

Наставно-научном већу
Математичког факултета
Универзитета у Београду

На 435. седници Наставно-научног већа Математичкој факултета, која је одржана 4. септембра 2026. године, одређени смо за чланове комисије за преглед и оцену докторске дисертације *Полиномијална ентропија индукованих динамичких система на хиперпросторима* кандидата Маше Ђорић. После прегледа рукописа који је Маша Ђорић предала комисији, подносимо Наставно-научном већу Математичког факултета следећи

ИЗВЕШТАЈ

1 Биографија кандидата

Маша Ђорић (рођена Вуковић) рођена је 14.4.1987. у Зрењанину. Дипломирала је 2010. године на Математичком факултету у Београду, смер Теоријска математика и примене, са просечном оценом 10,00. Мастер рад под називом *Регуларизовани трагови оператора* одбранила је на Математичком факултету у Београду, код професора др Зорана Каделбурга, 2011. године. Од 2011. године студент је докторских студија на Математичком факултету у Београду, на студијском програму Математика, модул Теоријска математика и примене. Положила је све испите са просечном оценом 10,00. Од 2010. до 2022. године радила је на Математичком факултету у Београду, и то прво као сарадник у настави, а потом као асистент. Од 2022. године запослена је на Математичком институту, прво као истраживач приправник, а потом као истраживач сарадник.

2 Научни и стручни рад

2.1 Објављени радови

- (1) М. Ђорић, Ј. Катић, *Polynomial entropy on regular curves*, Applied General Topology **27**, no. 2, 25695, 2026, doi:10.4995/agt.25695; ИФ (2025): 0.8, категорија M22
- (2) М. Ђорић, *Polynomial entropy on the n -fold symmetric product and its suspension*, Glasnik matematički, 61(81), 59-76, 2026, <https://doi.org/10.3336/gm.61.1.03>; ИФ (2025): 0.5, категорија M22
- (3) М. Ђорић, Ј. Катић, В. Ласковић, *On polynomial entropy of induced maps on symmetric products*, Acta Mathematica Hungarica, **171** (2), 334–347, 2023. DOI:10.1007/s10474-023-01386-8; ИФ (2022): 0.9, категорија M21
- (4) М. Ђорић, Ј. Катић, *Polynomial entropy of induced maps of circle and interval homeomorphisms*, Qualitative Theory of Dynamical Systems 22:103 (2023) DOI: 10.1007/s12346-023-00806-y; ИФ (2024): 2.1, категорија M21a

2.2 Радови на рецензији

- М. Ђорић, Ј. Катић, *Polynomial entropy of induced homeomorphisms on $C_k(\mathbb{S}^1)$ and $C_k([0, 1])$*
- М. Ђорић, Ј. Катић, М. Перић, *A flexibility result for polynomial entropy of pointwise periodic homeomorphisms*

2.3 Саопштења на конференцијама

- *The 3rd Maribor Workshop on Topological Dynamics, Continuum Theory, and related topics*: “Polynomial entropy of induced homeomorphisms on $C(\mathbb{S}^1)$ ”, 2026.
- *Geometry, Probability and Topology in Application*: “Polynomial entropy on the n -fold symmetric product and its suspension”, 2025.
- *XIII Symposium Mathematics and Applications*: “On polynomial entropy of induced maps on symmetric products”, 2023.

- *XII Symposium Mathematics and Applications*: „Полиномијална ентропија пресликавања индукованих хомеоморфизмима круга и интервала”, 2022.

3 Предмет дисертације

Сваком дискретном динамичком систему на компактном метричком простору X можемо придружити индуковани динамички систем на хиперпростору затворених компактних подскупова - 2^X . Такође је значајна динамика на неким инваријантним затвореним потпросторима простора 2^X , као што су n -тоструки симетрични производ - $F_n(X)$, или простор повезаних затворених подскупова - $C(X)$. Посебно занимљиви индуковани простори су суспензије $\mathcal{SF}_n(X)$ n -тоструког симетричног производа, које нису класични хиперпростори, већ количнички простори $F_n(X)/F_1(X)$, као и индукована динамика на њима. Природно питање које је предмет истраживања у последњих пар деценија јесте у којој мери и на који начин динамика полазног, базног простора (X, f) одређује динамику на неким од ових хиперпростора, односно суспензија.

