

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ
ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Стеван М. Станишић

**УНАПРЕЂЕЊЕ МОДЕЛА ЗА ПРОРАЧУН
ОСНОВНИХ ПАРАМЕТАРА УЗЕМЉИВАЧА У
УСЛОВИМА ТЛА СА ТАНКИМ
ПОВРШИНСКИМ СЛОЈЕМ ВЕЛИКЕ
СПЕЦИФИЧНЕ ЕЛЕКТРИЧНЕ ОТПОРНОСТИ**

докторска дисертација

Београд, 2026.

UNIVERSITY OF BELGRADE
SCHOOL OF ELECTRICAL ENGINEERING

Stevan M. Stanišić

**IMPROVEMENT OF THE CALCULATION
MODELS FOR THE BASIC GROUNDING
SYSTEM PARAMETERS FOR SOIL WITH A
THIN SURFACE LAYER OF HIGH
ELECTRICAL RESISTIVITY**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2026.

Ментор:

др Зоран Радаковић, редовни професор,
Универзитет у Београду, Електротехнички факултет

Чланови комисије:

др Жељко Ђуришић, редовни професор,
Универзитет у Београду, Електротехнички факултет

др Јован Трифуновић, ванредни професор,
Универзитет у Београду, Електротехнички факултет

др Драган Тасић, редовни професор,
Универзитет у Нишу, Електронски факултет

др Слободан Савић, ванредни професор,
Универзитет у Београду, Електротехнички факултет

др Томислав Рајић, ванредни професор,
Универзитет у Београду, Електротехнички факултет

Датум усмене одбране: _____

ЗАХВАЛНИЦА

Највећу захвалност дугујем свом ментору, редовном професору др Зорану Радаковићу. Својим несебичним залагањем, свесрдном подршком и готово родитељским притиском учинио је да на докторским студијама истрајем до краја и извукао оно најбоље из мене. Без њега, ове дисертације не би било.

Велику захвалност дугујем члановима комисије са докторског испита, професорима др Јовану Трифуновићу, др Жељку Ђуришићу и др Драгану Тасићу, како на прихватању теме, тако и на инспиративним питањима, конструктивним критикама и предлогу да се дисертација унапреди укључивањем експерименталне потврде теоријских доприноса. Искрено се захваљујем и свим члановима комисије за оцену дисертације на коментарима који су значајно допринели на побољшању квалитета текста дисертације.

Велику захвалност исказујем колегиницама и колегама са ЕТФ-а на свим заједнички проведеним тренуцима како у Лабораторији 89, тако и ван ње (*cast in order of appearance*): Урошу „Жики“ Радману, Николи Ђорђевићу, Милици Јевтић, Александру Јовановићу, Марку Новковићу и Анастасији Поповић. Кад год бих се пожалио на какав „нерешив проблем“, свако од њих би увек одвојио времена да ме саслуша (иако се нико није бавио истом облашћу као и ја) и да ме саветује како да се то нешто нерешиво ипак реши. Без свих њих би ова дисертација и даље била могућа, али свакако много мање забаван и знатно мукотрпнији процес.

Велико хвала Браниславу „Букију“ Букоровићу што ми је уступио уређај без којег би мерења специфичне електричне отпорности на експерименталном моделу тла било много тежа и компликованија за извођење.

Неизмерно хвала мојој жени Александри. Она је имала највише стрпљења за мене и пружила највише подршке и љубави све ове године колико моје докторске студије трају.

Хвала мојим родитељима, Милану и Тањи, који су налазили снаге да ме неуморно, упркос свим својим личним изазовима, на сваком кораку подрже. Дисертација је посвећена њима.

Хвала мојој сестри Милици. Помогла ми је тако што је уместо мене те давне 2016. године отишла у студентску службу Електротехничког факултета и уписала ме на докторске академске студије. Од тада, уручивши ми индекс, није престала да верује да ћу истрајати.

Хвала тета Сањи, маминој сестри. Уз њу сам у ђачком узрасту научио да решавам компликоване задатке из математике. Биће да је као дипломирани инжењер телекомуникација са ЕТФ-а утицала и на мој избор факултета. Такође, хвала и брату од тетке Алекси. Њихова ведрина и веселост које не посустају представљају сталан извор позитивне енергије.

Хвала баки и деди. Бака Боса није престајала да верује у мене још од кад ме је као петогодишњака научила да читам, пишем, сабирам и одузимам. Ово је дакле, у неку руку, њен успех колико и мој. Деда Драги, био је војно лице и машински инжењер у ТОЦ-у, пензионисао се у чину пуковника. Иако није на сличан начин активно учествовао у мом ђачком прегалаштву, био ми је узор још од малих ногу, више несвесно него свесно. Његова подршка је била стална, непрекидна, ненаметљива и тиха.

Хвала и свим мојим пријатељима, на охрабривању, подстрекивању и жељама да што пре завршим.

Захвалио бих се и претходној фирми у којој сам радио, *UBConnect Int* д.о.о. и свим бившим колегама, а посебно Дејану Чакаревићу, тадашњем директору, који је имао разумевање за моје обавезе око доктората и позитивно одговорио на моју молбу да пређем на

непуно радно време. Без овога, нисам сигуран да бих имао ширину у погледу времена да се сконцентришем на истраживање које је резултовало другим по реду научним радом објављеним у часопису са импакт фактором, а који је једна од окосница ове дисертације.

Нарочиту захвалност дугујем Ивану Кеслеру, колеги из фирме *Icentic soft* д.о.о. у којој сам тренутно запослен. Несебично је прихватио да ми стави на располагање своје време (када га је најмање имао) и свој 3Д штампач. Стрпљиво је према мојим цртежима пуштао у штампу више прототипова сонде за директно мерење специфичне отпорности земље и песка. Захваљујем се и Михајлу „Мрвици“ Мрвошевићу и Глагол институту. Били су невероватно професионални и експедитивни са штампом финалног производа.

Захвалио бих се још и Задужбини Миодраг Костић. Рад на дисертацији је делимично реализован у Центру за развој софтвера у електроенергетици у склопу Палате Науке у Београду.

Наслов докторске дисертације:

Унапређење модела за прорачун основних параметара уземљивача у условима тла са танким површинским слојем велике специфичне електричне отпорности

Сажетак: Докторска дисертација се бави унапређењима у области прорачуна који се врше у фази пројектовања уземљивачких система у електроенергетским постројењима и мрежи. Установљено је да у случају танких површинских слојева велике специфичне електричне отпорности у односу на слој испод, методе за одређивање дебљине и специфичне електричне отпорности горњег слоја објављене у литератури поседују недостатке, те постоји потреба за њиховим побољшањем. Такође, за случај тла наведених карактеристика установљена је и непрецизност поступака из стандарда за одређивање напона додира базираних на одређивању отпорности распростирања стопала.

Као главни доприноси су пружене две нове методе, при чему су за једну спроведени и верификациони експерименти.

Првом методом се побољшава одређивање параметара двослојног модела тла, тј. специфичне отпорности горњег и доњег слоја и дебљина горњег слоја. Заснована је на методи за идентификацију параметара, при чему се у свакој итерацији оптимизационог поступка врше прорачуни методом коначних елемената (енгл. *FEM – Finite Element Method*) са моделовањем реалне геометрије мерних електрода које се користе при мерењима специфичне отпорности земљишта Венеровом методом.

Друга метода се примењује за прецизније одређивање вредности напона додира при задатим вредностима струје кроз уземљивач. Крајњи резултат је предлог корекције аналитичког модела за прорачун напона додира из стандарда, чија је тачност добра за уобичајена тла, али је за тло са танким слојем високе електричне отпорности било потребно побољшање. Предложена метода је такође заснована на примени *FEM* софтвера, којом је било могуће узети у обзир физичку расподелу струје квара при земљоспојном квару. Предлог корекције аналитичког модела је дат на основу низа *FEM* симулација реалних геометрија разних типова уземљивачких система, као и геометрије стопала особе која додирује изложене електропроводне делове.

У дисертацији је предложен побољшани поступак за одређивање параметара тла код кога постоји танак горњи слој велике специфичне отпорности. Поступак је експериментално верификован на лабораторијској поставци двослојног тла. Стечена искуства и реализација методе отварају простор и за карактеризацију тла сложенијих структура. Фокус у дисертацији је на двослојна тла. Развијена софтверска подршка и *FEM* модели омогућавају једноставно проширење и на сложеније структуре.

Примена *FEM* методе је омогућила продубљивање знања, односно одређивање расподеле струје у околини стопала, што је битна компонента при одређивању напона додира и корака. Крајњи исход поступка базираног на *FEM* прорачунима је побољшање поступка за одређивање напона додира при протицању струје земљоспоја кроз уземљивач. Побољшање је постигнуто за случај површинског слоја високе вредности специфичне отпорности.

Кључне речи: параметри тла, специфична електрична отпорност, Венерова метода, двослојно тло, уземљивачки системи, отпорност распростирања, напон додира, *FEM (Finite Element Method)*

Научна област: Техничке науке - Електротехника

Ужа научна област: Електроенергетика

УДК број: 621.3

Doctoral dissertation title:

Improvement of the calculation models for the basic grounding system parameters for soil with a thin surface layer of high electrical resistivity

Abstract: The doctoral dissertation deals with improvements in the field of calculations performed in the design phase of grounding systems in power plants and networks. It has been found that in the case of thin surface layers with high electrical resistivity, compared to the layer below, the methods for determining the thickness and electrical resistivity of the upper layer published in the literature have shortcomings, and that there is a need for their improvement. Also, for the case of soil with the characteristics mentioned above, the inaccuracy of the procedures from the standard for determining the touch voltage based on determining the foot spread resistance was established.

Two new methods were provided as main contributions, with verification experiments being conducted for one of them.

The first method improves the determination of the parameters of the two-layer soil model, i.e. the resistivity of the upper and lower layers and the thickness of the upper layer. It is based on the parameter identification method, where in each iteration of the optimization procedure FEM calculations are performed with modeling of the real geometry of the measuring electrodes used in soil resistivity measurements using the Wenner method.

The second method is used to more accurately determine the value of the touch voltage for given values of the current through the grounding system. The final result is a proposal for correcting the analytical model from the standard for calculating the touch voltage, the accuracy of which is good for common soils, but for soils with a thin layer of high electrical resistivity, improvement was needed. The proposed method is also based on the application of FEM software, which made it possible to consider the physical distribution of the fault current during a ground fault. A proposal for correcting the analytical model is given based on a series of FEM simulations of real geometries of various types of grounding systems, as well as the geometry of the feet of a person touching exposed conductive parts.

The dissertation proposes an improved procedure for determining soil parameters in which there is a thin upper layer of high specific resistance. The procedure has been experimentally verified on a laboratory setup of a two-layer soil. The experience gained and the implementation of the method open up space for the characterization of soils having more complex structures. The focus in the dissertation is on two-layer soils. The developed software support and FEM models allow for a simple extension to more complex structures.

The application of the FEM method has enabled the deepening of knowledge, namely the determination of the current distribution in the vicinity of the feet, which is an important component in determining the touch and step voltages. The final outcome of the procedure based on FEM calculations is an improvement of the procedure for determining the touch voltage when the earth fault current flows through the earthing conductor. The improvement was achieved for the case of a surface layer with a high resistivity value.

Keywords: soil parameters, electrical resistivity, Wenner method, two-layer soil, grounding systems, grounding resistance, touch voltage, FEM (Finite Element Method)

Scientific field: Technical engineering – Electrical engineering

Scientific subfield: Power engineering

UDK number: 621.3

Садржај

Списак слика.....	x
Списак табела.....	xiii
1 Увод.....	1
1.1 Значај уземљивачких система.....	1
1.2 Тема истраживања	3
1.3 Циљеви, научни доприноси и публикације.....	5
1.3.1 Нова метода за одређивање електричних карактеристика тла.....	5
1.3.2 Побољшање прецизности израчунавања напона додира	6
1.4 Структура докторске дисертације	7
2 Преглед литературе.....	9
2.1 Уводна разматрања	9
2.1.1 Дозвољена (безбедна) јачина струје кроз тело човека	9
2.1.2 Алгоритам за пројектовање мрежног уземљивачког система	11
2.2 Одређивање електричних карактеристика тла.....	14
2.2.1 Мерење електричних карактеристика тла	14
2.2.2 Моделовање тла и методе интерпретација резултата мерења.....	18
2.2.3 Експерименти са умањеним моделом.....	25
2.2.4 Примена <i>FEM</i> за одређивање електричних карактеристика тла.....	26
2.2.5 Закључак прегледа литературе за одређивање електричних карактеристика тла	26
2.3 Напон додира.....	27
2.3.1 Електрично коло квара – приступ из стандарда	28
2.3.2 Отпорност распростирања уземљивача	32
2.3.3 Импеданса тела.....	36
2.3.4 Отпорност распростирања стопала	37
2.3.5 Аналитички израз за прорачун напона додира	40
2.3.6 Контактни отпор	42
2.3.7 Експерименти са умањеним моделима	42
2.3.8 Примена <i>FEM</i> за прорачун електричних карактеристика уземљивача	44
2.3.9 Закључак прегледа литературе за напон додира.....	45
2.4 Закључак	45
3 Преглед метода за анализу уземљивачких система.....	47
3.1 Увод.....	47
3.2 Метода коначних елемената – <i>FEM</i>	47
3.3 Нелдер-Мид и <i>fminsearch</i> оптимизациони алгоритам.....	50
3.4 Мерења на лабораторијском моделу и реална теренска мерења	52
4 Метода за карактеризацију тла коришћењем Нелдер-Мид алгоритма и <i>FEM</i>	53

4.1	Увод.....	53
4.2	Венерова метода.....	54
4.3	Нова метода на бази спреге нумеричке оптимизационе методе и <i>FEM</i> симулација	56
4.3.1	Имплементација у <i>COMSOL Multiphysics</i>	59
4.3.2	Повезивање софтвера <i>Matlab</i> и <i>COMSOL Multiphysics</i>	61
4.4	Поређење метода.....	62
4.4.1	Двослојно тло из литературе.....	63
4.4.2	Синтетичко двослојно тло са малом вредношћу коефицијента рефлексије	64
4.4.3	Синтетичко двослојно тло са танким слојем високе специфичне отпорности ..	66
4.4.4	Дискусија утицаја дубине електрода на методу интерпретације из литературе	71
4.4.5	Пустињско тло из литературе	71
4.5	Дискусија резултата.....	73
4.5.1	Нумеричка разматрања.....	73
4.5.2	Карактеризација различитих типова земљишта.....	74
4.6	Закључак	75
5	Експериментална верификација нове методе за карактеризацију тла.....	77
5.1	Увод.....	77
5.1.1	Минималне димензије лабораторијског модела	78
5.1.2	Специфичне електричне отпорности и дубине слојева двослојног тла	78
5.2	Скалирање димензија умањеног експерименталног модела	79
5.3	Одабир нових фиксних димензија лабораторијског модела.....	80
5.3.1	Одбацавање већих мерних растојања	80
5.3.2	<i>FEM</i> симулације за скуп мерних растојања до 0,5 m	82
5.3.3	Одабране финалне фиксне димензије	86
5.4	Лабораторијски модел и експериментална поставка.....	86
5.4.1	Домен	86
5.4.2	Земља.....	88
5.4.3	Песак	88
5.4.4	Мерни инструмент	90
5.4.5	Мерне електроде	91
5.5	Хомогено тло	93
5.5.1	Мерење Венеровом методом	93
5.5.2	Одређивање специфичне отпорности земље.....	93
5.6	Двослојно тло	96
5.6.1	Одређивање специфичне отпорности песка Венеровом методом	97
5.6.2	Одређивање специфичне отпорности земље Венеровом методом	100
5.6.3	Мерење Венеровом методом на двослојном тлу у стакленом суду.....	101
5.6.4	Примена метода за интерпретацију резултата мерења Венеровом методом ...	103

5.7	Закључак	108
6	Побољшање методе за израчунавање напона додира применом <i>FEM</i>	110
6.1	Увод.....	110
6.2	Детаљан физички модел за напон додира у <i>FEM</i>	111
6.3	Валидација <i>FEM</i> приступа за рачунање напона додира	113
6.3.1	Разматрани случај	113
6.3.2	<i>FEM</i> модел за разматрани случај.....	114
6.3.3	Поређење резултата	115
6.4	Поређење <i>FEM</i> методе и методе из стандарда на низу различитих уземљивача	116
6.4.1	Топологије разматраних уземљивачких система.....	116
6.4.2	<i>FEM</i> моделовање и симулације	118
6.4.3	Мрежа коначних елемената	118
6.4.4	Резултати и дискусија.....	120
6.5	Унапређење формуле за отпорност распростирања стопала до референтне земље	124
6.6	Утицај снега.....	129
6.7	Закључак	130
7	Закључак	132
8	Референце	136
9	Прилози.....	143
Прилог 1.	Конфигурације рачунара	143
Прилог 2.	Фотографије из извештаја мерења на локацији Ал Хајер.....	144
Прилог 3.	Мерна сонда за појединачне медијуме	152
10	Биографија аутора.....	156

СПИСАК СЛИКА

Сл. 2.1 – Блок дијаграм секвенце корака при пројектовању уземљивачких система, слика у складу са корацима из <i>IEEE</i> стандарда 80 [10]	12
Сл. 2.2 – Шема за мерење специфичне отпорности земљишта, нацртано према слици из [33]	15
Сл. 2.3 – Поређење геометријских мултипликатора (ρ_a/R_a), према слици из [38].....	17
Сл. 2.4 – Мастер криве исцртане за двослојно тло, за широк спектар коефицијената рефлексije K између горњег слоја и доњег слоја бесконачне дубине	20
Сл. 2.5 – Еквивалентно коло квара за напон додира при земљоспоју	29
Сл. 2.6 – Коло које се види из тачака додира и стајања, нацртано према слици из [10]	29
Сл. 2.7 – Еквивалентан Тевененов генератор за напон додира, нацртано према слици из [10]	30
Сл. 4.1 – Шематски приказ Венерове методе	55
Сл. 4.2 – Дијаграм тока за развијену методу за одређивање параметара двослојног модела тла	58
Сл. 4.3 – Геометрија домена <i>FEM</i> модела за случај $a = 2$ m: димензије квадра $8\text{ m} \times 16\text{ m} \times 10\text{ m}$	59
Сл. 4.4 – Увећан детаљ мреже коначних елемената око мерне електроде	61
Сл. 4.5 – Резултати одређивања параметара двослојног тла методом интерпретације из литературе на основу ρ_a из Таб. 4.3	65
Сл. 4.6 – Поређење ρ_a за двослојне моделе тла са Сл. 4.5 и двослојни модел као резултат интерпретације оригиналне методе, приказано за мерна растојања $a \leq 4$ m	66
Сл. 4.7 – Резултати одређивања параметара двослојног тла методом интерпретације из литературе на основу ρ_a из Таб. 4.5	68
Сл. 4.8 – Поређење ρ_a за двослојне моделе тла са Сл. 4.7 и двослојни модел као резултат интерпретације оригиналном методом, приказано за мерна растојања $a \leq 3$ m.....	68
Сл. 4.9 – Резултати одређивања параметара двослојног тла методом интерпретације из литературе на основу ρ_a из Таб. 4.5 уз изостављање размака електрода испод 1 m	70
Сл. 4.10 – Поређење ρ_a за двослојне моделе тла са Сл. 4.9 и двослојни модел као резултат интерпретације оригиналном методом, приказано за мерна растојања $a \leq 3$ m.....	70
Сл. 4.11 – Поређење естимације параметара двослојног тла за: (а) стандардну и оригиналну методу за сва растојања и (б) за СУМЕ из [6] и стандардну методу, обе без растојања $a = 1$ m	73
Сл. 5.1 – Дужина стакленог суда – 81 cm	87
Сл. 5.2 – Ширина стакленог суда – 31 cm	87
Сл. 5.3 – Висина стакленог суда – 26 cm	87
Сл. 5.4 – Подаци са цака о хемијском саставу земље.....	89
Сл. 5.5 – Набијање земље у стакленом суду између 2 наносења лопатицом	89
Сл. 5.6 – Крајњи изглед набијеног хомогеног слоја земље у стакленом суду након првог пуњења	89
Сл. 5.7 – Мерни инструмент <i>Metrel MI 2124 Smartec Eearth Tester</i>	90
Сл. 5.8 – Шематски приказ повезивања мерног инструмента за извођење 4-жичног мерења специфичне електричне отпорности тла Венеровом методом, нацртано према слици из упутства [40].....	90
Сл. 5.9 – Поп-нитне 4x12 коришћене као електроде за мерења специфичне отпорности Венеровом методом на експерименталном лабораторијском моделу тла	91
Сл. 5.10 – Алуминијумске мерне електроде које долазе уз инструмент	92
Сл. 5.11 – Поглед одозго на електроде убудене уз подужну страну стакленог суда у хомогено тло ($a = 5$ cm)	92
Сл. 5.12 – Поглед са стране на електроде убудене са размаком $a = 5$ cm уз подужну страну стакленог суда у хомогено тло	92

Сл. 5.13 – Привидне отпорности: (а) измерено у стакленом суду, (б) из <i>FEM</i> за $\rho = 100 \Omega\text{m}$ и (в) након фитовања <i>FEM</i> резултата, за прорачунато $\rho^{\text{фум.}} = 55,23 \Omega\text{m}$	95
Сл. 5.14 – Мерење Венеровом методом дуж прве подужне стране стакленог суда за међусобно растојање електрода $a = 20 \text{ cm}$	95
Сл. 5.15 – Мерење Венеровом методом специфичне отпорности растреситог песка у пластичној кутији, коришћењем поп-нитни као електрода, растојање између електрода $a = 10 \text{ cm}$	98
Сл. 5.16 – Модел у <i>COMSOL</i> -у за симулацију мерења Венеровом методом специфичне отпорности растреситог песка у пластичној кутији, димензије електрода одговарају поп-нитнама, растојање између електрода $a = 10 \text{ cm}$	98
Сл. 5.17 – Мерење Венеровом методом специфичне отпорности растреситог песка у пластичној кутији, коришћењем великих електрода, растојање између електрода $a = 10 \text{ cm}$	99
Сл. 5.18 – Модел у <i>COMSOL</i> -у за симулацију мерења Венеровом методом специфичне отпорности растреситог песка у пластичној кутији, димензије електрода одговарају правим електродама инструмента, растојање између електрода $a = 10 \text{ cm}$	99
Сл. 5.19 – Мерење Венеровом методом специфичне отпорности растресите земље у стакленом суду, коришћењем поп-нитни као електрода, растојање између електрода $a = 5 \text{ cm}$	100
Сл. 5.20 – Модел у <i>COMSOL</i> -у за симулације мерења Венеровом методом растресите земље у стакленом суду, моделоване електроде по димензијама одговарају поп-нитнама, растојање између електрода $a = 2,5 \text{ cm}$	101
Сл. 5.21 – Почетак припреме двослојног модела тла, након што је песак из пластичне кутије пребачен преко земље у стаклени суд	102
Сл. 5.22 – Изглед експерименталне поставке двослојног модела тла непосредно пре почетка мерења Венеровом методом	102
Сл. 5.23 – Модел у <i>COMSOL</i> -у за симулацију мерења Венеровом методом помоћу <i>FEM</i> за двослојни модел тла у стакленом суду, електроде по димензијама одговарају поп-нитнама, растојање између електрода $a = 5 \text{ cm}$	102
Сл. 6.1 – Шематски приказ физичког модела за прорачун напона додира	111
Сл. 6.2 – Поглед одозго на уземљивачку контуру и електроде којима се моделују стопала, нацртано према слици из [19] и [91]	114
Сл. 6.3 – Топологија за 11 експерименталних теренских уземљивачких конфигурација А-К и 9 мерних линија на површини тла за сваку од испитних локација, нацртано према слици из [6].....	116
Сл. 6.4 – Мрежа коначних елемената модела за одређивање отпорности распрострања уземљивачке електроде: (1) положај цевне електроде, (2) област финије расподеле коначних елемената, (3) остатак нормалног домена и (4) бесконачни домен	119
Сл. 6.5 – Финални изглед модела за <i>FEM</i> симулације отпорности распрострања цевне електроде: (1) цевни уземљивач, (2) <i>GEM</i> око цеви, (3) насути слој, (4) област финије расподеле мреже коначних елемената, (5) остатак нормалног домена и (6) бесконачни домен	119
Сл. 6.6 – Однос отпорности распрострања оба стопала из <i>FEM</i> (са уваженим међусобним утицајем једног стопала на друго) и из стандарда.....	126
Сл. 6.7 – Однос половине отпорности распрострања једног стопала из <i>FEM</i> (без међусобног утицаја једног стопала на друго) и оба стопала из стандарда	126
Сл. 6.8 – Однос отпорности распрострања оба стопала из <i>FEM</i> и половине отпорности распрострања једног стопала из <i>FEM</i> (квантификација међусобног утицаја стопала)	127
Сл. 6.9 – Вредност коефицијената C_1 , C_2 и C_3 у једначини (6.2), одређених обрадом кривих са Сл. 6.6.....	128
Сл. 6.10 – Достигнуто поклапање након увођења корекционог коефицијента у формулу из стандарда и вредности добијене из референтне <i>FEM</i> симулације.....	129

