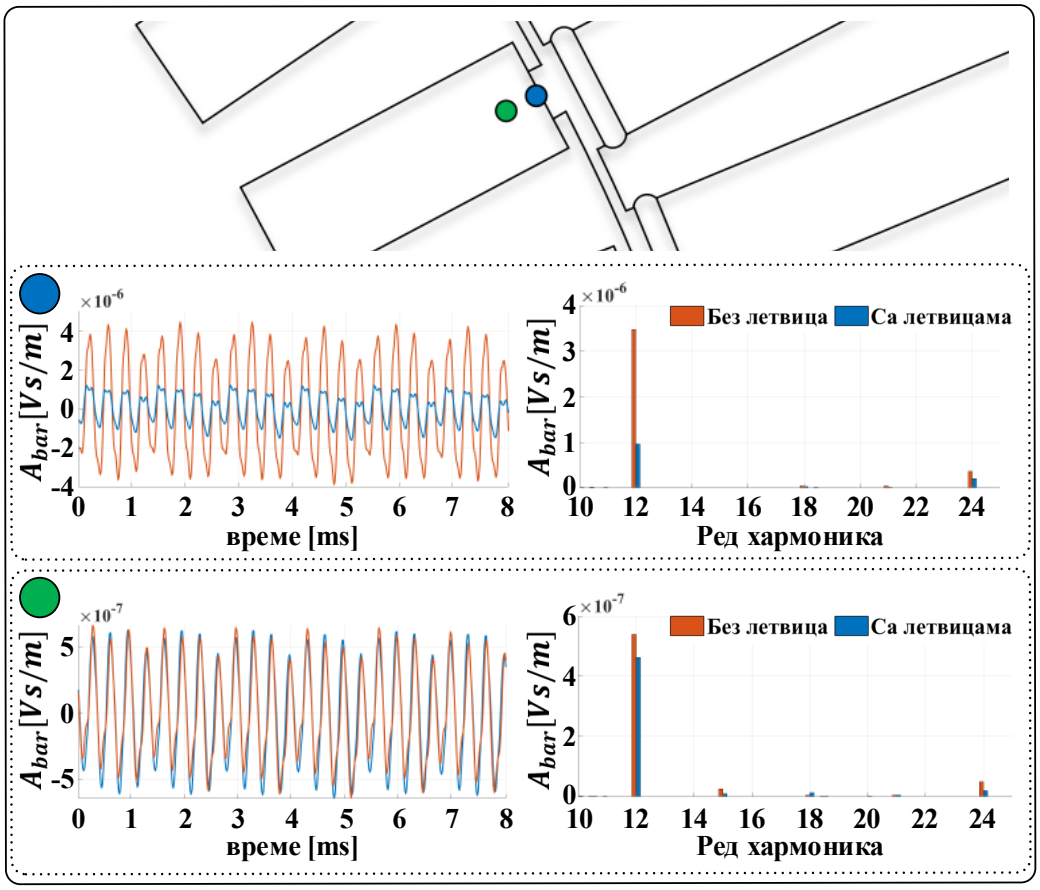
Фарадејевом закону подлежу временски и просторно промењиве компоненте поља, где је очито да виши просторни хармоници утолико и више доприносе индуковању кондукционих струја. Узимајући у обзир и да су штапни проводници масивни, природно се предвиђа и појава израженог површинског ефекта, поново утолико приметнијег колико је изазван присуством хармоника што вишег реда.

Стога се може очекивати да ће услед присуства паразитних виших хармоника поља, поспешених ожлебљењем, доћи до неповољног концентрисања паразитних кондукционих струја у танком површинском слоју штапних проводника, сразмерно дубини продирања. Наиме, према Фарадејевом закону у локалном, односно диференцијалном облику, индуковане кондукционе струје директно су последица временске промене магнетског вектор потенцијала. Законом се постулира да је индуковано електрично поље изазвано временским варијацијама магнетског вектор потенцијала, а када се томе придружи чињеница да се поље успоставља у проводној средини, за резултат се управо има појава кондукционих струја.

У досадашњим разматрањима, а нарочито у случају феромагнетске средине и ваздушног процепа, није искрсавала потреба за приказивањем магнетског вектор потенцијала, будући да је алгоритам прорачуна губитака у феромагнетику ослоњен на интензитете вектора магнетске индукције, а повратни утицај индукованих вртложних струја у лимовима на поље може се оправдано у потпуности

занемарити. Ситуација се драматично мења у случају проводне средине сачињене од масивних проводника, као што су штапни проводници у ротору, где је појава индукованих кондукционих струја уткана у сам принцип рада машине.

На основу претходних појашњења, на слици 4.21 приказани су одзиви који карактеришу магнетски вектор потенцијал у две одабране тачке унутар роторског штапног проводника: једна од тачака је смештена на врху осе роторског штапа, док се друга налази приближно 3 mm у дубини. Присуство магнетских жлебних летвица значајно умањује амплитуду магнетског вектор потенцијала у тачки на површини штапног проводника, где се најизраженији хармоник реда дванаест смањује чак за 70%. Умањење губитака услед паразитних кондукционих струја ће бити још израженије због квадратне зависности дефинисане Џуловим законом у локалном облику (израз 3.12). Тачка на дубини од 3 mm је изабрана у сагласности са наведеном дубином продирања најизраженијег хармоника поља, како би се демонстрирао потпуно занемарљив утицај летвица, што се и потврђује самим одзивима са слике.



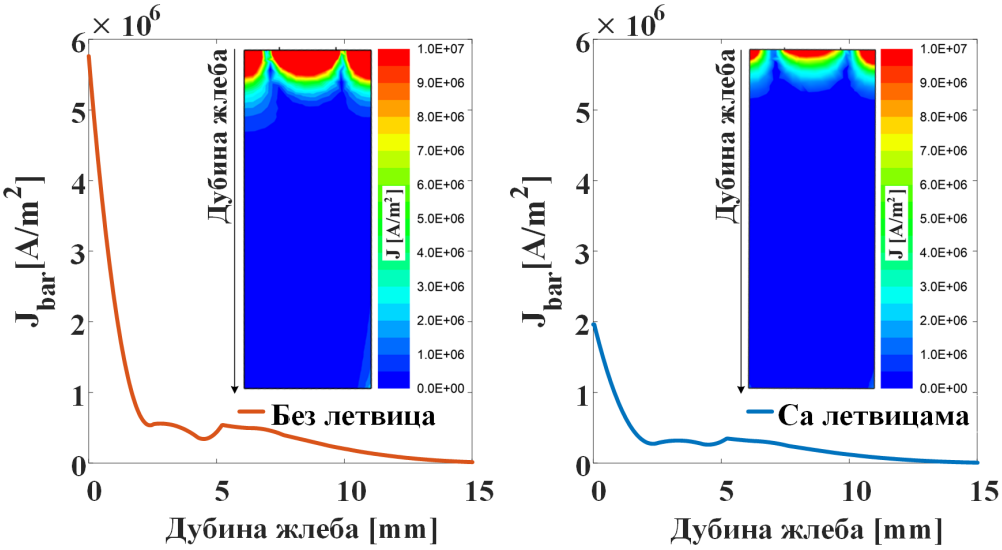
Слика 4.21 *Магнетски вектор потенцијал у две карактеристичне тачке унутар роторског штапног проводника: плава тачка на врху роторског штапа и зелена тачка која се налази приближно 5 mm у дубини, у машини са (плава линија) и без (наранџаста линија) магнетских жлебних летвица*

Претходним одзивима се јасно наговештава због чега је разматрање утицаја магнетских жлебних летвица на домен роторских штапних проводника назван окосницом ове анализе, која ће бити квалитативно крунисана, као и у случају домена феромагнетског материјала, након спровођења целокупног алгоритма прорачуна. Показаће се да је компонента додатних губитака у танком

површинском слоју штапних проводника у неоптерећеном стању најзаступљенија у расподели губитака без магнетских жлебних летвица, а да ће применом истих претрпети далеко највеће умањење.

Поткрепљење међусобне зависности промене вектора густине инудукованих кондукционих струја спрам просторне расподеле и временске промене магнетског вектор потенцијала може бити на још један начин оснажено одзивима са слике 4.22. На слици су упоредо приказане густине индукованих струја по дубини роторског штапног проводника у режиму празног хода без и у присуству магнетских жлебних летвица.

Одзиви у потпуности одражавају пређашња тумачења по питању просторне расподеле поља, а на неком од наредних приказа престојећег потпоглавља на тему запреминске густине губитака ће уочене разлике у погледу успостављених струја бити осликане кроз још израженије разлике у губицима.



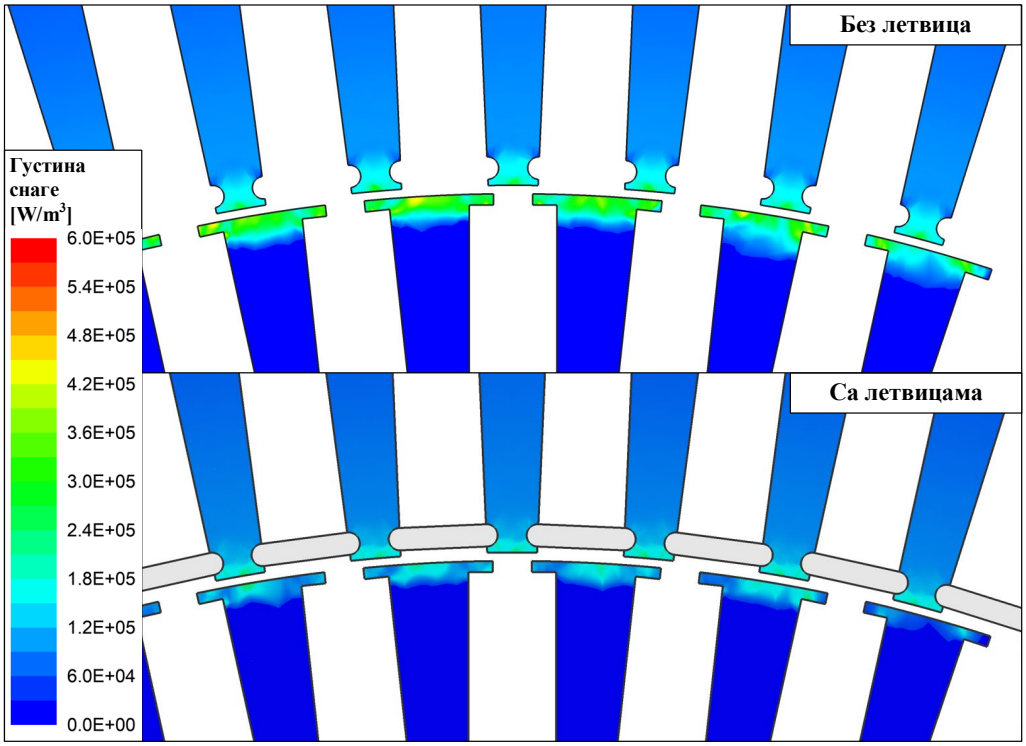
Слика 4.22 *Густина струје по дубини роторског штапног проводника у случају без и са уметнутим магнетским жлебним летвицама*

4.2 Резултати прорачуна губитака у неоптерећеном стању и припадајућа експериментална верификација

Након детаљног прегледа утицаја магнетских жлебних летвица на просторну расподелу поља у свим деловима електричне машине из претходног одељка, који је испраћен и јасним назнакама о очекиваним последицама на умањење губитака у неоптерећеном стању, овде ће се најзад приступити тумачењу резултата прорачуна губитака и упоређивању са резултатима мерења.

Прибављена просторна расподела поља је послужила као основ за нумеричку имплементацију предложеног алгоритма прорачуна, графички илустрованог сликом 3.10. Најпре ће се приказати резултати прорачуна над коначним елементима на које је издељен феромагнетски материјал машине, како у статору, тако и у ротору. Симултаним прорачуном појединачних компоненти губитака у феромагнетском материјалу, односно хистерезисних (према изразу 3.18), губитака услед вртложних струја (израз 3.19) и додатне компоненте предвиђене изразом 3.20, те њиховим сабирањем се за сваки

од коначних елемената може добити дискретна вредност локалне густине губитака. Овакав скуп вредности се затим може графички приказати, на такав начин да области са израженијом дисипацијом губитака бивају обојене топлијим бојама. Управо је такав приказ дат на слици 4.23, где се упоредо (без и са магнетским жлебним летвицама) могу уочити просторне расподеле запреминске густине снаге укупних губитака у феромагнетском материјалу.



Слика 4.23 *Просторна расподела густине снаге губитака у магнетском колу, без (слика – горе) и са (слика – доле) магнетским жлебним летвицама*

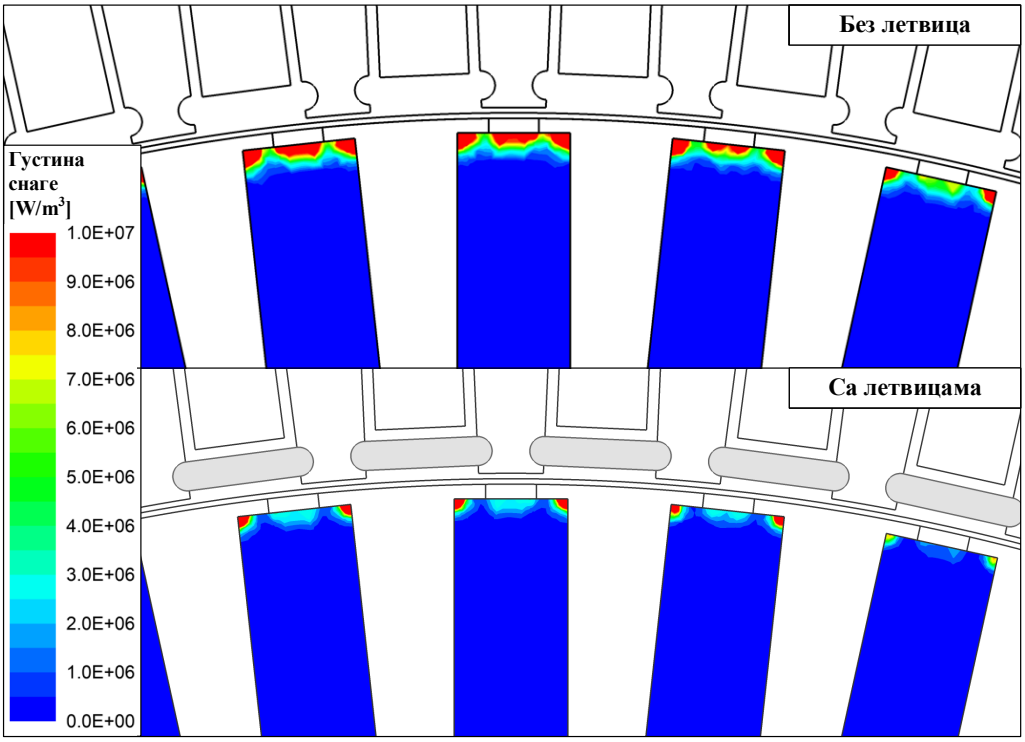
Са слике се јасно види изразито неповољна просторна расподела губитака у одсуству летвица, где је најважније приметити да су заправо врхови роторских, а не статорских зубаца област са најизраженијом локалном густином дисипације. Очито је да примена летвица превасходно умањује управо дисипацију у површинском слоју роторског феромагнетика, док је сличан ефекат далеко мање уочљив у феромагнетику статора. Овим се недвосмислено показује да се код анализиране врсте кавезних асинхроних машина, односно нисконапонских машина велике снаге, у потпуности потврђује први део изречене хипотезе из уводног поглавља који се односи на губитке у феромагнетском материјалу:

Применом магнетских жлебних летвица се може остварити значајно смањење губитака независних од оптерећења машине, али превасходно оних који не потпадају под традиционалну расподелу губитака празног хода, дакле губитака у магнетском колу ротора *и додатних губитака у штаповима кавезног намотаја.*

Макроскопски ефекти на умањење укупних губитака у неоптерећеном стању ће бити здружено приказани тек након што се потврди и други део постављене хипотезе, а који се тиче компоненте губитака у штапним проводницима ротора.

Када се на добијену расподелу вектора густине струја (слика 4.22), индукованих у штапним

проводницима ротора примени образац 3.26, према којем се врши прорачун запреминске густине снаге Џулових губитака, могуће је графички, по узору на претходну слику, приказати ову просторну расподелу – слика 4.24. Уочава се до сада најнеповољнија просторна расподела, која у изузетно танком слоју проводника предвиђа дисипацију која готово, судећи према скалама са слика 4.23 и 4.24, по вршним вредностима премашује око 20 пута ону за случај губитака у феромагнетику.

