

НАСТАВНО-НАУЧНОМ ВЕЋУ

Предмет: Извештај о урађеној докторској дисертацији кандидата Милоша Мићовића.

Одлуком 1005/14 бр. од 02.06.2026. године, именовани смо за чланове Комисије за оцену дисертације кандидата Милоша Мићовића под насловом

„Раслојене фамилије функција и стратегије за аутоматско доказивање неких аналитичких неједнакости”

(енгл. „Stratified families of functions and strategies for automated proving of some analytic inequalities”)

После прегледа достављене Дисертације и других пратећих материјала и разговора са Кандидатом, Комисија је сачинила следећи

ИЗВЕШТАЈ

1. УВОД

1.1. Хронологија одобравања и израде дисертације

Кандидат Милош Мићовић уписао је докторске студије на Електротехничком факултету Универзитета у Београду на модулу Примењена математика 2021. године. Школску 2021/22. годину провео је у статусу мировања. Положио је све испите на докторским студијама са оценом 10.

Милош Мићовић је 09.01.2025. године предао сву потребну документацију за пријаву теме докторске дисертације под насловом „Раслојене фамилије функција и стратегије за аутоматско доказивање неких аналитичких неједнакости”.

Катедра за Примењену математику Електротехничког факултета је на седници одржаној 14.01.2025. године размотрила пријаву теме докторске дисертације и поднела предлог Комисији за студије трећег степена Електротехничког факултета.

Комисија за студије трећег степена је на седници одржаној 04.02.2025. године усвојила предлог Катедре и упутила предлог Наставно-научном већу Електротехничког факултета.

Наставно-научно веће је одлуком 272/20 бр. на 904. седници одржаној 11.02.2025. године именовало Комисију за оцену научне заснованости теме докторске дисертације у следећем саставу:

1. др Бојана Михаиловић, ванредни професор, Електротехнички факултет Универзитета у Београду,

2. др Зоран Пуцановић, редовни професор, Грађевински факултет Универзитета у Београду,
3. др Бошко Николић, редовни професор, Електротехнички факултет Универзитета у Београду.

За менторе докторске дисертације предложени су проф. др Бранко Малешевић и проф. др Татјана Лутовац.

Милош Мићовић је 25.02.2025. године успешно јавно усмено одбранио тему докторске дисертације, након чега је Комисија за оцену научне заснованости теме докторске дисертације сачинила Извештај Комисије за оцену научне заснованости теме докторске дисертације кандидата Милоша Мићовића.

Комисија за студије трећег степена је на седници одржаној 04.03.2025. године Наставно-научном већу Електротехничког факултета упутила Извештај Комисије за оцену научне заснованости теме докторске дисертације.

Наставно-научно веће је на 906. седници одржаној 11.03.2025. године усвојило Извештај Комисије за оцену научне заснованости теме докторске дисертације Милоша Мићовића.

Веће научних области техничких наука Универзитета у Београду одлуком 61206/2-25 бр. на седници одржаној 17.04.2025. године дало је сагласност на Одлуку Наставно-научног већа Електротехничког факултета о прихватању теме докторске дисертације и одређивању ментора.

Милош Мићовић предао је докторску дисертацију на оцену 21.05.2026. године.

Комисија за студије трећег степена је на седници одржаној 26.05.2026. године потврдила испуњеност потребних услова за подношење предлога за формирање Комисије за оцену докторске дисертације Наставно-научном већу Електротехничког факултета.

Наставно-научно веће је одлуком 1005/14 бр. на 930. седници одржаној 02.06.2026. године именовало Комисију за оцену докторске дисертације у следећем саставу:

1. др Бојана Михаиловић, ванредни професор, Електротехнички факултет Универзитета у Београду,
2. др Бошко Николић, редовни професор, Електротехнички факултет Универзитета у Београду,
3. др Зоран Пуцановић, редовни професор, Грађевински факултет Универзитета у Београду,
4. др Наташа Ћировић, ванредни професор, Електротехнички факултет Универзитета у Београду,
5. др Бојан Бањац, ванредни професор, Факултет техничких наука Универзитета у Новом Саду.