Сл. 9.1 – Изглед врха сонде напуњене песком и алуминијумске електроде која додирује медијум који се испитује	152
Сл. 9.2 – Затварач који се заврће	153
Сл. 9.3 – Изглед произведеног суда у перспективи, пресеченог на пола ради јасноће, за директно мерење специфичне отпорности појединачног медијума	154
Сл. 9.4 – Мерна поставка: (1) амперметар, (2) цилиндрични суд са песком, (3) волтметар, (4) клизни отпорник и (5) аутотрансформатор	155

СПИСАК ТАБЕЛА

Табела 4.1 – Поређење параметара двослојног модела тла добијених помоћу стандардне методе из литературе и оригиналне методе	63
Табела 4.2 – Израчунате и измерене вредности привидних отпорности R_a [Ω] за случај земљишта из референце [15].....	63
Табела 4.3 – Синтетичко тло уобичајених карактеристика: $\rho_1=400 \Omega\text{m}$, $\rho_2=100 \Omega\text{m}$, $h=2,5 \text{ m}$	64
Табела 4.4 – Параметри двослојног тла одређени на основу улазних података из Таб. 4.3.....	65
Табела 4.5 – Синтетичко тло са танким горњим слојем високе специфичне отпорности: $\rho_1=5000 \Omega\text{m}$, $\rho_2=100 \Omega\text{m}$ и $h=0,5 \text{ m}$	67
Табела 4.6 – Параметри двослојног тла одређени на основу улазних података из Таб. 4.5.....	67
Табела 4.7 – Параметри двослојног тла одређени на основу улазних података представљених у Таб. 4.5 када се изоставе <i>FEM</i> симулирана Венерова мерења за размаке електрода испод $a=1 \text{ m}$	69
Табела 4.8 – Утицај дубине убадања електрода b на одређивање параметара двослојног модела тла коришћењем методе из литературе	71
Табела 4.9 – Мерења специфичне отпорности тла Венеровом методом на локацији Ал Хајер	72
Табела 4.10 – Поређење метода интерпретације за локацију Ал Хајер.....	72
Табела 4.11 – Поређење процене параметара за локацију Ал Хајер за СУМЕ резултат из [6] и стандардну методу	72
Табела 5.1 – Привидне отпорности из <i>FEM</i> симулација за модел 10 пута мањи од модела са реалним димензијама.....	81
Табела 5.2 – Поређење привидних отпорности из <i>FEM</i> модела са варијабилним и фиксним димензијама домена.....	82
Табела 5.3 – Димензије домена за додатне <i>FEM</i> симулације	83
Табела 5.4 – Примена оригиналне методе карактеризације са фиксираним димензијама <i>FEM</i> модела $4 \text{ m} \times 2 \text{ m} \times 0,5 \text{ m}$ на референтни синтетички модел тла	84
Табела 5.5 – Поређење суме квадрата одступања R_a^{FEM} након примене оригиналне методе за различите фиксне димензије домена <i>FEM</i> модела	84
Табела 5.6 – Примена оригиналне методе карактеризације са фиксираним димензијама <i>FEM</i> модела $3,25 \text{ m} \times 1,25 \text{ m} \times 1 \text{ m}$ на референтни синтетички модел тла	85
Табела 5.7 – Резултати мерења поред обе дуже стране стакленог суда.....	93
Табела 5.8 – Поређење мерених привидних отпорности са привидним отпорностима из <i>FEM</i> симулација.....	94
Табела 5.9 – Резултати мерења специфичне отпорности влажног растреситог песка у пластичној кутији, мерено поп-нитнама.....	98
Табела 5.10 – Резултати мерења Венеровом методом специфичне отпорности растреситог песка у пластичној кутији, коришћењем великих електрода	99
Табела 5.11 – Резултати мерења Венеровом методом специфичне отпорности растресите земље у стакленом суду, коришћењем поп-нитни као електрода.....	101
Табела 5.12 – Резултати мерења Венеровом методом специфичне отпорности двослојног тла, за електроде (поп-нитне) убадане дуж прве подужне стране стакленог суда	103
Табела 5.13 – Резултати поновљених мерења Венеровом методом специфичне отпорности двослојног тла, за електроде (поп-нитне) убадане дуж друге подужне стране стакленог суда, тј. уз супротни зид	103
Табела 5.14 – Привидне отпорности: поређење измерених дуж прве подужне стране стакленог суда и добијених применом метода интерпретације	104
Табела 5.15 – Привидне отпорности: поређење измерених дуж друге подужне стране стакленог суда и добијених применом метода интерпретације	105
Табела 5.16 – Привидне отпорности: поређење усредњених измерених дуж прве и друге подужне стране стакленог суда и добијених применом метода интерпретације	106

Табела 5.17 – Поређење добијених параметара двослојног тла из експерименталне и теоријске анализе, за мерења на двослојном моделу дуж прве подужне стране стакленог суда	107
Табела 5.18 – Поређење добијених параметара двослојног тла из експерименталне и теоријске анализе, за мерења на двослојном моделу дуж друге (наспрамне) подужне стране стакленог суда	107
Табела 5.19 – Поређење добијених параметара двослојног тла из експерименталне и теоријске анализе, за усредњене вредности резултата мерења на двослојном моделу дуж прве и друге подужне стране стакленог суда.....	107
Табела 6.1 – Поређење резултата за хомогено земљиште са специфичном отпорношћу од 100 Ωm	115
Табела 6.2 – Поређење отпорности распрострањања оба стопала за: (1) – први тип тла, (2) – други тип тла и (3) – трећи тип тла	116
Табела 6.3 – Отпорност распрострањања оба стопала у присуству насутог слоја	120
Табела 6.4 – Конфигурација А: уземљивачка шипка дужине 3,6 m и пречника 19 mm унутар материјала за побољшање карактеристика (<i>GEM</i>) пречника 320 mm	121
Табела 6.5 – Конфигурација В: уземљивачка шипка дужине 3,6 m и пречника 19 mm унутар материјала за побољшавање карактеристика пречника 160 mm.....	121
Табела 6.6 – Конфигурација С: уземљивачка шипка дужине 10,8 m и пречника 19 mm унутар материјала за побољшање карактеристика (<i>GEM</i>) пречника 160 mm	122
Табела 6.7 – Конфигурација D: уземљивачка контура 5 m \times 5 m направљена од бакарне траке попречног пресека 40 mm \times 4 mm, укопана на дубину 0,6 m испод површине тла.....	122
Табела 6.8 – Конфигурација Е: уземљивачка контура 5 m \times 5 m направљена од бакарне траке попречног пресека 40 mm \times 4 mm, укопана на дубину 0,6 m испод површине тла са додатим шипкама дужине 3,6 m и пречника 19 mm на сваком углу контуре.....	122
Табела 6.9 – Конфигурација F: уземљивачка контура 5 m \times 5 m направљена од бакарне траке попречног пресека 40 mm \times 4 mm, укопана на дубину 0,6 m испод површине тла, постављена унутар слоја бентонита попречног пресека ширине 300 mm и висине 100 mm око сваке траке контуре.....	122
Табела 6.10 – Конфигурација G: уземљивачка контура 5 m \times 5 m направљена од бакарне траке попречног пресека 40 mm \times 4 mm, укопана на дубину 0,6 m испод површине тла, постављена унутар слоја <i>GEM</i> попречног пресека ширине 300 mm и висине 100 mm око сваке траке контуре.....	122
Табела 6.11 – Конфигурација J: уземљивачка шипка дужине 3,6 m и пречника 19 mm унутар бентонита пречника 320 mm	123
Табела 6.12 – Конфигурација K: уземљивачка шипка дужине 10,8 m и пречника 19 mm унутар бентонита пречника 160 mm	123
Табела 6.13 – Поређење отпорности распрострањања оба стопала, која се добија као резултат из FEM симулација, са $1,5 \cdot C_s \cdot \rho_s$	124
Табела 6.14 – Фитовани коефицијенти за уврштавање у формуле (6.3), (6.4) и (6.5).....	128
Табела 6.15 – Напони додира за случај постојања снежног покривача на површини тла, преко додатог слоја високе специфичне отпорности	130

1 УВОД

1.1 Значај уземљивачких система

Електроенергетски системи (ЕЕС) по својој сложености спадају међу најсложеније људске творевине. ЕЕС су у самом врху по својој важности за енергетику и економију једне земље.

Сувишно је рећи да је живот без електричне енергије у данашње време тешко замислив. Налазимо се у ери: суперрачунара, рачунара присутних готово у сваком дому, снажног пораста броја електричних моторних возила и пуњача за исте, модерних система телекомуникација у распону од ТВ торњева, оптичких мрежа, базних станица за мобилну телефонiju пете генерације (5G), па све до паметних мобилних уређаја који нам стају у шаку. У међувремену, дошло је и до експлозије у коришћењу вештачке интелигенције, која са собом носи захтеве за све већом инфраструктуром центара података, тако и у потрошњи електричне енергије потребне да такви центри података буду стално активни и адекватно охлађени. Постоји прогноза да је у Сједињеним Америчким Државама већ сада потребно да се изгради додатних 90 GW производних капацитета [1].

ЕЕС постају све раширенији и све комплекснији, што је праћено повећаним захтевима и за пројектовањем, управљањем и надзором над опремом. Електроенергетика је област која спада у класичне инжењерске дисциплине, за које су развијане прорачунске методе у доба када нису били доступни велики рачунски ресурси. Такве методе, развијене у прошлости, карактерише да су емпиријски подешене и проверене на уобичајене конструкције. Може се рећи да овакве методе карактерише робусност и ограничена прецизност. С друге стране, савремени рачунарски ресурси омогућавају тачније методе, попут оних заснованих на методи коначних елемената (енгл. *FEM – Finite Element Method*). Један од тренутно најснажнијих праваца развоја у електроенергетици представља прављење такозваног дигиталног близанца (енгл. *digital twin*), то јест верне дигиталне реплике реалне опреме.

Поред елемената у ЕЕС који непосредно служе за производњу, пренос и дистрибуцију електричне енергије, значајни су и уземљивачки системи, чија је главна улога да се постигне безбедност људи, животиња и опреме када се десе земљоспојни кварови у мрежи, као и да спроведу у земљу струје грома, а и да фиксирају потенцијале одређених тачака у случају радног уземљења. У ЕЕС, стубови електричних мрежа и метални делови опреме у постројењима који у погону под нормалним условима нису под напоном морају да се уземље из неколико техничких и безбедносних разлога, а који још од зачетака електропреносних и дистрибутивних система остају непромењени:

1. осигуравање безбедности људи и животиња у и око уземљених елемената, како у погону у нормалним околностима тако и у случају кварова,
2. осигуравање правилног функционисања и заштита скувих електричних уређаја,
3. стабилизација напона током транзијентних режима, а посредно и спречавање струјних прескока током транзијената, и
4. спровођење струје атмосферског пражњења у земљу, односно спречавање њених разорних дејстава када би протекла другим путем, нарочито код високонапонских постројења.

Уземљавање неког елемента се врши укопавањем или побијањем, на одређену дубину, металних проводних структура у земљу, најчешће поцинкованих гвоздених трака и цеви, а и бакарних ужади у случају већих разводних постројења. Бакарна ужад је скупља од *Fe/Zn* трака, али се користи када је неопходно да се избегне корозија. У новије време се користе и траке од нерђајућег челика. Затим, потребно је да постоји галванска веза између елемента који се уземљава и укопаних металних елемената који чине уземљивач, који су такође сви

међусобно галвански повезани да би сачињавали јединствени уземљивачки систем. Повезивање укопаних металних елемената изводи се како би се изједначио потенцијал и увећала површина са које се струја одводи у земљу, а самим тим и умањила вредност отпорности распрострања.

Уземљење може да буде радно и заштитно. Код радног уземљења, уземљује се неутрална тачка или хладни крајеви намотаја напонских трансформатора. Уземљивачки системи морају да пруже контакт ниске импедансе између неутралне тачке система и земље како би опрема правилно функционисала и како би се задржала симетрија напона при асиметричним оптерећењима. Код заштитног уземљења, уземљују се сви електропроводни делови који при нормалним радним режимима нису под напоном, али у случају квара могу да дођу на опасан напонски ниво.

Када се напише да су ЕЕС уземљени, подразумева се да је неутрална тачка ЕЕС-а повезана са уземљивачким системом. Самим тим, у земљу могу да се кондукционо утисну електричне струје. Такође, могу и да се индукују. Ово се дешава и при нормалним радним условима и при кваровима. Јачина струје кроз земљу при нормалним радним условима има мале вредности. При кваровима, јачина струје која тече кроз земљу може да буде значајан део струје квара. Струја квара може да се расподели и између више уземљивача, на пример кроз уземљиваче више стубова далековода повезаних земљоводним ужетом.

Велике струје кроз уземљивач настају при кратком споју фазних проводника са деловима опреме који у нормалном раду нису под напоном (изложени електропроводни делови) и који су спојени са уземљивачем. Техника релејне заштите има функцију да искључи напајање места на коме је настао кратак спој да се не би угрозила безбедност ни људи и животиња, а ни оштетила опрема услед превеликих загревања током кратког споја.

При земљоспојним кваровима, кроз уземљивач протиче струја која доводи до пораста потенцијала уземљивача у односу на референтну тачку. Пораст потенцијала је једнак производу отпорности распрострања уземљивача и вредности јачине струје која протиче кроз уземљивач. Потенцијал уземљивача је, дакле, потенцијал уземљивача у односу на „далеку“ или „референтну“ земљу, чији потенцијал не зависи од струје уземљивача [2].

Струја кроз сам уземљивач се може разликовати од струје на месту земљоспоја – по правилу, струја на месту на коме се догодио спој фазних проводника и елемента који је спојен са земљом, се распоређује између места које је уземљено у постројењу или стубу, и осталих уземљивача у ЕЕС. Струја која протиче кроз уземљивач може да се одводи са уземљивача или да се прихвата из земље. Услед протицања струје уземљивача кроз тло, долази до пораста потенцијала тачака и на површини тла, тј. на тачкама на којима може да се нађе човек.

Потенцијална разлика додира је потенцијална разлика која постоји између уземљених уређаја и тачке стајања, а која може да се премости додиром [3]. При додиру, струјно коло које се затвара преко руке (руку) и стопала човека, при чему су човекова стопала удаљена 1 m од уземљеног уређаја [3]. Напон додира је део потенцијалне разлике додира коме је изложен човек при додиру и мањи је од потенцијалне разлике додира за пад напона на прелазној отпорности контакта стопала-тло [3].

Други напон коме људи или животиње могу да буду изложени јесте напон на површини тла између тачака које су удаљене за растојање корака од 1 m.

Потенцијална разлика корака је потенцијална разлика која на површини земље може да се премости кораком дужине 1 m [3]. Напон корака је део потенцијалне разлике корака коме је изложен човек када прекорачи потенцијалну разлику корака и мањи је од потенцијалне разлике корака за падове напона на прелазних отпорности контаката стопала-тло [3].

Обратити пажњу да ће у овом тексту разлика потенцијала између две тачке и напон између те две исте тачке представљати синониме, то јест исте физичке величине.

Постоје стандарди који дефинишу колико дуго човек може бити изложен одређеној вредности напона додира и напона корака. Безбедност се постиже како прилагођавањем конструкције уземљивача у фази пројектовања, тако и подешавањем релејне заштите, чији је задатак да искључи уређај који је у квару.

Особа може да додирне уземљену структуру која се налази на потенцијалу уземљивача, који се разликује од потенцијала тачке (тачака) на површини тла на којима поменута особа стоји. Разлика ова два потенцијала може да проузрокује проток струје кроз тело особе и назива се напон додира. Напон додира, дакле, зависи од распореда опреме у подстаници, где опрема током трајања квара долази на напон на којем се налази уземљивач.

Поред напона додира, други најзначајнији параметар за уземљивачке системе са становишта безбедности је напон корака. То је потенцијална разлика којој особа која корача у постројењу може да буде изложена услед различитих потенцијала тачака на којима особа стоји, тј. које може да премости кораком дужине од 1 m.

Одређивање отпорности распростирања уземљивача, напона додира и напона корака јако зависи од структуре тла, односно расподеле специфичне електричне отпорности тла. У том смислу, од интереса су методе за карактеризацију тла, а одмах затим и како одредити расподелу потенцијала на површини тла за различите конфигурације уземљивачких система. Под методама за карактеризацију тла обухватају се методе мерења специфичне отпорности тла, а потом и одређивања, пре свега, дубинске расподеле специфичне отпорности.

У смислу остварења безбедности човека, треба рећи да једна од мера којом се она може постићи је ношење обуће која има изолациона својства, као и насипање танког слоја материјала велике специфичне отпорности (као што је туцаник) на површ тла, чиме се повећава контактна отпорност и смањује вредности напона додира и корака. За обе ове мере је потребно имати и прорачунске методе којима се квантификују ови ефекти. Методе за мерење проводности, односно изолационих својстава заштитне обуће описане су у [4]. Према [5], да би обућа могла да носи ознаку *EH* (енгл. *electrical hazard protection*) мора да издржи 18 kV учестаности 60 Hz током једног минута у сувим условима, не дозвољавајући цурење струје веће од 1,0 mA. Насути слој материјала високе специфичне отпорности биће детаљно размотрен у каснијем делу текста.

1.2 Тема истраживања

Главни предмет истраживања у дисертацији је прорачун основних параметара уземљивачких система ради постизања већег степена поузданости и остваривања безбедности уз економичност пројектованог уземљивача. Рад се доминантно бави аспектима уземљења у условима тла са танким површинским слојем велике специфичне електричне отпорности, што је чест случај у земљама Средњег истока [6]. У дисертацији су обрађивани резултати мерења који су доступни са терена постројења из Уједињених Арапских Емирата (УАЕ). Разматрања и истраживања су највећим делом на бази примене савременог софтвера на бази *FEM*, уз мерења на експерименталној лабораторијског поставци. Резултати су поређени са резултатима примене упрошћених метода и израза доступних у литератури.

Две главне теме којима се бави докторат су:

- нова методологија за прецизније одређивање параметара вишеслојног модела тла на основу резултата мерења Венеровом (*Wenner*-овом) методом и
- повећање тачности израчунавања напона додира уважавањем физичке расподеле струје квара.

На расподелу струје, која са уземљивача тече кроз околно тло, утиче геометрија уземљивача и електричне карактеристике околног тла. Од расподеле струје зависе отпорност распрострања уземљивача, напон додира и напон корака. Струја уземљивача се одређује на основу модела електроенергетске мреже, места и типа квара са земљом, уважавајући редуковане факторе заштитних ужади и импедансу између неутралне тачке и уземљивача.

У литератури је доступан низ метода и усвојених упрошћених израза како за одређивање специфичне електричне отпорности тла, тако и за прорачун отпорности распрострања уземљивача, напона додира и напона корака. Предмет истраживања дисертације је одређивање и прорачун наведених параметара за случај тла са танким површинским слојем велике специфичне електричне отпорности што је идентификовано као простор за допринос дисертације.

Електричне карактеристике тла су улазни податак за пројектовање уземљивачких система. Врше се мерења, а затим, на основу резултата се или директно усваја измерена вредност, што је изводљиво уколико се специфична електрична отпорност тла не мења по дубини, или се приступа употреби метода за интерпретацију како би се одредили параметри усвојеног модела тла. У пракси се најчешће усваја двослојни модел.

За извођење уземљивача у специфичним пустињским условима, идентификован је проблем одређивања карактеристика тла у случајевима у којима тло садржи танак површински слој високе специфичне електричне отпорности. У дисертацији ће се изложити у чему је проблем и како је решен.

За пројектовање уземљивачког система наредна етапа је прорачун отпорности распрострања. У тренутној пракси најчешће се користе наменски комерцијални софтвери *CYMEGrd* [7], *CDEGS* [8], *ETAP* [9], итд. Заједничко за поменуте софтвере је да се базирају на аналитичким методама и рачунским приступима из литературе. За типичне уземљиваче у литератури постоје развијени упрошћени изрази за отпорност распрострања и остале параметре уземљивача. У прошлости су упрошћени изрази, погодни за брзе ручне прорачуне, развијани тако што су реализовани и примењивани наменски софтвери који решавају једначине електромагнетског поља, а затим се из низа прорачуна за сваку појединачну конфигурацију уземљивача одређују коефицијенти који фигуришу у упрошћеним изразима тако да се добију што мања одступања од резултата које дају прорачуни софтвера за електромагнетно поље у односу на сложеност добијених апроксимативних израза. Овакав приступ је био потпуно примерен тадашњем развоју рачунарске технике.

Касније су се појавили општији програми (нпр. *FEMM*, *ANSYS*, *COMSOL Multiphysics*, итд.), који су на бази методе коначних елемената (*FEM*). Они, између осталог, могу да решавају и проблеме одређивања расподеле струја у тлу и потенцијала тачака на површини у околини уземљивача. Даље, имају могућност и спрезања једначина различитих физичких домена (*multiphysics* концепт). Дакле, помоћу софтвера на бази *FEM* може да се одреди и отпорност распрострања уземљивачког система. Овакви софтвери имају врло широку примену и постали су врло распрострањени. Самим тим, услед већег тржишта и последично ниже цене, постали су и приступачнији за кориснике, а нарочито у односу на специјализоване програме који се наменски користе за пројектовање уземљивача. Услед наведене погодности примене софтвера на бази *FEM*, највећи део истраживања у докторској дисертацији извршен је помоћу *FEM* методе.

У делу дисертације који је резултовао доприносом повећања тачности израчунавања напона додира применом *FEM* софтвера извршени су прорачуни расподеле струја, отпорности распрострања уземљивача и расподеле потенцијала на површи тла за низ конфигурација уземљивача: цеви, контуре и цеви са контурама, са и без присуства додатног материјала за побољшање прелазне отпорности, бентонита или *GEM* (енгл. *ground enhancement material*).

Софтвер на бази *FEM* је коришћен за симулације мерења специфичне отпорности Венеровом методом за разне случајеве двослојног тла. Као надоградња, реализована је софтверска подршка у *Matlab*-у за естимацију параметара двослојног модела тла.

Може се генерално рећи да је тема дисертације истраживање могућности повећања прецизности прорачуна параметара уземљивачких система применом савремених *FEM* софтверских алата.

1.3 Циљеви, научни доприноси и публикације

Циљ докторске дисертације је да унапреди тачност и предложи нове методе које се односе на важне аспекте везане за танке површинске слојеве тла високе отпорности. Мотивација за истраживања се јавила из практичних истраживачких искустава у реализацији студије у пустињским пределима у УАЕ.

Први допринос је постигнут у циљу одређивања карактеристика тла у којима постоје танки површински слојеви високе специфичне електричне отпорности. Примери таквог тла су се појавили на појединим локацијама у УАЕ. У вези са тим је постигнут допринос развоја нове методе за интерпретацију резултата мерења Венеровом методом која као резултат даје тачније параметре за двослојни модел тла у односу на постојеће методе из литературе. Повећање тачности је нарочито изражено у случају тла са плитким површинским слојем високе специфичне отпорности.

Други допринос има ширу примену, односно доприноси тачнијем израчунавању напона додира и корака у случају да се примењује насипање слоја високе специфичне отпорности у циљу смањења напона додира и корака. Насипање није везано за карактеристике тла, већ је уобичајена пракса [10], јер вештачки насупи материјал високе специфичне отпорности доприноси значајном повећању контактне отпорности за стопала, чиме се за исту дозвољену јачину струје кроз тело значајно увећавају вредности дозвољених потенцијалних разлика додира и корака. Другим речима, насипање може да представља добро техно-економско решење када није могуће остварити безбедан дизајн уземљивачког система другим расположивим мерама [11].