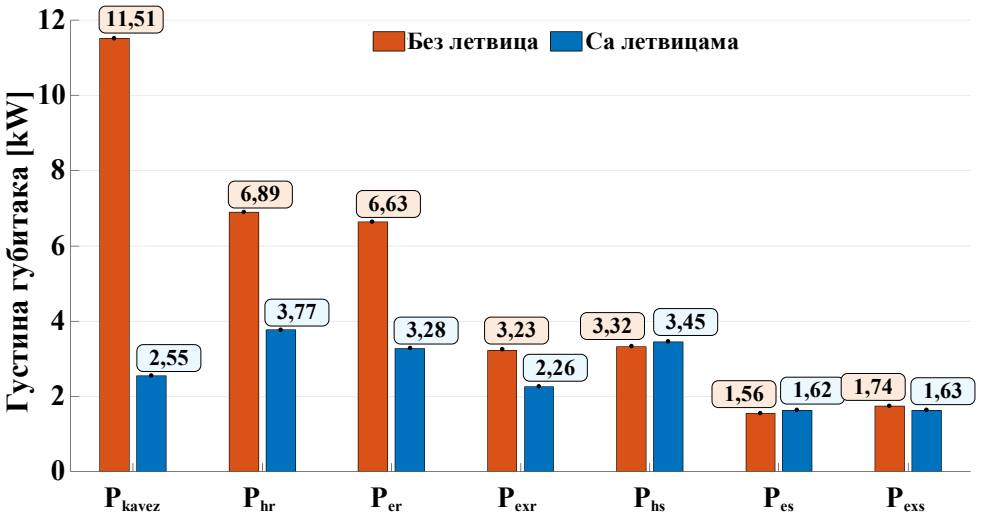


Слика 4.24 *Просторна расподела густине снаге губитака у кавезном намотају, без (слика – горе) и са (слика – доле) уметнутим магнетским жлебним летвицама*

Уметањем магнетских жлебних летвица се очито значајно умањују губици у штапним проводницима, што ће, у садејству са упоредним приказом сумарних вредности појединачних компоненти губитака који следи, заокружити и употпунити ваљаност целе изречене хипотезе:

...дакле губитака у магнетском колу ротора ***и додатних губитака у штаповима кавезног намотаја***.

На слици 4.25 приказане су појединачне компоненте губитака са становишта природе њихових узрока, сумаризоване по карактеристичним деловима машине. Упоредо су назначене појединачне компоненте следећег редоследа: паразитни губици у кавезном намотају (P_{kavez}[kW]), хистерезисни губици у феромагнетику ротора (P_{hr}[kW]), губици услед вртложних струја у ротору (P_{er}[kW]), компонента додатних губитака у ротору (P_{exr}[kW]), хистерезисни губици у феромагнетику статора (P_{hs}[kW]), губици услед вртложних струја у статору (P_{es}[kW]) и компонента додатних губитака у статору (P_{exs}[kW]).



Слика 4.25 *Појединачне компоненте губитака*

Потврђује се да је примена магнетских летвица највише допринела умањењу роторских компоненти губитака, нарочито оних у кавезном намотају, а затим у феромагнетику ротора, док је утицај на губитке у феромагнетику статора готово неприметан. Дакле, приближно 55% од укупног смањења губитака, што је еквивалентно снази од 8,96 kW, отпада на редукцију губитака у кавезном намотају. Што се тиче губитака у гвожђу, највећи пад забележен је у ротору, где су хистерезисни и губици услед вртложних струја смањени за отприлике 45%–50%, а компонента додатних губитака за око 30%.

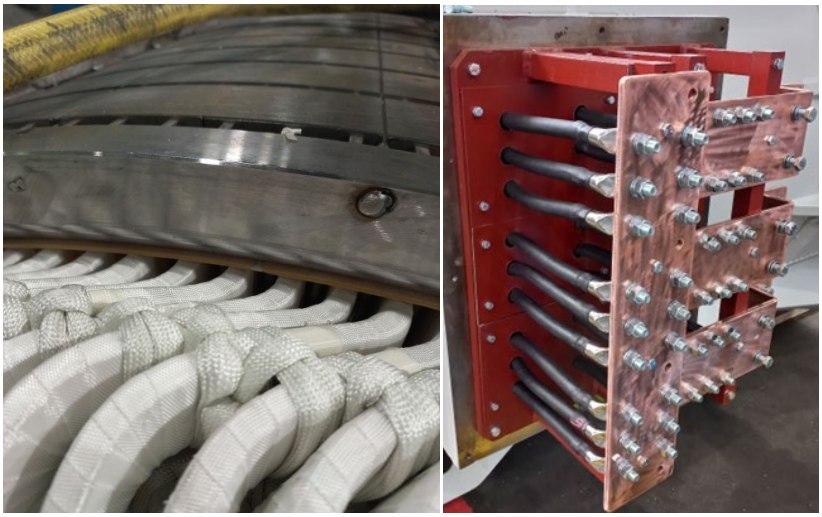
Након представљања резултата нумеричких симулација и прорачуна, ово поглавље се наставља приказом експерименталних резултата, као и квантификовањем и валидацијом предложених модела прорачуна губитака.

Следећи закључке изведене из нумеричких симулација и аналитичких прорачуна, у наставку се пажња усмерава на експерименталну верификацију предложеног модела губитака, као и на квантитативну анализу и валидацију добијених резултата. Машина је првобитно произведена без примене магнетских жлебних летвица, што је довело до неочекивано високих вредности губитака у неоптерећеном стању, откривених путем стандардног огледа празног хода. Због неусаглашености са захтевима наручиоца, извршена је конструктивна модификација машине уметањем летвица. Сликом 4.26 лево дат је детаљ формираног лим пакета статора спремног за формирање статорског намотаја и постављање летвица, док се на десном делу приказује делимично услаган намотај са накнадно уметнутим магнетским жлебним летвицама.



Слика 4.26 *Детаљ формираног лим пакета статора (лево) и делимично услаган намотај са накнадно уметнутим магнетским жлебним летвицама (десно)*

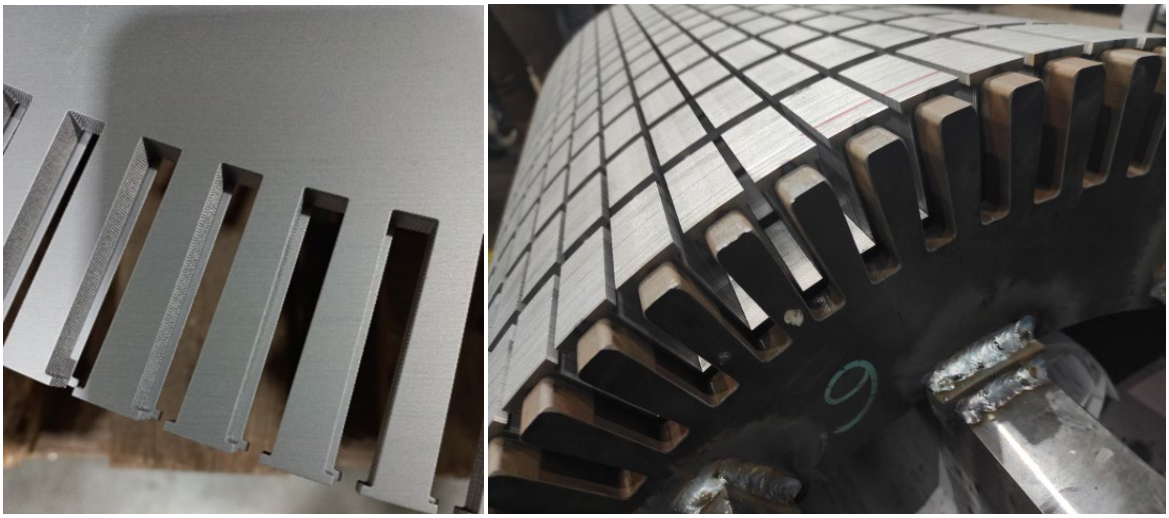
Када се окончало уметање целокупног трофазног намотаја и постављање летвица, уследило је учвршћивање бочних веза (главе намотаја) термоизолационом траком – слика 4.27 лево, електрично повезивање полно фазних група и формирање паралелних грана намотаја, а затим и њихово извођење на прикључну кутију машине – слика 4.27 десно.



Слика 4.27 *Учвршћен статорски намотај (лево) и прикључна кутија са доведеним изводима (десно)*

Процес израде ротора није изискивао никакве измене због тога што су накнадно уметане магнетске жлебне летвице у статор. Дакле, унутрашњи делови лимова од којих је исецан статорски пакет су искоришћени за обликовање роторског пакета, формирањем жлебова по њиховом спољашњем ободу. На слици 4.28 с лева приказан је део појединачних лимова спремних за слагање у пакет, док је на десном делу слике приказано како се сачињени роторски пакет састоји и од аксијалних прореза за додатно струјање ваздуха (тзв. промајишта). Овако обликовано магнетско коло ротора је спремно за слагање

роторских штапних проводника и њихово повезивање са краткоспојним прстеновима са обе стране пакета.



Слика 4.28 *Појединачни лимови (лево) и лим пакет ротора (десно)*

На крају, на слици 4.29 је из две перспективе приказана потпуно израђена машина пре испоруке, којој су претходила накнадна експериментална испитивања у сврху установљавања доприноса магнетских жлебних летвица у смањењу укупних губитака у машини, у потпуности испуњавајући захтеве наручиоца машине.



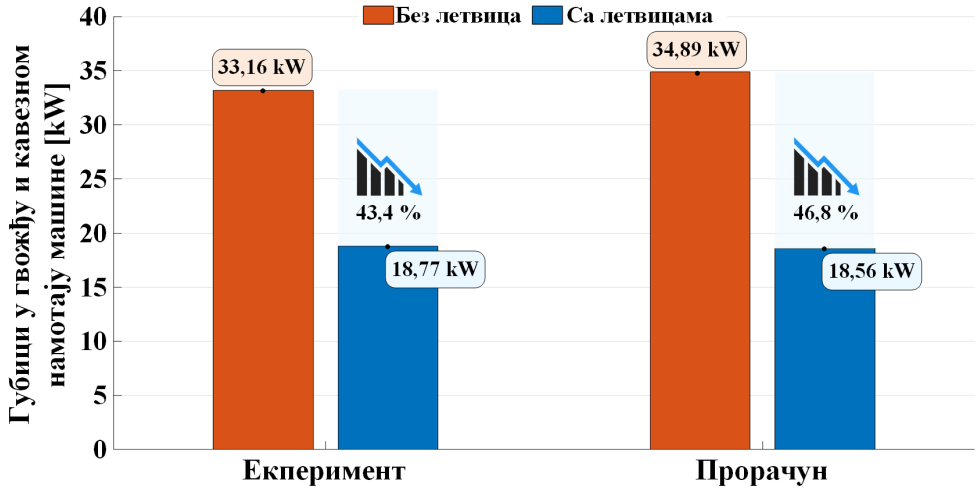
Слика 4.29 *Изглед машине непосредно пре испоруке наручиоцима*

Машина је испитана стандардним огледом празног хода, при чему је мерена улазна електрична снага, док су губици у намотајима статора одређени рачунским путем и одузети од укупне улазне снаге, како би преостали део чинио тзв. уже губитке празног хода. У складу са стандардом IEC 60034-2-1, ужи губици празног хода подразумевају губитке у феромагнетском материјалу статора и механичке губитке [7]. Према важећој методологији, не постоји прописан поступак за даље раздвајање магнетске

компоненте губитака, те се, након издвајања механичких губитака, преостали износ у потпуности приписују губицима у магнетском колу статора.

Сликом 4.30 (лево) дат је упоредни приказ експериментално одређених ужих губитака, и то за конфигурацију без и са примењеним магнетским жлебним летвицама. Десни део слике 4.30 приказује резултате добијене *FEA* симулацијама применом предложеног модела губитака, такође за обе конфигурације.

Потребно је нагласити да губици приказани на слици 4.30 обухватају и губитке у магнетском колу ротора, као и паразитне губитке у роторском кавезном намотају. Они су свакако предложеним поступком прорачуна одређени и понаособ, али се са експерименталним резултатима, у којима их је немогуће издвојити, морају приказивати здружено. Према томе, експериментална метода их имплицитно приписује губицима у гвожђу статора који грешком постају већи него што заиста јесу. Истовремено, редукција губитака остварена применом магнетских жлебних летвица често се услед тога интерпретира као искључиво смањење губитака у гвожђу статора.



Слика 4.30 *Укупни губици независни од оптерећења са и без магнетских жлебних летвица – резултати експеримента и предложеног нумеричког прорачуна*

Експериментални резултати показују да је применом магнетских жлебних летвица остварено смањење губитака од 43,4% (14,39 kW), односно са 33,16 kW на 18,77 kW. Предложени модел прорачуна је предвидео редукцију од 46,8% (16,33 kW), при чему су губици смањени са 34,89 kW на 18,56 kW, што указује на висок степен сагласности и тачности предложеног модела, како на интегралном нивоу сумарних губитака, тако и кроз раније потврђене ставке главне хипотезе овог истраживања.

Умањење губитака празног хода се повољно одражава на утрошак електричне енергије кроз дугорочну експлоатацију машина, оправдавајући повећане трошкове током саме израде. У зависности од врсте погона, а нарочито код машина већих снага, учестали су периоди рада у неоптерећеном стању. Такође је чест случај да је погон са аспекта снаге изабране машине већ и у самој фази пројектовања предимензионисан, што се дугује разним сигурносним факторима. Отуда не изненађује да, изузев честих интервала рада у неоптерећеном стању машине већих снага и иначе у просеку раде под

релативно малим оптерећењем. На основу изреченог се може закључити да код одређених врста погона током рада доминирају губици празног хода, те се њиховим смањењем применом магнетских летвица оне утолико брже могу исплатити.

Изузев потврђивања главне хипотезе истраживања која се тицала изучавања утицаја магнетских жлебних летвица на губитке празног хода, свакако се очекује да предности њихове примене досежу и до режима рада машине под различитим интензитетима оптерећења, кроз побољшање свеобухватних перформанси машине. То се превасходно односи на повећање енергетске ефикасности, смањење реактивне компоненте снаге и последично повећање фактора снаге, праћено раније истицаним умањењем непожељних вибрација и буке.

У наредном поглављу ће се спровести евалуација примене магнетских жлебних летвица са нагласком на њихов утицај на тзв. терминалне величине машине, у смислу електричног и механичког приступа. Дакле, упоредо ће се приказати утицај примене летвица на таласне облике и интензитете фазних и мрежних струја машине, оствареног електромагнетског момента и брзине обртања. Кроз овај, махом експлоатациони приступ увиду у перформансе машине, ће се у одређеном смислу уступити простор макроскопским ефектима примене летвица, који се свакако у погледу своје квантификације ослања на изучене локалне ефекте њихове примене, темељно спроведене у овом поглављу.

5 Допринос магнетских жлебних летвица са аспекта величина електричног и механичког приступа машине

Након излагања у претходном поглављу, где је главно усмерење било ка прорачуну појединачних компоненти губитака у неоптерећеном стању, овде ће се, како је и најављено, спровести вредновање доприноса магнетских летвица на спољa приступачне величине које карактеришу рад машине. Реч је о струјама, оствареном електромагнетском моменту, ефикасности и фактору снаге машине. Таласни облици који ће бити приказани у наставку текста прибављени су путем рачунарских симулација над динамичким моделом машине, извршеним у софтверу који имплементира транзијентну методу коначних елемената. Доступни експериментални резултати не пружају увид у таласне облике, већ садрже само дискретне вредности, попут ефективне вредности струја, брзине обртања, снаге и слично, те ће се поређење са резултатима симулација моћи извршити такође путем дискретних вредности величина, табеларно, што ће такође следити у наставку.

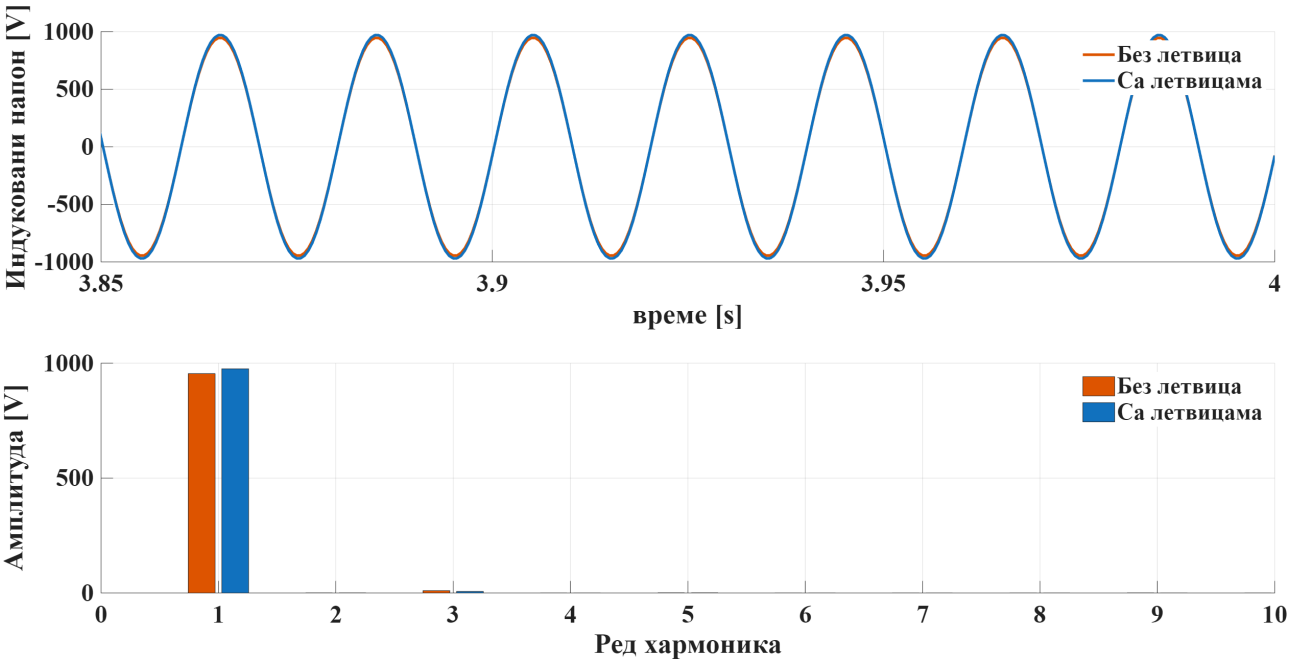
Преглед ће се ограничити на свега два рубна случаја рада машине, режим празног хода и режим номиналног оптерећења. Сличан поступак се може спровести и за било које друго релативно оптерећење машине, али са становишта очекиваних резултата не може бити никаквих фундаменталних додатних доприноса овом истраживању, те ће стога и са правом изостати.