Предмет ове дисертације је проучавање једне конкретне динамичке инваријанте - полиномијалне ентропије. Полиномијална ентропија је нумеричка инваријанта динамичког система која се природно појављује у системима релативно ниске сложености, наиме системима у којима је тополошка ентропија једнака нули. Полиномијална ентропија је погодно средство које може да разликује овакве динамичке системе, за које тополошка ентропија није довољно осетљива. Тема докторске дисертације је оцена, и у неким случајевима експлицитно израчунавање полиномијалне ентропије на хиперпросторима $F_n(X)$, $C(X)$, 2^X и суспензијама $\mathcal{SF}_n(X)$, у случају када је базни динамички систем реверзибилан.

Оригинални резултати аутора могу се поделити у две групе. Прву чине два резултата о процени полиномијалне ентропије на базним просторима, прецизније: ригидност полиномијалне ентропије хомеоморфизма на локалним дендритима, и флексибилност полиномијалне ентропије на тачка-по-тачка периодичним хомеоморфизмима. Другу групу чини скуп резултата о полиномијаној ентропији хиперпростора $F_n(X)$, $C(X)$ и 2^X , у случају хомеоморфизма интервала или круга, као и однос полиномијалне ентропије на суспензији простора и полиномијалне ентропије базног простора, за случај хомеоморфизма на произвољном компактном метричком простору са коначним ланчасто рекурентним скупом. Методи који су коришћени у доказима су погодан одабир инваријантних подскупова хиперпростора и разна својства полиномијалне ентропије, као

и технике кодирања прилагођене лутајућем делу динамичког система.

4 Приказ садржаја дисертације

Докторска дисертација *Полиномијална ентропија индукованих динамичких система на хиперпросторима* написана је на VII+110+IV страна. Структура рукописа је следећа:

Увод

1 Основни појмови

- 1.1 Основни појмови тополошке динамике
- 1.2 Ротациони број и Поенкареова класификациона теорема

2 Полиномијална ентропија

- 2.1 Тополошка ентропија
- 2.2 Полиномијална ентропија
- 2.3 Кодирање и сингуларне тачке

3 Једнодимензионални континууми

- 3.1 Пеанови континууми
- 3.2 Дендрити
- 3.3 Регуларне криве

4 Хиперпростори

- 4.1 Важни хиперпростори и Вијеторисова топологија
- 4.2 Примери хиперпростора
- 4.3 Хаусдорфова метрика
- 4.4 Метризабилност хиперпростора $CL(X)$
- 4.5 Важне особине хиперпростора
- 4.6 Индуковани динамички системи на хиперпросторима

5 Полиномијална ентропија на регуларним кривама

6 Полиномијална ентропија тачка-по-тачка периодичних хомеоморфизама

- 6.1 Тачка-по-тачка периодични хомеоморфизми
- 6.2 Главни резултати

7 Полиномијална ентропија на хиперпросторима интервала и круга

7.1 $X = [0, 1]$

7.2 $X = \mathbb{S}^1$

8 Полиномијална ентропија на $F_n(X)$ и $SF_n(X)$

8.1 Суспензије

8.2 Нелутајући скуп индукованих пресликавања

8.3 Главна теорема

9 Теме за даља истраживања

Библиографија (број библиографских јединица је 55)

Биографија аутора

Прва глава **Увод** садржи кратку мотивацију за увођење полиномијалне ентропије и проучавање индукованих динамичких система на хиперпросторима. Она такође садржи преглед резултата дијертације, као и приказ структуре рукописа.

У **Глави 1** дефинисани су основни појмови тополошке динамике који су неопходни за даљи рад. Такође је дефинисан и ротациони број који је од значаја јер је један део тезе посвећен пресликавањима на кругу. Такође су представљена и својства ротационог броја релевантна за истраживање, као и Поенкареова класификациона теорема.

