

NASTAVNO-NAUČNOM VEĆU FIZIČKOG FAKULTETA UNIVERZITETA U BEOGRADU

Pošto smo na VIII sednici Nastavno-naučnog veća Fizičkog fakulteta Univerziteta u Beogradu održanoj 24. juna 2026. određeni za članove Komisije za pregled i ocenu doktorske disertacije Danila Rakonjca pod nazivom „EKSTREMALNE CRNE RUPE U LOKALNOJ POENKARE-OVOJ TEORIJI: STRUKTURA U BLIZINI HORIZONTA I ENTROPIJA”, podnosimo sledeći

IZVEŠTAJ

1 Osnovni podaci o kandidatu

1.1 Biografski podaci

Danilo (Vladan) Rakonjac je rođen 16. novembra 1995. godine u Beogradu. Završio je osnovnu školu „Pavle Savić” u Beogradu kao nosilac Vukove diplome. Srednju školu, Matematičku gimnaziju u Beogradu, završio je 2014. godine kao nosilac Vukove diplome.

Iste godine upisao je osnovne studije na Fizičkom fakultetu Univerziteta u Beogradu, smer Teorijska i eksperimentalna fizika, koji je završio 2018. godine sa prosečnom ocenom 9.67. Na istom fakultetu, 2018. godine upisuje master akademske studije, uža naučna oblast Fizika čestica i polja, koje završava 2019. godine sa prosečnom ocenom 10. Master rad pod naslovom „Trodimenziona Poenkareova gradijentna teorija: narušenje parnosti u AdS sektoru” je odbranio 2019. godine sa završnom ocenom 10.

Doktorske studije na Fizičkom fakultetu u Beogradu, smer Kvantna polja, čestice i gravitacija upisao je 2019. godine. Sve ispite na doktorskim studijama položio je sa ocenom 10. Od 2020. godine, zaposlen je na Institutu za fiziku. U zvanje istraživač saradnik izabran je 2023. godine.

1.2 Naučna aktivnost

Danilo Rakonjac je od januara 2020. godine zaposlen na Institutu za fiziku u Beogradu, prvo sa zvanjem istraživač pripravnik, a zatim kao istraživač saradnik. Naučne aktivnosti obavlja u okviru Grupe za gravitaciju, čestice i polja. Bavi se istraživanjem ekstremalnih crnih rupa

sa torzijom. Konkretno, bavi se proračunom entropije ekstremalnih crnih rupa u formalizmu lokalne Poenkareove teorije, kao i ispitivanjem geometrije u blizini horizonta crne rupe. Temu doktorske disertacije „Ekstremalne crne rupe u lokalnoj Poenkareovoj teoriji: struktura u blizini horizonta i entropija” odbranio je pred kolegijumom doktorskih studija Fizičkog fakulteta 13. decembra 2023. godine, kada je za mentora izabran dr Branislav Cvetković, naučni savetnik Instituta za fiziku u Beogradu. Učestvovao je na tri internacionalne škole za studente doktorskih studija: Second Training School of COST Action CA18108: Quantum gravity phenomenology in the multi-messenger approach (Beograd, 3 - 10. septembar 2022.), CERN-SEENET-MTP-ICTP School: School on Field Theory and applications in HEP (Solun, 9 - 16. jun 2024.) i Blaumann’s Loop Quantum Gravity School in Les Houches (Le Uš, 1 - 12. septembar 2025.).

2 Opis predatog rada

2.1 Osnovni podaci

Doktorski rad „Ekstremalne crne rupe u lokalnoj Poenkareovoj teoriji: struktura u blizini horizonta i entropija” urađen je pod rukovodstvom dr Branislava Cvetkovića. Ovaj rad je proširenje rezultata o proračunu entropije u kanonskom pristupu lokalnoj Poenkareovoj teoriji koji su dobijeni u ranijim radovima M. Blagojevića i B. Cvetkovića, na ekstremalne crne rupe. U radu je računata entropija u nekoliko poznatih modela ekstremalnih crnih rupa, gde su rezultati poređeni sa odgovarajućim neekstremalnim rezultatima i u skladu sa tim interpretirani. Uvedena je opšta definicija geometrije u blizini horizonta ekstremalnih crnih rupa sa netrivialnom torzijom i pronađeno je novo rešenje za crnu rupu u kvadratnoj Poenkareovoj teoriji na osnovu razmatranja postojanja njene geometrije u blizini horizonta u ekstremalnom slučaju. Ovo istraživanje predstavlja prvi korak u daljoj analizi geometrijskih struktura u blizini horizonta u prisustvu torzije, i kao takvo otvara put za bolju interpretaciju uloge torzije u ovakvim sistemima.