1.3.1 Нова метода за одређивање електричних карактеристика тла

Испитивањем постојећих метода и израза за двослојне моделе тла, установљено је да је стандардна методологија за одређивање параметара двослојног модела тла помоћу мерења извршених Венеровом методом непрецизна у случају тла које може да се моделује двослојним моделом, а има танак горњи слој велике специфичне отпорности, који је много већи од специфичне отпорности доњег слоја (висок степен рефлексије).

Извршено је побољшање методе за одређивање двослојног тла, којим је постигнуто значајно побољшање одређивања карактеристика двослојних модела које одликује висок коефицијент рефлексије и код којих је горњи слој танак. Детаљи новопредложене методе и резултати примене су публиковани у радовима [12] и [13].

Први циљ остварен је у неколико корака.

У првој групи истраживања коришћене су класичне аналитичке формуле које повезују вредности отпорности измерене Венеровом методом при дефинисаним растојањима између електрода и карактеристике двослојног тла. У литератури [14] и [15] су представљени овакви приступи. У овој фази истраживања је практично реализован познат поступак, уз разлику да је развијен програм у *Matlab*-у [16], који се базира на постојећем *fminsearch solver*-у. Тестови који су вршени користећи *FEM* прорачуне да би се симулирала мерења Венеровом методом за различита двослојна тла показали су да познати поступак даје велика одступања

карактеристика тла у односу на стварне у случајевима тла са високим степеном рефлексије и танким површинским слојем.

Због тога је проблему приступљено на потпуно нови, оригинални, начин. Основна структура *Matlab* програма је задржана, али уместо да се користе аналитичке формуле, позивају се 3Д *FEM* рачунарске симулације.

У раду је на репрезентативним примерима приказана примена реализоване оригиналне методе. Добијени резултати су упоређени са онима из конвенционалних метода и израза из литературе.

Последња фаза истраживања је била експерименталног типа. Метода је примењена на вредности добијене мерењима на експерименталној лабораторијској поставци. У фазама истраживања, које су претходиле овој последњој експерименталној фази, коришћене су 3Д *FEM* рачунарске симулације помоћу софтверског пакета *COMSOL Multiphysics* [17] да би се симулирала мерења за различита двослојна тла. Иако се ове симулације могу сматрати поузданим, приступило се експерименталној верификацији како би се отклониле евентуалне сумње у веродостојност 3Д *FEM* рачунарских симулација. Рад у вези са експерименталном поставком је донео мноштво изазова, трајао је дуго, али је представљао изузетно искуство које је донело велике практичне увиде. Детаљи су приказани у дисертацији, а овај део истраживања до сада није објављен.

1.3.2 Побољшање прецизности израчунавања напона додира

Провера постојећих поступака који се користе за одређивање напона додира резултовала је идентификацијом случајева у којима постојећи поступци дају резултате слабије тачности. Такви случајеви се односе пре свега на присуство насутог слоја материјала високе специфичне отпорности, који се насипа на површини изнад уземљивачког система како би се смањили напони додира и корака. Извршено је побољшање методе за одређивање напона додира, којим је постигнуто значајно побољшање одређивања напона додира у случају насипања слоја материјала високе специфичне отпорности. Укратко, поступак који је довео до овог доприноса је следећи.

На почетку су испитане могућности примене *FEM* софтвера за одређивање отпорности распростирања уземљивача, напона додира и корака. Извршен је низ 3Д *FEM* рачунарских симулација у софтверу *COMSOL Multiphysics*. У склопу прве групе симулација, израчунавана је расподела струја у тлу и потенцијали тачака на површини тла. Прво је извршена провера резултата *FEM* модела поређењем са референтним случајем једноставног контурног уземљивача у хомогеном тлу из литературе. После ове провере, израчуната је расподела струја у тлу и потенцијали тачака на површини тла за низ уземљивачких система који се уобичајено користе за уземљавање металних стубова надземних водова: цевасте уземљивачи (пречника 19 mm и дужина 3,6 m и 10,8 m), квадратне контуре (димензија 5 m x 5 m пресека траке 40 mm x 4 mm), комбинација наведених квадратних контура и цеви дужина 3,6 m постављених у ћошковима контура, за случајеве са и без материјала за побољшање карактеристика, односно бентонита или *GEM*. Резултати су поређени са резултатима из стандардних упрошћених израза из литературе. Реализоване симулације и постигнути резултати представљају користан приказ могућности примене *FEM* софтвера при пројектовању уземљивача, као и потенцијал за повећање тачности у односу на упрошћења у формулама из стандарда и класичним инжењерским формулама, које често користе графички или табеларно задате коефицијенте. Резултати овог дела докторске дисертације су објављени у [18].

Наведене симулације су представљале добар тест *FEM* софтвера и симулација и на основу њих се закључило да *FEM* резултати коришћеног *COMSOL Multiphysics* софтвера представљају верну реплику расподеле струја у околини уземљивача постављених у тло.

Следила је фаза испитивања расподеле струја, а на основу ње и отпорности распростирања стопала човека који стоји на површи тла. Вредност отпорности распростирања стопала утиче на напон додира и јавља се као компонента у еквивалентном колу квара са еквивалентним Тевененовим генератором и импедансом тела. 3Д *FEM* рачунарске симулације су показале да је неопходно уважити међусобни утицај струја које протичу кроз свако од два стопала на отпорност распростирања паралелне везе два стопала. На основу тога је извршен низ симулација које су довеле до доприноса који је исказан кроз нове формуле за одређивање отпорности распростирања стопала, која представља значајно побољшање тачности израчунавања напона додира за случај да постоји танак насути слој велике специфичне отпорности.

Детаљи истраживања која су довела до једног од два кључна доприноса у дисертацији приказују се у даљем тексту дисертације, а објављени су и у публикацији [19].

1.4 Структура докторске дисертације

У првом поглављу изложен је кратак увод у дисертацију, односно значај области, шта је тема истраживања, који су циљеви, постављене хипотезе и постигнути доприноси.

У другом поглављу је дат преглед литературе о научном и стручном стању у области пројектовања уземљивачких система у електроенергетици. Преглед је подељен на две теме које су и главни правци истраживања којима се докторска дисертација бави:

1. Одређивање параметара модела тла и
2. Прорачун напона додира.

У трећем поглављу приказују се детаљи софтверских алата и метода коришћених у раду: метода коначних елемената (енгл. *FEM – Finite Element Method*) коришћењем комерцијално доступног софтвера *COMSOL Multiphysics* и оптимизациони алгоритам Нелдер-Мид (*Nealder–Mead*) коришћењем имплементацију у виду солвера *fminsearch* у *Matlab*-у.

Четврто поглавље посвећено је новој методи за одређивање параметара двослојног тла за случајеве тла код којих танак горњи слој има много већу вредност специфичне електричне отпорности него доњи слој. Ова метода представља први допринос дисертације. У поглављу су дати резултати бројних израчунавања који показују мањкавости Венерове методе и пратећег поступка из литературе за одређивање привидне специфичне електричне отпорности на основу измерене привидне отпорности. Приказана је теоријска основа и објашњен разлог добијања лоших резултата у наведеном случају. Слично се приступило и широко прихваћеној Давалибијевој методи за карактеризацију тла на основу резултата измерених Венеровом методом. Израчунавања су вршена за случај из литературе, на коме је извршена прва верификација предложеног поступка: за случај уобичајеног тла из литературе, са ниском вредношћу коефицијента рефлексije тла, поклапање резултата Давалибијевој методе и поступка развијеног у дисертацији је било одлично. Даља истраживања су вршена на синтетичким подацима: *FEM* прорачунима су израчунаване вредности које би се за специфицирано двослојно тло добиле мерењима Венеровом методом. Анализирана су два уобичајена случаја двослојног тла и двослојно тло са танким горњим слојем и великим коефицијентом рефлексije. Последњи случај је показао супериорност предложене методе у односу на Давалибијев поступак за карактеризацију тла. У циљу испитивања понашања методе и у условима реалних мерења, која никада не могу да се покlope са мерењима из синтетичких модела (вредности које би се добиле мерењима Венеровом методом добијене су

преко детаљне *FEM* симулације), извршени су верификациони експерименти на умањеној лабораторијској поставци, на начин приказан у шестом поглављу.

У петом поглављу су приказани експерименти који су служили за додатну проверу предложене методе за одређивање параметара двослојног тла. На почетку је изведена теоријска анализа о димензијама лабораторијског модела двослојног тла које би биле потребне како би био изводљив адекватан експеримент на основу кога се може извршити карактеризација тла. Потом, описана је реализована експериментална поставка, мерна опрема и примењене експерименталне методе. Мерења су вршена Венеровом методом у експерименталној посуди испуњеној земљом и песком као појединачним медијумима, као и на двослојном моделу тла састављеном од истог тог песка и земље. У поглављу су описани изазови током извођења експеримената и начин њиховог превазилажења. Показало се да предложена метода за карактеризацију тла даје боље резултате од метода из литературе, чиме је успешно изведена њена верификација.

Шесто поглавље приказује ток истраживања који је довео до другог доприноса дисертације. Прво је извршена верификација на референтном случају једноставног контурног уземљивача у хомогеном тлу из литературе. Током даљег истраживања различитих облика уземљивача и карактеристика тла уочено је да у случају танког насутог слоја велике специфичне електричне отпорности долази до утицаја струја које протичу кроз свако од два стопала на отпорност распростирања паралелне везе два стопала. Отпорност распростирања стопала фигурише у еквивалентној шеми са Тевененовим генератором, помоћу које се израчунава напон додира. Након спровођења низа симулација, обрађени су њихови резултати. Крајњи исход спроведених анализа и обраде података је унапређење тачности одређивања напона додира, односно повећање његове тачности за случај танког насутог слоја велике специфичне електричне отпорности у односу на примену постојећих формула из стандарда. У поглављу се приказује и додатна анализа на који начин слој снега утиче на напон додира.

У седмом поглављу је сумиран рад и доприноси дисертације, као и дискусија даљих научних истраживања који су у вези са достигнућима у дисертацији.

2 ПРЕГЛЕД ЛИТЕРАТУРЕ

2.1 Уводна разматрања

У овом поглављу се приказује историјат развоја области пројектовања и извођења уземљивачких система, кроз преглед домаћих и страних стандарда и научно-стручне литературе. Литература је свесно дата у обиму који је већи од нужно неопходног да би се схватило како је настала мотивација за истраживање приказано у дисертацији. То је учињено на основу жеље да се остави запис о стању области пројектовања и извођења уземљивачких система и томе придружених анализа и разматрања, који је сагледан током вишегодишњих истраживања, пре свега у почетним фазама тражења отворених питања и могућих доприноса дисертације.

IEEE стандард 80 [10] тренутно је важећи међународни стандард и основни документ у погледу општеприхваћених методологија и приступа да се кроз пројектовање и извођење уземљења подстанца за наизменичну струју, било да се ради о производним, преносним или дистрибутивним постројењима, оствари безбедност при фазним земљоспојевима. Стандард, иако још увек важећи, више није у званичном активном статусу, већ се води као „неактиван-резервисан“ [20], јер је истекло 10 година од објављивања што је уобичајен период после којег се приступа ревизији. У току је активан пројекат *P80* [21] да се изради и објави нова верзија стандарда.

Даље, још један битан стандард на који се дисертација нарочито осврће је *IEEE* стандард 81 [22] из 2012. године, који се првенствено бави методама и поступцима за мерење у области уземљивача и тла у који се уземљивачи полажу. Претходна верзија стандарда је *ANSI/IEEE* стандард 81 [23] из 1983. године. У току писања дисертације током 2025. године, изашла је нова верзија стандарда [24]. Но, сва разматрања у дисертацији темељиће се на основу верзије из 2012. год, с обзиром на то да су главни доприноси дисертације проистекли док је та претходна верзија била важећа.

У погледу домаће стручне литературе, ваља споменути правилник [3] о техничким нормативима за уземљење постројења. Правилник одређује правила и пружа практичне смернице за пројектовање, израду и контролу уземљивачких система за електроенергетска постројења називног напона преко 1000 V.

Заштитно уземљење такође има кључну улогу и при атмосферским пражњењима, када се струја при атмосферском пражњењу кроз уземљивач спроводи у земљу, чиме се бави стандард *IEC 62305* [25]. У дисертацији нису разматрани ефекти атмосферских пражњења на уземљивачке системе.

Ваља поменути да поред заштитних уземљивачких система, чија улога је такорећи пасивна све до настанка кварова, као делови електроенергетских система који су укопани у земљу, у пракси се срећу и елементи који активно учествују као што су електроде за пренос електричне енергије путем високог напона и једносмерне струје (енгл. *HVDC – high-voltage direct current*) – [26], [27] и [28]. Дисертација не разматра *HVDC* уземљиваче.

2.1.1 Дозвољена (безбедна) јачина струје кроз тело човека

Дејство које електрична струја има на људско тело зависи од трајања, јачине и фреквенције. Најопасније последице протицања електричне струје кроз људско тело представља вентрикуларна фибрилација срца. Ово стање проузрокује застој циркулације крви и може да буде фатално.

Према стандарду [10], ефекти протицања струје кроз људско тело у зависности од јачине, могу се сумирати на следећи начин:

- 1 mA – праг перцепције, особа има осећај благог пецкања,
- 1–6 mA – тзв. струја пуштања, непријатно, али и даље не долази до грчења мишића, особа сама може да пусти руком додирнуте делове под напоном,
- 9–25 mA – праг болне струје, може да дође до контракције мишића и тешкоће да особа сама пусти руком додирнуте делове под напоном, може да дође до привремених тешкоћа у дисању ако изложеност потраје дуже, и
- 60–100 mA – праг при којем долази до вентрикуларне фибрилације срца и потребно је да се на изложеној особи, након одвајања од извора струје, изведе кардиопулмонална реанимација.

За детаљнији преглед утицаја протицања струје кроз људско тело, упућује се на *IEC* стандарде [29] и [30].

Дакле, од изузетне је важности да се при пројектовању и извођењу уземљивача води рачуна да вредности јачина струја које протичу кроз тело човека који се налази у или око уземљене подстанице или објекта неизоставно буду испод такозваног прага фибрилације. Наведени праг зависи и од временског трајања изложености струји квара и дат је преко енергије. Енергија коју апсорбује тело у временском опсегу од 0,03 до 3 секунде не сме да буде већа од емпиријски вредности (емпиријска константа) коју може да издржи одређени проценат популације [10]. Критеријум је да је вредност емпиријске константе већи од вредности $S_B = I_B^2 \cdot t_s$, где је I_B^2 ефективна вредност јачине струје кроз тело (индекс „*B*“ потиче од енглеске речи за тело – *body*), t_s је време протицања струје кроз тело у секундама.

Брзо прекидање струје квара је важно због смањења вероватноће да особе буду изложене опасности од електрошока, а с друге стране, чак ако до изложености напону додира и дође, веће су шансе за преживљавање уколико је тело што краће изложено.

Вредност јачине струје за коју се сматра да људско тело, за 99,5% популације, може безбедно да је поднесе и да притом не дође до вентрикуларне фибрилације дата је следећим изразом из [10]:

$$I_B = \frac{k}{\sqrt{t_s}}. \quad (2.1)$$

Очигледна је веза $k = \sqrt{S_B}$. Даље, узимајући у обзир налазе из литературе цитиране у [10] добијају се изрази за дозвољену јачину струје кроз људско тело у зависности од трајања изложености за два различита случаја телесне масе:

- 1) за телесну масу 50 kg – $k = 0,116$:

$$I_B = \frac{0,116}{\sqrt{t_s}}, \quad (2.2)$$

- 2) за телесну масу 70 kg – $k = 0,157$:

$$I_B = \frac{0,157}{\sqrt{t_s}}. \quad (2.3)$$

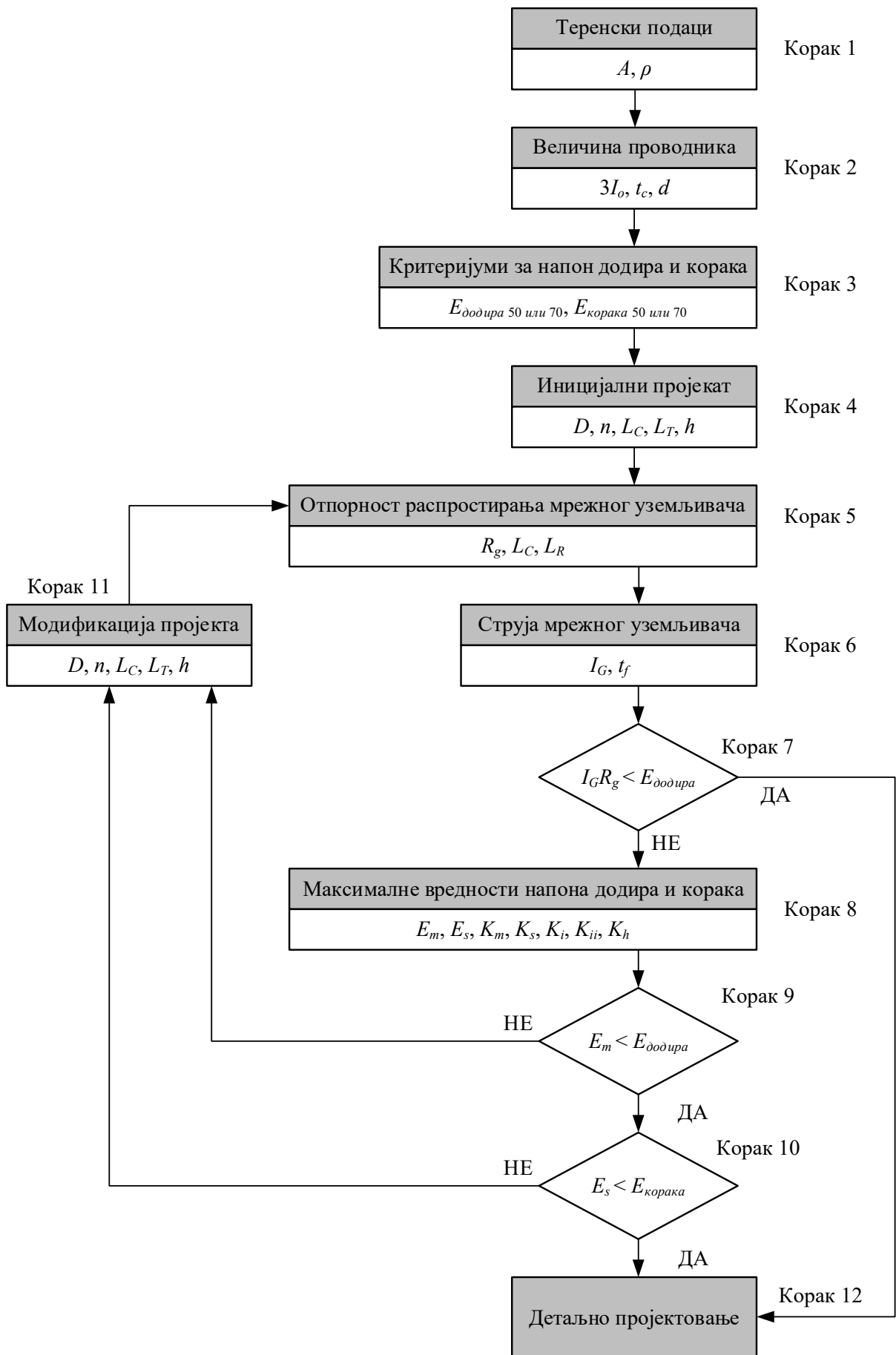
Напоследку, у стандарду је препоручено да се усвоји $k = 0,157$, односно формула (2.3) протицања струје кроз тело у зависности од времена трајања изложености струји, образлажући то претпоставком да се може сматрати да је унутар популације просечна телесна маса 70 kg.

2.1.2 Алгоритам за пројектовање мрежног уземљивачког система

У [2] је приказан упрошћени алгоритам за пројектовање мрежног уземљивачког система. Алгоритам садржи неколико корака. На почетку се димензионише проводник уземљивача тако да може да издржи топлотни импулс проузрокован половином укупне троструке нулте компоненте струје квара у постројењу, која би се рачунала према [31]. Затим, следи димензионисање према отпорности распростирања уземљивача и вредностима напона додира и корака.

Према међународном стандарду [10], на Сл. 2.1 представљен је блок дијаграм следа корака при пројектовању уземљивачких система. Дисертација се бави темама које се могу сврстати у:

- 1) Корак 1, и то део који се односи на податак о специфичној електричној отпорности тла ρ ; испоставља се да се ρ по правилу одређује на основу електричних мерења на терену; након обављања мерења, примењују се методе идентификације модела тла (хомогено, двослојно, вишеслојно, и сл.) и одређивање параметара одабраног модела тла (дебљине слојева и специфична електрична отпорност сваког од слојева) и
- 2) Корак 8, и то део који се односи на одређивање највише вредности напона додира (посредно укључује кораке 5-7).



Сл. 2.1 – Блок дијаграм секвенце корака при пројектовању уземљивачких система, слика у складу са корацима из *IEEE* стандарда 80 [10]

Значење појединих ознака са слике:

A	укупна површина уземљивачке мреже,
ρ	специфична електрична отпорност тла,
$3I_0$	трострука вредност нулте компоненте струје квара,
t_c	максимално време реаговања заштите, укључујући резервну,
d	пречник уземљивачког елемента (траке или ужета),
$E_{\text{додира 50 или 70}}$	избор да ли да се за прорачун дозвољеног напона додира користи максимална дозвољена јачина струје кроз људско тело у складу са једначином (2.2) за тело масе 50 kg или једначина (2.3) за тело масе 70 kg,
$E_{\text{корака 50 или 70}}$	избор да ли да се за прорачун дозвољеног напона корака користи максимална дозвољена јачина струје кроз људско тело у складу са једначином (2.2) за тело масе 50 kg или једначина (2.3) за тело масе 70 kg,
D	размак између паралелних проводника,
n	геометријски фактор,
L_C	укупна дужина мрежних проводника,
L_T	укупна ефективна дужина проводника уземљивачког система, укључујући мрежу и шипке,
h	дубина полагања проводника,
R_g	отпорност распростирања уземљивачког система,
L_R	укупна дужина уземљивачких шипки,
I_G	максимална вредност јачине струје уземљивачке мреже која тече између уземљивача и околне земље,
t_f	време трајања квара,
E_m	напон додира мреже посматрано у центру угаоног окца за поједностављену методу,
K_m	фактор размака за напон додира мреже за поједностављену методу,
K_s	фактор размака за напон корака мреже за поједностављену методу,
K_i	корекциони фактор за геометрију мреже за поједностављену методу,
K_{ii}	корекциони тежински фактор који подешава ефекте унутрашњих проводника на угаоно окце мреже за поједностављену методу, и
K_h	корекциони тежински фактор који наглашава ефекте дубине мреже за поједностављену методу.

У одељцима који следе, 2.2 и 2.3, се даје детаљни преглед литературе за сваки од наведених аспеката, осим за одређивање струје квара кроз уземљивач.

2.2 Одређивање електричних карактеристика тла

Из претходних излагања је јасно да су основне вредности везано за уземљивачке системе, које су битне са аспекта безбедности људи и опреме, отпорност распрострања, као и напони додира и корака.

Да би могао да се пројектује уземљивачки систем који задовољава аспекте безбедности које прописује стандард, потребно је познавање електричних карактеристика земљишта у које се полаже, превасходно специфична електрична отпорност ρ . Подаци из мерења специфичне отпорности земљишта такође се користе и за пројектовање система катодне заштите, па чак и геолошка испитивања [22]. Специфична електрична отпорност не зависи само од типа земљишта, већ се мења и са температуром, садржајем влаге, присуством минерала и компактношћу [22]. Земљиште се понаша као електролит, тј. може да дође до једносмерних струја као резултат електрохемијских реакција између различитих типова земљишта или између земљишта и метала [23]. Ове струје могу значајно да утичу на тачност мерења која се обављају са једносмерном мерном струјом [32].