Глава 2 је посвећена основним особинама тополошке ентропије, као уводу у дефиницију централног појма у дисертацији, полиномијалне ентропије. Поред дефиниције и основних особина, приказана је техника за израчунавање полиномијалне ентропије у случају реверзибилних динамичких система са коначим нелутајућим скупом, а која укључује једно специфично кодирање и локализацију полиномијалне ентропије око сингуларних тачака. Овај алат је касније коришћен у Глави 7.

У **Глави 3** аутор се бави једнодимензионалним континуумима, који се појављују кроз примере простора на којима је рађено током целе тезе. Посебна класа ових континуума под називом регуларне криве је тема којој је посвећена Глава 5.

Глава 4 је последња глава која је уводног карактера. У њој су дефинисани хиперпростори, Вијеторисова топологија на њима, као и Хаусдорфова метрика. Осим тога, издвојени су најважнији хиперпростори на којима је у наставку тезе рачуната полиномијална ентропија, као и релевантне особине ових хиперпростора.

У **Глави 5** и **Глави 6** представљени су оригинални резултати који се већински тичу полиномијалне ентропије на просторима који нису хиперпростори, са понеком применом на одређене хиперпросторе. Централни резултат Главе 6 говори о горњем ограничењу полиномијалне ентропије хомеоморфизама на регуларним кривама, које је једнако 1. Поред тога, показано је да полиномијална ентропија хомеоморфизама на локалним дендритима може узимати само две вредности - нула или један. У Глави 6 аутор се бави занимљивим питањем да ли је полиномијална ентропија тачка-по-тачка периодичног хомеоморфизма једнака нули (што је тачно у случају тополошке ентропије), и даје више од негативног одговора, будући да за сваку вредност из $a \in \mathbb{R}_+$ конструише пример тачка-по-тачка периодичног хомеоморфизма чија је полиномијална ентропија једнака a .

У **Глави 7** су израчунате тачне вредности полиномијалне ентропије индукованих хомеоморфизама на хиперпросторима интервала $[0, 1]$ и круга $\mathbb{S}^1$, помоћу техника које су разрађене у Глави 2.

Глава 8 садржи резултате на n -тоструком симетрином производу произвољног компактног метриког простора, као и на његовој суспензији. Прецизније, доказано је да при одређеној врсти рекурентности динамичког система важи:

$$h_{\text{pol}}(\mathcal{S}F_n(f), \mathcal{S}F_n(X)) = h_{\text{pol}}((F_n(f), F_n(X))) = nh_{\text{pol}}(f, X).$$

Коначно, у **Глави 9** издвојено је неколико отворених проблема који су тесно повезани са темама које су обрађене у тези, и то питања везана за полиномијалну ентропију хиперпростора $C_n(X)$, аморфну комплексност, полиномијалну ентропију на инверзним лimesима, и полиномијалну ентропију на рационалним кривама.

5 Закључак и предлог

Рукопис *Полиномијална ентропија индукованих динамичких система на хиперпросторима* кандидата Маше Ђорић садржи вредан научни допринос у Тополошкој динамицији, посебно у изучавању динамичких инваријанти на индукованим хиперпросторима. Аутор се успешно бави научним радом у овој области. Објавила је четири научна рада (три коауторска и један самостални) у часописима са СЦИ листе. Има још два рада из области на рецензији. Пет од ових шест радова су део докторске дисертације. Резултате из дисертације излагала је више пута на научним скуповима.

Имајући ово у виду, комисија предлаже Научно-наставном већу Математичког факултета у Београду да рукопис *Полиномијална ентропија индукованих динамичких система на хиперпросторима* аутора Маше Ђорић прихвати као докторску дисертацију и да одреди комисију за јавну одбрану.

У Београду,
29. септембра 2026. године

Чланови комисије

др Дарко Милинковић, редовни професор

др Игор Уљаревић, ванредни професор

др Борислав Гајић, научни саветник