Режим празног хода нисконапонских машина у споју статорских намотаја троугао карактерише значајно изобличење фазних струја, са изразитим доприносом трећег хармоника мрежне учестаности. Нисконапонске машине се, за разлику од високонапонских, конструишу тако да експлоатишу својства феромагнетских материјала на ивици засићења. Ово доводи до успостављања нелинеарне зависности међу фазним струјама празног хода и флуксним обухватима статорских намотаја.

Фазне електромоторне силе због споја троугао карактерише готово простопериодични облик, наслеђен из флуксних обухвата, чиме се готово сва магнетска нелинеарност мора осликати у фазним струјама машине. На слици 5.1 упоредо су приказани таласни облици и хармонијски састав фазних електромоторних сила, у устаљеном режиму празног хода, без и у присутву магнетских жлебних летвица. Како је и најављено, хармонијски састав електромоторних сила је такав да је присуство виших хармоника суштински безначајно, што је обезбеђено спојем троугао који омогућава да се сва нелинеарност, а превасходно израженост трећег хармоника, огледа у фазним струјама уместо у електромоторним силама.

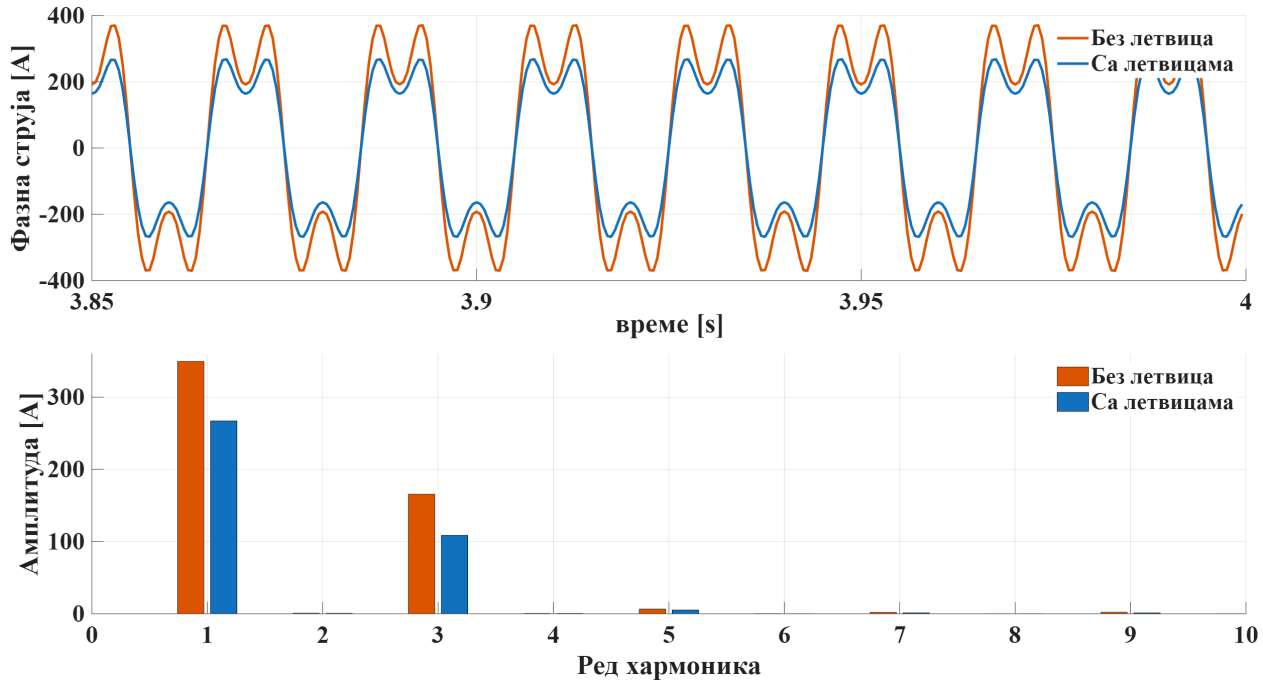
Одређена разлика у амплитудама индукованих електромоторних сила директна је последица утицаја магнетских жлебних летвица. Наиме, у присуству летвица долази до ефективног увећања заступљености материјала повећане релативне пермеабилности у односу на ваздух, што доводи до смањења потребних вредности реактивних компоненти струја током успостављања магнетског поља. За узврат, мање ефективне вредности статорских струја изазивају мање падове напона на отпорностима и реактансама расипања статорских намотаја, чинећи да се напон наметнут машини из мреже и индуковане електромоторне силе мање разликују по амплитуди. Дакле, у присуству магнетских

жлебних летвица очекују се веће амплитуде основног хармоника електромоторних сила, што се јасно и потврђује са слике 5.1.



Слика 5.1 *Фазна електромоторна сила у режиму празног хода и припадајући хармонијски састав*

Изобличеност фазних струја, са израженим уделом трећег хармоника мрежне учестаности у износу преко 40 % се врло јасно може опазити увидом у одзиве са слике 5.2.

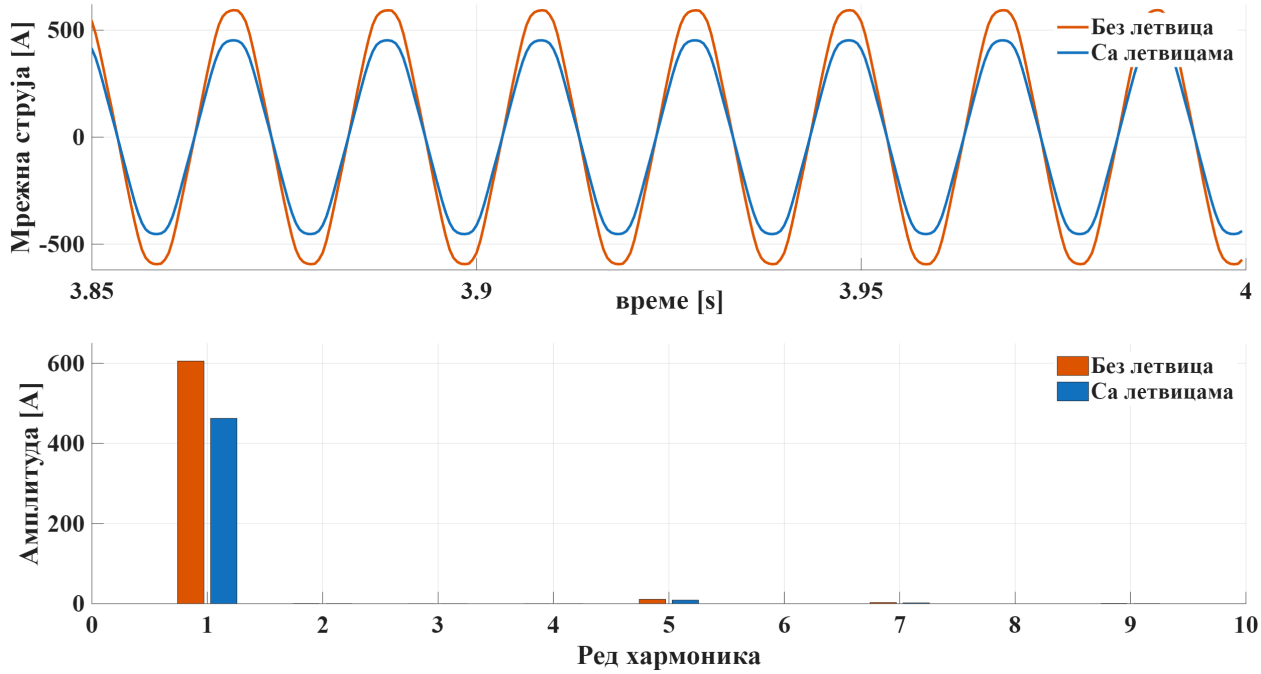


Слика 5.2 *Фазна струја у режиму празног хода и припадајући хармонијски састав*

Применом магнетских жлебних летвица се свакако не може значајно умањити ниво засићења феромагнетског материјала у целом пресеку. Међутим, испоставља се да се у површинским слојевима феромагнетика статора и ротора, који су без примене летвица у изразито дубоком засићењу оно ипак ублажава у толикој мери да то доводи до смањења већ помињане реактивне компоненте струје празног хода, што праћено смањењем активне компоненте због редукције губитака празног хода значајно доприноси паду ефективне вредности фазних струја. Ово се јасно уочава са претходне слике двојако – кроз очит пад ефективне вредности основног и трећег хармоника од око 20 %, односно преко 30%.

Продор изобличења фазних струја ка напојној мрежи је у великој мери онемогућен спојем троугао, којим се постиже међусобно поништавање истофазних трећих хармоника фазних струја, њиховим међусобним одузимањем у формирању линијских струја машине. Упоредни приказ линијских струја за случај са и без примене магнетских жлебних летвица, како у погледу таласних облика, тако и са аспекта хармонијског састава, дат је сликом 5.3.

Увидом у одзиве са слике 5.3 се примећује готово безначајно хармонијско изобличење, иако је реч о режиму празног хода. Умањење ефективне вредности основног хармоника у линијским струјама је суштински истог нивоа као и у случају фазних струја са претходне слике.

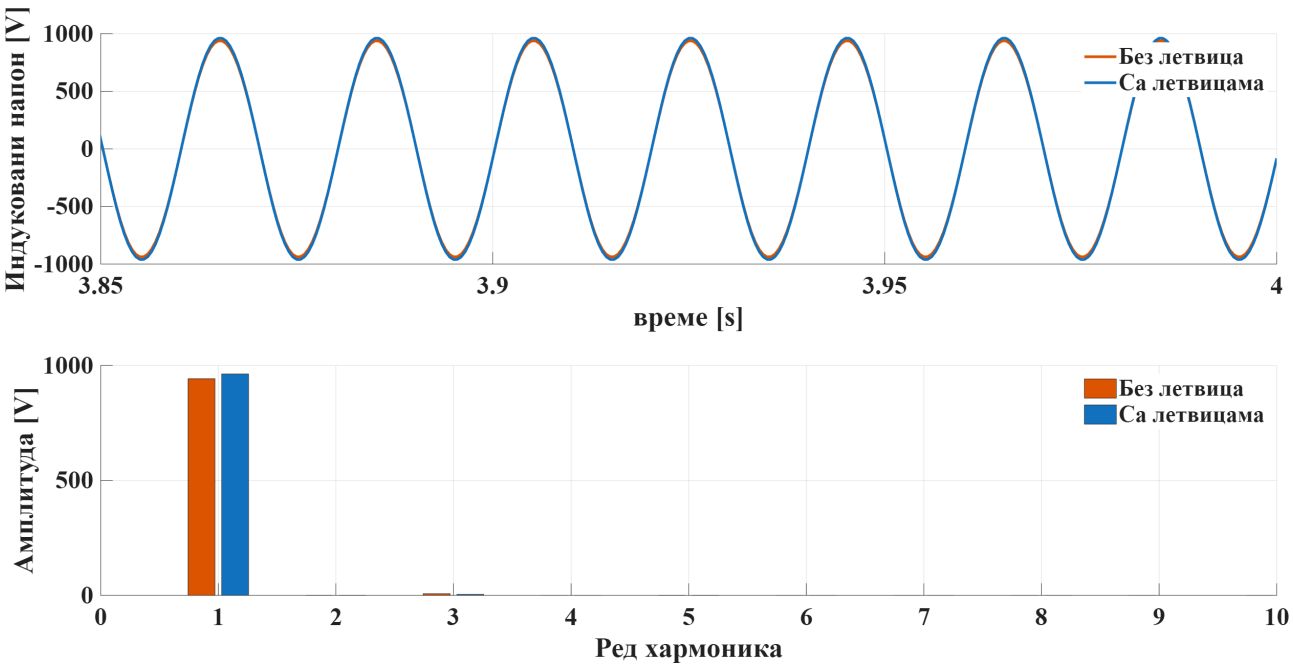


Слика 5.3 *Мрежна струја у режиму празног хода и припадајући хармонијски састав*

Вреди истаћи и да се на одзивима са претходне две слике може приметити присуство петог и седмог хармоника, врло малих ефективних вредности. То је и према очекивањима, будући да је статорски трофазни намотај изведен као двослојни са скраћењем навојног корака, нарочито осмишљеним како би се управо појава ова два хармоника у струји свела на најмању могућу вредност. За разлику од трећег хармоника, пети и седми хармоници у фазним намотајима не доводе до њиховог поништавања у линијским струјама, јер нису истофазни, те се не могу елиминисати самом природом споја троугао. Осим тога, пети и седми хармоник показују својства слична основном хармонику у погледу

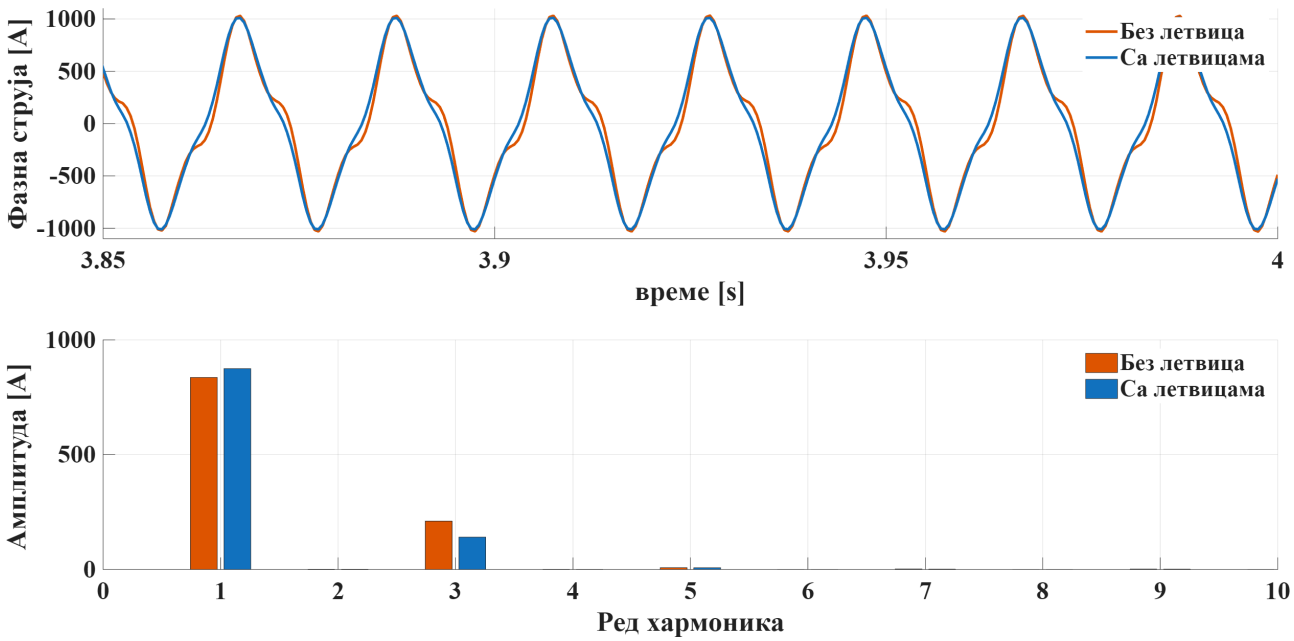
успостављања обртног поља и формирања електромагнетског момента, суперпонирајући се на поље и моменат услед присуства основног хармоника, резултујући у изобличењу и реметећи процес електромеханичког претварања енергије. Отуда је њихово сузбијање императив код машина већих снага.

Слично одзивима са три претходне слике, следе одзиви индукованих електромоторних сила, фазних и мрежних струја машине, овога пута у режиму са називним оптерећењем – слике 5.4, 5.5 и 5.6. Амплитуде електромоторних сила у односу на случај режима празног хода бележе одређен, мањи пад у вредностима, што се дугује порасту пада напона у статорским намотајима услед пораста струја изазваних појавом оптерећења. Свакако је и даље већа вредност електромоторне силе у присуству магнетских летвица због нешто мање амплитуде струје у том случају.