У литератури и пракси су присутне различите мерне методе које ће бити описане у наставку. Даље, као наредни корак након вршења мерења и прикупљања мерних резултата, користе се методе за одређивање електричних карактеристика тла. Методе за одређивање електричних карактеристика тла у себи обухватају и приступ за моделовање тла, односно одабир модела.

На крају овог одељка, указано је на модерне математичке и софтверске приступе који се користе како би се решио задатак одређивања параметара одабраног модела тла.

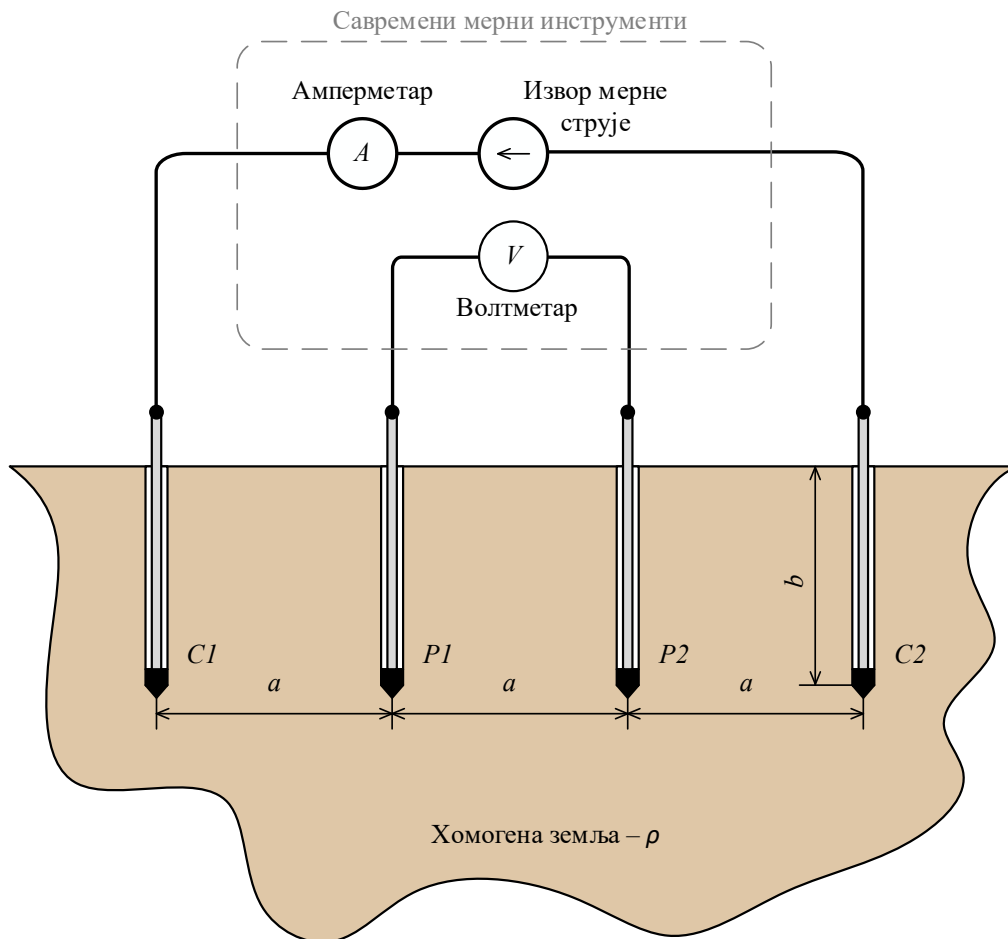
2.2.1 Мерење електричних карактеристика тла

Најшире коришћени приступ за мерење специфичне електричне отпорности земљишта је Венерова метода [22], [32], [33] и [34]. У стандарду [22] су наведене и друге потенцијалне методе за мерење отпорности земљишта: метода варијације дубине [35] (метода побијања шипке односно метода мерења са три тачке) и Шлумбергер-Палмерова метода неједнако распоређене четири тачке [36].

2.2.1.1 Венерова метода

Теоријску основу Венерове методе за мерење специфичне отпорности земљишта Френк Венер поставио је још 1916. године [33]. На Сл. 2.2, нацртаној према шеми из наведеног научног рада, приказана је оригинална мерна поставка која се суштински није променила до данас: четири мерне електроде, убодене колинеарно на једнаким међусобним растојањима (a) до исте дубине (b) у тло чија се специфична отпорност мери, при чему су спољне електроде струјне, и повезане у коло извора мерне струје, а унутрашње електроде потенцијалне, и служе за мерење разлике потенцијала приликом протицања мерне струје између струјних електрода.

Методом се одређује електрична отпорност R_a , која се добија дељењем измереног напона између потенцијалних електрода са јачином мерне струје која истиче из прве струјне електроде $C1$, односно струје која се стиче у другу струјну электроду $C2$. За мерење је потребно да се користи наизменична струја да би се избегли проблеми са поларизацијом земљишта око електрода. Измерена електрична отпорност зависи од специфичне отпорности ρ земљишта.



Сл. 2.2 – Шема за мерење специфичне отпорности земљишта, нацртано према слици из [33]

Аналитички израз за добијање специфичне електричне отпорности хомогеног тла у [33] изведен је претпостављајући да 4 цилиндричне мерне електроде, пободене до дубине b , могу да се посматрају као тачке у тлу на тој дубини. Чињеница да се посматрају тачке на дубини b , а не стварни цилиндричан облик електрода, такође је поновљена у *IEEE* стандарду 81 [22], који се бави методама за мерење отпорности тла. Потом је, помоћу методе ликова и методе суперпозиције, изведен израз за разлику потенцијала између две тачке на дубини b , којима су апроксимирани потенцијалне електроде. Одатле се применом аналитичких израза израчунава и специфична електрична отпорности хомогеног тла ρ :

$$\rho_a = \frac{4 \cdot \pi \cdot a \cdot R_a}{1 + \frac{2 \cdot a}{\sqrt{a^2 + 4 \cdot b^2}} - \frac{2 \cdot a}{\sqrt{4 \cdot a^2 + 4 \cdot b^2}}} \quad (2.4)$$

Следећа апроксимација је да се стварне цилиндричне електроде посматрају као тачке на површини тла. Уобичајено је да се сматра да је b довољно мало ако је мање од 10% од a . На основу израза (2.4) једноставно је закључити да се за случај $b < 0,1 a$ првобитно посматрана тачка на дубини b може померити на површ тла. Израз (2.4) се тада своди на израз у којем ρ не зависи од b :

$$\rho_a = 2 \cdot \pi \cdot a \cdot R_a \quad (2.5)$$

У литератури [22] се може наћи да на мерења могу негативно да утичу следећи фактори:

1. лош контакт мерних електрода и земљишта,
2. присуство металних објеката укопаних у земљиште,
3. лутајуће једносмерне и наизменичне струје, пре свега због железнице или трамвајског транспорта, и
4. отпорност проводника који повезују мерни инструмент са мерним електродама (нарочито долази до изражаја за већа растојања а између електрода.

У литератури је чак разматран утицај индуктивности на мерења који је изражен при великим мерним растојањима [37].

Код мерења која се изводе за случај тла са хомогеним карактеристикама, варирање размака a између електрода не производи разлике у погледу мерних резултата. Измерена електрична отпорност R ће се смањивати са повећањем растојања a , али израчуната специфична електрична отпорност ρ остаје константна и она представља стварну специфичну отпорност хомогеног тла [34]. Венер је, дакле, извео ове изразе имајући у виду хомогено тло. Тада, на самом зачетку, није било индекса „ a “ за измерену отпорност (R) и резултујућу специфичну отпорност (ρ). **Како се почело размишљати о томе како да се одреди промена специфичне отпорности по дубини за нехомогено тло у литератури почиње да се среће појам привидне отпорности (R_a) и привидне специфичне отпорности (ρ_a) где индекс „ a “ потиче од енглеске речи „*apparent*“.** На тај начин се наглашавало да се ради о отпорности фиктивног хомогеног тла за које би однос напона између унутрашњих електрода и мерне струје био исти као код стварног нехомогеног тла.

За одређивање вредности расподеле специфичне електричне отпорности ρ за случај нехомогеног тла, потребно је извршити мерења Венеровом методом за више различитих размака између мерних електрода. Метода предвиђа да у том случају мерење са четири електроде понови одређени број пута, сваки пут са увећаним растојањем a између електрода у односу на претходно мерење. На тај начин струја која се распростире између струјних електрода захвата све дубље и дубље слојеве земљишта. Тада на потенцијале тачака на површини земљишта почињу више да утичу услови из дубљих слојева земљишта. Вредност ρ_a добијена мерењима при различитим растојањима a се разликују.

Баишики, Остерберг и Давалиби су 1987. године у [38] приказали извођење аналитичких израза којима се електроде више не посматрају као тачке на дубини b већ линије дужине l , што је значајно побољшање оригиналних Венерових израза. То је учињено како би се касније током интерпретације мерења у обзир узела стварна геометрија која утиче на измерене привидне специфичне отпорности за мерења када услов $b \ll a$ није примењив [38]:

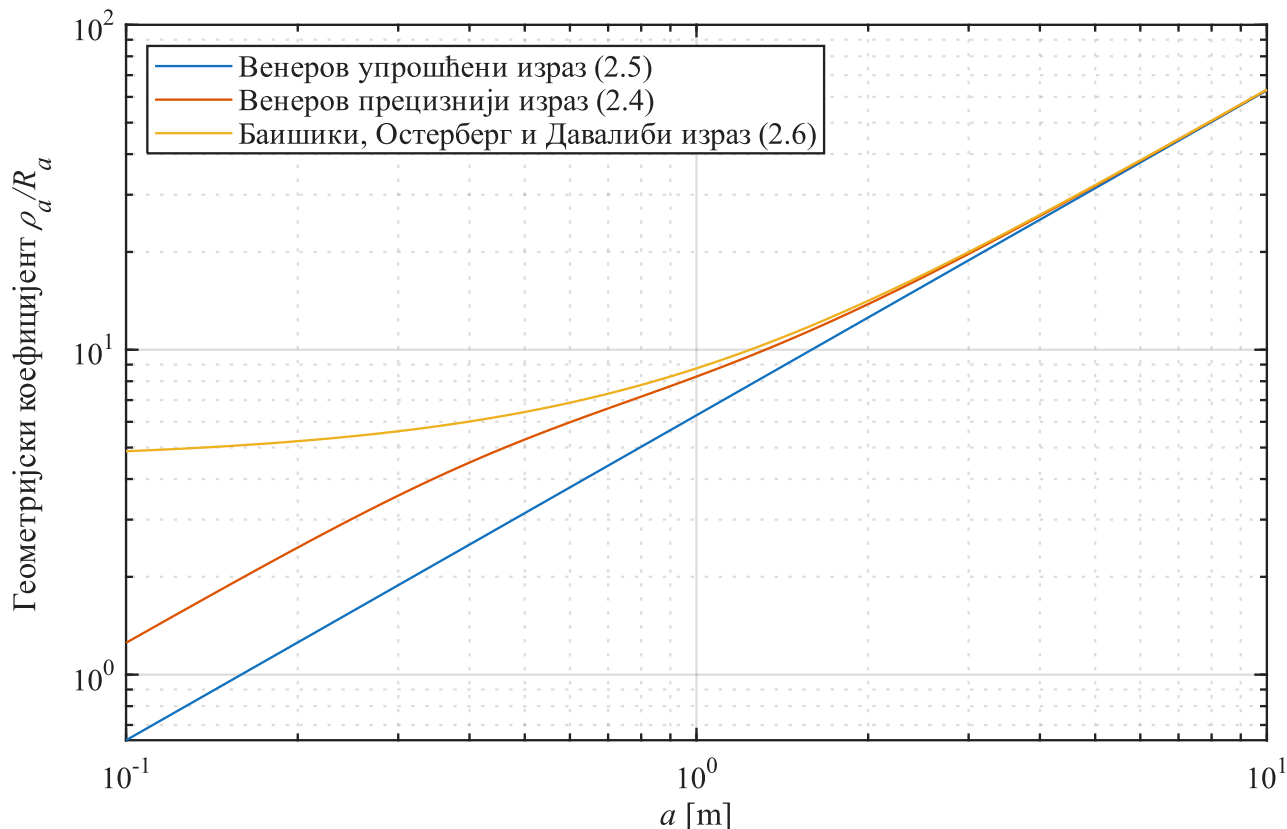
$$\rho_a = \left[\frac{2 \cdot \pi \cdot l}{2 \cdot \ln \left[\frac{2+E}{1+F} \right] + 2 \cdot F - E - \frac{a}{l}} \right] \cdot R_a, \quad (2.6)$$

где су:

$$E = \sqrt{4 + (a/l)^2}, \quad (2.7)$$

$$F = \sqrt{1 + (a/l)^2}. \quad (2.8)$$

На Сл. 2.3 је приказано поређење геометријских мултипликатора који се добијају из наведених израза. Под геометријским мултипликатором се подразумева вредност са којом је потребно помножити инструментом измерену привидну електричну отпорност R_a да би се добила вредност привидне специфичне отпорности ρ_a . Притом је интересно да су аутори у овом раду за посматрану дужину мерне електроде $l = 1$ m, моделоване линијом, узели да тај случај одговара за дубину тачака $b = 0,5$ m у прецизнијем Венеровом изразу.



Сл. 2.3 – Поређење геометријских мултипликатора (ρ_a/R_a), према слици из [38]

У литератури новијег датума могу да се нађу резултати истраживања за мерење Венеровом методом уз коришћење другачијих распореда електрода у односу на колинеарно пободене електроде [39].

Већ дуже време, користе се компактни наменски уређаји на које се само прикључе четири електроде и директно очита вредност ρ_a , на основу измерене струје кроз спољне струјне електроде и измереног напона између унутрашњих електрода, из којих се добија R_a . Инструменти тог типа врло често су испрограмирани да користе израз (2.5) за добијање ρ_a из R_a слабије прецизности. Управо један такав инструмент [40], искоришћен је касније за експерименталну верификацију у оквиру ове дисертације. Овакви наменски инструменти, дакле, директно приказују израчунату вредност за ρ_a .

2.2.1.2 Метода Шлумбергер-Палмер

Шлумбергер-Палмер мерна метода [36] изводи се, као и Венерова метода, помоћу 4 електроде за мерење.

Код Венерове методе је растојање a између сваке две суседне електроде исто, а мерења се изводе за више вредности растојања a . Код Шлумбергерове методе унутрашње (потенцијалне) електроде могу да остану на истом положају, док се мења растојање струјних електрода. Недостатак Венерове методе је то да се напон између потенцијалних електрода брзо смањује када се међусобни размак између све четири електроде повећава до релативно

великих вредности [22]. Други недостатак је што све четири електроде треба да се преместе, што је временски захтевно, што поскупљује реализацију – ово је ефекат који је све израженији што су већа растојања између електрода [22]. С друге стране, за Шлумбергерову методу, унутрашње (потенцијалне) електроде могу да остану на истом положају, док се струјне електроде размичу све даље за наредна мерења. Шлумбергерова метода се стога сматра бржом. Једно друго поређење између Венерове и Шлумбергерове методе дато је у [27] са аспекта пројектовања *HVDC* електроде за уземљење.

2.2.1.3 Метода побијања шипке

Метода побијања шипке [35] изводи се са једном главном шипком која се побија све дубље и дубље док се изводе мерења. Поред главне, потребне су још две електроде: струјна и потенцијална. Између главне и струјне електроде формира се струјно електрично коло са извором мерне струје и амперметром, а притом се мери разлика потенцијала између главне и потенцијалне, за коју се сматра да је убодена довољно далеко да може да се посматра да је на потенцијалу референте земље. За различите дубине побијања главне електроде рачунају се отпорности као однос измерених напона и мерне струје.

Предности методе побијања шипке су у томе што отпорност распостирања шипке може лако теоретски да се израчуна и што дубина побијања током мерења такође даје информацију и о механичкој карактеристици тла, односно о томе колико дубоко шипке за уземљење могу бити побијене током инсталације. Недостатак је то што побијање шипке све дубље у тло може да изазове вибрације и лош електрични контакт са околним тлом [22], а последично и погрешно мерење привидне отпорности. Метода није адекватна за истраживање карактеристика тла за велике површине. Методе мерења са четири тачке наведене изнад су погодније.

Поређење између мерења Венеровом и методом побијања шипке за двослојне моделе тла приказано је у [41].

2.2.2 Моделовање тла и методе интерпретација резултата мерења

2.2.2.1 Двослојно тло

Тла могу да се окарактеришу као хомогена, када се специфична електрична отпорност тла не мења значајно по дубини. Међутим, тло у пракси може да буде врло нехомогено, али је за практичне потребе најчешће оправдано и изводљиво да се тло моделује као двослојно. Двослојни модел тла је у потпуности описан са 3 параметра: специфичном отпорношћу ρ_1 горњег слоја коначне дубине h и специфичном отпорношћу ρ_2 доњег слоја за који се сматра да је бесконачне дубине.

Алтернативно, уместо ρ_2 у једначинама може да се сретне коефицијент рефлексије K :

$$K = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} \quad (2.9)$$

Тла могу да имају различите типове изразите нехомогености (по дубинској координати по хоризонталним равнинама паралелним са површи тла, или по дубини и по хоризонталама). У пракси је најчешћи случај промене по дубинској координати. Преглед литературе је усмерен у том правцу. Главна разматрања у дисертацији везана су за двослојно тло, међутим уважене су и референце у којима се обрађују вишеслојни модели тла, као смерница за даљи

истраживачки рад, односно примену развијених метода које су примењене и тестиране на двослојном тлу.

У [42] је указано да, иако постоје стандарди за спровођење мерења специфичне отпорности тла Венеровом методом, у литератури не постоје јасне смернице у погледу потребног максималног растојања између електрода. Рад се не задржава само на овој констатацији, већ анализира утицај ограниченог растојања на тачност одређивања параметара двослојног тла и параметара уземљивачког система. Показано је да привидна специфична отпорност представља тежинску комбинацију отпорности слојева различитих дубина, услед чега не постоји једноставна веза између растојања електрода и дубине испитивања. Посебно је истакнуто да ограничено максимално растојање између електрода може довести до погрешне идентификације параметара, при чему се специфична отпорност дубљег слоја често потцењује, иако се измерени подаци добро апроксимирају. На основу нумеричких анализа једне уземљивачке мреже димензија 152 m x 152 m дате су и препоруке за избор максималног растојања, које треба да буде бар 3 пута веће од максималне линеарне димензије уземљивачке мреже ради поуздане процене њених параметара. С друге стране, у литератури није пронађена препорука за минимално растојање између електрода.

За добијање параметара двослојног модела тла на основу мерења извршених Венеровом методом било је неопходно развити такозване методе интерпретације, односно методе карактеризације тла. У даљем тексту ће се користити оба термина, али са истим значењем: методе интерпретације мерења специфичне електричне отпорности, односно методе одређивања електричних карактеристика земљишта, а понегде чак и методе карактеризације тла.

У извештају истраживачког пројекта [14], још из 1982. године, изведена је формула за привидну специфичну електричну отпорност ρ_a у зависности од специфичне електричне отпорности горњег слоја ρ_1 , размака између електрода a , дубине горњег слоја h и коефицијента рефлексије између слојева K :

$$\rho_a(\rho_1, a, h, K) = \rho_1 \cdot \left[1 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} K^n \left(\frac{1}{\sqrt{1 + (2nh/a)^2}} - \frac{1}{\sqrt{4 + (2nh/a)^2}} \right) \right]. \quad (2.10)$$

У изразу изнад, поједине ознаке су:

a – међусобно растојање између мерних електрода за мерење Венеровом методом,

ρ_a – привидна специфична електрична отпорност израчуната за растојање a ,

ρ_1 – специфична електрична отпорност горњег слоја,

K – коефицијент рефлексије израчунат преко једначине (2.9),

n – редни број члана реда, и

h – дубина горњег слоја.

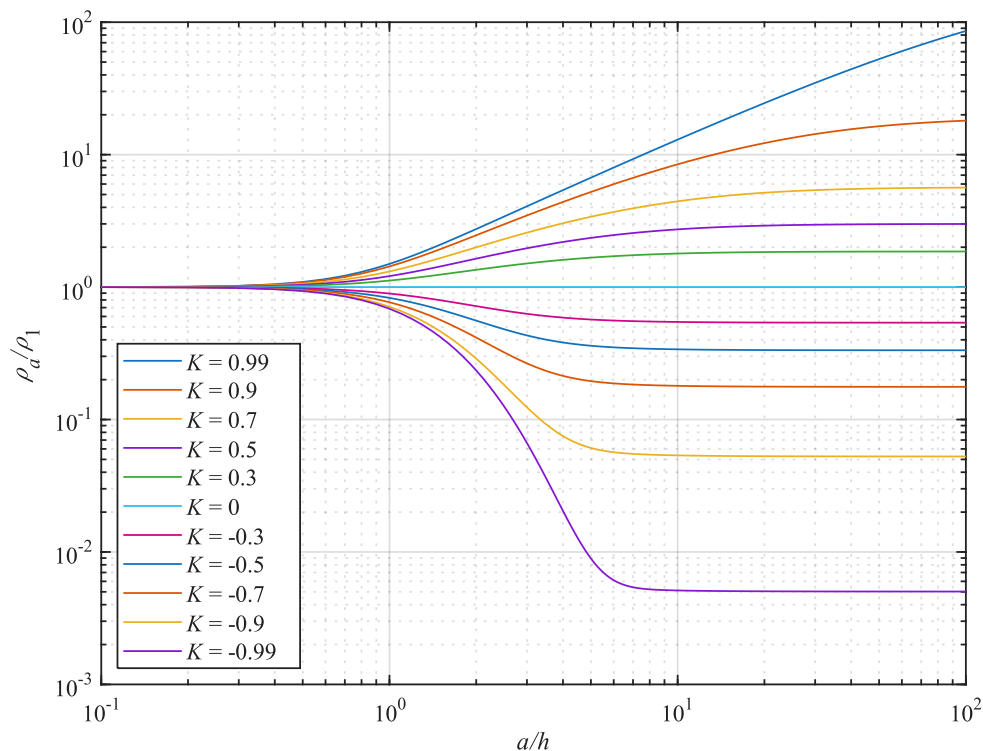
На формулу (2.10) у наставку дисертације позиваће се под термином аналитички модел двослојног тла.

Главно поједностављење које је употребљено при извођењу формуле (2.10) је да се електроде уместо реалног цилиндричног облика сматрају тачкама на површини тла. Ово је оправдано за случајеве када је испуњено $b \ll a$. Поменуто поједностављење је уведено да би се олакшало налажење решења Лапласове једначине за потенцијале тачака на површини двослојног тла, у тачкама побадања сваке од 4 мерне електроде за извођење мерења Венеровом методом.

У референци [43] је предложено да се користи коначан број елемената у суми у једначини (2.10).

2.2.2.2 Графичка метода

На почетку, за интерпретацију мерења и одређивање параметара двослојног модела тла коришћена је графичка метода [44]. Методу неки аутори такође називају методом мастер крива [15]. Мастер криве, приказане на Сл. 2.4, исцртавају се користећи израз (2.10). Метода се састоји у томе да се тежи да се исцртају тачке са мерним резултатима, а затим види које су најприближније мастер криве, а затим одреде параметри двослојног модела тла – ρ_1 , ρ_2 и h . У [10] је детаљно приказан поступак коришћења методе.



Сл. 2.4 – Мастер криве исцртане за двослојно тло, за широк спектар коефицијената рефлексије K између горњег слоја и доњег слоја бесконачне дубине

2.2.2.3 Метода опадајућег градијента

Давалибија и Блатнер су у раду [15] из 1984. год. представили методу за интерпретацију мерења специфичне отпорности земљишта на основу алгоритма опадајућег градијента. Метода је, захваљујући напретку у рачунарској техници, по први пут примењена у виду рачунарског програма. Изложеном методом интерпретације се од мерења специфичне отпорности тла, добијених применом Венерове методе, одређују параметри за двослојни модел тла.

У основи, метода минимизује критеријумску функцију следећег облика:

$$\Psi(\rho_1, h, K) = \sum_{j=1}^n \left[\frac{\rho_a^0(a_j) - \rho_a(a_j)}{\rho_a^0(a_j)} \right]^2, \quad (2.11)$$

где су:

- $\rho_a^0(a_j)$ – измерене привидне специфичне отпорности, које се добијају применом Венеровог упрошћеног (2.5) или Венеровог прецизнијег израза (2.4) на измерене привидне отпорности, и
- $\rho_a(a_j)$ – израчунате привидне специфичне отпорности применом израза (2.10),

за $j = 1, \dots, n$, где је n број растојања између мерних електрода за које су извршена мерења.