1.2. Научна област дисертације

Докторска дисертација кандидата Милоша Мићовића под насловом „Раслојене фамилије функција и стратегије за аутоматско доказивање неких аналитичких неједнакости” припада научној области Електротехника и рачунарство и ужој научној области Примењена математика, за које је Електротехнички факултет Универзитета у Београду матичан.

Ментори проф. др Бранко Малешевић и проф. др Татјана Лутовац имају вишегодишње научно искуство из ове области и испуњавају све формалне и законске услове за менторе дисертације.

1.3. Биографски подаци о кандидату

Милош Мићовић рођен је 11. фебруара 1998. године у Београду. Завршио је основну школу „Коста Абрашевић” у Београду, као носилац Вукове дипломе и ученик генерације, и природно-математички смер Тринаесте београдске гимназије, као носилац Вукове дипломе. Током школовања освајао је награде на бројним такмичењима, укључујући и републичко такмичење из математике.

Електротехнички факултет у Београду уписао је 2016. године. Дипломирао је 2020. године на одсеку „Рачунарска техника и информатика” са просечном оценом 9.11 и дипломским радом „Апликација за надгледање Монеро блокчејна” под менторством проф. др Павла Вулетића.

Мастер студије на Електротехничком факултету у Београду, на модулу „Софтверско инжењерство”, уписао је 2020. године, а завршио 2021. године са просечном оценом 10.00 и мастер радом „Реализација интернет апликације за симулацију рада берзе” под менторством проф. др Марије Пунт.

Током студија био је ангажован као студент демонстратор на Катедри за рачунарску технику и информатику и Катедри за примењену математику.

Докторске студије на Електротехничком факултету у Београду, на модулу „Примењена математика”, уписао је 2021. године под менторством проф. др Иване Јововић, а од 2023. године студира под менторством проф. др Бранка Малешевића. Школску 2021/22. годину провео је у статусу мировања. Положио је све испите на докторским студијама са оценом 10.

Током дела средње школе и студија, био је корисник стипендије Републике Србије за изузетно надарене ученике и студенте.

Радио је у Институту „Михајло Пупин” на позицији сарадника од марта до маја 2021. године. Од децембра 2021. године до априла 2023. године радио је у компанији „FIS” у Београду на позицији софтверског инжењера. У априлу 2023. године запослио се на Електротехничком факултету Универзитета у Београду као истраживач-приправник. У звање истраживач-сарадник изабран је у октобру 2025. године.

Објавио је, као коаутор, 12 радова у часописима, од којих је 11 у часописима са JCR листе, и 10 конференцијских радова.

2. ОПИС ДИСЕРТАЦИЈЕ

2.1. Садржај дисертације

Дисертација је написана на српском језику латиничним писмом. Дисертација има 258 страна, од којих је 245 нумерисано, 85 слика, 7 табела, 5 алгоритама и 230 библиографских референци.

Делови дисертације су:

- Увод
- 5 поглавља:
 1. Преглед постојећих резултата
 2. Теоријски доприноси раслојеним фамилијама функција
 3. Нека побољшања и уопштења метода за доказивање неједнакости свођењем на полиномске неједнакости
 4. Један систем за аутоматско доказивање неких аналитичких неједнакости
 5. Примене
- Закључак и правци будућег истраживања

Такође, дисертација садржи и насловне стране на српском и на енглеском језику, страну са информацијама о менторима и члановима комисије, стране са подацима о докторској дисертацији на српском и на енглеском језику, садржај, списак коришћених ознака, литературу, биографију аутора и изјаве о ауторству, о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада и о коришћењу.

2.2. Кратак приказ појединачних поглавља

У уводу дисертације описани су предмети и структура дисертације.

У првом поглављу дисертације дат је преглед неких постојећих резултата у вези са раслојеним фамилијама функција и миксовано тригонометријско полиномским (МТП) функцијама. Описан је *метод за доказивање МТП неједнакости свођењем на полиномске неједнакости*. Разматрана је примена *Штурмове теореме* у доказивању полиномских неједнакости. Анализирани су неки постојећи системи за аутоматско доказивање неједнакости.