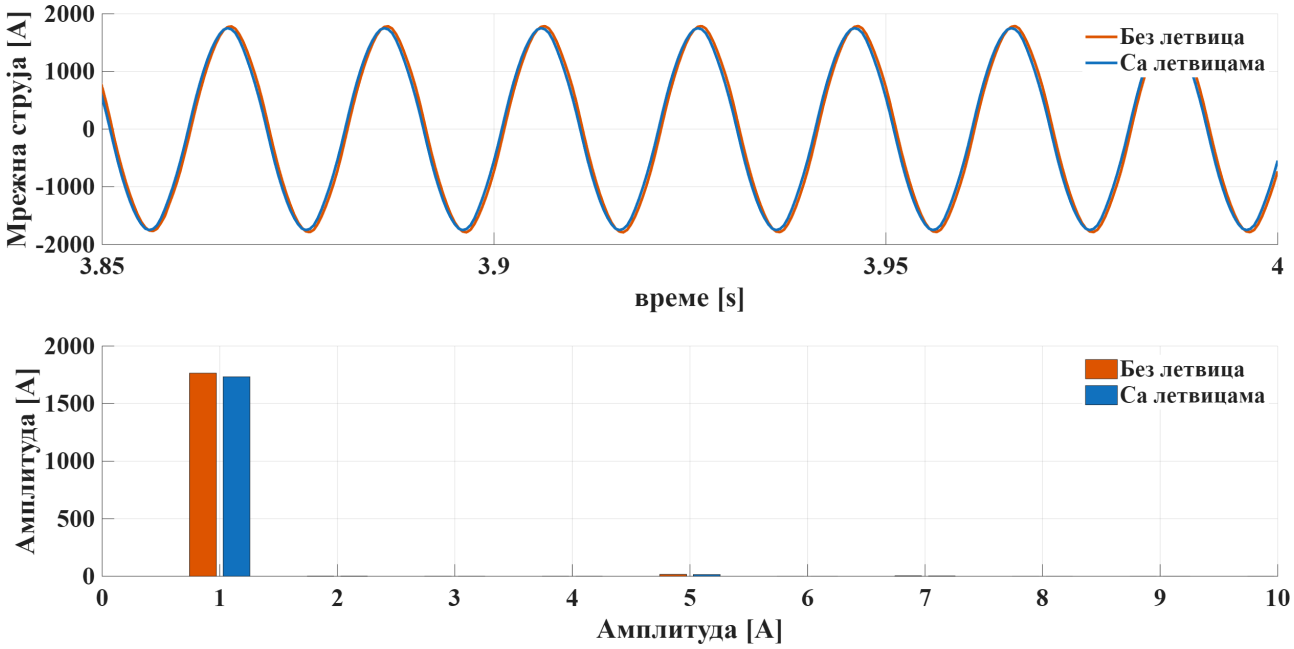


Слика 5.4 *Фазна електромоторна сила у режиму номиналног оптерећења и припадајући хармонијски састав*

У погледу одзива струја на сликама 5.5 и 5.6, примећује се значајан пораст амплитуде основног хармоника, како у фазним тако и у струјама ка мрежи, што је и природно спрам пораста оптерећења на вратилу машине. Трећи хармоник суштински није претрпео готово никакве измене услед оптерећења, што је такође према очекивањима, јер се његово успостављање искључиво везује за интензитете засићења, а не допринос електромеханичком претварању, будући да трећи хармоник ни не образује обртно поље.



Слика 5.5 *Фазна струја у режиму номиналног оптерећења и припадајући хармонијски састав*



Слика 5.6 *Мрежна струја у режиму номиналног оптерећења и припадајући хармонијски састав*

Када се упореде амплитуде хармонијских компоненти струја у присуству магнетских жлебних летвица, оне такође бележе пад у односу на одзиве без летвица, што се поново дугује истим разлозима као и на претходне две слике, односно доминантно услед пада вредности губитака празног хода и реактивне компоненте струје.

Пораст амплитуда основног хармоника, уз неизмењене вредности виших хармоника неминовно обезбеђује мање хармонијско изобличење фазних струја, док је ефекат на мрежне струје далеко мање

изражен, будући да у њима није ни садржан трећи хармоник. У наредној табели је дат преглед показатеља квалитета струја кроз укупно хармонијско изобличење мрежних ($THD(I_{AB})$) и фазних ($THD(I_A)$) струја, праћено доприносом појединачних доминантних хармоника, односно трећег ($HD_3(I_{AB})$ и $HD_3(I_A)$) и петог ($HD_5(I_{AB})$ и $HD_5(I_A)$) хармоника.

Табела 5.1 *Преглед показатеља квалитета струја*

Режим	**Празан ход**		**Номинално оптерећење**	
I_{AB}	**425,2 A**	**319,5 A**	**1264,9 A**	**1238,2 A**
$THD(I_{AB})$	1,95 %	2,08 %	1 %	0,92 %
$HD_3(I_{AB})$	~0,0 %	~0,0 %	~0,0 %	~0,0 %
$HD_5(I_{AB})$	0,31 %	0,34 %	0,16 %	0,15 %
I_A	**276,3 A**	**205,7 A**	**821,8 A**	**797,2 A**
$THD(I_A)$	48,98 %	42,02 %	26,05 %	16,69 %
$HD_3(I_A)$	31,70 %	27,18 %	16,86 %	10,79 %
$HD_5(I_A)$	0,32 %	0,34 %	0,16 %	0,15 %
Летвице	**Без**	**Са**	**Без**	**Са**

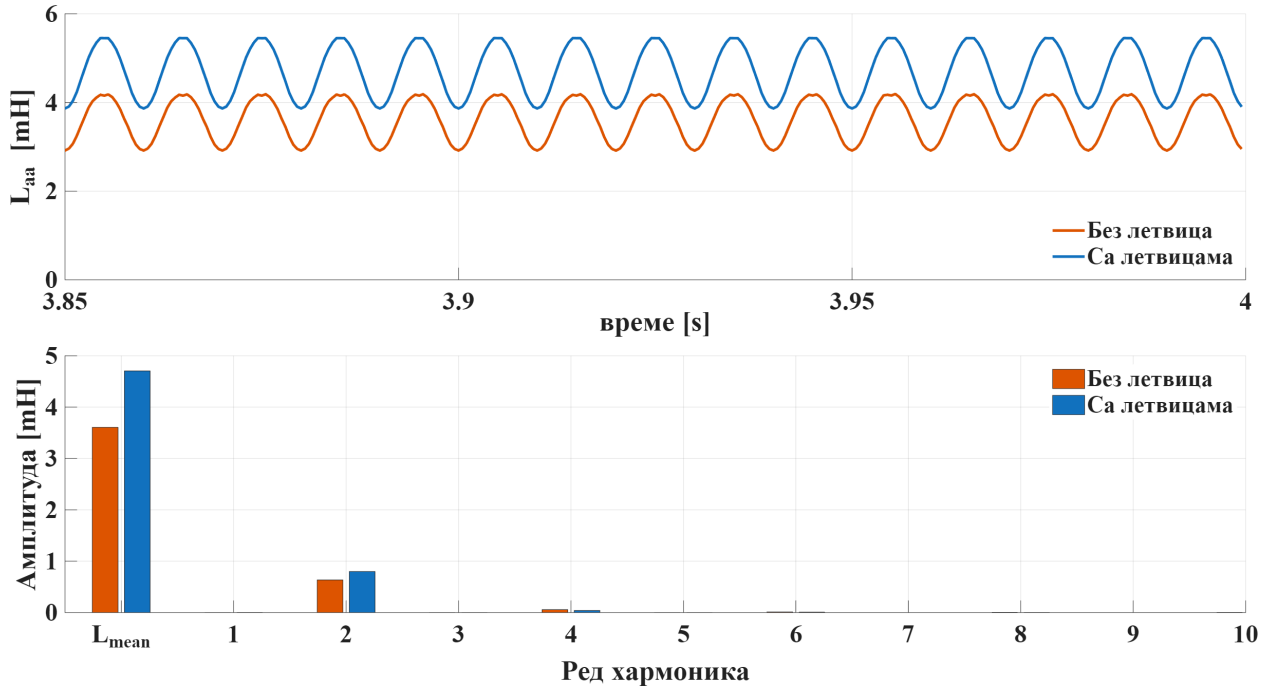
Увидом у табелу се потврђује претходно изречено у погледу заступљености хармонијских компоненти. Дакле, готово безначајан утицај на пети и трећи хармоник у апсолутном износу, али процентуално смањење у оптерећеном стању услед значајног пораста основног хармоника струја.

Утицај магнетских жлебних летвица на смањење реактивне компоненте снаге се може, осим квалитативног повезивања са падом нивоа засићења у површинским слојевима феромагнетског материјала и квантативно поткрепити увидом у таласне облике сопствене индуктивности фазних намотаја статора. Наиме, излазак из дубоког засићења локално повећава пермеабилност феромагнетика, што се одражава и кроз пораст индуктивности, будући да је индуктивност параметар директно зависан од магнетских својстава средине. Пораст вредности индуктивности је у обрнутој сразмери са потребним вредностима струја нужних за успостављање магнетског поља које резултује у флуксним обухватима одговарајућих вредности, а спрам амплитуда напона наметнутих машини.

На слици 5.7 приказан је таласни облик сопствене индуктивности фазе a (L_{aa} [mH]) и припадајући хармонијски састав, упоредо за случај без и са примењеним магнетским летвицама. Одзив је добијен симулацијама устаљеног режима празног хода. Очигледан је пораст средње вредности индуктивности, потпуно самерљив са падом вредности фазних струја празног хода са слике 5.1.

Вреди се осврнути и на природу виших хармоника у одзиву, где је изражено присуство другог хармоника. Ово се наизглед чини несвакидашњим, будући да су се у досадашњим одзивима јављали искључиво непарни хармоници. Ипак, појашњење ове појаве је врло једноставно – други хармоник је директна последица засићења магнетског кола, које је просторно динамично јер засићење „путује“ по попречном пресеку тако да прати положај резултантног обртног поља.

Како је феромагнетски материјал за обртне машине изотропан, очекује се исти ниво засићења за исте апсолутне вредности поља, невезано за смер и предзнак. Талас обртног поља се по једној просторној периоди заправо састоји од две полупериоде супротних поларитета које се обрћу синхроном брзином, фазно помакнуте за електрични угао од 180°, свака изазивајући по једну зону повишеног засићења по једној просторној периоди. На основу изреченог постаје јасно због чега у таласним облицима индуктивности постоје парни хармоници, а нарочито управо други хармоник.

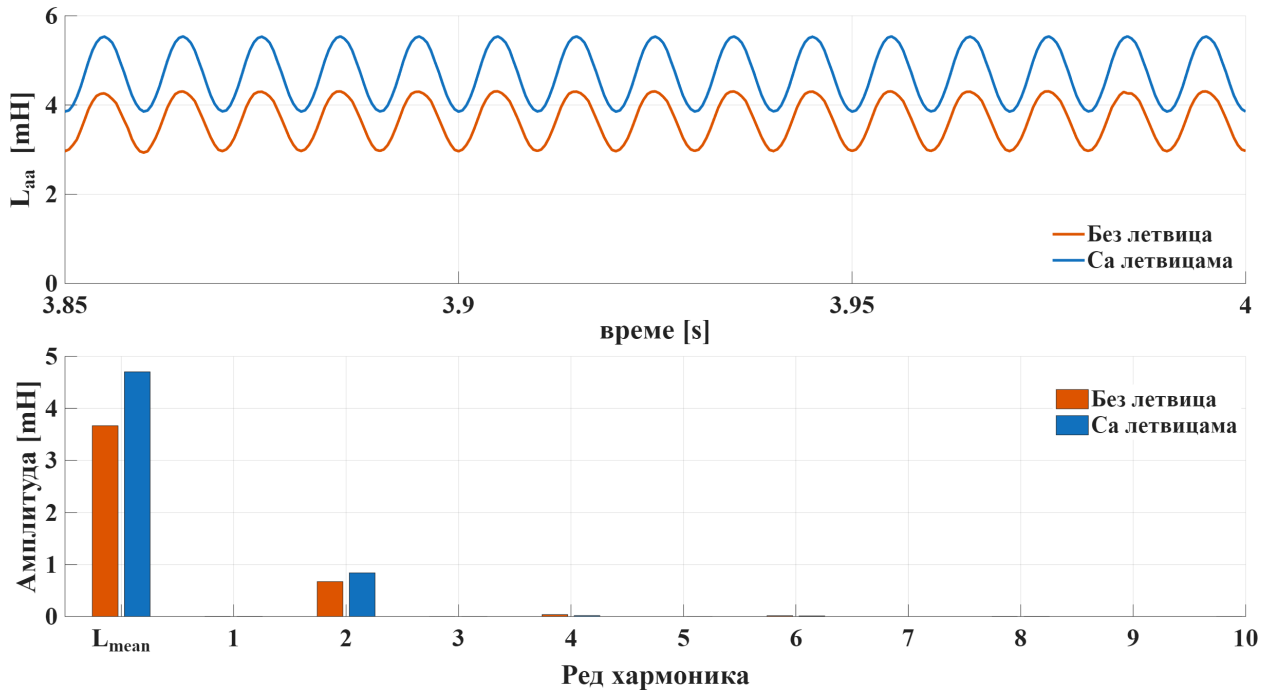


Слика 5.7 *Сопствена индуктивност фазе a у режиму празног хода и припадајући хармонијски састав*

Прикладно је додати и да општа теорија моделовања обртних електричних машина најчешће или занемарује утицај засићења или га посредно уважава искључиво кроз смањење средње вредности индуктивности. Уз то се и целокупна матрица статорско-статорских индуктивности проглашава независним од положаја ротора. Ефекат засићења формално и није зависан од положаја ротора, али јесте од положаја обртног поља, па је отуда независан од брзине обртања ротора, већ је искључиво везан за синхрону брзину обртног поља.

Магнетске жлебне летвице очито безначајно утичу на ефекат путујућег засићења на приказану индуктивност, манифестовану кроз амплитуду осцилација на двострукој учестаности, али свакако доприносе порасту средње вредности индуктивности. Ово ће се одразити на већ помињан начин по питању вредности реактивне компоненте струја и оствареног фактора снаге, о којем ће више речи бити касније.

Радни режим машине у условима номиналног оптерећења не доприноси значајно другачијим одзивима у индуктивности L_{aa}, приказаним сликом 5.8, али је она приложена зарад целовитости излагања.



Слика 5.8 *Сопствена индуктивност фазе а у режиму номиналног оптерећења и припадајући хармонијски састав*

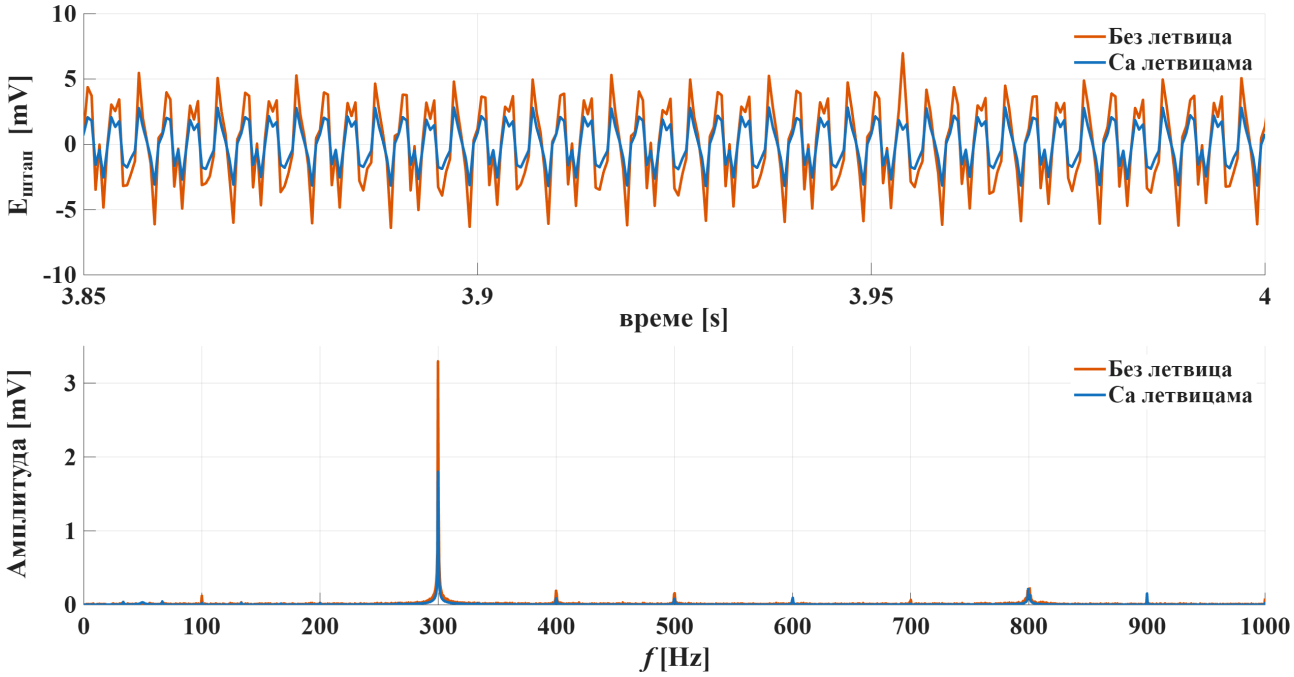
Кавезни намотај машине не поседује електрични приступ, тако да успостављене струје у штапним проводницима услед изложености променљивом резултантном пољу не могу бити подвргнуте мерењима. Међутим, имајући у виду резултате претходног поглавља, у којем се показало да магнетске жлебне летвице превасходно редукују губитке у кавезном намотају, од важности је приказати и најзначајније одзиве електричног кола ротора. Нарочито ће, посредством упоредног приказа резултата без и у присуству летвица, интегрални ефекат њихове примене оправдати приказ и дискусију која ће бити спроведена у наставку текста.