Disertacija ima ukupno 104 strane. Sam tekst disertacije napisan je na 92 strane i sastoji se od 6 poglavlja i 102 reference. Rad je formatiran na način propisan od strane Univerziteta: sadrži naslovnu stranu na engleskom i srpskom jeziku, stranu sa podacima o mentoru i komisiji, apstrakt na engleskom i srpskom jeziku, biografiju kandidata i spisak njegovih publikacija kao i odgovarajuće izjave.

2.2 Predmet i cilj rada

Lokalna Poenkareova teorija predstavlja minimalno proširenje Ajnštajnovе teorije opšte relativnosti, dobijeno iz razmatranja teorije polja invarijantne na lokalizovane transformacije simetrije prostora Minkovskog. Osobina ove teorije koja je razlikuje od standardne teorije opšte relativnosti jeste pojava tenzora torzije u opisu gravitacionog polja, za razliku od standardnog polja

gde je gravitaciono polje opisano Rimanovim tenzorom krivine. Nakon lokalizacije simetrije, u teoriji se tenzor energije impulsa i tenzor spina pojavljuju kao izvori polja, gde krivina potiče od energije-impulsa materije, dok torzija potiče od spina. Prirodna pojava spina u teoriji, kao i rezultat da je Ajnštajnova teorija specijalni slučaj lokalne Poenkareove teorije za slučaj trivijalne torzije, dovodi do interesovanja za lokalnu Poenkareovu teoriju, sa stanovišta kvantizacije kao gradijentne teorije, kao i sa stanovišta klasične teorije gravitacije opisane Riman-Kartanovom geometrijom.

Problem kvantizacije lokalne Poenkareove teorije uglavnom deli iste probleme koji se pojavljuju i u Ajnštajnovoj teoriji relativnosti. Ipak, sa stanovišta klasične teorije, pitanje postojanja torzije je pitanje na koje do sada nije dat definitivan odgovor, u smislu da ne postoje principi koji zabranjuju postojanje torzije, mada uticaj torzije u gravitacionom polju do sada nije izmeren eksperimentalno. Eksperimentalna nemogućnost merenja torzije potiče od činjenice da je njen uticaj usko vezan sa spinom materije, pa je zanemarljiv na makroskopskim skalama. Iz tog razloga, istraživanja vezana za geometrije sa torzijom se uglavnom bave ispitivanjem ponašanja torzije u uslovima poznatim iz teorije relativnosti kao i fundamentalnim razmatranjima o udelu torzije u gravitacionim fenomenima sa ciljem da se pronađu korekcije koje bi bile uočljiva razlika između ove teorije i teorije relativnosti, i kao takve eventualno bile proverene eksperimentom.

Jedna od aktivnih grana istraživanja u kontekstu teorije crnih rupa je termodinamika crnih rupa, odnosno inspitivanje analogije između termodinamičkih zakona i dinamičkih zakona ponašanja crnih rupa. Definisane pojma entropije crne rupe dovelo je do veze ponašanja ovih objekata u kontekstu klasične i kvantne teorije. Stoga je u modernoj teoriji, proračun entropije crnih rupa jedan od testova konzistentnosti u pristupima čiji je cilj potraga za kvantnom teorijom gravitacije. Iz tog razloga se javlja neophodnost za razmatranje ovog koncepta u kontekstu lokalne Poenkareove teorije. Entropija crnih rupa u lokalnoj Poenkareovoj teoriji do sada je računata u radovima Blagojevića i Cvetkovića u neekstremalnom slučaju, kao i u radu Cvetkovića i Simića za slučaj ekstremalne BTZ crne rupe sa torzijom u trodimenzionoj gravitaciji.

