

Наставно-научном већу
Математичког факултета
Универзитета у Београду

На 431. седници Наставно-научног већа Математичког факултета Универзитета у Београду, одржаној 27. марта 2026. године, одређени смо за чланове Комисије за оцену докторске дисертације

„Хермитске структуре и геодезијске линије на четвородимензионим хиперболичким просторима”

кандидата Маријаше Бабић. Мензор ове докторске дисертације је проф. др Срђан Вукмировић, редовни професор Математичког факултета.

Комисија је прегледала приложени текст и подноси Већу следећи

ИЗВЕШТАЈ

1 Биографија кандидата

Лични подаци

Име и презиме: Маријана (Богољуб) Бабић

Место и датум рођења: Београд, 6.4.1984.

Звање: мастер математичар

Електронска адреса: marijanasav@gmail.com

Образовање

Маријана Бабић је рођена у Београду, где је завршила основну школу и Математичку гимназију. Током школовања успешно је учествовала на такмичењима из математике, физике и шаха. Носилац је титуле интернационални мајстор шаха. Велики број пута је представљала земљу на првенствима Европе и света, појединачно и као члан омладинске репрезентације.

Основне академске студије на Математичком факултету Универзитета у Београду, смер Теоријска математика и примене, уписала је 2003. године и дипломирала 2009. године са просечном оценом 9.19. Током студија је обавила две стручне праксе у иностранству у укупном трајању од седам месеци, а похађала је и летњу школу математике у трајању од пет недеља. Мастер академске студије је уписала на истом факултету 2009. године и дипломирала наредне године одбранивши мастер рад „Визуализација простора Лобачевског”, под менторством проф. др Срђана Вукмировића, са оценом 10. Докторске студије на Катедри за геометрију Математичког факултета у Београду уписала је школске 2010/11. године по старој акредитацији, а затим школске 2018/19. по новој акредитацији.

Радно искуство

Маријана Бабић запослена је на Математичком институту САНУ од 2020. године као истраживач приправник. Функцију секретара Одељења за механику Математичког института САНУ обављала је од 2021. до 2023. године. Од 2010. до 2020. године радила је на Математичком факултету Универзитета у Београду прво као сарадник у настави до 2014. године, затим као асистент до 2020. године. Држала је вежбе на курсевима Нацртна геометрија, Аналитичка геометрија, Еуклидска и хиперболичка геометрија, Програмски пакети у математици, Примена пројективне геометрије у рачунарству, као и Геометрије 1, 2, 3, 4 и Геометрија за информатичаре. Била је члан Савета Математичког факултета у једном мандату, од 2017. до 2020. године.

Учешће на конференцијама и пројектима

Маријана Бабић је имала саопштења на следећим међународним конференцијама:

- XXI Geometrical seminar, Београд 2022.
Предавање: *Horospherical coordinates and curvature properties of Complex hyperbolic space equipped with different left-invariant metrics*;
- The Eighth International Conference Geometry, Dynamics, Integrable Systems, GDIS, Златибор 2022.
Постер: *Visualization of geodesic spheres of Complex hyperbolic plane with respect to various left invariant metrics*;
- The XIII-th International Conference of Differential Geometry and Dynamical Systems, Букурешт (Румунија) 2019.
Предавање: *Left invariant Hermitian structures on $\mathbb{C}H^2$ and $\mathbb{R}H^4$* ;
- XX Geometrical seminar, Врњачка Бања 2018.
Предавање: *Left invariant geometry of Complex hyperbolic plane*;
- International Geometry Conference, Јаши (Румунија) 2015.
Предавање: *Central projection of hyperbolic space onto a horosphere.*

Била је члан Организационог одбора две међународне конференције: XXI Geometrical seminar одржане у Београду 2022. године и The Eighth International Conference Geometry, Dynamics, Integrable Systems, GDIS, одржане на Златибору исте године.

Била је члан је пројекта Министарства просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије „Геометрија, образовање, визуелизација са применама” под бројем 174012, од 2011. до 2020. године.

Учествовала је на Летњој школи математике Scuola Matematica Interuniversitaria у Перуђи, Италија 2008. године и обавила је две стручне праксе:

- Центар за развој софтвера Универзитета Magdalen, Сапта Марта, Колумбија у трајању 5 месеци 2006-2007. године.
- MIRCE Academy, Ексетер, Енглеска, у трајању од 2 месеца 2006. године.

2 Списак научних радова

- [1] Geodesics of Riemannian Complex Hyperbolic plane. Marijana Babić. *Matematički Vesnik*, 105-117, 76, 1-2, (2024).
<https://doi.org/10.57016/MV-MsnU3893>
- [2] Classification of left invariant Hermitian structures on 4-dimensional non-compact rank one symmetric spaces, Srdjan Vukmirović, Marijana Babić, Andrijana Dekić *Revista de la Unión Matemática Argentina*, 60, 343-358 (2019).
<https://doi.org/10.33044/revuma.v60n2a04>.
- [3] Central projection of hyperbolic space onto a horosphere
Srdjan Vukmirović, Marijana Babić
KoG (Scientific-Professional Journal of Croatian Society for Geometry and Graphics)
No. 15. ISSN 1331-1611, (2012).