На слици 5.9 дат је упоредни приказ таласних облика индуковане електромоторне силе у једном штапном проводнику, уз придружен хармонијски састав. Испоштован је хронолошки редослед као и за случај приказивања статорских струја, односно најпре је реч о анализи одзива у устаљеном режиму празног хода.

У идеализованој представи машина (идеална цилиндричност и простопериодична расподела поља), уз претпоставку да се ротор обрће синхроном брзином, у роторским штапним проводницима се не би индуковала никаква електромоторна сила, због изостанка релативности кретања обртног поља и ротора. Међутим, у присуству ожлебљења статора и виших просторних хармоника у резултантном обртном пољу, стичу се предуслови да се у штапним проводницима ротора чак и у режиму празног хода индукују ненулте електромоторне силе, а последично и струје.

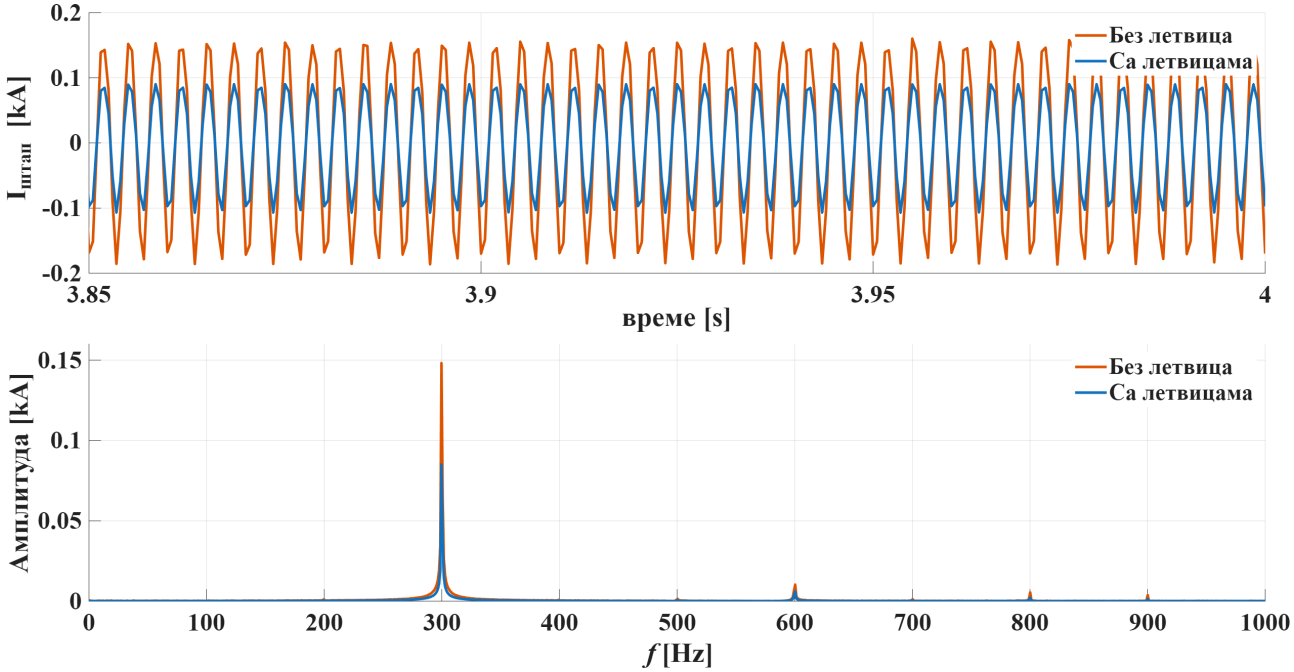
Реч је о амплитудама електромоторних сила које не премашују неколико миливолти, али уважавајући чињеницу да су штапни проводници масивни и великог попречног пресека, то може бити довољно за индуковање значајних амплитуда паразитних струја празног хода. То се, уосталом, и потврдило путем анализе просторне расподеле индукованих струја у претходном поглављу, а у оквиру

овог се приказује интегрални ефекат у виду укупне струје по пресеку штапног проводника која суштински представља резултат површинског интеграла вектора густине индукованих паразитних струја.



Слика 5.9 *Индукована електромоторна сила у једном штапном проводнику кавезног намотаја ротора у режиму празног хода и припадајући хармонијски састав*

Истискивање индукованих струја на површину жлеба је раније појашњено тиме што је речено да су то струје повишених учестаности, што се овде и потврђује увидом у њихов спектар дат сликом 5.10.

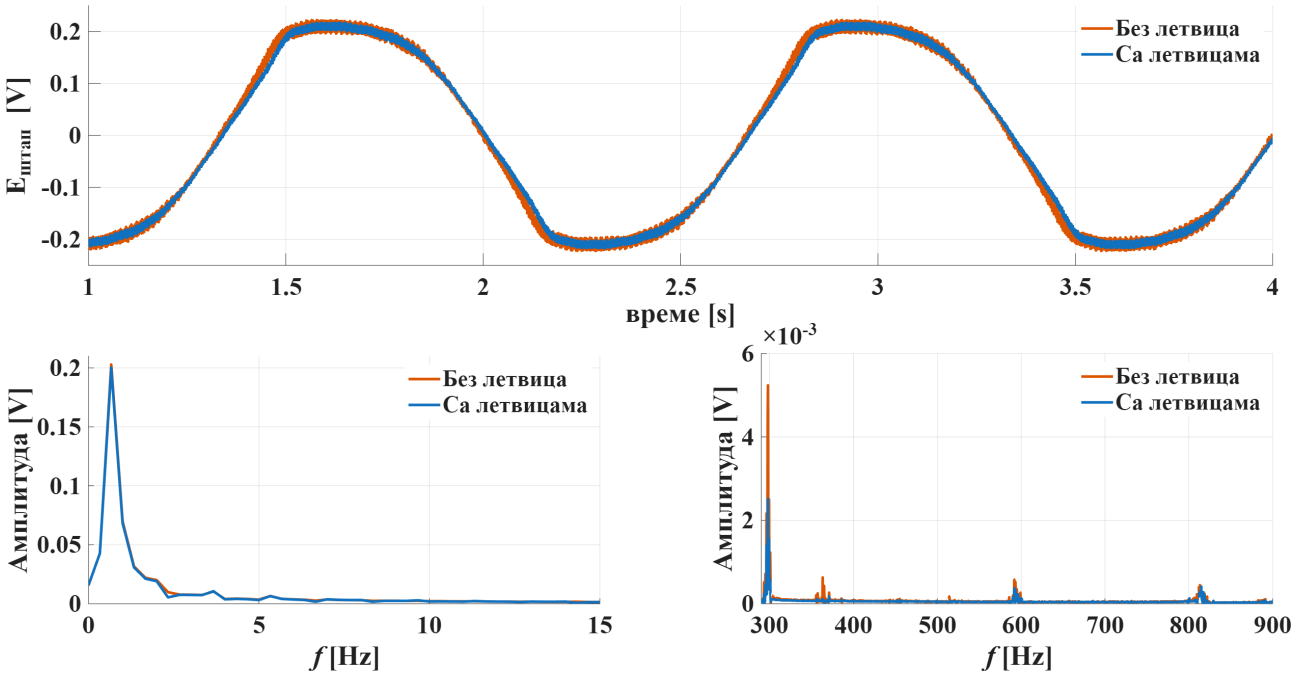


Слика 5.10 *Индукована струја у једном штапном проводнику кавезног намотаја ротора у режиму празног хода и припадајући хармонијски састав*

Запажа се доминантно присуство хармоника на учестаности од 300 Hz. Да би се ова вредност ставила у контекст експлоатације кавезних асинхроних машина, довољно је подсетити се да је у нормалном погонском стању машина фреквенција струја у ротору свега неколико процената мрежне учестаности, дакле у распону од 0 до 1 Hz. Овде је достигла вредност од чак 300 Hz, односно највећи део струје заиста запоседа танак површински слој штапних проводника.

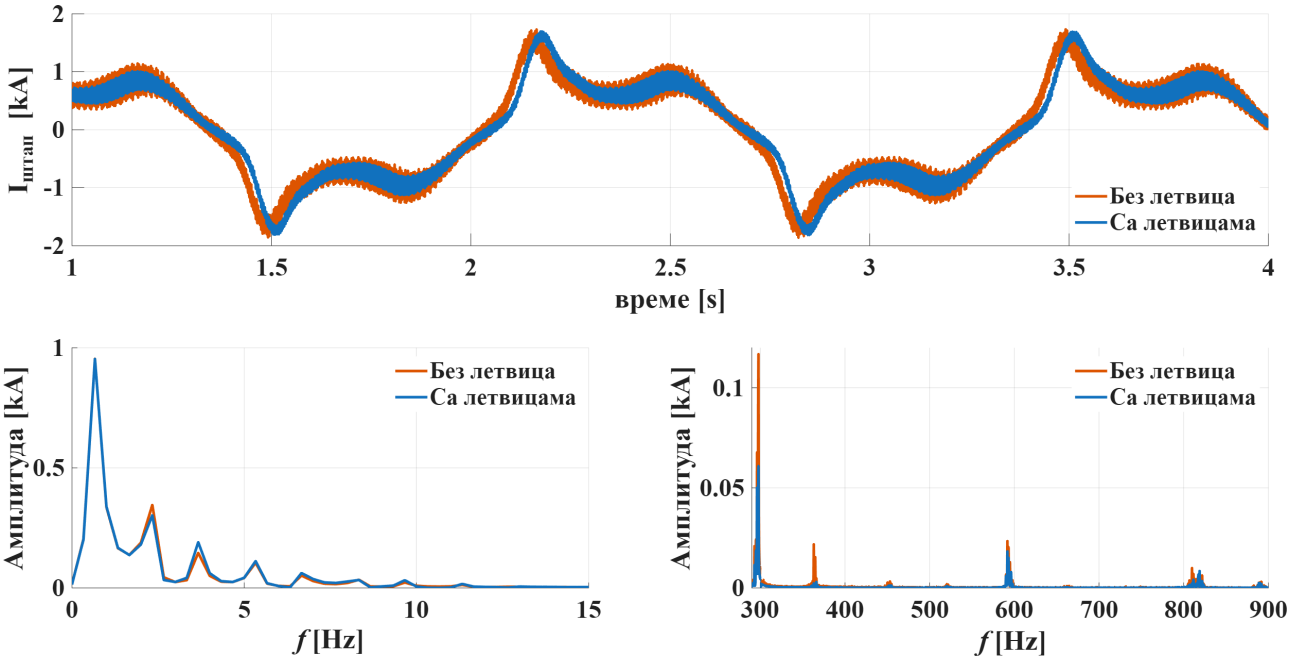
У присуству магнетских жлебних летвица бележи се значајан пад у амплитуди индукованих паразитних струја, који је пропорцијалан паду у амплитуди електромоторних сила (слика 5.9) у износу од око 40 %. Пад у амплитуди индукованих струја се квадратном зависношћу одражава на пад запреминске густине снаге Џулових губитака, умањујући их за готово 70 %. Ово је такође показано у сумарном приказу појединачних компоненти губитака на слици 4.25, где је забележен пад са 11,5 на 2,6 kW у електричним губицима празног хода кавезног намотаја.

Порастом оптерећења на вратилу повећава се и релативност кретања роторских проводника у односу на резултантно обртно поље, нарочито са аспекта основног просторног хармоника преко којег се и врши електромеханичко претварање енергије у машини. Јавља се ненулто клизање, на основу чије вредности, односно пропорционално истој, долази до индуковања споропроменљивих струја у роторским штапним проводницима, као последица споропроменљивих индукованих електромоторних сила. На слици 5.11 упоредо су приказани одзиви индуковане електромоторне силе и припадајућег хармонијског састава у условима устаљеног режима са нормалним оптерећењем на вратилу.



Слика 5.11 *Индукована електромоторна сила у једном штапном проводнику кавезног намотаја ротора у режиму номиналног оптерећења и припадајући хармонијски састав*

Услед ниских фреквенција, основни хармоник индукованих струја својом површинском густином запоседа готово цео попречни пресек штапова, тиме драматично уједначавајући средњу вредност амплитуде просторне расподеле вектора густине индукованих струја. Његовим присуством се само привидно смањује допринос виших хармоника на учестаностима као и у режиму празног хода, који су задржали своје амплитуде и у режиму под оптерећењем, што се јасно види са одзива на слици 5.12.



Слика 5.12 *Индукована струја у једном штапном проводнику кавезног намотаја ротора у режиму номиналног оптерећења и припадајући хармонијски састав*

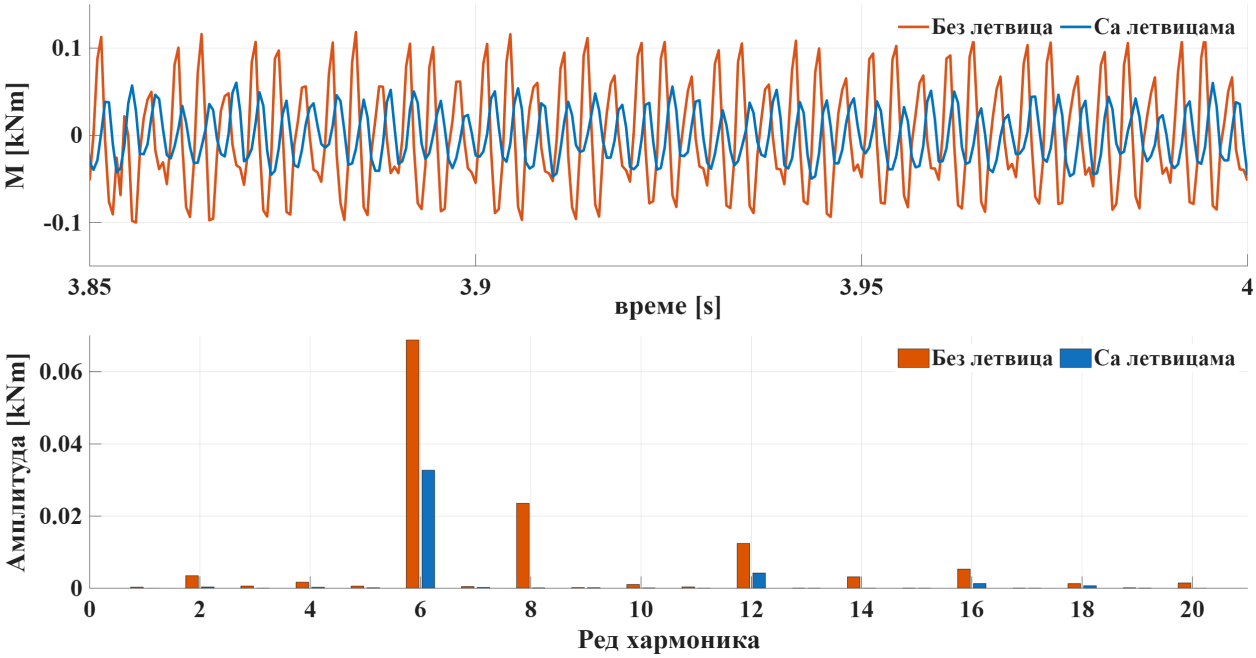
Присуство магнетских летвица и у овом случају на готово истоветан начин слаби амплитуде ових паразитних компоненти (на 300 Hz) тако да се, невезано за присуство споропроменљиве радне компоненте струје и у режимима са оптерећењем такође може очекивати пад у укупној дисипацији губитака услед успостављених струја у кавезном намотају ротора. Једина разлика у односу на празан ход је та што се у традиционалном тумачењу губитака празног хода ни не очекују електрични губици у намотају ротора, док су у радним режимима под оптерећењем они наравно присутни и постоје јасни поступци за њихово експериментално квантификовање.

Сажето речено, присуство магнетских жлебних летвица умањује електричне губитке услед оптерећења у кавезном намотају, али за онај износ какав се постиже и у режиму празног хода. Важно је истаћи да се допринос магнетских летвица није, колико је аутору познато, тумачио на овакав начин, који изједначава њихов утицај невезано за радни режим у којем се машина може задесити.

Заокружење анализе одзива путем спољa приступачних величина окончава се увидом у таласни облик и припадајући хармонијски састав оствареног електромагнетског момента, са и без магнетских жлебних летвица, односно у режиму празног хода и режиму назívног оптерећења на вратилу.

На слици 5.13 упоредо су дати таласни облици оствареног, а суштински паразитног електромагнетског момента у условима празног хода у којем се машина обрће синхроном брзином.

Одзиви су добијени симулацијама на моделу у којем је задата константна, синхрона брзина обртања, што се у контексту огледа на кавезним асинхроним машинама назива генераторским празним ходом асинхроне машине.