Минимизација функције изводи се алгоритмом опадајућег градијента, у којој се користе парцијални изводи израза (2.10) по ρ_1 , h и K .

Наведена метода интерпретације се користи у већини данас комерцијално доступних софтвера који имају модуле за интерпретацију и добијање двослојног модела тла интерпретацијом мерења извршених Венеровом методом. Једноставна је и робусна. Међутим, као што ће се показати у одељку 4.4.3 ова метода интерпретације даје процене слабије тачности када се примењује на специфичне карактеристике тла са плитким горњим слојем високе специфичне отпорности у односу на доњи слој. Другим речима, метода постаје непрецизна за висок негативан коефицијент рефлексије K који одликује тло. Наведено проистиче из две чињенице:

- за прорачун $\rho_a^0(a_j)$ користе се Венерови изрази засновани на представљању електрода као тачака на дубини b уместо реалног облика, што уноси непрецизност моделовања за мала растојања између мерних електрода, и
- за прорачун $\rho_a(a_j)$ користе се израз (2.10) који је изведени на основу апроксимације да су електроде реалних димензија апроксимирани тачкама на површини тла.

Превазилажење ових ограничења, односно примена модела који повећавају прецизност, представља један од главних циљева дисертације. Као што ће се видети из даљег текста дисертације, тај циљ је постигнут и остварени доприноси су објављени у [13].

2.2.2.4 SOIMP метода

Мелиопулос и Паралексопулос су 1986. у [45] представили *SOIMP* (енгл. *soil interpretation measurement program*) – методу за интерпретацију и рачунарски програм у којем је имплементирана. Мотивација за истраживања је била да се оствари препознавање лоших мерних тачака и да се оне приликом интерпретације на основу статистичких параметара те мерне тачке одбаце или њихов значај умањи. У вези са тим, стварно тло на коме се изводе мерења готово никад није идеално двослојно, односно математички двослојан модел тла је апроксимација реалне ситуације, па измерене вредности могу бити последица саме мерне грешке или одступања карактеристика реалног тла од идеализације двослојним тлом. Наведено истраживање је оријентисано на идентификацију сумњивих вредности, које су добијене Венеровом, Шлумбергер-Палмеровом и методом побијања шипке, чији значај у методи за карактеризацију тла треба умањити применом мањих тежинских фактора.

За израчунавање вредности ρ_1 , ρ_2 и h у математичком оптимизационом алгоритму за решавање инверзног проблема, не користе се претходно наведене једначине, као што је (2.10), већ модел изнет у [46]. Модел је остварен дељењем електрода у земљи на мале сегменте, за које се затим за сваки појединачни сегмент рачуна сопствена отпорност и међусобне отпорности између свака два сегмента.

С друге стране, приступ за математички оптимизациони алгоритам је врло сличан приступу у методи опадајућег градијента. Циљ је да се добију такви параметри двослојног

модела тла, чијим се уврштавањем у примењени математички модел добијају израчунате привидне специфичне отпорности за које важи да им је што мања сума квадрата релативних разлика од стварних (мерених) привидних специфичних отпорности. Конкретно, примењена је метода пондерисаних најмањих квадрата. Критеријумска функција која се минимизује гласи:

$$\Psi(\rho_1, \rho_2, h) = \sum_{i=1}^n w_i^2 (R_i - R_{mi}(\rho_1, \rho_2, h))^2, \quad (2.12)$$

у којој су:

n – укупан број мерења,

R_i – измерена привидна отпорност за мерење i ,

R_{mi} – привидна отпорност израчуната из модела за мерење i , и

w_i – тежински фактор који се добија као инверзна вредност R_i .

За овај поступак је такође потребно познавање парцијалних извода. Међутим, за разлику од претходно приказане методе опадајућег градијента, рачунају се парцијални изводи моделованих привидних отпорности из модела:

$$\frac{\partial R_{mi}}{\partial \rho_1}, \frac{\partial R_{mi}}{\partial \rho_2} \text{ и } \frac{\partial R_{mi}}{\partial h} \quad (2.13)$$

уместо парцијалних извода моделованих привидних специфичних отпорности.

Даље, наведено је да је конвергирање поступка знатно брже уколико се R_i и R_{mi} у једначини (2.13) замене са $\log R_i$ и $\log R_{mi}$.

Истраживања објављена у [45] су базирана на мерењима на умањеним моделима. Највеће релативно одступање интерпретираних вредности параметара у односу на стварне добијено је за дубину горњег слоја. Одступање је правдано мерном грешком, непрецизним позиционирањем мерних електрода и да није извршен довољан број мерења. Додатни разлог за појаву одступања су локалне промене специфичне електричне отпорности земљишта, поготову у зони око места побадања електрода. У том смислу, констатовано је да је очекивано да се јаве лоша мерења и да је те тачке потребно одстранити из критеријумске функције. Изнет је предлог да се она у оквиру методе препознају и изоставе из критеријумске функције, односно како да се њихов значај умањи из интерпретације и то користећи тежинске факторе који се изједначавају са инверзном вредношћу стандардне девијације.

Иако је метода поменута у стандардима [10] и [22] и наведена као референца у одељку о методама за интерпретацију, ипак је за практичну употребу примењена само метода опадајућег градијента.

2.2.2.5 Вишеслојни модел тла

Структура специфичне електричне отпорности тла може бити и сложенија од двослојног. Постоје примери да се специфична отпорност по дубини мења као функција дубине. Математичка анализа је дата у [44] за експоненцијалну промену специфичне

отпорности са дужином у односу на специфичну отпорност ρ_0 на самој површини. Примера ради, промена исушености односно састава влаге тла доведиће до такве континуалне промене специфичне отпорности.

За трослојни модел тла важи да се уводе два слоја коначних дубина, h_1 и h_2 , и константних специфичних електричних отпорности, ρ_1 и ρ_2 , а затим испод њих и трећи слој бесконачне дубине и константне специфичне електричне отпорности ρ_3 . Могуће је и да се у неком дубинском слоју специфична отпорност тла мења континуално по неком аналитичком изразу. У општем случају разматрање може да се прошири на n слојева.

Сунде у [44], а затим и Такахаши и Кавасае у [47], приказали су извођење аналитичког математичког модела за уопштени вишеслојни модел тла, а који је примењив за интерпретацију мерења Венеровом методом. Модел се темељи на израчунавању Беселових функција, које су рачунски захтевне, што посебно продужава рачунарско време извршења у случајевима примене алгоритама у којима се користе итеративне методе одређивања параметара. Обе поменуте референце, [44] и [47] су релативно дуго присутне у литератури – респективно су из 1986. и 1990. године. Од тада није било даљих фундаменталних промена што се тиче математичког модела двослојног односно вишеслојног тла код кога долази до промене специфичне електричне отпорности по дубинској координати. Полазна претпоставка је иста као и код извођења за двослојно тло: електроде се посматрају као тачке на површини тла и решава се Лапласова једначина. Сви даљи радови представљају надоградње на ову полазну поставку. Референце које се тичу метода вештачке интелигенције су само примена алгорита који трага за параметрима који задовољава математичке моделе који су изнети у наведеним фундаменталним референцама.

Уколико постоји знатна нехомогеност која онемогућава да се тло у практичним разматрањима посматра као хомогено, или чак двослојно, може се увести модел са три или више слојева. Овакав пример може да се нађе у [48], где су Давалиби и Барбеито, за 2 конкретна уземљивачка система из праксе, приказали анализу и поређење мерених вредности ρ_a са вредностима добијеним као резултат примене различитих двослојних и вишеслојних модела тла, чији су параметри одређени кроз процес идентификације параметара тла. Посматрани мерени и рачунати параметри били су специфична отпорност земљишта, отпорност распростирања и напон корака. Један од главних закључака из рада је да се у посматраном случају не може користити хомогени модел тла. Мерени параметри уземљивача показали су добро поклапање са онима који се добијају из прорачуна у којем је примењен двослојни модел тла, иако се мерни резултати за специфичну отпорност тла ρ_a боље поклапају са апроксимацијама тла са више од 2 моделована слоја.

Нахман и Саламон су у [49] изложили поступак за идентификацију параметара тла полазећи од мерења помоћу шипке побијене у вишеслојно тло.

2.2.2.6 Математички и алгоритми машинског учења

У литератури постоји мноштво радова у којима се анализирају математички поступци за идентификацију карактеристика тла (тј. за тражење решења инверзног проблема потраге за параметрима модела тла који дају најбоље поклапање са мерним резултатима).

Дел Аламо је у раду [50] 1991. године представио методу за процену параметара тла двослојног тла коришћењем технике градијента другог реда. Као што је већ напоменуто, заједничко за све референце које ће бити изнете у овом одељку је што користе различите математичке методе оптимизације при трагању за параметрима, али да све у својој основи имају исти математички модел вишеслојног тла. Дел Аламо је две године касније у раду [51] изнео анализу различитих нумеричких приступа за вршење интерпретација мерења, односно претраге за параметрима, али опет користећи исти аналитички модел тла који је изложен у

другим претходно цитираним референцама. Слично важи за референцу [52] која је новијег датума (2018. година), у којој су аутори примењивали Квази-Њутнове методе за естимацију параметара двослојног тла.

У скорије време, као и у многим другим дисциплинама, користи се машинско учење, да би се убрзало добијање параметара вишеслојног модела тла из резултата извршених електричних мерења.

У [53] је приказано одређивање параметара модела вишеслојног тла коришћењем генетског алгоритма. У [54] је приказана примена диференцијалног еволуционог алгоритма приказана за одређивање параметара вишеслојног модела тла. У [55] је представљена примена тзв. методе комплексног лика која је искоришћена за процену параметара вишеслојног тла. У раду [56] аутора Јанга и Жуа може се наћи додатни пример истраживања у циљу развоја поступака за што брже или што тачније одређивање параметара двослојног односно вишеслојног земљишта. У том раду је представљена метода за интерпретацију и добијање параметара вишеслојног тла брзом евалуацијом привидних специфичних отпорности и њихових извода.

У [57] приказано је испитивање и поређење разних метода за решавање инверзног оптимизационог проблема трагања за параметрима двослојних и трослојних модела тла. Приказане су методе генетског алгоритма, диференцијалне еволуције, оптимизација подучавање-учење, вештачка пчелиња колонија, итд.

Референца [58] приказује интерпретацију и одређивање параметара вишеслојног модела тла користећи такозване електростатичке ликове.

Међутим, ни у једном од ових радова се не узима реална геометрија мерних електрода, већ се и даље примењују базни аналитички математички модели и поједностављења примењена у формулама изведеним и представљеним у [14], [15] и [33] за двослојно, односно [44] и [47] за вишеслојно тло.

2.2.2.7 Практични проблеми интерпретације

Постоје екстремни случајеви тла када су примене метода интерпретација отежане, односно комбинацијом примене Венерове мерне и методе опадајућег градијента практично није могуће доћи до нивоа тачности процене карактеристика тла која се постиже за уобичајене врсте тла. У земљишту са веома танким површинским слојем који има знатно већу специфичну отпорност од нижег слоја, неопходно је извршити мерења за врло кратке размаке a који би приближно одговарали дубини горњег слоја. У том случају услов $b \ll a$ постаје практично неприменљив из разлога што није практично могуће довољно смањити дубину побадања електрода, а да оне остану механички и електрично у добром контакту са тлом чије се карактеристике мере.

При мерењу, дубина убадања електрода b је обично 20 cm. Венерова метода и методе интерпретације тачне су за случајеве довољно великих размака a између електрода, односно када је $b \ll a$. У већини практичних случајева, где је очекивана дубина горњег слоја $h \geq 1$ m, нема потребе да се врше мерења на малим размацима a (мањим од 1 m). Ипак, у случају земљишта са веома танким површинским слојем који има знатно већу специфичну електричну отпорност од оне нижег слоја (на пример, услови пустињског тла), потребна су мерења на малим размацима a . Анализи ових случајева је посвећен највећи део истраживања у дисертацији и у вези са тим је остварен и публикован допринос [13]. Мотивација за истраживања је искуство приликом интерпретација мерења наведених у [6], извршених Венеровом методом на неким од експерименталних локација у УАЕ. У наведеној референци, интерпретације су вршене коришћењем софтвера *CYMEGrd* [7]. Притом су се јавиле следеће тешкоће:

- немогућности инјектирања струје за одређена мерења, највероватније услед врло високе специфичне отпорности песковитог горњег слоја испитиваног тла, и
- изразите девијације појединих мерних тачака, које нису успевале да се уклопе у општи тренд кривих за двослојни модел тла.

2.2.3 Експерименти са умањеним моделом

За мерење специфичне отпорности узорака (хомогеног) тла, у литератури су присутне методологије као што је описано у [22], које се првенствено ослањају на оне изнете у стандарду *ASTM G57* [59]. Мерна конфигурација је слична оној која је направљена током лабораторијских истраживања у оквиру ове дисертације (сонде са алуминијумским дисковима у Прилогу 3). Разлика је у томе што напон није мерен између струјних електрода, већ између додатних потенцијалних електрода које су постављене између струјних електрода. Специфична отпорност узорка тла се израчунава према изразу

$$\rho = \frac{R \cdot a}{A}, \quad (2.14)$$

где су:

ρ – специфична отпорност узорка тла у Ωcm ,

R – измерена отпорност у Ω , добијена као однос измереног напона између убодених потенцијалних електрода и мерне струје,

a – растојање потенцијалних електрода у cm , и

A – површина попречног пресека кутије нормалног на ток струје у cm^2 .

Даље, у [60] је приказано мерење електричних карактеристика (комплексне импедансе) два природна силикатна песка за распон фреквенција мерне струје. Мерења су вршена у кутији од плексигласа са електродама на две наспрамне стране. Електроде се користе и за инјектирање мерне струје и да мери напон између њих (форма кондензатора са паралелним странама). Притом, електрода за инјектирање струје, за разлику од наспрамне електроде у коју се струја стиче, има око себе на истом потенцијалу такозвану заштитну электроду (енгл. *guard electrode*) у складу са стандардом [61]. Овим техничким решењем се постиже да електрично поље буде униформно, а линије струје праве и паралелне.

Експериментална мерења Венеровом методом на умањеном моделу двослојног тла изложена су у раду [62]. Бетонско дно фиксне дебљине је сачињавало доњи слој, док је горњи слој представљала насута течност. На тај начин је било могуће једноставно варирати дубину горњег слоја. Мерењима је добијен коефицијент рефлексije од 0,5 између посматраних слојева. Другим речима, доњи слој сачињен од бетонског дна електролитичке каде дебљине око 76 cm имао је око 3 пута већу специфичну отпорност од горњег слоја сачињеног од течности. Аутори су навели да су дужина и ширина бетонске каде око $180 \times 120 \text{ cm}$, као и да су до ових димензија дошли тако што је оцењено да се за две линијске електроде дужине 2,54 cm има да њихова заједничка отпорност распрострања износи половину отпорности распрострања једне ако им се међусобно растојање повећа на 38 cm , тј. за наведено растојање се узело да може да се посматра као да су електроде бесконачно удаљене једна од друге. У раду је дат график на којем су упоређене теоријски прорачунате привидне специфичне отпорности са онима измереним Венеровом методом за 3 случаја:

- 1) са голим унутрашњим бочним зидовима бетонске електролитичке каде,
- 2) са унутрашњим бочним зидовима бетонске електролитичке каде обложеним проводним материјалом, и
- 3) са унутрашњим бочним зидовима бетонске електролитичке каде обложеним добрим изолатором.

Примећено је да вредности привидних специфичних отпорности из првог случаја не одударају више од 5% од теоријских. Главни недостатак овако оствареног експерименталног модела тла лежи у чињеници да са посматраном структуром није могуће да се добије модел двослојног тла какав је од посебног интереса за тему истраживања дисертације - код којег је горњи слој веће специфичне отпорности од доњег.

2.2.4 Примена *FEM* за одређивање електричних карактеристика тла

У последњих неколико деценија, дошло је до убрзаног повећања рачунарских ресурса, што је омогућило брзу и ефикасну примену различитих нумеричких метода и комплексних математичких алгоритама.

Доступност софтвера на бази *FEM* је унела квалитативну промену у приступу. Њеном применом аналитичке форме, евентуално праћене графицима за одређивање параметара у изразима, престају да буду неминовност. Корак даље, модулима у *FEM* софтверима који решавају расподелу струја и потенцијала, уз пратећу софтверску обраду података, умањују потребу и значај наменски писаних програма за прорачун расподеле струја и потенцијала, као и вредности отпорности распростирања уземљивача, напона додира и напона корака.

Приступ за коришћење *FEM*, као што је већ наведено, коришћен је у [63] и [64], али за проверу тачности других различитих нумеричких метода за процену стратификације земљишта. Другим речима, методе на бази *FEM* користе се само као помоћан алат за проверу резултата из других алата, а не као саставни елемент итеративне методе за процену параметара као што ће у дисертацији бити случај.

У [39] је анализирано коришћење Венерове методе, али са распоредом у којем електроде нису пободене колинеарно. Рад приказује и одређивање параметара вишеслојног тла, али са аналитичким изразима као из [47], али прилагођеним за неколинеарни распоред електрода, за везу између параметара вишеслојног тла и вредности ρ_a .

2.2.5 Закључак прегледа литературе за одређивање електричних карактеристика тла

Сумарно, радови из научно-стручне литературе могу да се класификују у неколико група:

1. мерне методе и развој геометријског коефицијента за прорачун привидне специфичне отпорности полазећи од измерене привидне отпорности и пратећих геометријских параметара одабране мерне методе – код Венерове методе је то зависност $\rho_a(a, b, R_a)$,
2. уважавање спољашњих утицаја на мерне резултате (присуство укопаних металних објеката, индуктивности итд.),
3. развој математичког модела за одређивање параметара тла, тј. зависност $\rho_a(a, h, \rho_1, \rho_2)$ за двослојни модел тла, односно у општем случају $\rho_a(a, h_1, h_2, \dots, h_{n-1}, \rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n)$ за вишеслојни модел тла са n слојева,
4. развој математичког апарата односно различитих алгоритама за одређивање параметара одабраног модела – решавање проблема инверзне оптимизације –

одређивање $h_1, h_2, \dots, h_{n-1}, \rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$ из вредности ρ_a одређених из више мерења за различита растојања a ,

5. оптимизација постојећих алгоритама и/или употреба савремених метода машинског учења/вештачке интелигенције за интерпретацију мерења односно решавање проблема инверзне оптимизације,
6. даљи развој модела у смислу укидања одређених упрошћења да би, осим за стандардне врсте тла, био примењив на посебне случајеве, и
7. примена методе коначних елемената (*FEM*).

Интензивна истраживања и развој у вези са тачкама 1–4 спровођени су још у осамдесетим и деведесетим годинама прошлог века, уводећи одређене апроксимације и уважавајући ограничења тог времена у погледу рачунарских ресурса и перформанси потребних за ефикасно нумеричко решавање. У данашње време, фокус научних радова у овој области је на примени захтевнијих нумеричких техника које не представљају проблем за доступне много моћније рачунаре. Међутим, савремене нумеричке технике и методе машинског учења и даље се примењују на исте утврђене базичне математичке моделе тла. С тим у виду, приказани су највећи идентификовани недостаци у погледу постојеће методологије за карактеризацију тла у погледу метода за мерење и за интерпретацију:

- у пракси се најчешће користи упрошћени Венеров израз за привидну специфичну отпорност (2.5), који је изведен за: 1) тачке на дубини b уместо за стваран облик електрода и за 2) претпостављену испуњеност услова $b < 0,1a$, па се b занемарује, и
- у итерацијама оптимизационих метода привидна специфична отпорност одређена из измерене привидне отпорности у претходној тачки, користи за упоређивање са вредношћу која се израчунава из аналитичког модела тла помоћу једначине (2.10), изведене за тачке на површини тла уместо стварног облика електрода.

Спајање наведена два недостатка у практичној употреби поступка за одређивање карактеристика тла доводе до непрецизности у естимацији за тло које има врло плитак горњи слој високе специфичне отпорности, за чију би детекцију била потребна мерења Венеровом методом на малим растојањима између електрода, када услов $b < 0,1a$ не важи. Са Сл. 2.3 је очигледно да за растојања између електрода мања од 1 m може доћи до значајних одступања у зависности од одабраног израза за израчунавање привидне специфичне отпорности.

Прегледом доступне литературе није пронађена ниједна референца у којој се *FEM* непосредно користи у оквиру методе за интерпретацију, већ евентуално као испомоћ за проверу резултата неке друге методе.

У дисертацији је развијена и изложена нова метода за карактеризацију земљишта која решава наведене идентификоване недостатке. 3Д *FEM* рачунарским симулацијама превазиђена су ограничавања дубине побијања електрода која су била изазвана апроксимацијама у примени до сада примењиваног поступка базираног на Венеровој мерној методи.

2.3 Напон додир

Најчешћи квар у електроенергетској мрежи је једнофазни кратак спој. Једнофазни кратак спој обично значи контакт фазног проводника са:

1. металним деловима опреме која у нормалном погону није под напоном, а који су галвански повезани са системом уземљења, или
2. директно са земљом.

Претходно је већ споменуто да се проводник уземљивача термички димензионише према половини укупне троструке вредности нулте компоненте струје квара. Такође, речено је и да струја квара само једним делом са уземљивача отиче у земљу или се прихвата из земље. Други део може да се одводи земљоводним ужетом, као што је приказано у [2]. Дисертације се неће бавити прорачуном струје квара и одређивањем њене компоненте која протиче кроз уземљивач.

Током трајања једнофазног земљоспојног квара, струја из уземљивачког система истиче у околно тло. Последично, расте потенцијал уземљених металних делова који сачињавају уземљивачки систем у односу на потенцијал референтне земље. Наведени пораст потенцијала се означава као напон уземљивача (енгл. *GPR – ground potential rise*). У правилнику [3], напон уземљивача дефинише се као разлика потенцијала уземљивача и референтне земље. Као резултат протицања струје кроз тло у околини уземљивача повећава се и потенцијал тачака на површини тла у близини уземљивачког система. Метални делови опреме који у нормалном погону нису под напоном, а који су галвански повезани са системом уземљења, током земљоспоја долазе на потенцијал уземљивача.

Људи и животиње на тај начин потенцијално бивају изложени такозваним напонима корака и додира, који зависе од расподеле потенцијала на површини тла.

Напон корака зависи од потенцијала у тачкама на површи тла које су међусобно удаљене за растојање које може да се премости кораком (усвојено је 1 m). Напон додира зависи од потенцијала уземљивача и потенцијала тачака на којима човек стоји.

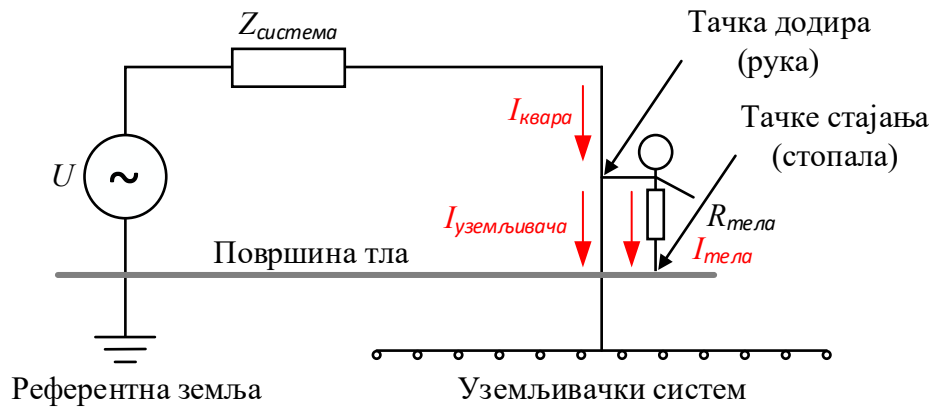
Имајући у виду да је потенцијал на површи тла променљив, напон додира и напон корака који од њега зависе су променљиви. Имајући у виду да човек може да дође до потенцијала уземљивача само ако додирује уземљено кућиште уређаја, распоред опреме у електроенергетском постројењу утиче на вредности напона додира којима може бити изложен човек. Напоне додира треба проверити за позиције које су удаљене 1 m од изложених уземљених металних делова, који су у галванском споју са системом уземљења. У приступима у литератури, не улази се у разматрање распореда опреме у постројењу, већ се прорачунавају напони додира за потенцијално најопасније тачке, односно за тачке у којима се јавља највећа вредност разлике потенцијала уземљивача и потенцијала тачке на површи тла. Дакле, да би се израчунале вредности напона додира и напона корака, потребно је познавати отпорност распростирања уземљивача и потенцијале тачака на површини тла.