У другом поглављу дисертације дати су теоријски доприноси раслојеним фамилијама функција. Уопштен је постојећи појам раслојености фамилије функција, разматране су особине најбољих константи у неједнакостима и дате су неке теореме за одређивање најбољих константи у неједнакостима. Побољшане су неке важне теореме из ове области. Развијена су два нова метода за доказивање неких класа неједнакости и одређивање најбољих константи за посматране неједнакости. На основу добијених теоријских резултата, развијене су и неке стратегије за примену раслојених фамилија функција у теорији аналитичких неједнакости.

У трећем поглављу дисертације постојећи метод за доказивање неједнакости свођењем на полиномске неједнакости побољшан је и уопштен тако да се могу доказивати још неке класе неједнакости. Уведена је класа миксовано експоненцијално полиномских (МЕП) неједнакости, као и нека уопштења МТП и МЕП неједнакости. Показано је како се свођењем на МЕП неједнакости могу доказати миксовано хиперболичко тригонометријско полиномске (МХТП) неједнакости и нека уведена уопштења МХТП неједнакости. Развијени су и методи за изоловање нула и за изоловање екстремума функција из разматраних класа.

У четвртом поглављу дисертације развијене су четири стратегије за апроксимацију реалних функција одговарајућим Тејлоровим полиномима. Развијени су алгоритми за тражење контрапримера и за доказивање неједнакости свођењем на полиномске неједнакости. Имплементиран је систем за аутоматско доказивање неједнакости који генерише доказе блиске људском начину доказивања.

У петом поглављу дисертације дате су примене концепта раслојености и развијеног доказивача у теорији аналитичких неједнакости, чиме су добијени нови докази, побољшања и уопштења око тридесет постојећих неједнакости, као и неке нове неједнакости и минимакс апроксимације.

У закључку дисертације наведени су и анализирани постигнути доприноси и правци будућег истраживања.

3. ОЦЕНА ДИСЕРТАЦИЈЕ

3.1. Савременост и оригиналност

Доказивање неједнакости и одређивање апроксимација данас је део различитих радова и истраживања у математици, инжењерству и неким другим научним областима. Један од

значајних проблема је и одређивање нових и бољих константи и ограничења у постојећим неједнакостима.

У теорији аналитичких неједнакости недавно је разматран концепт раслојених фамилија функција. Применом тог концепта, у овој дисертацији развијено је неколико оригиналних метода и стратегија за доказивање неједнакости, уз одређивање најбољих константи за те неједнакости, и одређивање оптималних (минимакс) апроксимација. Показано је да се на тај начин многе аналитичке неједнакости могу доказати и уопштити.

У дисертацији су дата и нека побољшања и уопштења метода за доказивање неједнакости свођењем на полиномске неједнакости, који се данас у математици често користи. С обзиром на то да је доказивање неједнакости применог овог метода неретко временски захтевно, развијен је и имплементиран, коришћењем програмског језика Python и радног оквира Angular, један ефикаснији систем за аутоматско доказивање неједнакости применом поменутог метода. При томе, имплементирани систем има савремени кориснички интерфејс и исписује доказе неједнакости у сличном стилу у којем човек записује доказе.

3.2. Осврт на референтну и коришћену литературу

Кандидат је анализирао бројне радове, од основних радова из ове области до резултата који су недавно објављени, чиме је показао да је детаљно проучио тему докторске дисертације.

Литература садржи 230 библиографских референци које су сортиране абecedно. Списак референци укључује радове у међународним часописима, конференцијске радове, монографије, књиге, као и неке изворе са интернета. Такође, у списку референци наведени су и неки радови које је кандидат објавио током докторских студија.

3.3. Опис и адекватност примењених научних метода

Кандидат је успешно применио следеће научне методе:

- Анализу великог броја доказаних аналитичких неједнакости.
- Анализу развијених метода, стратегија и система за доказивање аналитичких неједнакости и разматрање њихових ограничења и недостатака.
- Издвајање конкретних неједнакости које се могу разматрати увођењем одговарајућих раслојених фамилија функција.
- Формирање, на основу издвојених неједнакости, класа сличних раслојених фамилија функција за које је могуће формулисати нека општија тврђења.
- Доказивање општијих тврђења.
- Развијање нових метода и стратегија за доказивање неких неједнакости.
- Побољшање и уопштење једног постојећег метода за доказивање неједнакости.
- Развијање, на основу добијених теоријских резултата, алгорита за доказивање неједнакости.
- Тестирање развијених метода, стратегија и алгорита доказивања на већем броју неједнакости.
- Тестирање имплементираног система, при чему је сваки корак доказа који је систем генерисао верификован коришћењем система рачунарске алгебре Maple.