3 Предмет дисертације

Једини некомпактни четвородимензиони симетрични простори ранга један су комплексна хиперболичка равна $\mathbb{C}H^2$ и реални четвородимензиони хиперболички простор $\mathbb{R}H^4$. Први је простор константне холоморфне секционе кривине, а други константне секционе кривине. Оба простора су Ајнштајнови, а комплексна хиперболичка равна је и Келеров простор. Због тога ови простори заузимају посебно место у диференцијалној геометрији многострукости и могуће их је моделовати као решиве Лијеве групе са лево-инваријантним метрикама $(\mathbb{C}H^2, g_{ch_2})$ и $(\mathbb{R}H^4, g_{rh_4})$. Поред стандардних метрика g_{ch_2} и g_{rh_4} , ове Лијеве групе допуштају читав простор неизометричних лево-инваријантних метрика одређених скаларним производима на одговарајућим Лијевим алгебрама.

Основни циљ дисертације је изучавање лево-инваријантне геометрије четвородимензионих хиперболичких простора. У ту сврху потребно је, за почетак, посматрати класификацију свих лево-инваријантних Риманових метрика. У тези су детаљно испитане кривинске особине ових метрика: Ајнштајновост, Леви-Чивита конекција, тензор кривине изражен преко спољашње алгебре, Ричијев тензор, скаларна кривина, група холономија. Следећи циљ је класификација хермитских комплексних структура. Неке метрике допуштају читаву сферу оваквих структура, док је за неке метрике број могућих компатибилних структура значајно мањи. Међу добијеним структурама могу се издвојити оне које су још додатно и Келерове.

Ојлер-Арнолдова једначина класичне механике омогућава постављање једначина геодезијских линија на четвородимензионим Лијевим алгебрама које одговарају овим просторима. Поред одређивања експлицитних једначина геодезијских линија, циљ је и приказати добијене резултате путем визуализације.

4 Приказ дисертације

Број страна дисертације је 91. Састоји се од увода, седам поглавља и закључка, а на крају је наведена литература од 79 библиографских јединица.

У првој глави се на хиперболичке просторе димензије четири уводи структура Лијевих група. Група изометрија хиперболичког простора се Ивасава декомпозицијом разлиже на компактан, нилпотентан и Абелов део. У случају комплексне хиперболичке равни,

нилотентан део представља Хајзбергова група H_3 , а Абелов део је \mathbb{R}^+ , и њихов полудиректни производ делује просто транзитивно на одговарајући простор и тиме му даје структуру решиве Лијеве групе. Ова структура се најбоље види у орисферним координатама параболоидног модела. Због тога је први део поглавља посвећен моделима комплексне хиперболичке равни, са посебним освртом на параболоидни (Зигелов) модел, који је еквивалент полупросторног модела реалног хиперболичког простора. У наставку се проучава веза између Лијевих група и њихових одговарајућих Лијевих алгебри. На самом крају поглавља реална и комплексна хиперболичка раван се разматрају из угла симетричних простора.

Друга глава је посвећена проучавању алгебри ch_2 и rh_4 . Одређене су групе њихове аутоморфизама, као и класе еквиваленције неизомеричних лево-инваријантних Риманових метрика које одговарају орбитама групе аутоморфизама Лијеве алгебре која дејствује на простору симетричних позитивно дефинитних матрица.

Класификација хермитских комплексних структура у односу на добијене лево-инваријантне метрике, која је објављена у раду [2], дата је у трећој глави.

У четвртој глави се испитује кривинске особине реалног и хиперболичког простора. За сваку метрику из класификације израчунати су Риманов тензор кривине, Ричијев тензор, скаларна и секциона кривина. Показано је да само стандардна метрика комплексне хиперболичке равни допушта Келерову структуру. Са друге стране, хипер-комплексне структуре налазе се у класи нестандардне метрике којој одговара читава сфера хермитских структура из наведене класификације. Доказано је да све лево-инваријантне Риманове метрике Лијеве групе CH^2 имају цуцу групу холономије, изузев Келерове метрике, чија је група холономије унитарна група $U(2)$. Све метрике на RH^4 имају константну негативну секциону кривину и цуцу групу холономије.

Пета глава је посвећена одређивање геодезијских линија и геодезијских сфера у односу на класификоване лево-инваријантне Риманове метрике. Свакој геодезијској линији на Лијевој групи могуће је придружити криву на Лијевој алгебри помоћу Ојлер-Арнолдове једначине. У шестој глави дата је визуелизација ових кривих помоћу програмског пакета Волфрам математика. Резултати ове две главе су изложени у раду [1].

Седма глава представља прилог у коме је детаљно изложено извођење закона множења на хармонијским NA групама.

5 Закључак и предлог комисије

Резултати кандидата Маријане Бабић који су приказани у дисертацији су оригинални и нетривијални и представљају значајан научни допринос у изучавању геометрије четвородимензионих хиперболичких простора у односу на произвољне лево-инваријантне Риманове метрике. Из тезе су објављена три рада, од којих је један самостални, а два коауторска са ментором дисертације, као и један Волфрам математика пакет за визуелизацију хиперболичког простора. Резултати су представљени кроз излагања на пет научних конференција.

Докторска дисертација је урађена према одобреној пријави и представља оригинално и самостално научно дело, па констатујемо да су се стекли услови за њену јавну одбрану. Због свега наведеног, предлажемо Наставно-научном већу Математичког факултета да прихвати приложени текст као докторску дисертацију кандидата Маријане Бабић и одреди комисију за јавну одбрану.

У Београду, 28.5.2026. године

Чланови комисије:



проф. др Тијана Шукиловић, ванредни професор
Математички факултет, Универзитет у Београду



проф. др Мирослава Антић, редовни професор
Математички факултет, Универзитет у Београду

др Божидар Јовановић, научни саветник
Математички институт САНУ