Osnovni predmet rada Danila Rakonjca je proširenje ovih proračuna na ekstremalne crne rupe sa opštom torzijom. Ekstremalne crne rupe u opštoj relativnosti imaju osobinu da je kod njih dobro definisana geometrija u blizini horizonta kao posebno rešenje Ajnštajnovih jednačina. Kanonska analiza ovog rešenja ima kao rezultat pojavu asimptotske konformne simetrije, što daje mogućnost veze između prostora vremena koje je rešenje Ajnštajnovih jednačina i konformne teorije polja definisane na granici. Ovo razmatranje je poznato kao holografska hipoteza, definisana radom Maldacene i jedna od primena ovog pristupa je identifikacija entropije crne rupe sa entropijom odgovarajuće konformne teorije polja. Ovaj pristup daje motivaciju da se data razmatranja prošire na ekstremalne crne rupe u formalizmu lokalne Poenkareove teorije i na taj način obezbedi proračun entropije ekstremalnih crnih rupa sa netrivialnom torzijom.

2.3 Publikacije

Rezultati iz ove disertacije su publikovani u međunarodnim časopisima sa impakt faktorom [1,2,3].

2.4 Pregled naučnih rezultata izloženih u tezi

U tezi su izloženi originalni naučni rezultati Danila Rakonjca, koje možemo podeliti na dve grupe.

Prva grupa rezultata odnosi se na proračun entropije u konkretnim modelima ekstremalnih crnih rupa u lokalnoj Poenkareovoj teoriji i ti rezultati su predstavljeni u glavi 4. i 5. U četvrtoj glavi razmatran je model ekstremalne Kerove crne rupe. Ovo je poznato rešenje, koje se u lokalnoj Poenkareovoj teoriji pojavljuje u sektoru teorije sa nultom torzijom, gde se poklapa sa rešenjem iz opšte relativnosti, kao i u sektoru teleparalelnog ekvivalenta opšte relativnosti, koji se karakteriše opisom gravitacije poljem torzije sa nultom krivinom. Geometrija u blizini horizonta je definisana i određene su njene osnovne osobine. Zatim je izvršena kanonska analiza geometrije u blizini horizonta u oba slučaja, gde je ispitana kanonska realizacija generatora asimptotske simetrije i utvrđena pojava asimptotske konformne grupe kao grupe asimptotske simetrije. Primenjena je veza sa rezultatima iz konformne teorije polja, gde je dobijena konformna entropija po Kardijevoj formuli, a zatim je rezultat upoređen sa poznatim neekstremalnim rezultatom. Dobijeno je poklapanje, u smislu da je za slučaj ekstremalne Kerove crne rupe, u oba sektora pokazano da se entropija poklapa sa glatkim ekstremalnim limesom neekstremalnog rezultata. U petoj glavi posmatrane su ekstremalne prostorno razvučene crne rupe, koje su rešenje u trodimenzionalnoj gravitaciji u modelu poznatom kao topološki masivna gravitacija. Ovaj model se može prirodno prepisati u formalizam lokalne Poenkareove teorije. Definisana je geometrija u blizini horizonta i izvršena kanonska analiza, nakon čega je entropija dobijena primenom rezultata iz konformne teorije polja. U ovom slučaju, međutim, utvrđeno je odstupanje od glatkog limesa entropije dobijene u neekstremalnom slučaju. To je objašnjeno netrivialnom razlikom između asimptotske grupe simetrije geometrije u blizini horizonta ekstremalne crne rupe i asimptotske grupe simetrije neekstremalne crne rupe. Razlika između dva slučaja je u konstantnom multiplikativnom faktoru.