Све примењене научне методе адекватне су за тему ове дисертације и често се примењују у математици и рачунарству.

3.4. Применљивост остварених резултата

На основу добијених теоријских математичких доприноса, развијени су нови методи и стратегије за доказивање неједнакости и одређивање минимакс апроксиманата. Такође, применом неких постојећих и неких нових теоријских резултата, развијен је и један систем за аутоматско доказивање неједнакости.

У дисертацији су дате и примене добијених теоријских резултата и развијених метода, стратегија и доказивача у теорији аналитичких неједнакости. Показано је како се применом ових резултата могу добити нови докази, побољшања и уопштења неких постојећих неједнакости, као и неке нове неједнакости и минимакс апроксимације.

Развијени доказивач може да докаже велики број постојећих аналитичких неједнакости. Неједнакости из класа које овај доказивач може да докаже често се јављају у радовима. У дисертацији је наведен већи број радова, који су углавном објављени у часописима са JCR листе, у којима су разматране неједнакости које развијени доказивач може да докаже.

Поред примена у математици, добијени резултати могу имати примене и у инжењерству, електротехници и у осталим научним областима у којима аналитичке неједнакости имају примене.

3.5. Оцена достигнутих способности кандидата за самостални научни рад

Кандидат је, као коаутор, објавио 12 радова у часописима, од којих је 11 у часописима са JCR листе, и 10 конференцијских радова. Први аутор је 2 рада у часописима са JCR листе.

Дисертација садржи и неке доприносе који још увек нису објављени.

Кандидат је показао способност да сагледа, истражи и анализира тренутно стање у области и да уочи евентуалне недостатке. Такође, кандидат је показао и креативност да самостално формулише нова и оригинална теоријска тврђења и способност да их самостално докаже, као и да пронађе одговарајуће примене добијених резултата.

На основу свега претходног и на основу непосредног увида у рад кандидата, закључујемо да кандидат има изузетне способности за самостални научни рад.

4. ОСТВАРЕНИ НАУЧНИ ДОПРИНОС

4.1. Приказ остварених научних доприноса

Најзначајнији научни доприноси ове дисертације су:

- Систематични преглед неких постојећих резултата у вези са раслојеним фамилијама функција, МТП неједнакостима и аутоматским доказивањем неједнакости.
- Теоријски доприноси раслојеним фамилијама функција:
 - нека побољшања основних теорема из ове области и формулисање неких нових теорема за издвајање (најбољих) константи у неједнакостима
 - формулисање Параметарског метода за доказивање неких неједнакости
 - формулисање Новог параметарског метода за доказивање неких неједнакости и одређивање минимакс апроксимација
 - развијање четири стратегије за примену раслојених фамилија функција (стратегија за одређивање најбољих константи у неједнакостима, за доказивање неједнакости заснована на Параметарском методу, за одређивање минимакс апроксиманта применом Најк теореме, за доказивање неједнакости

и одређивање минимакс апроксиманта заснована на Новом параметарском методу)

- Доприноси методу за доказивање неједнакости свођењем на полиномске неједнакости:
 - проширење интервала на којима важе навишне и нанижне Тејлорове полиномске апроксимације синусне и косинусне функције са коначних на бесконачне
 - проширење метода тако да се може применити и на неке новоуведене класе неједнакости: МЕР неједнакости и нека уопштења МТП и МЕР неједнакости
- Доприноси аутоматском доказивању неједнакости:
 - развој стратегија за редуковање броја сабирака и за одређивање вредности степена Тејлорових развоја у полиномским апроксимацијама
 - развој алгорита за доказивање неких неједнакости свођењем на полиномске неједнакости
 - имплементација једног система за аутоматско доказивање неких неједнакости, који генерише доказе који су разумљиви и блиски људском начину писања доказа
- Нови докази, побољшања и уопштења око тридесет постојећих неједнакости и неке нове неједнакости и минимакс апроксимације.