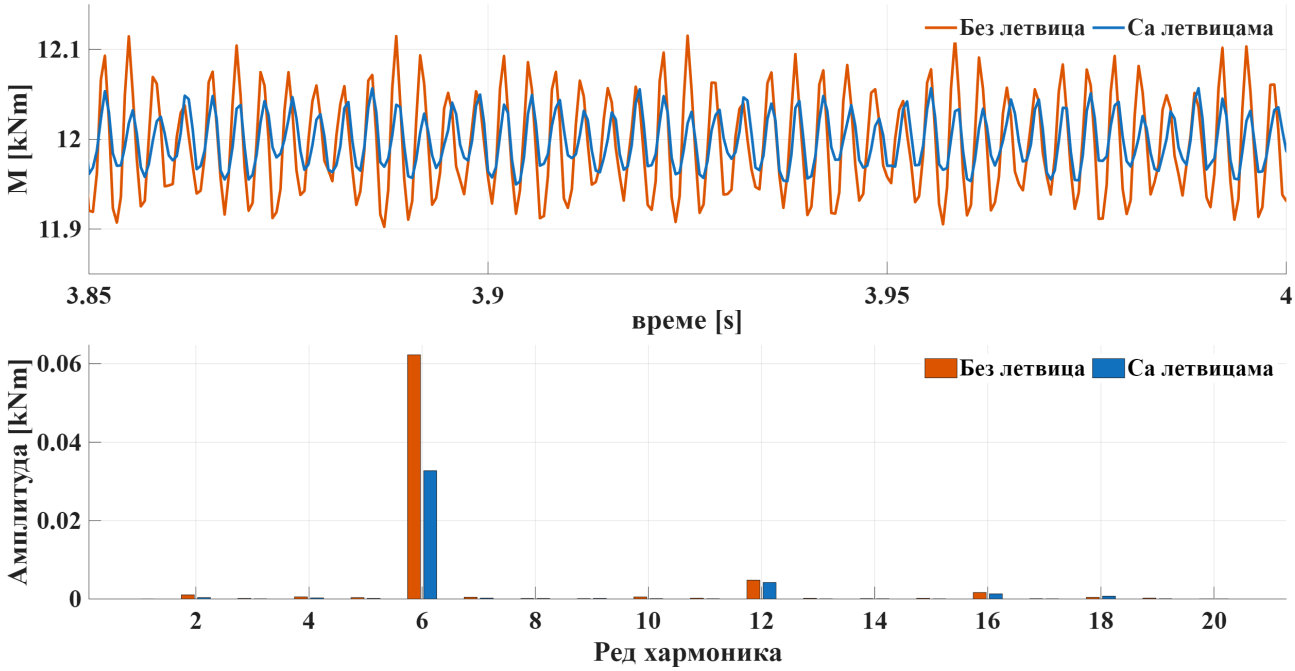
Слика 5.13 *Електромагнетски моменат у режиму празног хода и припадајући хармонијски састав*

Оно што се осигурава овако спроведеном симулацијом јесте да се у развијеном електромагнетском моменту не јавља ненулта средња вредност којом би се надокнађивали механички губици, већ се имплицитно постиже, наметнутом синхроном брзином, да су механички губици савладани кроз снагу коју обезбеђује погонска машина. Отуда је прибављени таласни облик оствареног момента искључиво последица магнетске анизотропије ваздушног процепа и несавршености просторног облика успостављеног обртног поља. Бележи се присуство виших хармоника услед побројаних несавршености, који у експлоатацији резултују повишеним вибрацијама, а последично и израженијој буци. Уметање магнетских летвица безмало преполовљава амплитуде најизраженијих виших хармоника у паразитном моменту празног хода, што се јасно уочава у одзивима са претходне слике.

Закључци у погледу заступљености виших хармоника у спектру оствареног електромагнетског момента у условима празног хода и номиналног оптерећења су врло налик онима у спектру струја штапних проводника са слика 5.10 и 5.12. Наиме, порастом оптерећења на вратилу јавља се све израженија средња вредност оствареног момента, релативно смањујући допринос виших хармоника паразитног момента у односу на режим празног хода. Међутим, амплитуде виших хармоника ни на који начин нису у апсолутном износу претрпеле измене услед појаве оптерећења на вратилу, што се јасно уочава са слике 5.14.

Дакле, магнетске жлебне летвице на истоветан начин умањују присуство виших, односно паразитних хармонијских компоненти у моменту, невезано за то је ли реч о режиму празног хода или о режимима са оптерећењем на вратилу. Односно, фундаментални утицај летвица, као и у случају додатних губитака у кавезном намотају ротора, се превасходно огледа у умањењу негативних

последица ожлебљења, која су у готово истом интензитету присутна у сваком од радних режима машине, изузев у режиму кратког споја када кретање ротора изостаје.



Слика 5.14 *Електромагнетски моменат у режиму номиналног оптерећења и припадајући хармонијски састав*

Потребно је још једном напоменути да су сви досадашњи одзиви у овом поглављу добијени нумеричким симулацијама над моделом машине. Нажалост, могућности испитне станице у којој су вршила мерења над машином која је централни објекат овог истраживања су премашене у погледу услова за прибављање експерименталних одзива аналогних овима до сада приказаним. Стога је експерименталну верификацију побројаних и дискутованих резултата примене магнетских жлебних летвица искључиво могуће спровести упоређивањем путем неколико кључних каталошких података о машини, попут називних вредности струја, брзине, момента, фактора снаге и ефикасности. У ту сврху се прилажу резултати дати Табелом 5.2.

На систематизован начин су упоредо приказане вредности експерименталних и симулационих података, без и са присуством магнетских жлебних летвица. Потврђен је висок ниво усаглашености добијених резултата, чиме се на још један начин показује валидност предложеног модела прорачуна губитака. Простим увидом у табелу се свакако не може стећи дојам о доприносу магнетских жлебних летвица на појединачне компоненте губитака, а још мање на њихову просторну расподелу, па је и у том погледу предложени поступак свеобухватнији, нарочито када је у интересу истражити локалну расподелу дисипације снаге губитака, неопходну за прецизне термичке прорачуне.

Табела 5.2 *Преглед кључних називних величина*

	Без летвица		**Са летвицама**	
Називна струја [A]	1277,2	1264,9	1245,5	1238,2
Називни моменат [Nm]	12033	12033	12025	12025
Номинална брзина [o/мин]	992,1	992,1	992,7	992,7
$cos\varphi_n$	0,871	0,875	0,881	0,882
η_n[%]	94,03	94,51	95,32	95,79
Струја празног хода [A]	407,7	425,2	305,6	319,5
Укупни губици [W]	79393	81060	61328	62432
Метод	**Експеримент**	***FEA***	**Експеримент**	***FEA***

6 Закључак и будући правци истраживања

Пројектовање нисконапонских кавезних асинхроних машина великих снага представља окосницу у обједињеном приступу који за циљ има побољшање перформанси савремених електромоторних погона. Свеобухватност се огледа у испуњењу мноштва унапред постављених критеријума, међу којима се издваја повећање енергетске ефикасности, нарочито важног својства у доба непрестаног пораста потражње за енергетским ресурсима. Ово се све треба постићи и уз што мањи утрошак критичних рудних ресурса, што неминовно доводи до појачаних напрезања самих машина.

Напрезања су превасходно изражена двојако; повишене густине струја у проводницима додатно термички оптерећују осетљиви изолациони материјал, док се истовремено огледају и у повећању електромеханичких стресова. Разматрана подкатегорија асинхроних машина показује нарочиту склоност ка исказаним проблемима, будући да се повећање снаге, услед напонских ограничења, остварује високим вредностима струја. Ово повлачи и потребу за прилагођењем облика магнетског кола, у првом реду обликовањем жлебова тако да се у њих може сместити довољна количина профилних проводника од којих се формира расподељени намотај. За резултат се имају дубоки жлебови широког отвора ка ваздушном процепу, услед чега искрсавају додатне потешкоће у експлоатацији ове врсте машина, што је и била основна тема ове дисертације.

Оствареном геометријом магнетског кола се са неповољним исходом увећава магнетска анизотропија ваздушног процепа, неминовно доводећи до израженије таласности успостављеног обртног поља, што се у самом процесу електромеханичког претварања даље одражава и на увећане осцилације обртног момента, а сходно томе и вибрације и акустичну буку. Изузев поменутих погоршања у перформансама, бележи се и пад у ефикасности, кроз интегрално мерљив пораст укупних губитака независних од оптерећења. За ефикасно отклањање ових лоших својстава асинхроних машина великих снага се као оптимално решење намеће примена магнетских жлебних летвица. Иако опробано средство у дугогодишњој пракси пројектовања електричних машина, кроз опсежно изучавање постојеће научне литературе се у оквиру овог истраживања установило да још увек изостаје одговарајуће квантификовано дејство летвица на локалном нивоу.

Увид у локални утицај летвица је неопходан како би се јасније установило у којим регионима попречног пресека доводе до најизраженијих побољшања, нарочито у погледу смањења дисипације снаге губитака. До сада уврежено тврђење је да се посредством летвица врши редукција губитака у магнетском колу статора, нарочито у зупцима, тј. у њиховим врховима. Испитивањима у неоптерећеном стању пре и након уметања магнетских летвица се свакако уочавало значајно умањење губитака празног хода, али се у целости погрешно приписивало управо поменутој компоненти губитака у феромагнетику статора. У прилог оваквом тумачењу су свакако ишли и стандардизовани поступци раздвајања компоненти губитака снаге празног хода, у којима се изузев губитака у феромагнетику статора још дефинишу механички и губици у намотајима статора услед струје празног хода. Механички губици су суштински независни од присуства летвица, док се они у намотајима и рачунски могу одредити

посредством Џуловог закона, тако да су се све остале промене, по сили стандардизованих поступака и приписивале паду магнетских губитака статора.

Анализом магнетских поља у пресеку оваквих врста машина се током овог истраживања наметнула основана претпоставка да досег утицаја магнетских жлебних летвица превазилази подручја која су апострофирана у постојећој референтној литератури. Ту се најпре мисли на површински слој феромагнетика ротора, а посебно и на делове роторских штапних проводника ближих ваздушном процепу. Стога су ови налази потпомогли јасном формулисању главне хипотезе овог истраживања. Њоме се претпоставило да је примарни допринос магнетских жлебних летвица заправо у смањењу наведених губитака у магнетском колу ротора и додатних губитака у штаповима кавезног намотаја.

Како би потврђивање постављене хипотезе задовољило методолошке критеријуме научног истраживања, најпре се приступило темељном критичком осврту на постојеће методе прорачуна губитака у локалном облику, како би се изнашао оптимални поступак који највише погодује изучаваној врсти машина. Кроз осврт на бројне моделе прорачуна губитака у феромагнетским материјалима се издвојио став да су најподеснији они модели којима се адекватно уважава сложеност успостављеног поља, што је карактеристично за обртне електричне машине. Затим, дата је предност оним моделима који уважавају ламелираност магнетских кола, ефикасно раздељујући губитке на карактеристичне компоненте.

Овде се наметнуо Бертотијев модел као златни стандард, али се није препустило коришћењу типичних рачунских коефицијената потребних моделу, већ се извршила детаљна рекалибрација статистичком и нумеричком обрадом резултата мерења, спроведених над експерименталним торусом. Торус је израђен тако да обезбеђује локално хомогено поље, а употребну снагу добијених резултата ојачава и чињеница да је сачињен од лимова од којих се затим израђивала и сама асинхрона машина, централни објекат овог истраживања. Оваквом методологијом се није ни на који начин оспорио Бертотијев модел, већ се прилагодио специфичностима примене које намеће ово истраживање.

Након избора одговарајућег модела прорачуна, било је неопходно извршити и његово уобличавање које је у сагласности са дискретном природом резултата нумеричких симулација по методи коначних елемената. Изузев овог поступка, на истоветан начин се преобликовао и Џулов закон у локалном облику зарад прорачуна губитака у врховима штапних проводника кавезног намотаја ротора. Познавањем дискретних вредности поља на нивоу појединачних коначних елемената излази се у сусрет методологији потврђивања постављене хипотезе, са аспекта тумачења у локалном облику. Овакав приступ није забележен у тумачењу компоненти губитака празног хода и чини један од главних доприноса овог истраживања. Напослетку, систематизован алгоритамски приступ обраде резултата *FEA* симулација је омогућио наредне кораке ка потврђивању постављене хипотезе, најпре на основу резултата симулација, а затим и непосредним упоређивањем са резултатима експеримената на нисконапонској асинхроној машини снаге 1,25 MW.

У нумеричку верификацију путем симулација се најпре ушло анализом таласних облика поља у карактеристичним тачкама попречног пресека. Уочљивост доприноса магнетских летвица је увећана упоредним приказом поља, успостављених у режиму празног хода, без и са присуством летвица. Смањење изобличења поља у локалном облику служи као јасан наговештај како ће се то одразити и на

расподелу губитака. На овакав начин се најпре истичу промене у пољу, чији вектори представљају улазни скуп података потребних прорачуну губитака. Овако се, пре самог квантификовања губитака, јасно истичу измене у, по макроскопској теорији, главним узрочницима самих губитака.

Потврда ваљаности предложеног алгоритма прорачуна, али и претпоставки о стварној дистрибуцији снаге губитака празног хода, извршена је упоређивањем са експерименталним резултатима. Будући да је у огледима могуће губитке раздвојити на стандардизоване компоненте, допринос летвица се смислено могао установити искључиво упоређивањем сумарних губитака, пре и после њиховог уметања. Наизгледна контрадикторност оваквог приступа се једино могла избећи уколико би се потврдило да је постигнута редукција на интегралном нивоу врло приближно једнака оној која се има када се нумерички посабирају умањења компоненти по спроведеној рачунској процедури. Ово се недвосмислено и показало када се извршила поменута упоредба на интегралном нивоу.

Мада је у жижи истраживања била локална расподела снаге губитака, заокружење изучавања доприноса магнетских жлебних летвица се природно морало усмерити и ка анализи дејства на спољa приступачне величине електричног и механичког приступа машине. Изучаван је утицај на таласне облике и хармонијски састав фазних и струја статора ка мрежи, како у неоптерећеном, тако и у раду под номиналним оптерећењем. Слично је учињено и са оствареним електромагнетским моментом, брзином обртања, те индукованим електромоторним силама и струјама у штапним проводницима роторског кавезног намотаја. У свим одзивима је листом забележено побољшање параметара квалитета у присуству магнетских жлебних летвица. Изузев ових, временски променљивих облика, предности примене летвица су потврђене и на дискретним обележјима перформанси погона, попут фактора снаге, нивоа хармонијског изобличења и енергетске ефикасности. Ово су секундарни доприноси истраживања, али свакако важни са експлоатационих аспеката, где се у погону најчешће искључиво и влада њиховим вредностима.

Успешност завршетка појединачног научног истраживања се не мери искључиво оствареним резултатима и потврђеним хипотезама, већ и могућностима да се постулиране методологије и кандидовани научни поступци одликују довољном општошћу, која се огледа у што бројнијим потенцијално плодоносним правцима за будућа истраживања. Иако је ово истраживање окренуто ка сасвим уској ниши у области трофазних кавезних асинхроних машина, поступци који су послужили као средство за верификацију почетних претпоставки могу бити прилагођени тако да пронађу примену и код других врста обртних електричних машина. Уколико би се нагласак ставио на правилно интерпретирање нестандардних компоненти губитака, као први кандидат проширења примене би се наметнуле класичне синхроне машине са кавезним пригушним намотајем на ротору. Код њих се такође занемарују магнетски и електрични губици у ротору (изузев побудног намотаја), те би се предложени поступак на њих могао применити без много измена. Као следећу потенцијалну употребу вреди поменути и синхроне машине са сталним магнетима на ротору, где би се прорачун губитака у штапним проводницима код асинхроних машина прилагодио прорачуну губитака услед вртложних струја у масивним сталним магнетима. За крај, присуство магнетских жлебних летвица се може изучавати и из потпуно супротног угла, где се уопште не би упуштало у квантификацију доприноса њиховог присуства, већ развијању метода за неинвазивно утврђивање њихових оштећења или испада. Методологије којима су се изучавале терминалне величине електричног и механичког приступа се

потенцијално ефикасно могу применити и у овом случају, путем спектралне анализе хармонијског састава у случају испада појединих летвица, чиме би се остварило превентивно одржавање погона без потребе за скупим и превременим ремонтима. Уколико би се постигла систематизација обележја која недвосмислено указују на оштећење или испад магнетских жлебних летвица, техникама дубоког учења би се могло постићи и аутономно надзирање стања машине помоћу вештачке интелигенције, а уз интервенцију човека искључиво на експертском нивоу.

Литература

[1] L. Alberti and D. Troncon, “Design of Electric Motors and Power Drive Systems According to Efficiency Standards,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 68, no. 10, pp. 9287–9296, Oct. 2021, doi: 10.1109/TIE.2020.3020028.

[2] M. Dems and K. Komeza, “Designing an Energy-Saving Induction Motor Operating in a Wide Frequency Range,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 69, no. 5, pp. 4387–4397, May 2022, doi: 10.1109/TIE.2021.3082057.

[3] A. Marfoli, M. D. Nardo, M. Degano, C. Gerada, and W. Chen, “Rotor Design Optimization of Squirrel Cage Induction Motor - Part I: Problem Statement,” *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 36, no. 2, pp. 1271–1279, Jun. 2021, doi: 10.1109/TEC.2020.3019934.