Druga grupa rezultata odnosi se na definiciju geometrije u blizini horizonta za ekstremalne crne rupe sa netrivialnom torzijom i data je u glavi 6. Naime, ispostavlja se da ekstremalnost, za razliku od slučaja u opštoj relativnosti, nije dovoljan uslov za postojanje geometrije u blizini horizonta sa opštom torzijom. Izvedeni su kovarijantni geometrijski uslovi koji definišu postojanje geometrije u blizini horizonta, postavljajući uslove na ponašanje torzije kod generalnih ekstremalnih crnih rupa. Utvrđeno je da većina modela sa netrivialnom torzijom ne ispunjava ove uslove, te je nastala potreba za modelom kod kojeg su ovi uslovi ispunjeni. Rešavanjem jednačina polja za slučaj metrike Ker-AdS crne rupe, dobijeno je novo rešenje koje predstavlja Ker-AdS crnu rupu sa netrivialnom torzijom koja ima dobro definisanu geometriju u blizini

horizonta. Problem interpretacije ovog modela je ostavljen za dalji rad, mada je sam model prvi model ovog tipa, pa predstavlja koristan primer ispunjenosti uslova opštih uslova definisanosti koji su u radu prethodno izvedeni.

3 Spisak publikacija kandidata

3.1 Radovi u međunarodnim časopisima

[1] B. Cvetković and D. Rakonjac, "Extremal Kerr black hole entropy in Poincaré gauge theory", Phys. Rev. D **107**, 044054 (2023) DOI: 10.1103/PhysRevD.107.044054

kategorija: M21a, IF: 5.3, citata: 5

[2] B. Cvetković and D. Rakonjac, "Near horizon symmetry of extremal spacelike-stretched black holes", Phys. Rev. D **109**, 124043 (2024) DOI: 10.1103/PhysRevD.109.124043

kategorija: M21, IF: 5.3, citata: 1

[3] B. Cvetković and D. Rakonjac, "Near-horizon geometry with torsion: Kerr-AdS black hole", Phys. Rev. D **113**, 124059 (2026) DOI: 10.1103/f5hg-kxrw

kategorija: M21, IF: 5.3, citata: 0

4 Provera originalnosti doktorske disertacije

Na osnovu *Pravilnika o postupku provere originalnosti doktorskih disertacija koje se brane na Univerzitetu u Beogradu* i nalaza u izveštaju iz programa *iThenticate* kojim je izvršena provera originalnosti doktorske disertacije “Ekstremalne crne rupe u lokalnoj Poenkareovoj teoriji: struktura u blizini horizonta i entropija” (naučna oblast Kvantna polja, čestice i gravitacija), kao i na osnovu ocene tog izveštaja koju je dao mentor, konstatujemo da utvrđeno podudaranje teksta disertacije iznosi do 1%. Ovaj stepen podudarnosti posledica je opštih mesta i podataka, kao i prethodno publikovanih rezultata istraživanja kandidata proisteklih iz disertacije, što je u skladu sa članom 9. *Pravilnika*. Izveštaj iz programa i ocena izveštaja se nalaze u prilogu.

Na osnovu iznetog, u skladu sa članom 8. stav 2. *Pravilnika o postupku provere originalnosti doktorskih disertacija koje se brane na Univerzitetu u Beogradu*, izjavljujemo da izveštaj ukazuje na originalnost doktorske disertacije pa se propisani postupak pripreme za njegovu odbranu može nastaviti.

5 Zaključak

Na osnovu izloženog, komisija zaključuje da doktorska disertacija Danila Rakonjca “EKSTREMALNE CRNE RUPE U LOKALNOJ POENKAREOVOJ TEORIJI: STRUKTURA U BLIZINI HORIZONTA I ENTROPIJA” daje značajan doprinos teorijskoj fizici visokih energija, odnosno užoj naučnoj oblasti Kvantna polja, čestice i gravitacija, kao i da su zadovoljeni svi propisani uslovi za odbranu ove disertacije. Zbog toga predlažemo Nastavno-naučnom veću Fizičkog fakulteta da odobri njenu odbranu.

Beograd, 26. jun 2026.

prof. dr Maja Burić
redovni profesor
Fizičkog fakulteta
Univerziteta u Beogradu

prof. dr Duško Latas
vanredni profesor
Fizičkog fakulteta
Univerziteta u Beogradu

dr Marko Vojinović
naučni savetnik
Instituta za fiziku
Univerziteta u Beogradu