4.2. Критичка анализа резултата истраживања

Концепт раслојених фамилија функција уведен је недавно и у литератури није било много резултата у вези са тим концептом. Применом раслојености, у овој дисертацији развијени су неки нови методи и стратегије за доказивање неједнакости и за одређивање минимакс апроксиманата.

У овој дисертацији развијене су неке нове нелексикографске стратегије за одређивање вредности степена Тејлорових развоја у полиномским апроксимацијама. Помоћу ових стратегија често се у мањем броју итерација долази до доказа, ако доказ постоји, и при томе су ове стратегије, за разлику од постојећих лексикографских стратегија, инваријантне на редослед уношења сабирака полазне неједнакости.

Један допринос дисертације јесу и нека боља ограничења одређених функција, тј. неке нове неједнакости, као и неке нове минимакс апроксимације.

У оквиру развијеног доказивача имплементирани су неки нови теоријски доприноси. Приликом имплементације новог доказивача, посебна пажња била је посвећена томе да докази буду у стилу који је близак људском начину доказивања. Тај ниво читљивости тренутно имају неки системи вештачке интелигенције, а у дисертацији је илустровано да, за разлику од новог доказивача, ти системи понекад могу направити грешку у доказивању.

4.3. Верификација научних доприноса

Током докторских студија кандидат Милош Мићовић објавио је следеће радове у часописима.

Категорија M21a:

- [1] М. Мићовић, В. Малешевић, Т. Лутовац, В. Милаковић: *A novel parametric method for proving some analytic inequalities and determining minmax approximations*, Journal of Mathematical Inequalities, vol. 19, no. 4, pp. 1327–1347, 2025, doi: 10.7153/jmi-2025-19-85. (JCI₂₀₂₃ = 1.32, ISSN: 1846-579X)

- [2] B. Malešević, **M. Mićović**, B. Mihailović, T. Lutovac: *A new approach to selecting constants for some analytic inequalities*, Journal of Mathematical Inequalities, vol. 19, no. 1, pp. 223–245, 2025, doi: 10.7153/jmi-2025-19-15. (JCI₂₀₂₃ = 1.32, ISSN: 1846-579X)
- [3] B. Banjac, B. Malešević, **M. Mićović**, B. Mihailović, M. Savatović: *The best possible constants approach for Wilker-Cusa-Huygens inequalities via stratification*, Applicable Analysis and Discrete Mathematics, vol. 18, no. 1, pp. 244–288, 2024, doi: 10.2298/AADM240308012B. (IF[2]₂₀₂₄ = 1.4, ISSN: 1452-8630)
- [4] G. Bercu, V. Drinceanu, C. Mortici, **M. Mićović**: *Advances in Mitrinović–Adamović-type inequalities*, Applicable Analysis and Discrete Mathematics, vol. 20, no. 1, pp. 239–252, 2026, doi: 10.2298/AADM251204015B. (IF[2]₂₀₂₄ = 1.4, ISSN: 1452-8630)

Категорија M21:

- [5] **M. Mićović**, B. Malešević: *Jordan-Type Inequalities and Stratification*, Axioms, vol. 13, no. 4, 262, pp. 25, 2024, doi: 10.3390/axioms13040262. (IF[2]₂₀₂₂ = 2, ISSN: 2075-1680)
- [6] B. Malešević, **M. Mićović**, T. Lutovac: *New Inequalities and Approximations of Cusa–Huygens Type*, Axioms, vol. 14, no. 12, 920, pp. 20, 2025, doi: 10.3390/axioms14120920. (IF[2]₂₀₂₃ = 1.9, ISSN: 2075-1680)
- [7] B. Malešević, **M. Mićović**, B. Mihailović, T. Lutovac, V. Šešum-Čavić: *The best constants in some new sharp bounds for sinc function*, Afrika Matematika, vol. 36, no. 2, 81, pp. 16, 2025, doi: 10.1007/s13370-025-01288-8. (IF[2]₂₀₂₃ = 0.9, ISSN: 1012-9405)
- [8] B. Malešević, **M. Mićović**, B. Mihailović: *A Parametric Method for Proving Some Analytic Inequalities*, Axioms, vol. 13, no. 8, 520, pp. 23, 2024, doi: 10.3390/axioms13080520. (IF[2]₂₀₂₂ = 2, ISSN: 2075-1680)
- [9] B. Malešević, T. Mirković, **M. Mićović**: *Some new results related to Li-Guo hyperbolic inequalities*, Mathematica Slovaca, pp. 7, 2026, doi: 10.1515/ms-2026-0126. (IF[2]₂₀₂₄ = 0.9, ISSN: 0139-9918)