[4] M. D. Nardo, A. Marfoli, M. Degano, C. Gerada, and W. Chen, “Rotor Design Optimization of Squirrel Cage Induction Motor - Part II: Results Discussion,” *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 36, no. 2, pp. 1280–1288, Jun. 2021, doi: 10.1109/TEC.2020.3020263.

[5] International Electrotechnical Commission (IEC), *“Rotating Electrical Machines—Part 30-1: Efficiency Classes of Line Operated AC Motors (IE Code),”* IEC Standard 60034-30-1, Edition 1.0, 2014.

[6] SRPS EN 60034-30-1:2017**,** *Обртне електричне машине—Део 30-1: Класе ефикасности мрежно напајаних мотора наизменичне струје (IE кôд)*, Институт за стандардизацију Србије (ИСС), 2017.

[7] International Electrotechnical Commission (IEC), "*Rotating electrical machines - Part 2-1: Standard methods for determining losses and efficiency from tests (excluding machines for traction vehicles)*," IEC Standard 60034-2-1, Edition 2.1, 2019.

[8] SRPS EN IEC 60034-30-2:2026**,** *Обртне електричне машине—Део 30-2: Класе ефикасности мотора за наизменичну струју са променљивом брзином (IE кôд)*, Институт за стандардизацију Србије (ИСС), 2026.

[9] V. Mallard, G. Parent, C. Demian, J.-F. Brudny, and A. Delamotte, “Increasing the Energy Efficiency of Induction Machines by the Use of Grain-Oriented Magnetic Materials and Die-Casting Copper Squirrel Cage in the Rotor,” in *2017 IEEE International Electric Machines and Drives Conference (IEMDC)*, Miami, FL, USA, May 2017, pp. 1–6, doi: 10.1109/IEMDC.2017.8002251.

[10] J. Yan, C. Di, X. Bao, and Q. Zhu, “Iron Losses Model for Induction Machines Considering the Influence of Rotational Iron Losses,” *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 38, no. 2, pp. 971–981, Jun. 2023, doi: 10.1109/TEC.2022.3231881.

[11] D. Zhang, H. Dai, H. Zhao, and T. Wu, “A Fast Identification Method for Rotor Flux Density Harmonics and Resulting Rotor Iron Losses of Inverter-Fed Induction Motors,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 65, no. 7, pp. 5384–5394, Jul. 2018, doi: 10.1109/TIE.2017.2779432.

[12] R. Kumar, B. Sah, and P. Kumar, "Stray Loss Formulation for Inverter-Driven Induction Motors for a Wide Range of Switching Frequency and Motor's Loading," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 71, no. 3, pp. 2385–2394, Mar. 2024, doi: 10.1109/TIE.2023.3269484.

[13] H. Zhao *et al.*, "Improved Rotor Bar Shape in High-Voltage Large-Power Induction Motors to Eliminate Hotspot and Avoid Broken Bars," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 57, no. 5, pp. 4606–4616, Sep. 2021, doi: 10.1109/TIA.2021.3085507.

[14] W. Li, S. Liu, L. Zhu, and T. He, "An improved Preisach-based Hysteresis Modeling of the Temperature Dependence for Soft Magnetic Materials," *IEEE Transactions on Magnetics*, pp. 1–1, 2026, doi: 10.1109/TMAG.2026.3676846.

[15] D. Ma *et al.*, "Analysis and Calculation of Iron Loss in Electrical Motors With High Silicon Steel Considering Multi-Physics Coupling," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 40, no. 3, pp. 1946–1958, Sep. 2025, doi: 10.1109/TEC.2025.3552424.

[16] S. Han *et al.*, "In-Service Monitoring of Stator-Slot Magnetic Wedge Condition for Induction Motors," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 52, no. 4, pp. 2900–2910, Jul. 2016, doi: 10.1109/TIA.2016.2539128.

[17] G. Stojčić, M. Vašak, N. Perić, G. Joksimović, and T. M. Wolbank, "Detection of Partially Fallen-Out Magnetic Slot Wedges in Inverter-Fed AC Machines at Lower Load Conditions," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 50, no. 2, pp. 1161–1167, Mar. 2014, doi: 10.1109/TIA.2013.2275955.

[18] C. Verucchi, C. Ruschetti, E. Giraldo, G. Bossio, and J. Bossio, "Efficiency optimization in small induction motors using magnetic slot wedges," *Electric Power Systems Research*, vol. 152, pp. 1–8, Nov. 2017, doi: 10.1016/j.epsr.2017.06.012.

[19] H. T. Canseven, and J. Pyrhönen, "Extending Carter Factor to Slot Openings Equipped With Semimagnetic Slot Wedges," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 40, no. 2, pp. 1666–1669, Jun. 2025, doi: 10.1109/TEC.2025.3527253.

[20] K. W. Lee *et al.*, "Detection of stator slot magnetic wedge failures for induction motors without disassembly," in *2013 9th IEEE International Symposium on Diagnostics for Electric Machines, Power Electronics and Drives (SDEMPED)*, Aug. 2013, pp. 183–191. doi: 10.1109/DEMPED.2013.6645715.

[21] Z. Yang, S. Wang, Y. Sun, and H. Cao, "Vibration Reduction by Magnetic Slot Wedge for Rotating Armature Permanent Magnet Motors," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 56, no. 5, pp. 4882–4888, Sep. 2020, doi: 10.1109/TIA.2020.3008670.

[22] S. Huang, W. Wang, Z. Xu, W. Zhao, and M. Cheng, "A Vibration Suppression Method Based on Anisotropic Wedge for FSCW-PMSMs," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, pp. 1–13, 2026, doi: 10.1109/TIE.2026.3675114.

[23] G. Bertotti, "Physical interpretation of eddy current losses in ferromagnetic materials. I. Theoretical considerations," *J. Appl. Phys.*, vol. 57, no. 6, pp. 2110–2117, Mar. 1985, doi: 10.1063/1.334404.

[24] G. Bertotti, "Physical interpretation of eddy current losses in ferromagnetic materials. II. Analysis of experimental results," *J. Appl. Phys.*, vol. 57, no. 6, pp. 2118–2126, Mar. 1985, doi: 10.1063/1.334405.

[25] G. Bertotti, "General properties of power losses in soft ferromagnetic materials," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 24, no. 1, pp. 621–630, Jan. 1988, doi: 10.1109/20.43994.

[26] Z.-Q. Zhu *et al.*, "Evaluation of Iron Loss Models in Electrical Machines," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 55, no. 2, pp. 1461–1472, Mar. 2019, doi: 10.1109/TIA.2018.2880674.

[27] S. Yue, P. I. Anderson, Y. Li, Q. Yang, and A. Moses, "A Modified Inverse Vector Hysteresis Model for Nonoriented Electrical Steels Considering Anisotropy for FEA," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 36, no. 4, pp. 3251–3260, Dec. 2021, doi: 10.1109/TEC.2021.3073349.

[28] M. Dems and K. Komeza, "The Influence of Electrical Sheet on the Core Losses at No-Load and Full-Load of Small Power Induction Motors," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 64, no. 3, pp. 2433–2442, Mar. 2017, doi: 10.1109/TIE.2016.2587817.

[29] S. Elfgen, S. Steentjes, S. Böhmer, D. Franck, and K. Hameyer, "Influences of Material Degradation Due to Laser Cutting on the Operating Behavior of PMSM Using a Continuous Local Material Model," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 53, no. 3, pp. 1978–1984, May 2017, doi: 10.1109/TIA.2017.2665338.

[30] G. Bertotti, G. D. Schino, A. F. Milone, and F. Fiorillo, "ON THE EFFECT OF GRAIN SIZE ON MAGNETIC LOSSES OF 3% NON-ORIENTED SiFe," *J. Phys. Colloques*, vol. 46, no. C6, pp. C6-388, Sep. 1985, doi: 10.1051/jphyscol:1985671.

[31] L. Ma, M. Sanada, S. Morimoto, and Y. Takeda, "Prediction of iron loss in rotating machines with rotational loss included," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 39, no. 4, pp. 2036–2041, Jul. 2003, doi: 10.1109/TMAG.2003.812706.

[32] R. Kumar and P. Kumar, "Core Loss Estimation for an Inverter-Fed Induction Motor With More Accurate Realisation of Material Non-Linearity and Impact of Hysteresis Minor Loops," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 37, no. 1, pp. 327–336, Mar. 2022, doi: 10.1109/TEC.2021.3085764.

[33] S. Abdi, E. Abdi, and R. McMahon, "A New Iron Loss Model for Brushless Doubly-Fed Machines With Hysteresis and Field Rotational Losses," *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 36, no. 4, pp. 3221–3230, Dec. 2021, doi: 10.1109/TEC.2021.3075629.

[34] H. Zhao, H. H. Eldeeb, Y. Zhang, Y. Zhan, G. Xu, and O. A. Mohammed, "An Improved Core Loss Model of Ferromagnetic Materials Considering High-Frequency and Non-Sinusoidal Supply," in *2020 IEEE Industry Applications Society Annual Meeting*, Oct. 2020, pp. 1–6. doi: 10.1109/IAS44978.2020.9334779.

[35] S. Steentjes, K. Hameyer, D. Dolinar, and M. Petrun, "Iron-Loss and Magnetic Hysteresis Under Arbitrary Waveforms in NO Electrical Steel: A Comparative Study of Hysteresis Models," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 64, no. 3, pp. 2511–2521, Mar. 2017, doi: 10.1109/TIE.2016.2570200.

[36] J.-H. Seo, D.-K. Woo, T.-K. Chung, and H.-K. Jung, "A Study on Loss Characteristics of IPMSM for FCEV Considering the Rotating Field," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 46, no. 8, pp. 3213–3216, Aug. 2010, doi: 10.1109/TMAG.2010.2047849.

[37] G. Xu, Z. Yuan, M. Song, Z. Wang, Y. Zhan, and H. Zhao, "Influence of Rotor Slot Wedge Materials on Rotor Losses of Turbogenerator During Loss of Excitation," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 58, no. 6, pp. 8022–8032, Nov. 2022, doi: 10.1109/TIA.2022.3191306.

[38] F. Preisach, “Über die magnetische Nachwirkung,” *Zeitschrift für Physik*, vol. 94, no. 5, pp. 277–302, May 1935, doi: 10.1007/BF01349418.

[39] I. D. Mayergoyz, *Mathematical Models of Hysteresis and Their Applications*, 2nd ed. Elsevier Science, 2007, doi: 10.1016/B978-0-12-480873-7.X5000-2.

[40] D. A. Philips, L. R. Dupre and J. A. Melkebeek, "*Comparison of Jiles and Preisach hysteresis models in magnetodynamics*," in *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 31, no. 6, pp. 3551-3553, Nov. 1995, doi: 10.1109/20.489566.

[41] L. R. Dupre, R. Van Keer, and J. A. A. Melkebeek, “An iron loss model for electrical machines using the Preisach theory,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 33, no. 5, pp. 4158–4160, Sep. 1997, doi: 10.1109/20.619695.

[42] S. Quondam Antonio, A. M. Ghanim, A. Faba, and A. Laudani, “Numerical simulations of vector hysteresis processes via the Preisach model and the Energy Based Model: An application to Fe-Si laminated alloys,” *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 539, p. 168372, Dec. 2021, doi: 10.1016/j.jmmm.2021.168372.

[43] W. Li, S. Liu, T. He, and L. Zhu, “Iron Loss Analysis in Amorphous Alloy High-Speed Permanent Magnet Motors Utilizing a Preisach Hysteresis Based Method,” *IEEE Transactions on Energy Conversion*, pp. 1–12, 2026, doi: 10.1109/TEC.2026.3670450.

[44] D. C. Jiles and D. L. Atherton, “Theory of ferromagnetic hysteresis,” *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 61, no. 1, pp. 48–60, Sep. 1986, doi: 10.1016/0304-8853(86)90066-1.

[45] A. Benabou, S. Clénet, and F. Piriou, “Comparison of Preisach and Jiles–Atherton models to take into account hysteresis phenomenon for finite element analysis,” *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 261, no. 1, pp. 139–160, Apr. 2003, doi: 10.1016/S0304-8853(02)01463-4.

[46] Z. Birčáková, P. Kollár, J. Füzer, R. Bureš, and M. Fáberová, “Magnetic properties of selected Fe-based soft magnetic composites interpreted in terms of Jiles-Atherton model parameters,” *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 502, p. 166514, May 2020, doi: 10.1016/j.jmmm.2020.166514.

[47] M. Ruderman and T. Bertram, “Identification of Soft Magnetic B-H Characteristics Using Discrete Dynamic Preisach Model and Single Measured Hysteresis Loop,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 48, no. 4, pp. 1281–1284, Apr. 2012, doi: 10.1109/TMAG.2011.2172931.

[48] O. Messal, A.-T. Vo, M. Fassenet, P. Mas, S. Buffat, and A. Kedous-Lebouc, “Advanced approach for static part of loss-surface iron loss model,” *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 502, p. 166401, May 2020, doi: 10.1016/j.jmmm.2020.166401.

[49] E. Dlala, A. Belahcen, and A. Arkkio, “Efficient magnetodynamic lamination model for two-dimensional field simulation of rotating electrical machines,” *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 320, no. 20, pp. e1006–e1010, Oct. 2008, doi: 10.1016/j.jmmm.2008.04.088.

[50] A. Bergqvist, “Magnetic vector hysteresis model with dry friction-like pinning,” *Physica B: Condensed Matter*, vol. 233, no. 4, pp. 342–347, Jun. 1997, doi: 10.1016/S0921-4526(97)00319-0.

[51] R. Scorretti and F. Sixdenier, "An analytical formula to identify the parameters of the energy-based hysteresis model," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 548, p. 168748, Apr. 2022, doi: 10.1016/j.jmmm.2021.168748.

[52] W. Li, I. H. Kim, S. M. Jang, and C. S. Koh, "Hysteresis Modeling for Electrical Steel Sheets Using Improved Vector Jiles-Atherton Hysteresis Model," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 47, no. 10, pp. 3821–3824, Oct. 2011, doi: 10.1109/TMAG.2011.2158296.

[53] Chas. P. Steinmetz, "On the law of hysteresis," *Proceedings of the IEEE*, vol. 72, no. 2, pp. 197–221, Feb. 1984, doi: 10.1109/PROC.1984.12842.

[54] "H. Jordan, 'Die ferromagnetischen Konstanten für schwache Wechselfelder,' Elektrische Nachrichtentechnik, vol. 1, pp. 8–12, 1924".

[55] *Hysteresis in Magnetism*. 1998. Accessed: Apr. 29, 2026. [Online]. Available: https://shop.elsevier.com/books/hysteresis-in-magnetism/bertotti/978-0-12-093270-2

[56] R. H. Pry and C. P. Bean, "Calculation of the Energy Loss in Magnetic Sheet Materials Using a Domain Model," *J. Appl. Phys.*, vol. 29, no. 3, pp. 532–533, Mar. 1958, doi: 10.1063/1.1723212.

[57] F. Fiorillo and A. Novikov, "An improved approach to power losses in magnetic laminations under nonsinusoidal induction waveform," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 26, no. 5, pp. 2904–2910, Sep. 1990, doi: 10.1109/20.104905.

[58] E. Barbisio, F. Fiorillo, and C. Ragusa, "Predicting loss in magnetic steels under arbitrary induction waveform and with minor hysteresis loops," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 40, no. 4, pp. 1810–1819, Jul. 2004, doi: 10.1109/TMAG.2004.830510.

[59] Б. Поповић, *Електромагнетика*. Београд, Србија: Академска мисао, 2004. ISBN: 86-7466-176-9.

[60] D. J. Griffiths, *Introduction to Electrodynamics*, 4th ed. Boston, MA, USA: Pearson Education, 2013.

[61] J. Reinert, A. Brockmeyer, and R. W. A. A. De Doncker, "Calculation of losses in ferro- and ferrimagnetic materials based on the modified Steinmetz equation," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 37, no. 4, pp. 1055–1061, Jul. 2001, doi: 10.1109/28.936396.

[62] A. Brockmeyer, *Dimensionierungswerkzeug für magnetische Bauelemente in Stromrichteranwendungen*, 1st ed., Aachener Beiträge des ISEA, no. 19. Aachen, Germany: Augustinus Buchhandlung**,** 1997.

[63] J. Li, T. Abdallah, and C. R. Sullivan, "Improved calculation of core loss with nonsinusoidal waveforms," in *Conference Record of the 2001 IEEE Industry Applications Conference. 36th IAS Annual Meeting (Cat. No.01CH37248)*, Sep. 2001, pp. 2203–2210 vol.4. doi: 10.1109/IAS.2001.955931.

[64] K. Venkatachalam, C. R. Sullivan, T. Abdallah, and H. Tacca, "Accurate prediction of ferrite core loss with nonsinusoidal waveforms using only Steinmetz parameters," in *2002 IEEE Workshop on Computers in Power Electronics, 2002. Proceedings.*, Jun. 2002, pp. 36–41. doi: 10.1109/CIPE.2002.1196712.

[65] A. Van den Bossche, V. C. Valchev, and G. B. Georgiev, "Measurement and loss model of ferrites with non-sinusoidal waveforms," in *2004 IEEE 35th Annual Power Electronics Specialists Conference*, Jun. 2004, pp. 4814-4818 Vol.6. doi: 10.1109/PESC.2004.1354851.