Дозвољене вредности напона корака и напона додира зависе од времена искључења квара, односно реаговања заштите, али и од отпорности тла и опционог материјала на његовој површини.

Преглед литературе везано за напон додира ће бити свеобухватан, јер је један од два главна доприноса рада, приказан у поглављу 5 дисертације, побољшање тачности постојећих приближних метода за прорачун напона додира. У одељку 2.3 се дискутује о: упрошћењима везано за посматрано електрично коло квара – апроксимацију Тевененовим генератором, прорачун отпорности распростирања уземљивача, упрошћења везано за импедансу људског тела, отпорност распростирања стопала, уважавање односно занемаривање контактне отпора.

2.3.1 Електрично коло квара – приступ из стандарда

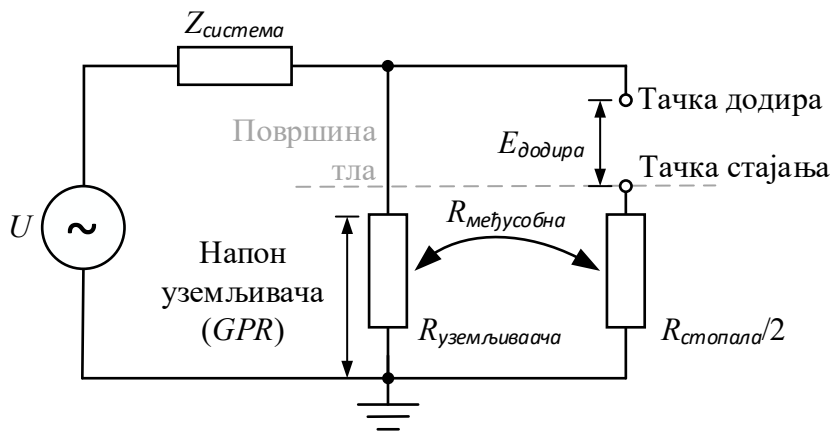
Упрошћено еквивалентно коло струје квара за напон додира при једнофазном кратком споју у складу са разматрањима у [10], [65] и [66] приказано је на Сл. 2.5.



Сл. 2.5 – Еквивалентно коло квара за напон додира при земљоспоју

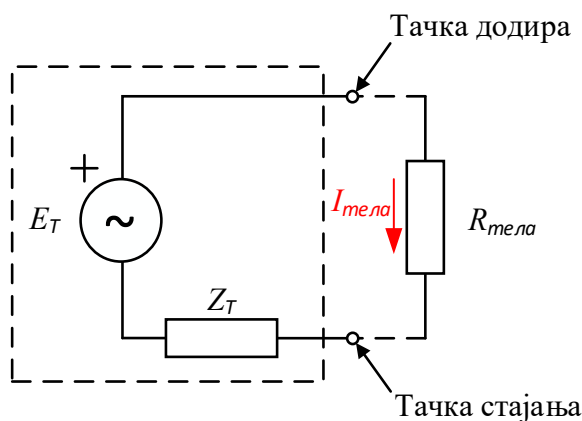
На Сл. 2.5, U представља укупну ефективну вредност напона у струјном колу квара (фазни напон). Укупна струја квара $I_{квара}$ дели се на струју која истиче кроз уземљивач $I_{уземљивача}$ и струју која протиче кроз тело особе $I_{тела}$. У стандарду и наведеним референцама, објашњен је приступ који се базира на примени Тевененовог генератора који се повезује између тачака додира и стајања.

На Сл. 2.6 представљено је коло које служи као међукорак за увођење еквивалентног Тевененовог генератора. Коло представља ситуацију која се има за време трајања квара, а без присуства особе која би додиривала изложену опрему под напоном. Коло представља оно што се види између тачака додира и стајања и између њих постоји напон отворене везе $E_{додира}$ (који се у домаћој литератури назива потенцијална разлика додира [3]) која је другачија од напона додира који се има када особа додирне изложену опрему под напоном, чиме се у електричну шему између тачке додира и стајања везује импеданса тела изложене особе.



Сл. 2.6 – Коло које се види из тачака додира и стајања, нацртано према слици из [10]

Затим, као финални корак, уводи се еквивалентирање кола са Сл. 2.6 Тевененовим генератором што је приказано на Сл. 2.7. Еквивалентним колом се предвиђа да је еквивалентни извор напона једнак напону отвореног кола, односно напону између две наведене тачке за случај када није присутна особа која би могла да дође у контакт са изложеним електропроводним деловима у наведеној тачки додира и да стоји на стајним тачкама. Наведени напон отворене везе се назива потенцијална разлика додира $E_{додира}$. Потенцијална разлика додира $E_{додира}$ једнака је разлици напона уземљивача и потенцијала стајне тачке на површини тла. Напон уземљивача једнак је разлици потенцијала уземљивача и потенцијала удаљене тачке референтне земље.



Сл. 2.7 – Еквивалентан Тевененов генератор за напон додира, нацртано према слици из [10]

Ознаке на слици изнад имају следеће значење:

E_T – напон Тевененовог генератора,

Z_T – импеданса Тевененовог генератора,

$R_{\text{тела}}$ – отпорност тела особе (у литератури се користи индекс „B“ који потиче од енгл. речи за тело – „body“), и

$I_{\text{тела}}$ – струја кроз тело особе изложене напону додира.

Са Сл. 2.7 је јасно да израз за струју кроз тело особе изложене напону додира гласи:

$$I_{\text{тела}} = \frac{E_T}{Z_T + R_{\text{тела}}} \quad (2.15)$$

Начин на који је објашњено одређивање еквивалентне импедансе Тевененовог генератора (слика 2.6) није усклађен са основним постулатима основа електротехнике. Примера ради, није јасно ни шта представља величина „међусобна отпорност“, нити како се она одређује. Такође, није приказано на основу којег разматрања се закључује да „међусобна отпорност“ може да се занемари. Даље, ако се $R_{\text{међусобна}}$ занемари, са Сл. 2.6 није јасно како тачка стајања долази на потенцијал који је виши од потенцијала референтне земље. Када је коло отворено између тачке стајања и тачке додира, у тој грани не тече струја и тачка стајања практично је на потенцијалу референтне земље. У дисертацији се даје потпуно другачији приступ, који прати законитости из основа електротехнике.

Према важећем приступу у стандарду [10], за вредност напона Тевененовог генератора се узима да је једнака вредности потенцијалне разлике додира ($E_{\text{додира}}$), једнаке разлици потенцијала уземљивача и потенцијала тачке на површи тла. Даље, за импедансу Тевененовог генератора (Z_T) узима се да је у питању искључиво активна отпорност $R_{\text{екв.}}$ и да је једнака отпорности распрострањања од оба стопала до референтне земље (упрошћено, ова отпорност је једнака половини отпорности једног стопала, $R_{\text{стопало}}/2$).

Дакле, израз за прорачун напона додира из стандарда гласи:

$$U_{\text{додира}} = \frac{E_{\text{додира}} \cdot R_{\text{тела}}}{R_{\text{тела}} + R_{\text{екв.}}} \quad (2.16)$$

Строго гледано са Сл. 2.6, електромоторна сила Тевененовог генератора једнака је:

$$E_T = \frac{U \cdot R_{\text{уземљивача}}}{R_{\text{уземљивача}} + Z_{\text{система}}}, \quad (2.17)$$

а импеданса Тевененовог генератора:

$$Z_T = \frac{R_{\text{уземљивача}} \cdot Z_{\text{система}}}{R_{\text{уземљивача}} + Z_{\text{система}}} + R_{\text{стопало}} / 2. \quad (2.18)$$

Узимајући у обзир да је импеданса система ($Z_{\text{система}}$) много мања од отпорности распрострања уземљивача, једначине (2.17) и (2.18) своде се на (2.16).

Као што ће се показати у делу рада са симулацијама и њеним резултатима, потенцијал уземљивача се може одредити без укључивања у модел отпорности распрострања паралелне везе два стопала, већ само на основу струје која протиче кроз уземљивач. Напон додира се у следећем кораку одређује из разделника напона на паралелној вези отпорности распрострања два стопала до референтне земље и импеданси тела, при чему је напон који се доводи на разделник једнак потенцијалној разлици додира $E_{\text{додира}}$. Резултати комплексних симулација ће бити основа за дискусију и оправдање за овакав приступ.

За израчунавање наведених вредности, напона уземљивача и потенцијала стајне тачке на површини тла, за неке топологије уземљивачких система постоје аналитичке формуле или графици. Друга могућност за израчунавање напона уземљивача и потенцијала стајних тачака је коришћење специјализованих софтвера или општих *FEM* софтверских алата. Пораст потенцијала уземљивача и пораст потенцијала тачака на површини земље последице су струје квара, односно земљоспоја, која би се рачунала према Стандарду [31].

У [67] је приказано поређење резултата прорачуна за безбедносне критеријуме између два стандарда – *IEEE 80* и *IEC 479-1*.

Посматрано целокупно, струја квара се од места квара враћа ка неутралној тачки система који представља извор струје. Расподела струје квара у земљи тада зависи чак и од геометрије надземних водова. Расподела струје у земљи у присуству надземних водова кроз које теку наизменичне струје је комплексан проблем. Дисертација се неће бавити поменути ефектом, али се читалац упућује на поглавље 3.5 у књизи [68] професора Мелиопулоса у којем су детаљно објашњени ефекти повратне путање струје кроз земљу у присуству надземних водова кроз чије проводнике протичу наизменичне струје. Наизменична струја се на комплексан начин простире кроз земљу. За присуство само једног проводника изнад земље, кроз који протиче наизменична струја, повратна струја кроз земљу је расподељена тако да је густина струје, гледано у равни управну на проводник, највећа при површини тла, одмах испод проводника и смањује се са удаљеношћу од проводника. У референци [68] су дати упрошћени изрази за два приближна решења. Ситуација је још комплекснија за трофазни надземни вод. Ефекат повратне струје кроз земљу утиче на укупну реактансу, а уважава се кроз еквивалентну дубину повратка, односно дубину у метрима за еквивалентни проводник који замењује земљу [2] [68]:

$$D_e = 660 \sqrt{\frac{\rho}{f}}. \quad (2.19)$$

Међутим, овај параметар извесно утиче на индуктивност петље квара у виду контуре која се ствара између надземног вода и еквивалентног проводника кроз земљу, а тиме и на струју квара. У литератури [2] се могу наћи упрошћења из којих следи да се за мрежну учестаност може занемарити утицај магнетног поља на расподелу струја кроз земљу. Дакле, утицај магнетног поља се занемарује при одређивању расподеле струје квара из уземљивача кроз земљу, а последично и на све параметре уземљивачког система.

2.3.2 Отпорност распрострања уземљивача

Како би се израчунао напон додира, неопходно је познавање вредности отпорности распрострања уземљивача, односно напона уземљивача (*GPR*). Напон уземљивача једнак је производу отпорности распрострања уземљивача и струје уземљивача.

Од четрдесетих и педесетих година прошлог века, па све до осамдесетих и деведесетих, главни приступ за прорачун отпорности распрострања уземљивачких система састојао се од тога да се изведу аналитички изрази, при чему се полазило од основних облика електрода у тлу и напредовало ка све компликованијим. Притом, коефицијенти који фигуришу у изведеним аналитичким изразима емпиријски су подешавани тако да добијене вредности помоћу формуле буду што ближе вредностима одређеним детаљнијим електромагнетским прорачунима помоћу софтвера. Додатна могућност за подешавање коефицијената су експериментално добијене вредности на стварним уземљивачким системима.

Дакле, у пракси су већ дуже време присутне једноставне формуле за одређивање отпорности распрострања за различите геометрије уземљивачких система. За већину се могу наћи одговарајући изрази у стандарду [10] почевши од једноставнијих, као што су цев/шипка, трака, контура, па све до сложенијих мрежних уземљивача са великим бројем такозваних окаца и који покривају велике површине, а какви су уобичајени за електроенергетска постројења и подстанице.

Даље, у литератури се могу наћи упрошћени изрази за израчунавање отпорности распрострања уземљивача како у хомогеном, тако и у двослојном, па и у вишеслојним моделима тла.

Постепено је направљен померај парадигме од директног развоја аналитичких израза ка нумеричким методама а првенствено методи коначних елемената. Осврт на примену *FEM* за анализу безбедности уземљивачких система, односно одређивање отпорности распрострања и напона корака биће дат у одељку 2.3.8.

2.3.2.1 Аналитички изрази

Овде ће бити приказане основне аналитичке формуле из литературе за отпорности распрострања базичних уземљивачких елемената у хомогеном тлу специфичне електричне отпорности ρ . Формуле су махом сакупљене, систематизоване и предложене у стандарду [10]. Селекција израза је дата у складу са експерименталним уземљивачким системима који су анализирани у дисертацији у одељку 6.4.

Израз за отпорност распрострања цевног уземљивача са горњим базисом у висини површине тла, заснован на методи средњег потенцијала [69], [70]:

$$R_{\text{цев}} = \frac{\rho}{2 \cdot \pi \cdot L} \cdot \left(\ln \left(\frac{8 \cdot L}{d} \right) - 1 \right), \quad (2.20)$$

где су:

L – дужина цеви, и

d – пречник цеви.

Израз за једноставан правоугаони контурни уземљивач гласи [69] [71]:

$$R_{\text{контура}} = \frac{\rho}{\pi \cdot L} \cdot \ln \left(\frac{(a + \sqrt{a^2 + b^2}) \cdot (2 \cdot b + \sqrt{a^2 + 4 \cdot b^2})}{2 \cdot r_e' \cdot b} \right), \quad (2.21)$$

$$r_e' = \sqrt{r_e \cdot 2 \cdot h}, \quad (2.22)$$

$$r_e = 0,34 \cdot q + 0,25 \cdot p, \quad (2.23)$$

где су:

a – дужина контуре,

b – ширина контуре,

p – дужина попречног пресека Fe/Zn траке,

q – ширина попречног пресека Fe/Zn траке,

h – дубина укопавања контуре, и

r_e – еквивалентан полупречник пресека траке контуре.

Свраков израз за уземљивачку правоугаону мрежу гласи [10], [72]:

$$R_{\text{мрежа}} = \rho \cdot \left[\frac{1}{L_T} + \frac{1}{\sqrt{20 \cdot A}} \cdot \left(1 + \frac{1}{1 + h \cdot \sqrt{20 / A}} \right) \right], \quad (2.24)$$

где су:

L_T – укупна дужина свих укопаних проводника који сачињавају правоугаону уземљивачку мрежу,

A – површина коју правоугаона уземљивачка мрежа захвата, и

h – дубина укопавања правоугаоне уземљивачке мреже.

Сунде [44] и Риденберг [73] извели су израз за отпорност распростирања читавог уземљивачког система када се има спој уземљивачке мреже (отпорност распростирања – $R_{\text{мрежа}}$), свих уземљивачких цеви (отпорност распростирања – $R_{\text{цеви}}$) и отпорности која уважава међусобни утицај између мреже и колекције цеви (отпорност распростирања – $R_{\text{међусобно}}$) [10]:

$$R_{\text{систем}} = \frac{R_{\text{мрежа}} \cdot R_{\text{цеви}} - R_{\text{међусобно}}^2}{R_{\text{мрежа}} + R_{\text{цеви}} - 2 \cdot R_{\text{међусобно}}}. \quad (2.25)$$

Шварц [74] је затим извео формуле за појединачне отпорности распрострања из горњег израза и то:

- за правоугаону мрежу:

$$R_{\text{мрежа}} = \frac{\rho}{\pi \cdot L_C} \cdot \left[\ln\left(\frac{2 \cdot L_C}{a'}\right) + \frac{k_1 \cdot L_C}{\sqrt{A}} - k_2 \right], \quad (2.26)$$

- за колекцију укопаних цевних уземљивача:

$$R_{\text{цеви}} = \frac{\rho}{2 \cdot \pi \cdot n_R \cdot L_R} \cdot \left[\ln\left(\frac{4 \cdot L_R}{b}\right) - 1 + \frac{2 \cdot k_1 \cdot L_R}{\sqrt{A}} \cdot (\sqrt{n_R} - 1)^2 \right], \quad (2.27)$$

- за међусобну отпорност између правоугаоне мреже и колекције цеви

$$R_{\text{међусобно}} = \frac{\rho}{\pi \cdot L_C} \cdot \left[\ln\left(\frac{2 \cdot L_C}{L_R}\right) + \frac{k_1 \cdot L_C}{\sqrt{A}} - k_2 + 1 \right], \quad (2.28)$$

где ознаке у горње две формуле измају следеће значење:

L_C – укупна дужина свих повезаних проводника,

$a' = \sqrt{a \cdot 2h}$ за проводнике укопани на дубини h или

$a' = a$ за проводнике на површини тла,

$2a$ – пречник проводника,

A – површина коју заузима правоугаона мрежа, и

k_1, k_2 – коефицијенти који се одређују са графика из [74].

У [75] и [76], проф. Нахман и Саламон, извели су проширење Шварцових аналитичких израза (2.26)–(2.28), како би могло да се уважи двослојно тло. Проширење је изведено на бази поређења резултата нових аналитичких израза са резултатима програма из [77] којим може да се прорачуна отпорност распрострања уземљивача у двослојном тлу.

У [78] приказани су даљи аналитички изрази за прорачун отпорности распрострања уземљивачких система у једнослојном, двослојном и трослојном тлу. Предложени аналитички изрази изведени су на бази поређења резултата из нових израза за квадратне и правоугаоне уземљивачке мреже са резултатима добијеним применом *FEM* софтвера.

2.3.2.2 Метода пунктуалних електрода

У књизи професора Ђурића [2], у поглављу 26 које се бави уземљењем постројења, између осталог, приказан је метод пунктуалних електрода за прорачун отпорности распрострања уземљивачког система у хомогеном тлу. У методи се, на почетку, елементарна електрода посматра као пунктуална, тј. лоптаста са малим пречником. Потом се посматра потенцијал у некој тачки удаљеној за одређену раздаљину од пунктуалне

електроде, а у бесконачно протежућој хомогеној средини са познатом специфичном отпорношћу. Отпорност распрострања електроде сматра се сопственом отпорношћу. Када се имају две пунктуалне електроде, уводи се појам међусобне отпорности те две електроде, дефинисане као количник потенцијала, који ствара прва електрода на месту друге, и јачине струје која се одводи са прве електроде. Електроде реалног уземљивачког система закопане су испод површине земље и то се уважава преко теорије ликова. Уводе се ликови за реалне електроде и постављени су симетрично реалним електродама у односу на површину земље. Тада, за више пунктуалних електрода у земљи, када се струја одводи са сваке, потенцијал једне електроде добија се као сума парцијалних потенцијала који потичу од свих осталих електрода и свих ликова електрода. Имајући у виду да су код реалног уземљивачког система све електроде спојене, зна се да су потенцијали свих електрода у односу на референтну земљу исти, тако да се лако долази до матричног израза у којем је матрица колоне напона једнака производу матрице сопствених и међусобних отпорности електрода (уважавајући и ликове) и матрици колоне струје. Напослетку се лако извлачи израз за отпорност распрострања читавог уземљивача, а потом и за потенцијале тачака на површини изнад уземљивача, поново као суме парцијалних потенцијала од свих електрода (укључујући и ликове). Када се има електрода у облику кратког штапа, он се еквивалентира пунктуалном, тј. лоптастом електродом са прорачунатим еквивалентним пречником.

Метода лако може да се испрограмира и робусна је и брза, може да се примени на различите геометрије уземљивачког система, али је недостатак што је, у форми у којој је изложена, примењива искључиво на уземљиваче у хомогеном тлу. Професор Нахман је у раду [77] изложио алгоритам за програм којим је могуће одредити отпорност распрострања уземљивача састављеног од праволинијских елемената у двослојном тлу. У односу на изнету методу пунктуалних метода за уземљиваче у хомогеном тлу, проширење на двослојно тло изведено је сличном применом теорије ликова и то увођењем додатних ликова за праволинијске елементе уземљивача, при чему се додатним ликовима уважавају горњи и доњи слој двослојног модела тла.

Овде такође ваља истаћи да је у погледу теорије ликова сличан био и приступ који је применио Венер у развоју своје мерне методе у [33] како би дошао до упрошћеног израза за специфичну електричну отпорност хомогеног земљишта. Наравно, Венер је то учинио уз олакшавајућу околност да је 4 штапне електроде апроксимирао тачкама на дубини до које се убадају електроде приликом мерења. Одатле су релативно лако проистекли упрошћени изрази за специфичну отпорност, без да се морало прибећи матричном рачуну. Даље, исто важи и за научни рад [38] где су Баишики, Остерберг и Давалиби уважили да се мерење специфичне отпорности тла Венеровом методом не врши тачкама, већ електродама апроксимираним линијама.

Даљом апстракцијом методе пунктуалних електрода, дошло би се до методе граничних елемената (енгл. *BEM – Boundary Element Method*). У методи граничних елемената, физичке електроде више се не апроксимирају пунктуалним односно праволинијским електродама, већ се област посматрања сужава тежећи ка инфинитезималним (али и даље коначним) површинама на границама, односно спољашњим површинама свих електрода уземљивачког система са којих се инјектира струја у околно тло, а затим се на исти начин као и код методе пунктуалних електрода уважавају њихове сопствене и међусобне отпорности како би се дошло до општег решења за потенцијал око уземљивача.

2.3.2.3 Метода граничних елемената – *BEM*

За разлику од *FEM*, где се читав 3Д домен посматраног проблема дискретизује по запремини, код *BEM* (такође позната и под називом метода момената: енгл. *MoM – Method of Moments*) се дискретизују границе унутар домена, односно када год је домен бесконачан, на

граница домена морају се увести гранични услови који ограничавају домен, а који не би требало да значајније утичу на решење. Примери граничних услова су Нојманов, Дирихлеов, Робијев, Сомерфилдов и слично.

Прво се дефинише геометрија, затим се врши подела (дискретизација) граница на површинске елементе и на крају се постављају интегралне једначине које се решавају за задате граничне услове. Затим се формира линеаран систем једначина, који се потом матрично решава. Предност *ВЕМ* је што могу да се решавају проблеми код којих се границе посматраног домена налазе у бесконачности, као што су уземљивачи у тлу.

Како би се одредила отпорност уземљења уземљивача, потребно је или да се познаје потенцијал површине уземљивача и одреди укупна струја која се са површине уземљивача одводи у околну тло, или обрнуто. У дисертацији професора Костића [79] приказана је употреба методе граничних елемената за одређивање потенцијала еквипотенцијалне површине уземљивача. Примена се односила на темељне уземљиваче, тј. арматуру у бетону хомогених карактеристика, у тлу хомогених карактеристика.

У [79], прво је спроведено одређивање расподеле свих (и слободних и везаних) наелектрисања, као извора електричног поља у посматраном систему. За споропроменљиве струје и хомогену средину важи да се наелектрисања не налазе по запремини посматраног домена, већ искључиво на границама у посматраном систему: на свим површинама металних елемената уземљивача и на раздвојним површинама бетон-земља. Метода граничних елемената састоји се од постављања и решавања интегралних једначина које се односе на граничне услове.

Прва једначина односи се на потенцијал тачке на површини уземљивача, односно еквипотенцијалност читаве површине уземљивача, где потенцијал тачке зависи од свих присутних наелектрисања у систему. Потенцијал V (тачке на површини) уземљивача добија се из Поасонове једначине, тј. интегралењем површинске густине тоталних наелектрисања дуж свих површина у систему која поседују наелектрисања (укључујући ту и површине самог уземљивача и раздвојне површине бетон-земља).

Друга једначина односи се на тоталну површинску густину наелектрисања на раздвојним површинама бетон-земља. Решавањем поменути две једначине, одређује се расподела тоталних наелектрисања у систему.