Категорија M22:

- [10] B. Malešević, **M. Mićović**: *Exponential polynomials and stratification in the theory of analytic inequalities*, Journal of Science and Arts, vol. 23, no. 3, pp. 659–670, 2023, doi: 10.46939/J.Sci.Arts-23.3-a07. (JCI₂₀₂₃ = 0.2, ISSN: 1844-9581)
- [11] B. Malešević, B. Mihailović, M. Nenezić Jović, **M. Mićović**, L. Milinković: *Some generalisations and minimax approximants of D’Aurizio trigonometric inequalities*, Acta Universitatis Sapientiae, Mathematica, vol. 16, no. 2, pp. 263–277, 2024, doi: 10.47745/ausm-2024-0020. (IF[2]₂₀₂₄ = 0.6, ISSN: 1844-6094)

Категорија M24+:

- [12] B. Malešević, **M. Mićović**, D. Jovanović: *New Cusa-Huygens inequalities and approximations*, Montes Taurus Journal of Pure and Applied Mathematics, vol. 6, no. 3, pp. 375–386, 2024. (CiteScore₂₀₂₄ = 2, ISSN: 2687-4814)

Напоменимо да радови [4] и [9] јесу из области докторске дисертације, али резултати из ових радова нису наведени у дисертацији.

5. ЗАКЉУЧАК И ПРЕДЛОГ

Докторска дисертација „Раслојене фамилије функција и стратегије за аутоматско доказивање неких аналитичких неједнакости” кандидата Милоша Мићовића представља један допринос теорији аналитичких неједнакости, развоју теорије раслојених фамилија функција и области аутоматског доказивања неједнакости.

Дисертација садржи неколико оригиналних теоријских математичких доприноса и неке рачунарске доприносе, укључујући теоријске доприносе раслојеним фамилијама функција, побољшања метода за доказивање неједнакости свођењем на полиномске неједнакости и развој стратегија и новог система за аутоматско доказивање неједнакости. У дисертацији су дате и примене ових резултата у теорији аналитичких неједнакости, чиме су, поред побољшања неких постојећих неједнакости, добијене и неке нове неједнакости и апроксимације.

Кандидат је, као коаутор, објавио 11 радова у часописима са JCR листе, а од тога је на 2 рада првопотписани аутор, чиме је показао изузетне способности за даљи самостални научни рад.

На основу свега наведеног, Комисија закључује да је кандидат Милош Мићовић испунио све формалне и суштинске услове предвиђене Законом о високом образовању и Статутом и Правилником о докторским студијама Електротехничког факултета Универзитета у Београду.

Комисија предлаже Наставно-научном већу да се докторска дисертација под називом „Раслојене фамилије функција и стратегије за аутоматско доказивање неких аналитичких неједнакости” кандидата Милоша Мићовића прихвати, изложи на увид јавности и упути на коначно усвајање Већу научних области техничких наука Универзитета у Београду.

У Београду, 25.06.2026. године

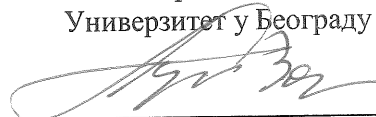
ЧЛАНОВИ КОМИСИЈЕ



др Бојана Михаиловић, ванредни професор
Универзитет у Београду – Електротехнички факултет



др Бошко Николић, редовни професор
Универзитет у Београду – Електротехнички факултет



др Зоран Пуцановић, редовни професор
Универзитет у Београду – Грађевински факултет



др Наташа Тировић, ванредни професор
Универзитет у Београду – Електротехнички факултет



др Бојан Бањац, ванредни професор
Универзитет у Новом Саду – Факултет техничких наука