[66] A. Boglietti *et al.*, "Electrical Machine Topologies: Hottest Topics in the Electrical Machine Research Community," *IEEE Industrial Electronics Magazine*, vol. 8, no. 2, pp. 18–30, Jun. 2014, doi: 10.1109/MIE.2013.2294077.

[67] G. Paltanea, V. Manescu (Paltanea), A. Antoniac, I. V. Nemoianu, and H. Gavrila, "Mechanical and Magnetic Properties Variation in Non-Oriented Electrical Steels with Different Cutting Technology: A Review," *Materials*, vol. 17, no. 6, p. 1345, Jan. 2024, doi: 10.3390/ma17061345.

[68] R. Sundaria, A. Lehikoinen, A. Arkkio, and A. Belahcen, "Effects of Manufacturing Processes on Core Losses of Electrical Machines," *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 36, no. 1, pp. 197–206, Mar. 2021, doi: 10.1109/TEC.2020.2999528.

[69] H. M. S. Harstick, M. Ritter, and W. Riehemann, "Influence of Punching and Tool Wear on the Magnetic Properties of Nonoriented Electrical Steel," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 50, no. 4, pp. 1–4, Apr. 2014, doi: 10.1109/TMAG.2013.2285243.

[70] A. Saleem, N. Alatawneh, T. Rahman, D. A. Lowther, and R. R. Chromik, "Effects of Laser Cutting on Microstructure and Magnetic Properties of Non-Orientation Electrical Steel Laminations," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 56, no. 12, pp. 1–9, Dec. 2020, doi: 10.1109/TMAG.2020.3029256.

[71] M. Dems, Z. Gmyrek, and K. Komeza, "The Influence of Cutting Technology on Magnetic Properties of Non-Oriented Electrical Steel—Review State of the Art," *Energies*, vol. 16, no. 11, p. 4299, Jan. 2023, doi: 10.3390/en16114299.

[72] M. Bali and A. Muetze, "The Degradation Depth of Non-grain Oriented Electrical Steel Sheets of Electric Machines Due to Mechanical and Laser Cutting: A State-of-the-Art Review," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 55, no. 1, pp. 366–375, Jan. 2019, doi: 10.1109/TIA.2018.2868033.

[73] A. A. Mohammadi, S. Zhang, A.-C. Pop, and J. J. C. Gyselinck, "Effect of Electrical Steel Punching on the Performance of Fractional-kW Electrical Machines," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 37, no. 3, pp. 1854–1863, Sep. 2022, doi: 10.1109/TEC.2022.3158394.

[74] W. Tong, J. Li, S. Li, S. Wu, and R. Tang, "Improved Core Loss Calculation Method and Experimental Verification for High-Speed PMSMs With Amorphous Metal Cores Considering Edge Degradation and Stacking Effects," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 72, no. 7, pp. 6678–6687, Jul. 2025, doi: 10.1109/TIE.2024.3503590.

[75] G. Bertotti, "Dynamic generalization of the scalar Preisach model of hysteresis," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 28, no. 5, pp. 2599–2601, Sep. 1992, doi: 10.1109/20.179569.

[76] L. R. Dupré, R. V. Keer, and J. A. A. Melkebeek, "On a magnetodynamic model for the iron losses in non-oriented steel laminations," *J. Phys. D: Appl. Phys.*, vol. 29, no. 3, p. 855, Mar. 1996, doi: 10.1088/0022-3727/29/3/052.

[77] O. Bottauscio, M. Chiampi, L. R. Dupré, M. Repetto, M. V. Rauch, and J. Melkebeek, "Dynamic Preisach modeling of ferromagnetic laminations : a comparison of different finite element formulations," *J. Phys. IV France*, vol. 08, no. PR2, pp. Pr2-650, Jun. 1998, doi: 10.1051/jp4:19982150.

[78] L. R. Dupre, O. Bottauscio, M. Chiampi, M. Repetto, and J. A. A. Melkebeek, "Modeling of electromagnetic phenomena in soft magnetic materials under unidirectional time periodic flux

excitations," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 35, no. 5, pp. 4171–4184, Sep. 1999, doi: 10.1109/20.799065.

[79] T. Chevalier, A. Kedous-Lebouc, B. Cornut, and C. Cester, "A new dynamic hysteresis model for electrical steel sheet," *Physica B: Condensed Matter*, vol. 275, no. 1, pp. 197–201, Jan. 2000, doi: 10.1016/S0921-4526(99)00768-1.

[80] *Cedrat Group, Flux 10 2D/3D Applications User's Guide. Meylan, France: Cedrat Group, 2007.*

[81] S. E. Zirka, Y. I. Moroz, P. Marketos, and A. J. Moses, "Viscosity-based magnetodynamic model of soft magnetic materials," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 42, no. 9, pp. 2121–2132, Sep. 2006, doi: 10.1109/TMAG.2006.880685.

[82] A. Bergqvist, A. Lundgren, and G. Engdahl, "Experimental testing of an anisotropic vector hysteresis model," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 33, no. 5, pp. 4152–4154, Sep. 1997, doi: 10.1109/20.619693.

[83] F. Henrotte, A. Nicolet, and K. Hameyer, "An energy-based vector hysteresis model for ferromagnetic materials," *COMPEL*, vol. 25, no. 1, pp. 71–80, Jan. 2006, doi: 10.1108/03321640610634344.

[84] M. Hafner, F. Henrotte, M. H. Gracia, and K. Hameyer, "An Energy-Based Harmonic Constitutive Law for Magnetic Cores With Hysteresis," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 44, no. 6, pp. 922–925, Jun. 2008, doi: 10.1109/TMAG.2007.916141.

[85] M. Tousignant, F. Sirois, G. Meunier, and C. Guérin, "Incorporation of a Vector Preisach–Mayergoyz Hysteresis Model in 3-D Finite Element Analysis," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 55, no. 6, pp. 1–4, Jun. 2019, doi: 10.1109/TMAG.2019.2900690.

[86] H. Won, H. Ju, S. Park, and G. Park, "A Study on the Deperming of a Ferromagnetic Material by Using Preisach Model With M\hbox-B Variables," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 49, no. 5, pp. 2045–2048, May 2013, doi: 10.1109/TMAG.2013.2245635.

[87] Y. Li, J. Zhu, Y. Li, and L. Zhu, "A hybrid Jiles–Atherton and Preisach model of dynamic magnetic hysteresis based on backpropagation neural networks," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 544, p. 168655, Feb. 2022, doi: 10.1016/j.jmmm.2021.168655.

[88] S. Riccardo, F. Riganti-Fulginei, A. Laudani, and S. Quandam, "Algorithms to reduce the computational cost of vector Preisach model in view of Finite Element analysis," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 546, p. 168876, Mar. 2022, doi: 10.1016/j.jmmm.2021.168876.

[89] S. Hussain and D. A. Lowther, "An Efficient Implementation of the Classical Preisach Model," *IEEE Transactions on Magnetics***,** vol. 54, no. 3, pp. 1–4, Mar. 2018, doi: 10.1109/TMAG.2017.2748100.

[90] M. Kuczmann and G. Kovács, "Improvement and Application of the Viscous-Type Frequency-Dependent Preisach Model," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 50, no. 2, pp. 385–388, Feb. 2014, doi: 10.1109/TMAG.2013.2283398.

[91] K. Hoffmann, J. P. A. Bastos, J. V. Leite, N. Sadowski, and F. Barbosa, "A Vector Jiles–Atherton Model for Improving the FEM Convergence," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 53, no. 6, pp. 1–4, Jun. 2017, doi: 10.1109/TMAG.2017.2660303.

[92] J. B. Padilha, P. Kuo-Peng, N. Sadowski, J. V. Leite, and N. J. Batistela, "Restriction in the determination of the Jiles-Atherton hysteresis model parameters," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 442, pp. 8–14, Nov. 2017, doi: 10.1016/j.jmmm.2017.06.033.

[93] Ј. Суртка, *Електромагнетика*. Београд, Србија: Академска мисао, 2006. ISBN: 86-7466-247-1.

[94] A. Krings and J. Soulard, "Overview and Comparison of Iron Loss Models for Electrical Machines," *Journal of Electrical Engineering*, vol. 61, no. 7/s, pp. 26–31, 2010.

[95] S. Steentjes, G. von Pfingsten, M. Hombitzer, and K. Hameyer, "Iron-Loss Model With Consideration of Minor Loops Applied to FE-Simulations of Electrical Machines," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 49, no. 7, pp. 3945–3948, Jul. 2013, doi: 10.1109/TMAG.2013.2244072.

[96] K. Yamazaki and Y. Seto, "Iron loss analysis of interior permanent-magnet synchronous motors-variation of main loss factors due to driving condition," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 42, no. 4, pp. 1045–1052, Jul. 2006, doi: 10.1109/TIA.2006.876080.

[97] J. Yi *et al.*, "Iron Loss in Electrical Machine - Influencing Factors, Model, and Measurement," *PIER B*, vol. 107, pp. 105–124, 2024, doi: 10.2528/PIERB24060802.

[98] S. Gao, Y. Gao, X. Zhao, W. Guan, and K. Muramatsu, "FE Analysis Considering Magnetic Domain Wall Movements and its Applications on Dynamic Loss Simulation of GO Silicon Steels," *IEEE Transactions on Industry Applications*, pp. 1–8, 2025, doi: 10.1109/TIA.2025.3647383.

[99] I. Boldea, *Induction Machines Handbook*, 3rd ed. Boca Raton, FL, USA: CRC Press, 2020, doi: 10.1201/9781003035206.

[100] W. Tong, S. Li, R. Sun, L. Sun, and R. Tang, "Modified Core Loss Calculation for High-Speed PMSMs With Amorphous Metal Stator Cores," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 36, no. 1, pp. 560–569, Mar. 2021, doi: 10.1109/TEC.2020.3007885.

[101] International Electrotechnical Commission (IEC), *"Magnetic Materials—Part 2: Methods of Measurement of the Magnetic Properties of Electrical Steel Sheet and Strip by Means of an Epstein Frame,"* IEC Standard 60404-2, Edition 1.0, 1996.

[102] International Electrotechnical Commission (IEC), *"Magnetic Materials—Part 3: Methods of Measurement of the Magnetic Properties of Electrical Steel Strip and Sheet by Means of a Single Sheet Tester,"* IEC Standard 60404-3, Edition 4.0, 2022.

[103] A. Krings, *Iron Losses in Electrical Machines—Influence of Material Properties, Manufacturing Processes, and Inverter Operation*, Ph.D. dissertation, KTH Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, 2014.

[104] B. M. Koprivica, A. M. Milovanović, and M. D. Djekić, "Effects of Wound Toroidal Core Dimensional and Geometrical Parameters on Measured Magnetic Properties of Electrical Steel," Serbian Journal of Electrical Engineering, vol. 10, no. 3, pp. 459–471, Oct. 2013, doi: 10.2298/SJEE130928016K.

[105] International Electrotechnical Commission (IEC), *"Magnetic Materials—Part 6: Methods of Measurement of the Magnetic Properties of Magnetically Soft Metallic and Powder Materials at Frequencies in the Range 20 Hz to 100 kHz by the Use of Ring Specimens,"* IEC Standard 60404-6, Edition 2.0, 2003.

[106] G. Puccio, G. Devito, V. L. Russa, P. Bolognesi, D. Barater, and S. Nuzzo, "An Innovative Measurement Setup for Soft Magnetic Material Characterization," *IEEE Transactions on Industry Applications*, pp. 1–9, 2026, doi: 10.1109/TIA.2026.3690433.

[107] W. Li *et al.*, "Analysis of Magnetic Properties of Self-bonding Electrical Steel and Its Application in High-speed PMSMs," *IEEE Transactions on Industry Applications*, pp. 1–11, 2026, doi: 10.1109/TIA.2026.3656098.

[108] D. D. Reljić, D. Z. Matić, D. G. Jerkan, D. V. Oros, and V. V. Vasić, "The estimation of iron losses in a non-oriented electrical steel sheet based on the artificial neural network and the genetic algorithm approaches," in *2014 IEEE International Energy Conference (ENERGYCON)*, May 2014, pp. 51–57. doi: 10.1109/ENERGYCON.2014.6850405.

[109] W. Grimmond, A. J. Moses, and P. C. Y. Ling, "Geometrical factors affecting magnetic properties of wound toroidal cores," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 25, no. 3, pp. 2686–2693, May 1989, doi: 10.1109/20.24509.

[110] J. Wang *et al.*, "Stray Load Loss Calculation for Induction Motor by Combination of General Airgap Field Modulation Theory and 2D FEA," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 36, no. 3, pp. 2524–2533, Sep. 2021, doi: 10.1109/TEC.2021.3052365.

[111] S. J. Salon, *Finite Element Analysis of Electrical Machines*, Power Electronics and Power Systems Series. New York, NY, USA: Springer, 1995, doi: 10.1007/978-1-4615-2349-9.

[112] N. Bianchi, *Electrical Machine Analysis Using Finite Elements*. Boca Raton: CRC Press, 2017. doi: 10.1201/9781315219295.

[113] S. N. Vukosavic, *Electrical Machines*. New York, NY: Springer, 2013. doi: 10.1007/978-1-4614-0400-2.

[114] В. Вучковић, *Општа теорија електричних машина*. Београд, Србија: Научна књига, 1992.

Биографија аутора

Милица Бановић Петровић рођена је 29.12.1996. године у Новом Саду.

Гимназију „Јован Јовановић Змај“ у Новом Саду, природно-математички смер, завршила је 2015. године.

Основне академске студије, студијски програм: Енергетика, електроника и телекомуникације уписује 2015. године на Факултету техничких наука Универзитета у Новом Саду. Дипломирала је 22.7.2019. године као прва у својој текућој генерацији на усмерењу Електроенергетика са оценом 10 на дипломском испиту и просечном оценом током студирања 10. Током студирања бива ангажована на Департману за енергетику, електронику и телекомуникације Факултета техничких наука у Новом Саду као сарадник-демонстратор у периоду од 2017. до 2019. године.

Уписује мастер академске студије електротехнике и рачунарства на Факултету техничких наука у Новом Саду, школске 2019/2020. године. Звање мастер инжењера електротехнике и рачунарства стиче на Департману за Енергетику, електронику и телекомуникације, смер Енергетска електроника и електричне машине. Мастер студије је завршила у року са укупном просечном оценом 10. Паралелно са похађањем мастер студија, школске 2019/2020., бива ангажована као сарадник у настави на Факултету техничких наука на Катедри за електроенергетику и примењено софтверско инжењерство. Завршни мастер рад под називом „Прорачун локалне расподеле снаге губитака у магнетном колу IPMSM-а применом FEA“ успешно је одбранила 25.09.2020. године, под менторством др Јеркан Дејана.

За изузетне резултате остварене током основних и мастер академских студија у јануару 2021. године јој је уручена Светосавска награда Факултета техничких наука, чиме је промовисана у најбољег студента Факултета за школску 2019/2020. годину.

На основу остварених резултата током основних и мастер академских студија, школске 2021/2022. уписује докторске академске студије на Електротехничком факултету Универзитета у Београду, под менторством академика професора Слободана Вукосавића.

До сада је учествовала у изради и публиковању седам научних радова – један рад у водећем међународном часопису категорије М21, један рад у часопису међународног значаја категорије М22, четири саопштења са научних скупова међународног значаја категорије М33 и један рад из часописа националног значаја категорије М53.

Од 2020. године, запослена је у развојно-истраживачком сектору аутомобилске индустрије.

Изјава о ауторству

Име и презиме аутора Милица Бановић Петровић

Број индекса 2021/5012

Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

Утицај магнетских жлебних летвица на локалну расподелу губитака код нисконапонских асинхроних машина великих снага

- резултат сопственог истраживачког рада;
- да дисертација у целини ни у деловима није била предложена за стицање друге дипломе према студијским програмима других високошколских установа;
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио/ла интелектуалну својину других лица.

Потпис аутора

У Београду, 17.06.2026.

Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора Милица Бановић Петровић

Број индекса 2021/5012

Студијски програм Електротехника и рачунарство

Наслов рада *Утицај магнетских жлебних летвица на локалну расподелу губитака код нисконапонских асинхроних машина великих снага*

Ментор проф. др Слободан Вукосавић

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла за објављивање на порталу **Дигиталног репозиторијума Универзитета у Београду.**

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

Потпис аутора

У Београду, 17.06.2026.

Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

Утицај магнетских жлебних летвица на локалну расподелу губитака код нисконапонских асинхроних машина великих снага

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду и доступну у отвореном приступу могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство (CC BY)
2. Ауторство – некомерцијално (CC BY-NC)
3. Ауторство – некомерцијално – без прерада (CC BY-NC-ND)
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима (CC BY-NC-SA)
5. Ауторство – без прерада (CC BY-ND)
6. Ауторство – делити под истим условима (CC BY-SA)

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци.

Кратак опис лиценци је саставни део ове изјаве).

Потпис аутора

У Београду, 17.06.2026.

1. **Ауторство**. Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.

2. **Ауторство – некомерцијално**. Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.

3. **Ауторство – некомерцијално – без прерада**. Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.

4. **Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима**. Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.

5. **Ауторство – без прерада**. Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.

6. **Ауторство – делити под истим условима**. Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.