Напослетку, струја I која се одводи са читаве мреже уземљивача изражава се преко подужне струје, односно нормалне густине струје интегралене дуж целе мреже цилиндричних проводника уземљивача.

Отпорност уземљења уземљивача се на крају, након дискретизације граница и решавања матричног система једначина, добија као $R = V/I$.

Метода је примењена на разне темељне уземљиваче и на крају је изведен аналитички израз за отпорност уземљења темељног уземљивача, какав је погодан за брзе ручне прорачуне.

2.3.3 Импеданса тела

Импеданса тела је један од фактора од којих зависи јачина струје која протиче кроз тело особе која је изложена напону додиром. Хамам и Баишики су још 1983. године у [80] дали опсег за импедансу тела, на основу изнетог прегледа литературе доступне у то време везано за истраживања безбедних напона за струје фреквенције 60 Hz. Фактори који су тиме били обухваћени су: вредност јачине струје кроз тело и трајање исте, напон и фреквенција којима је тело изложено, путања којом струја протиче кроз тело, сувоћа коже, итд. У

стандарду [10] ипак се, ради једноставности, за људско тело усваја и за прорачун напона додира примењује константна вредност од 1000 Ω .

Ли и Мелиопулос су у [81] објавили разматрање утицаја напонско зависне импедансе тела и ципела на напоне додира и корака.

У [82] је приказан уређај за мониторинг напона додира и корака у постројењу у којем су стопала моделована кружним електродима, а тело човека отпорником од 1000 Ω .

2.3.4 Отпорност распростирања стопала

Следећи фактор који утиче на напон додира и корака је отпорност распростирања стопала. Производ ове отпорности и струје кроз тело представља пад напона у земљишту непосредно поред стопала, кроз које се распоређује струја која протиче кроз човека. Што је отпорност распростирања стопала већа, то је мања јачина струје која потече кроз тело, а самим тим и мања опасност по особу која је изложена напону додира односно корака.

Формула из [10] за отпорност распростирања стопала у случају хомогеног тла гласи:

$$R_{\text{стопало}} = \frac{\rho}{4 \cdot b}, \quad (2.29)$$

где су:

ρ – специфична отпорност хомогеног земљишта, и

b – полупречник металног диска којим се стопало моделује, узима се да је 0,08 m.

Ваља напоменути да се, према моделу у референци [2], ρ у једначини (2.29) односи на специфичну отпорност површинског слоја земље.

Додатно апроксимирање се чини уврштавањем вредности $b = 0,8 \text{ m}$ у (2.29) те се за отпорност распростирања оба стопала до референте земље ($u \Omega$) има:

$$R_{\text{стопала}} = R_{\text{стопало}} / 2 = 1,5 \cdot \rho. \quad (2.30)$$

Речју, узима се да $R_{\text{стопало}}/2$ представља идеалну паралелну везу, без међусобног утицаја, за отпорности распростирања за два стопала чије су појединачне отпорности распростирања $R_{\text{стопало}}$.

У [83] из 1987. год. је изнет предлог како да се полагањем пластичног филма између тла и насутог слоја повећа отпорност распростирања стопала као пример како да се на економичан начин олакша постизање дозвољених вредности напона додира и корака захтеваних стандардом.

Преко површине тла се уобичајено насипа слој од здробљеног камена дебљине 8-15 cm како би се остварио овај циљ увећања отпорности распростирања стопала. Међутим, ако је слој танак а тло испод велике специфичне електричне отпорности, упитно је колико се заправо увећава отпорност распростирања стопала.

Израз из *IEEE* стандарда 80 за отпорност једног стопала у присуству насутог слоја [10] (развијен у [84]):

$$R_{\text{стопало}} = \left[\frac{\rho_s}{4b} \right] C_S, \quad (2.31)$$

$$C_S = 1 + \frac{16b}{\rho_s} \sum_{n=1}^{\infty} K^n R_{m(2nh_s)}, \quad (2.32)$$

$$K = \frac{\rho - \rho_s}{\rho + \rho_s}, \quad (2.33)$$

где су значења појединих ознака следећа:

$R_{\text{стопало}}$ – отпорност распростирања једног стопала на танком слоју површински насутог материјала,

C_S – корекциони фактор за насуту слој (ознака „s“ потиче од енглеске речи *surface*),

K – фактор рефлексije између тла и насутог слоја,

ρ_s – специфична отпорност површински насутог материјала у Ωm ,

ρ – специфична отпорност тла испод површински насутог материјала у Ωm ,

h_s – дебљина површински насутог материјала у m ,

b – полупречник металног диска у m , којим је моделовано стопало, и

$R_{m(2nh_s)}$ – отпорност између 2 диска који су размакнути један од другог за раздаљину $2nh_s$, при чему се посматра случај протицања струје кроз ваљак који формирају електроде полупречника b које се налазе на растојању $2nh_s$, при чему је запремина ваљка испуњена насутим материјалом специфичне електричне отпорности ρ_s .

У стандарду [10] дат је упрошћени израз за (2.32) (такође и [84]):

$$C_S = 1 - \frac{0,09 \cdot \left(1 - \frac{\rho}{\rho_s} \right)}{2 \cdot h_s + 0,09}, \quad (2.34)$$

где је:

ρ – специфична отпорност хомогеног тла,

ρ_s – специфична отпорност материјала употребљеног за насипање, и

h_s – дебљина површински насутог материјала у m .

Тада се узима да важи и упрошћена једначина из стандарда [10]:

$$R_{\text{стопало}} / 2 = 1,5 \cdot C_S \cdot \rho_s. \quad (2.35)$$

У раду [85] из 1992. године, за два различита модела, изведени су коначни изрази за отпорност распростирања стопала када се има вештачки насуту слој високе специфичне отпорности. У разматрање у наведеној референци додатно је анализирано шта се дешава када за старе подстанице дође до накупљања земље/песка/прашине на дну слоја од здробљеног

камена јер кишница ове материјале спира са материјала од којег је насути слој и таложи их на дну насутог слоја, што ефективно умањује позитивне ефекте таквог насутог слоја. Већ у овом раду су препознати фактори услед којих није у потпуности оправдана апроксимација да су отпорности распростирања стопала $R_{\text{стопало}}/2 = 1.5 \cdot C_s \cdot \rho_s$.

Упитност апроксимације је постављена на основу следећих фактора:

1. међусобни утицај струје кроз стопала на отпорност паралелне везе два стопала,
2. ограничена (коначна) дебљина насутог површинског слоја, и
3. накупљање земље/песка/прашине у шупљинама између појединачних комада здробљеног камења чиме се ефективно обара висока вредност отпорности распростирања стопала.

Рад [85], који је претходио *IEEE* стандарду 80 [10] увео је моделе за уважавање насутог слоја којим је покушао да реши тачку 3. Разматрања и развој модела били су базирани на изразу из претходне верзије *IEEE* стандарда 80 из 1986. год, сличном са (2.32), који је такође био у форми бесконачног реда, али изведен моделовањем стопала као полусферне електроде у нивоу тла, уместо као диска у [10]. У наведеној референци насути слој је моделован двојачко:

- 1) насути слој моделован је као зарубљена купа (положена на природно тло специфичне отпорности ρ) за коју важи: висина h јој је једнака стварној висини h_s насутог слоја, зарубљени врх је полупречника диска b којим се моделује стопало, изводница је под углом θ_1 у односу на висину h . На бази израчунатих вредности отпорности распростирања једног стопала (коришћењем израза из претходне верзије *IEEE* стандарда 80 из 1986. год.) успостављена је зависност угла θ_1 од односа h/b и односа ρ_s/ρ . У раду је наведено да је девијација отпорности распростирања једног стопала у присуству насутог слоја $R_{\text{стопало}}$ (рачунате по изразу из *IEEE* стандарда 80 из 1986. год. који је претходио изразу (2.32)) за целу вредност посматраног распона (h_s у опсегу 7,5 до 20 cm и ρ_s/ρ у опсегу од 2 до 200) мања од 4%.
- 2) насути слој је поново моделован као зарубљена купа, с том разликом у односу на први наведени модел што се не посматра природно тло испод, већ слој наталоженог материјала на дну исте те зарубљене купе (преко којег слоја се уважава и природно тло испод) с тим што се сада за угао изводнице у односу на висину h одређује другачији угао θ_2 , такође поређењем са изразом за $R_{\text{стопало}}$ из претходне верзије *IEEE* стандарда 80 из 1986. год, корелацијом са истим опсезима као што су коришћени у рачунском поступку за успостављање корелације за θ_1 , а како би се уважило смањење ефекта насутог слоја када се на дну насутог слоја наталоже земља/песак/прашина дејством спирања кишницом.

У [86] је спроведена упоредна анализа доступних израза за C_s . Аутори су потом извели и предложили два нова упрошћена израза (у зависности од тога да ли је h_s мања или већа од 0,05 m) за практичне опсеге дебљина h_s насутог површинског слоја и односа специфичних отпорности површинског слоја и природног тла испод ρ_s/ρ . Два израза су намењена као једноставнија алтернатива за примену од (2.32) са циљем да дају резултате што приближније онима из (2.32) (а самим тим тачнији од претходно доступних израза из литературе, укључујући ту и (2.34)). Но, међусобни утицај струја које отичу са оба стопала ни у овој референци није разматран.

У раду [66], групе аутора окупљених око Мелиопулоса, представљен је, за то време 1993. године када је рад објављен, напредни рачунарски модел за анализу уземљивачких система у једнослојном хомогеном или двослојном тлу, односно прорачун импедансе, напона додира и корака, потенцијала тачака на површини тла, те резултати валидирани са стварним

мерним резултатима. У наведеној референци представљена је методологија заснована на сличном приступу као у [77] за одређивање отпорности распрострања уземљивача у двослојном тлу. Аутори су у [66] начинили проширење тако да могу да се анализирају међусобни утицаји уземљивачких система који нису галвански спојени, тј. имају различите потенцијале. Проширење за одвојене уземљивачке системе на различитим потенцијалима омогућило је ауторима да анализирају отпорност између електрода на површини тла којима се моделују стопала и уземљивачког система. Даље, испитано је да ли је упрошћени поступак из стандарда за одређивање отпорности распрострања металних дискова којима су моделована стопала оправдан када у постројењу постоји слој насутог материјала велике специфичне електричне отпорности. Израчунате су и приказане вредности редуccionих фактора како за одређене дебљине насутог слоја, тако и за разне коефицијенте рефлексије (за специфичне отпорности насутог слоја и тла испод). У раду је закључено да је *IEEE* стандард 80 [10] одвећ песимистичан у погледу рачунања редуccionих фактора који се користе за уважавање слоја насутог материјала велике специфичне електричне отпорности.

Из исте године као и претходна референца, у раду [87] такође се истиче су да формуле и графици из *IEEE* стандарда 80 [10], које се односе на прорачун редуccionих фактора за отпорност распрострања стопала за случај тла са вештачким насутим слојем високе специфичне отпорности, конзервативне. У раду су спроведене анализе са два различита модела стопала: диск и правоугаоник. Дати су резултати поређења са стандардом.

Отпорност распрострања стопала може значајно да опадне, јер влага премошћује путање струјница за струју квара и тиме практично обара специфичну електричну отпорност насутог горњег слоја укидајући позитивне ефекте оваквог слоја [88].

2.3.5 Аналитички израз за прорачун напона додир

Безбедност особе зависи од спречавања апсорпције критичне количине енергије удара пре него што се квар искључи и отклони напон из система. Максимални напон било ког кола квара не би требало да пређе границе дефинисане на следећи начин за потенцијалну разлику додир:

$$E_{\text{додир}} = (R_{\text{тела}} + R_{\text{стопало}} / 2) \cdot I_{\text{тела}}, \quad (2.36)$$

из којег се за посматране телесне масе 50 и 70 kg редом има:

$$E_{\text{додир}50} = (1000 + 1,5 \cdot C_s \cdot \rho_s) \cdot \frac{0,116}{\sqrt{t_s}}, \quad (2.37)$$

$$E_{\text{додир}70} = (1000 + 1,5 \cdot C_s \cdot \rho_s) \cdot \frac{0,157}{\sqrt{t_s}}, \quad (2.38)$$

где су:

$E_{\text{додир}}$ – потенцијална разлика додир,

C_s – редуccionи фактор за специфичну отпорност насутог слоја, који се одређује из (2.32) односно (2.34),

ρ_s – специфична отпорност насутог слоја, и

t_s – време трајања струјног удара у секундама.

У стандардима *IEEE Standard 80* [10] и *EN 50522* [89] анализирају се сценарији опасности од квара и постављају границе за дозвољене вредности напона додира и напона корака. За проверу сигурности потребно је да се израчуна вредност струје квара коју мери заштитни релеј (што је битно за одређивање времена реаговања заштите) и да се одреди вредност јачине струје квара која истиче кроз систем уземљења на месту квара. Ове две вредности јачина струја кратког споја у земљи могу да буду различите уколико постоје други системи уземљења на далеководу повезани преко заштитног проводника или омотача кабла.

Преглед комплетног поступка провере безбедности и генерисање једноставних инжењерских препорука у далеководним системима са ефикасно уземљеном неутралном тачком објављен је у [90].

Напон додира зависи од вредности јачине кроз уземљивач, отпорности распрострања уземљења и расподеле струје у земљишту, што утиче на површински потенцијал (V_s – потенцијал стајне тачке на површини тла). Уобичајени приступ је да се поставка поједностави и да се проблем одређивања напона на људском телу подели на два одвојена прорачуна. Прво се одређује расподела потенцијала на површини тла као да нема присутног људског тела, а током трајања истицања струје квара у тло. Затим се, из вредности израчунате разлике потенцијала између система уземљења (GPR = вредност јачине струје уземљивача током квара помножена са отпорношћу распрострања уземљивача) и тачке на површини тла на којој особа стоји (V_s), израчунава потенцијална разлика додира ($E_{\text{додира}} = GPR - V_s$), као напон на разделнику напона састављеном од:

1) људског тела, за које се према *IEEE* стандарду 80 [10] усваја да важи да је отпорност једнака $R_{\text{тела}} = 1000 \Omega$ и

2) отпорности која се супротставља течењу струје квара од стопала особе, кроз тло, до удаљене референтне земље ($R_{\text{стопало}}/2$, при чему је $R_{\text{стопало}}$ једнако $\rho/(4 \cdot b)$, где ρ представља специфичну електричну отпорност хомогеног тла, а b полупречник стопала).

Дакле, финална формула која се користи за прорачун напона додира гласи:

$$U_{\text{додира}} = \frac{E_{\text{додира}} \cdot R_{\text{тела}}}{R_{\text{тела}} + R_{\text{стопало}} / 2}. \quad (2.39)$$

Односно, ако се уважи упрошћење и једначина (2.30) уврсти у (2.39) тада важи:

$$U_{\text{додира}} = \frac{E_{\text{додира}} \cdot R_{\text{тела}}}{R_{\text{тела}} + 1,5 \cdot \rho}. \quad (2.40)$$

Када се израз (2.35) уврсти у једначину (2.39), добија се финални израз за прорачун напона додира у присуству насутог површинског слоја:

$$U_{\text{додира}} = \frac{E_{\text{додира}} \cdot R_{\text{тела}}}{R_{\text{тела}} + 1,5 \cdot C_s \cdot \rho_s}. \quad (2.41)$$

Претходна метода је оправдана у великом броју случајева, али за извесне случајеве примењена упрошћења могу да доведу до значајне грешке. Идентификација тих случајева и побољшање тачности је тема и главни циљ дисертације. Могућност за тако нешто је

отворена постојањем *FEM* софтвера општије намене, којима могу детаљно да се моделују различити фактори који утичу на расподелу струје кроз тло и потенцијал на површи тла. У делу дисертације у коме се приказују спроведене симулације биће поменута и прва истраживања у правцу строжег физичког моделирања, као што је [91].

У [82] је представљен даљински систем за праћење стања система уземљења трансформаторске станице. Отпорност од 1000Ω користи се заједно са кружним електродама за моделирање људског тела.

Правилник [3] даје упрошћене изразе за дозвољене напоне додира и корака у зависности од трајања земљоспоја:

$$U_{\text{доз.}} = 1000 \text{ V за } t \leq 0,075 \text{ s,} \quad (2.42)$$

$$U_{\text{доз.}} = \frac{75}{t} \text{ V за } 0,075 \text{ s} < t \leq 1,153 \text{ s, и} \quad (2.43)$$

$$U_{\text{доз.}} = 65 \text{ V за } t > 1,153 \text{ s.} \quad (2.44)$$

2.3.6 Контактни отпор

Врло битан аспект при разматрању струје уземљивача, вредности потенцијала уземљивача, а последично и напона додира и корака, а који се у прихваћеној процедури из стандарда [10] занемарује, представља контактни отпор. То је отпорност који се јавља између уземљивача и околног тла, као последица несавршеног налегања тла на металне делове уземљивача. Прецизније, контактна отпорност је отпорност између несавршеног налегања према тлу, па се може јавити и на споју стопала и тла.

Као начин да се умањи контактни отпор, предложена је употреба додатних материјала у које би се уронила структура уземљивача како би се побољшао контакт са околном земљом. У раду [92] презентовано је експериментално истраживање употребе како бентонита тако и исплаке од бушотина као потенцијалних додатних материјала за испуну око уземљивачких електрода ради смањења контактне отпорности. Као главни закључци изнети су вишеструки позитивни утицаји примене наведених додатних материјала за испуну: значајно мање вредности отпорности распростирања уземљивача, вишеструко умањење максималних вредности напона додира, као и мање колебање вредности отпорности распростирања уземљивача у сушним периодима.

Као наставак истраживања, али овај пут са теоријског становишта, у раду [93] анализирао се утицај несавршеног контакта између уземљивача и околног медијума, односно контактне отпорности уземљивачке контуре, на отпорност распростирања уземљивача у двослојном тлу, као и расподелу потенцијала у земљишту за време трајања земљоспоја и то применом методе коначних елемената. У [93], несавршен контакт је у *FEM* софтверу моделован присуством ваздушних цепова око електрода уземљивачке контуре.

Свеобухватна анализа контактне отпорности је дата у дисертацији [94], у којој је остварен допринос у виду извођења аналитичких израза за уважавање контактне отпорности за типичне уземљивачке системе који могу да се сретну у пракси ЕЕС и дистрибуција за далеководне стубове.

2.3.7 Експерименти са умањеним моделима

Референца [95] пружа најопсежнији преглед извођења експеримената са умањеним моделима. Спроведена су детаљна разматрања по питању облика и величине електролитичке

каде како не би долазило до ремећења расподеле електричног поља при одвођењу струје са умањених модела уземљивача, односно како би резултати експерименталних мерења отпорности распростирања и потенцијала на површини електролита за умањене моделе уземљивача уроњене у електролит што боље одговарали расподели поља за уземљиваче стварних димензија у стварном тлу. При скалирању уземљивача (коришћена је скала 1:100), наведено је да није потребно скалирати пречник проводника елемената уземљивачког система на исти начин као остале димензије уземљивача. Усвојен је облик полусфере за електролитичку каду, с обзиром на минималну потребну запремину материјала за испуну, а и за уважавање чињенице да еквипотенцијалне површине поља приликом одвођења струје са умањених модела уземљивача (а и стварних у стварном тлу) у хомогеном тлу постају полусфере што се више удаљава од уземљивача. Такозвана повратна електрода којом се моделовала референтна земља оформљена је од бакарних лимова сложених у полусферу која је потопљена у базен. За моделовање двослојног тла, коришћен је гел Агар за формирање доњег слоја, чија је специфична отпорност подешавана додавањем соли. Један од начина за мерење специфичне отпорности гела била је примена Венерове методе само за слој гела, пре додавања слане воде као горњег слоја. Аутори су навели да су варирањем додаване соли, како за гел као доњи слој приликом желирања, тако и за воду као горњи слој успевали да добију и позитиван и негативан коефицијент рефлексije ($\pm 0,88$) за исти распоред материјала. Резултати мерења отпорности распростирања, потенцијалне разлике додира и корака поређени су са резултатима рачунарских програма.

Рад [88] представља резултате мерења потенцијала тачака на површини за умањене моделе (скала 1:20) уземљивачких система уроњених у електролитичку каду приближног облика полусфере пречника око 6 m. Аутори су навели да је електролитичка када оформљена на отвореном, ископавањем наведеног облика, полагањем водонепропусне полиетиленске фолије и испуњавањем сланом водом. Специфична отпорност електролита рачуната је аналитичким изразом из измерене отпорности између две удаљене полусферне електроде уроњене у електролит. При мерењима потенцијала на површини, један крај неуземљеног изолационог трансформатора био би у споју са уроњеним моделом уземљивача, а други са електродом на периферији електролитичке каде.

У референци [62] су, поред експерименталних мерења Венеровом методом на умањеном моделу двослојног тла, изведена и мерења отпорности распростирања одређених типова умањених уземљивача.

У [83] је за скалирани модел коришћен базен испуњен водом у који је ураћан пластични покров на одређену дубину, а метални диск којим се моделује стопало држао на површини. У раду је, уважавајући чињеницу да се карактеристике отпорности тла мењају у току летње и зимске сезоне, исказано да при пројектовању потребно да се провера безбедности при земљоспоју изврши на бази мерења специфичне отпорности тла и за летњи период.

Дисертација професора Костића [79] представља експериментална мерења отпорности уземљења умањених модела темељних уземљивача у електролитичкој кади. Изведено на сличан начин, у дисертацији професора Трифуновића [94] приказује се експериментално одређивање контактне отпорности на умањеним моделима уземљивачких система у електролитичкој кади.

Референца [96] приказује експериментално одређивање отпорности распростирања темељног уземљивача за ветроагрегат коришћењем умањеног модела уроњеног у електролитичку каду, али са навлаженим песком уместо течног електролита. Референца [97] представља сличан експерименталан приступ у којем је спроведена анализа коришћењем електролитичке каде и закључен изразито негативан утицај хидроизолације на темељне уземљиваче у погледу свих релевантних параметара уземљивача.

2.3.8 Примена *FEM* за прорачун електричних карактеристика уземљивача

Примена методе коначних елемената (*FEM*) на прорачун отпорности распрострања уземљивача прво се среће у радовима шпанских аутора [98], [99] и [100].

Једно од главних питања је колико велики домен је потребно да се моделује како би се минимизовала грешка која се чини при прорачуну отпорности распрострања, која директно утиче на напон уземљивача. Већи домен са собом повлачи већу тачност, али продужава време извршења *FEM* симулација. У литератури су присутни приступи у којима се као гранични услов на спољашњим границама *FEM* домена (удаљена земља) поставља или:

- 1) Дирихлеов гранични услов, тј. вредност потенцијала од 0 V, или
- 2) Нојманов гранични услов, тј. да се нормална компонента густине струје изједначава са нулом ($\vec{n} \cdot \vec{J} = 0$).

У погледу захтеваних рачунарских ресурса и времена трајања симулације, али и тачности резултата, битно је колика је усвојена гранулација, тј. финоћа поделе моделованог домена на мрежу коначних елемената. Да би *FEM* прорачун изнедрио што тачније решење, потребно је да елементи мреже буду што ситнији у областима у којима су градијенти поља највећи.

Полазни податак у референци [100] је произвољан потенцијал уземљивачког система, одакле се применом *FEM* прво изводи прорачун електричног поља и дисипиране снаге, а на крају и отпорност распрострања уземљивачког система у хомогеном тлу. Отпорност распрострања се у наведеном раду рачуна као збир два отпора: првог који је до тачно одређеног полупречника d_1 полулоптастог домена и другог који представља дисипацију снаге од полупречника d_1 до бесконачности. Сматра се да је d_1 на месту довољно далеко од геометрије уземљивачког система где еквипотенцијална површ у тлу постаје идеално полусферна. Другим речима, то је полупречник где геометрија уземљивачког система престаје да има утицај на дисипацију снаге. За овај рад је интересантно то што аутори нису имали на располагању бесконачни гранични елемент, већ су прорачун вршили на горе описани начин. У *FEM* алату који је коришћен у дисертацији, на располагању је био бесконачни гранични елемент, чије ће коришћење бити описано у делу у коме су приказане симулације у оквиру дисертације.

Што се тиче домаће литературе, свакако се издваја рад [101] који представља поређење прорачуна на бази *FEM* са експерименталним мерењима умањених модела мрежастих уземљивача у електролитичкој кади. Пријављена су одлична поклапања, чак и за моделе са такозваним нехомогеностима у проводној средини у виду непроводне баријере и окна у близини моделованог уземљивача.

У [78] је примењен софтвер на бази *FEM* за прорачун отпорности распрострања квадратних и правоугаоних уземљивачких мрежа у хомогеном, двослојном и трослојном тлу са циљем извођења и предлагања нових аналитичких израза за ове типове тла. Исти аутори су у [102] помоћу софтвера на бази *FEM* анализирали утицај локалних нехомогености на понашање уземљивачких мрежа односно напона додире и корака, при чему се под локалним нехомогеностима подразумева прекривање дела уземљивачке мреже земљиштем другачијих карактеристика од земљишта у које је мрежа положена, односно каналима.

Референца [93] представља значајан искорак у погледу проширења посматраних ефеката везаних за уземљивачке системе који се анализирају применом *FEM*. Изнето је разматрање везано за контактну отпорност.

Аутори, проф. Нахман и Пауновић у [103] приказали су могућности *FEM* за добијање напона додире за различите уземљивачке мреже и то у хомогеном, двослојном и трослојном моделу тла и извршили поређење са доступним аналитичким изразима.

У [104] је представљено извођење аналитичке формуле за полусферну уземљивачку електроду на врху зарубљене купе и накнадна примена *FEM* ради верификације изведеног израза.

Интересантна анализа могућности примене хибридне *FEM-BEM* методе за одређивање отпорности распрострања, напона додира и корака комплексног (мрежног) уземљивачког система у двослојном тлу, приказана је у раду Трлепа и осталих релативно новијег датума [105]. *FEM* је искоришћен за домен непосредно око уземљивача, и у њему је моделовано нехомогено земљиште у смислу двослојног тла, а *BEM* се користи за моделовање домена од спољашњих граница *FEM* домена до бесконачности, где је у *BEM* домену примењено хомогено тло.

2.3.9 Закључак прегледа литературе за напон додира

Приступ за прорачун напона додира у стандарду [10] (такође и у [65]) користи еквивалентни Тевененов генератор. Сматра се да је отпорност заменског Тевененовог генератора $R_{екв}$ једнака отпорности $R_{стопало}/2$ између дискова којима се моделују стопала, с једне стране, и удаљене референтне земље, с друге стране. Притом, узима се да је отпорност распрострања једног стопала ($R_{стопало}$) једнака отпорности која се супротставља протоку струје од кружне металне плоче (диска) на површини земље до удаљене референтне земље.

Уколико се стриктно посматра Тевененова теорема, није тачно да је еквивалентна отпорност $R_{екв}$ једнака прелазној отпорности оба стопала $R_{стопало}/2$. Теоретски, Тевененова импеданса је једнака отпорности која се има између тачака стајања и додира, као што је представљено у [67].

У електричном колу квара, када је особа изложена напону додира, учествују:

- импеданса система,
- контактна отпорност у тачки додира, тј. коже руке, односно отпорност рукавица,
- променљива напонски зависна импеданса тела,
- отпорност ђонова ципела,
- контактна отпорност у стајним тачкама, и
- отпорност распрострања од тачака стајања до референтне земље, са или без вештачки насутог слоја.

У литератури постоје референце које се детаљно баве наведеним ефектима, али су за разматрања у дисертацији примењене претпоставке из стандарда [10] – да су сви контакти идеални и да је импеданса тела активна отпорност константне вредности 1000 Ω . У дисертацији се полази од тога да је позната компонента струје земљоспојног квара која протиче ка уземљивачу.

2.4 Закључак

Методе примењене у области уземљења су концептуално развијане слично као у другим областима електроенергетике. Разлог је што се електроенергетика јавила много пре других области електротехнике и било је неопходно остварити фундаменталне захтеве за функционалношћу, безбедношћу и економски сврсисходна решења. У тим периодима нису били доступни снажни рачунарски ресурси и софтверска подршка, као што постоје данас. Због тога је било неминовно тежити ка једноставним аналитичким формулама, уз коришћење графички, табеларно или аналитички задатих корекционих коефицијената.

По правилу, посматрани су прво елементарни случајеви које је могуће решити теоријски. Затим су прављени упрошћени модели који квалитативно описују разлику између елементарног и стварног случаја; пример: отпорност распростирања од стопала до референтне земље при насипању слоја велике специфичне отпорности. Нумеричком или експерименталном анализом упрошћених модела се долази до упрошћених израза и корекционих коефицијената који фигуришу у истима.

У једном периоду су развијани програми који омогућавају нумеричку расподелу струја и напона на површи за низ типичних ситуација у пракси.

Мотивација за истраживања у дисертацији су проистекла из стварних тешкоћа при пројектовању уземљивача у условима специфичних карактеристика тла у УАЕ. Идентификоване су ситуације где се применом постојећих метода, које су засноване на упрошћењима која су прихватљива за уобичајене карактеристике тла, смањује тачност класичних поступака и формула.

Као што је у дисертацији приказано на низу примера, како оних где је остварен допринос у области уземљења, тако и општијих примера, савремени *FEM* софтвери опште намене превазилазе снагу специјализованих програма базираних на математичким моделима за решавање партикуларног проблема. Није претерано рећи да *FEM* софтвери могу да направе верну дигиталну реплику било какве електричне везе струја квара / уземљивач / стопала моделована као метални дискови на површини тла, са или без отпорности обуће између стопала и тла / импеданса људског тела. У дисертацији се за сваку од симулација исказује разлог зашто је вршена, резултат и закључак, са предлогом доприноса у погледу постојећег реалног проблема.

3 ПРЕГЛЕД МЕТОДА ЗА АНАЛИЗУ УЗЕМЉИВАЧКИХ СИСТЕМА

3.1 Увод

У овом поглављу се приказују методе које су примењене током истраживања у оквиру дисертације.

Доминантна метода је била коришћење 3Д *FEM* рачунарских симулација. Софтверима базираним на *FEM* методи могуће је остварити верну дигиталну реплику реалних расподела струја и напона на површи тла за све елементе система уземљења за који је позната струја уземљивача. У дисертацији се користи софтвер *COMSOL Multiphysics* [17]. Све симулације су базирани на коришћењу *COMSOL* модула *Electrical Currents (ec)*. Снага савременог приступа преко *FEM* методе и софтвера је што нема потребе за било каквим упрошћењем, што је било неопходно током прошлости, када су рачунарски хардверски ресурси, а у вези са тим и могуће рачунске методе које су могле бити примењене, били ограничени. *FEM* може да се примењује и за моделовање тзв. спрегнутих физика, као што је нпр. случај посматрања проблема код којих је пренос топлоте повезан са динамиком флуида. Током докторских студија, *FEM CFD* модул (енгл. *Computational Fluid Dynamics*) употребљен је за анализу проблема хлађења трансформаторског киоска природним струјањем ваздуха. Резултати истраживања су објављени у [106]. За овај случај мале вискозности флуида, постоје велики изазови да се уопште постигне конвергенција, а поготову поуздани и прецизни резултати. У дисертацији, *FEM* је примењен на релативно једноставну физику, где је примењен метод за прорачун устаљеног режима за електрично поље у линеарном домену.

У дисертацији је примењена и метода експерименталног испитивања на малој експерименталној поставци. Коришћена су и теренска мерења Венеровом методом са једне од локација у УАЕ [6] (фотографије су дате у Прилогу 2). Експерименти у лабораторији су служили као додатна провера предложеног поступка за естимацију параметара тла. У фазама пре извођења експеримента вршене су рачунарске симулације, што значи да је коришћена верна дигитална реплика понашања система. Иако се ове симулације релативно једноставне физике електричног поља у линеарној средини могу сматрати поузданим, приступило се експерименталној верификацији.

Друга метода, која такође припада примени савремених софтверских метода и софтверске подршке је метода за естимацију физичких параметара тла на бази познатих вредности потенцијала на површи тла. Коришћен је софтверски пакет *Matlab*, односно солвер *fminsearch* [107]. Поменути солвер је примењен у оквиру развијене методе за одређивање параметара двослојног модела тла, која је изложена у поглављу 4. Последња фаза истраживања је резултовала квалитативним методолошким доприносом у односу на фазе истраживања које су претходиле, а биле засноване на аналитичким изразима који повезују мерења Венеровом методом и параметре тла. У последњој фази, *Matlab* је софтверски повезан са *FEM* софтвером *COMSOL*-ом.

3.2 Метода коначних елемената – *FEM*

У последњим деценијама, брз развој дигиталних рачунара у погледу њихових перформанси и могућности с једне стране и њихова свеprisутност с друге стране, омогућили су да приступи нумеричког решавања постану све распрострањенији и изузетно приступачни.

Једна од првих нумеричких метода која се појавила и постала широко распрострањена, а која припада диференцијалним нумеричким методама била је метода коначних разлика (енгл. *FDM – Finite Difference Method*). Метода коначних елемената (*FEM*) се затим појавила

као моћна алтернатива за методу коначних разлика. Метода коначних елемената се у почетку користила првенствено за анализу проблема напрезања за примене у машинству и грађевини. Тада у почетку, решавани су само проблеми које одликује једноставна геометрија у присуству једноставних граничних услова. С обзиром на то да се метода коначних елемената појавила готово у исто време када су се дешавали значајни пробоји у рачунарској техници, то је изузетно погодновало и њеном брзом даљем развоју и широком распрострањивању. Одатле, њена примена се протоком времена ширила на проблеме са све сложенијим и сложенијим геометријама и граничним условима у све више и више техничких области у којима проблеми могу да се представе математичким моделом преко диференцијалних једначина као што су области грађевинарства, машинства, физике, електротехнике, хемије, акустике итд. [108].

Референце [109] и [110] у ширем смислу разматрају примену *FEM* у електротехници.

За све 3Д *FEM* прорачуне у дисертацији се користи софтвер *COMSOL Multiphysics* [17]. Једначине физике које се решавају у оквиру коришћеног *Electrical Currents (ec)* модула гласе:

$$\nabla \cdot \vec{J} = Q_j, \quad (3.1)$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} + \vec{J}_e, \quad (3.2)$$

$$\vec{E} = -\nabla V, \quad (3.3)$$

у којима су:

\vec{J} – вектор густине струје [A/m^2],

Q_j – извори наелектрисања [A/m^3],

σ – специфична електрична проводност материјала [S/m] унутар коначног елемента и у општем случају је функција координата (за специфичну електричну отпорност важи $\rho = 1/\sigma$),

\vec{E} – вектор јачине електричног поља [V/m],

\vec{J}_e – вектор густине побудних струја [A/m^2], и

V – електрични потенцијал [V].

Конститутивна релација је облика:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}. \quad (3.4)$$

Једначина (3.1) представља једначину континуитета у диференцијалној форми. По овој формули не може доћи до стварања или уништавања електричних оптерећења, тј. ово је закон одржања електричних оптерећења. Сума струја која истиче кроз затворену површ око мале запремине једнака је струјном оптерећењу унутар затворене површи. Једначина (3.2) представља Омов закон у диференцијалној форми и то је конститутивна релација за везу између густине струје и јачине електричног поља. У конститутивној релацији (3.4) описују се макроскопска својства медијума, односно повезује јачина електричне индукције са јачином електричног поља. У свим разматрањима у дисертацији користио се облик као у (3.4). Дакле, претпоставља се линеаран материјал без релативне индукције и диелектричних губитака. Релативна пермитивност ε_r задаје се заједно са специфичном електричном отпорношћу материјала и увек је подешена на јединичну вредност. Другим речима, узима се да је тло у свим разматрањима проводан недиелектрични материјал.

COMSOL Multiphysics дели домен на мрежу коначних елемената. За сва разматрања у дисертацији моделовање је у 3 димензије. Уобичајени облик за коначни елемент за моделовање у 3 димензије је тетраедар.

На спољашњим површинама и унутар сваког коначног елемента (тетраедра), електрични потенцијал се апроксимира као

$$V(x, y, z) \approx \sum_{i=1}^N V_i N_i(x, y, z), \quad (3.5)$$

где су $N_i(x, y, z)$ функције базиса.

Типични гранични услови који могу да се задају на површинама домена за посматрану физику су:

1. константна вредност (гранични услов Дирихлеовог типа): $V = V_{const}$,
2. нормална компонента густине струје (гранични услов Нојмановог типа): $\vec{n} \cdot \vec{J} = J_n$.

За 3Д *FEM* симулације мерења Венеровом методом које су вршене у току истраживања и развоја нове методе за одређивање параметара двослојног модела тла за случај када се има плитак површински слој велике специфичне електричне отпорности:

- електрична изолација: $\vec{n} \cdot \vec{J} = 0$ – на горњој површини домена, која представља површину тла, тј. нема протицања електричне струје ка ваздуху изнад тла (који није моделован),
- почетне вредности: $V = 0$ V – за почетну вредност потенцијала у свим тачкама моделованог домена поставља се вредност од 0 волти,
- референтна земља: $V_{ref} = 0$ V – константна вредност на свим спољашњим површинама домена (осим горње, као што је већ поменуто изнад), и
- терминал за инјектирање струје: $I_0 = 1$ A (и $I_0 = -1$ A) – на површинама струјних електрода *C1* и *C2*, где је на првој, са које струја истиче, позитивна вредност јачине електричне струје, а на другој, у коју се мерна струја улива, негативна вредност јачине струје; све симулације су спровођене у једносмерном режиму.

Када се задаје гранични услов који се тиче инјектирања струје у софтверу се обележавају спољашње површине струјних мерних електрода које су у контакту са тлом. Убацује се засебан терминал за прву и другу струјну электроду. У посматраном проблему нема слободних запреминских извора ($Q_j = 0$), инјектирање струје задаје се као гранични услов на читавој обележеној површини и уноси укупна струја инјектирања I_0 . Вектор густине струје иницијално није познат, већ софтвер током симулације аутоматски расподељује струју по површини електроде, али тако да за површину терминала буде задовољено да интеграл површинске густине струје \vec{J} по површини терминала износи I_0 .

Притом, густина струје неће бити униформна, већ ће зависити од расподеле специфичне електричне отпорности, геометрије посматраног проблема и резолуције мреже коначних елемената.

Напомена: за *FEM* моделе мерења Венеровом методом које су дигитална реплика лабораторијског модела за експеримент у поглављу 5, границе домена (зидове пластичног/стакленог суда) су посматране као изоловане површи (гранични услов: $\vec{n} \cdot \vec{J} = 0$).

За 3Д *FEM* симулације у којима се одређују отпорност распрострања уземљивача, напона додира или отпорности распрострања стопала, разлика у погледу постављања граничних услова је:

- референтна земља постављена је на спољашње површине такозваног бесконачног домена који је нанет као слој (љуска) преко нормалног домена, при чему је нормални домен моделован као полулопта.

Бесконачни елемент, односно домен за *FEM* моделовање уведен је у референци [111]. Намера иза увођења бесконачног елемента било је моделовање проблема са неограниченим доменима. Простирање струје квара од уземљивачког система до референтне земље која се, у теорији, налази у бесконачности, један је од таквих проблема. У наведеном раду се уводи принцип мапирања, тј. на рубу коначног домена уводи се појас коначних димензија на којем је, такорећи, мапиран прелаз геометрије и једначина физике до бесконачности, што је познато као *PML* (енгл. *Perfectly Matched Layer*).

Бесконачни домен је примењен за *FEM* моделе у поглављу 6 у којем је представљено побољшавање методе за прорачун напона додира. Међутим, како ће бити објашњено, бесконачни домен није коришћен за *FEM* моделе у поглављу 4 у којем је представљена нова метода за одређивање параметара двослојног тла.

У *FEM* софтверу *COMSOL Multiphysics* који је коришћен за све *FEM* симулације у овој дисертацији већ има у себи готов елемент који може да се примењује – тзв. *infinite domain*.

3.3 Нелдер-Мид и *fminsearch* оптимизациони алгоритам

За одређивање параметара двослојног модела тла коришћен је солвер *fminsearch* [107] у оквиру софтверског пакета *Matlab* [16].

Нелдер и Мид су у [112] објавили нумеричку методу оптимизације која је директна, тј. без извода, која се још назива и симплекс метода. Математички, под појмом симплекс се подразумева генерализација појма троугла, односно тетраедра до тела произвољног броја темена ($n+1$) у вишедимензионалном (n -димензионалном) простору. Метода пореди вредности критеријумске функције за сва темена симплекса и затим трага за оптималним решењем заменом оног темена које има највишу вредност критеријумске функције све док се симплекс не скупи око простора у којем се налази минимум критеријумске функције.

Солвер, *fminsearch*, заснован је на методи [113] која је даља надоградња претходно наведене референце. У [113], изложена су својства конвергенције Нелдер-Мид алгоритма за стриктно конвексне функције са 1 или 2 димензије.

Овај солвер је софтверски реализована метода за проналажење минимума неограничене мултиваријабилне функције без рачунања извода. Солвер је погодан за решавање проблема без дисконтинуитета у близини решења, као што је случај за одређивање параметара вишеслојног тла. Један од разлога зашто је овај солвер одабран је то што је прилично лако да се испрати понашање солвера током процеса претраге за оптималним параметрима модела тла. У [113], за 3 главна разлога зашто је Нелдер-Мид алгоритам популаран, упркос познатим неефикасностима и проблемима са конвергенцијом, наведено је: 1) значајна побољшања већ током првих неколико итерација, 2) постоје значајне примене где је рачунарски „скупа“ или временски захтевна евалуација критеријумске функције, а изводи не могу да се израчунају, код којих Нелдер-Мид има мање позива за прорачун критеријумске функције у поређењу са алтернативним оптимизационим методама и 3) једноставност – кораци методе су лаки за објашњавање и имплементацију.

Током истраживања које је спроведено у склопу развоја нове методе за одређивање параметара двослојног модела тла, *fminsearch* се испоставио као ефикасан и брз, приближавајући се тачној вредности.

У *Matlab*-у се *fminunc* препоручује за проблеме код којих су димензије веће од два [107] [114], као што важи за случај одређивања непознатих параметара двослојног (или вишеслојног) тла.

Одређивање параметара двослојног модела тла је тродимензионални проблем – траже се оптимални параметри ρ_1 , ρ_2 и h . За 3Д проблеме, први корак у солверу *fminsearch* је конструисање, у тродимензионалном простору почетног симплекса облика тетраедра. Ово се изводи тако што се за иницијалне вредности параметара ρ_1 , ρ_2 и h узима уређена тројка $(\rho_1^0, \rho_2^0, h^0)$ која је добијена из Венерових мерења за најмања растојања између електрода a . Из мерења се одређује привидна специфична електрична отпорност према изразу (2.4), а затим, методом интерпретације из [15] вредности $(\rho_1^0, \rho_2^0, h^0)$. Овако добијена иницијална претпоставка параметара користи се за постављање првог темена симплекса, тј. у овом случају тетраедра, у 3Д простору. Преостала 3 темена се успостављају тако што се у смеру сваке осе ортогоналног координатног система сваки параметар појединачно увећа за +5% и то на следећи начин: 2. теме $(\rho_1^0+0,05 \cdot \rho_1^0, \rho_2^0, h^0)$, $(\rho_1^0, \rho_2^0+0,05 \cdot \rho_2^0, h^0)$ и $(\rho_1^0, \rho_2^0, h^0+0,05 \cdot h^0)$. У склопу програмске имплементације за нову методу за одређивање параметара двослојног модела тла, солвер *fminsearch* прослеђује уређене тројке параметара ρ_1 , ρ_2 и h *COMSOL*-у. За сваку добијену уређену тројку параметара ρ_1 , ρ_2 и h *COMSOL* врши симулације Венерових мерења за све међусобне размаке између мерних електрода a_j , где је $j=1, \dots, n$. За прву итерацију солвера, потребно је да се *COMSOL*-у проследи, једно за другим, сва 4 темена тетраедра, односно све четири претходно побројане уређене тројке.

Након накнадне обраде резултата *COMSOL* симулација, долази се до вредности мерене привидне отпорности $R_d^{pачунато}$, врши се, и напоследку израчунава вредност критеријумске функције (2.11) за свако од темена наведеног тетраедра.

Следећи корак, односно улазак у следећу итерацију, јесте да алгоритам претраге поставља ново теме за симплекс.

Свака итерација се дакле завршава са новим симплексом за који важи да ће његова темена задовољавати одређене услове који доводе до опадања функције чија се решења траже, у поређењу са претходним симплексом, а како ће бити изложено испод.

Солвер мења само теме са највећом вредношћу критеријумске функције.

Ово се спроводи преко корака рефлексије, корака проширења или корака контракције у односу на најбоље теме – троугао дефинисан са 3 преостала врха. Преко набројаних корака, израчунавају се један (ако је рефлексија успешна) или највише два нова потенцијална темена и вредности њихових критеријумских функција у једној итерацији солвера и бира се теме са најмањом вредношћу критеријумске функције. Нелдер-Мид алгоритам је у том погледу штедљив – типично је потребно да се изврши израчунавање критеријумске функције за само једно или два темена.

Ако критеријумска функција има мању вредност од критеријумске функције за теме из претходне итерације са највећом вредношћу критеријумске функције, наведено теме постаје ново теме симплекса. Ако ово не успе, симплекс се трансформише кораком скупљања – и критеријумска функција израчунава се за 3 нова темена која се померају ка темену тетраедра са најмањом вредношћу критеријумске функције. У наведеном случају скупљања, израчунава се укупно 5 темена и вредности њихових критеријумских функција (укључујући анализу за 2 перспективна темена из претходних покушаја трансформације корацима рефлексије, проширења и/или контракције). То значи да свака евалуација новог симплекса

може да укључује 1, 2 или 5 израчунавања критеријумске функције, када се говори о тражењу решења у тродимензионалном простору.

Сваки прорачун критеријумске функције захтева FEM симулације за скуп параметара ρ_1 , ρ_2 и h и то за сваки размак између електрода. Другим речима, уколико су на мерном полигону у једном мерном правцу извршена мерења за n различитих растојања између мерних електрода, потребно је да се изврши исто толико FEM симулација, како би могла да се израчуна вредност критеријумске функције за сваки трочлани скуп параметара модела двослојног земљишта које солвер даје током спровођења итеративног поступка.

Стога, укупно прорачунско време за приближавање тачки оптималног решења зависи од ефикасности горе описане симплекс методе.

Током анализа представљених у наредном поглављу, није било проблема са конвергенцијом.

Теоријско разматрање стабилности за Нелдер-Мид оптимизациону методу може се наћи за димензије 1 и 2 у [113] и за просторе са малим бројем димензија (до 8 димензија) у [115].

Процес замене темена се понавља све док се *fminsearch* не заврши, што значи да су задовољена оба критеријума конвергенције: толеранција корака је задовољена ако је промена различитих параметара мања од наведене вредности, а толеранција функције је задовољена ако је циљна функција минимизирана испод наведене вредности.

3.4 Мерења на лабораторијском моделу и реална теренска мерења

Мерни подаци су добијени на лабораторијској експерименталној поставци. Поред њих, постојала су и мерења на више локација у УАЕ, при чему је на свакој изведено више типова уземљивача.

У лабораторијском моделу је коришћена стаклена посуда, димензија 81 cm× 31 cm× 26 cm, за смештај лабораторијских експерименталних модела тла. Коришћена је и помоћна пластична посуда, која је пуњена материјалима који симулирају разматрано тло, димензија 38 cm× 28 cm× 10,5 cm. У посуде су сипани само земља или само песак, када је разматран униформни модел тла, а затим и песак преко земље, чиме је остварен двослојни модел тла. За мерења је коришћен мерни инструмент *Metrel MI 2124 Smartec Eearth Tester* [40]. Мењана је врста електрода, како би се сагледао овај битан аспект у примени методологије из дисертације.

4 МЕТОДА ЗА КАРАКТЕРИЗАЦИЈУ ТЛА КОРИШЋЕЊЕМ НЕЛДЕР-МИД АЛГОРИТМА И FEM

4.1 Увод

Главна мотивација за истраживање, које је довело до доприноса у вези са методом идентификације параметра тла, је спознаја да тачност постојећих метода опада у специфичним условима танког површинског слоја двослојног тла код кога површински слој има много већи други слој.

У референци [6] је приказан преглед интензивних експерименталних истраживања на пет различитих локација у УАЕ, током којих су се испољили бројни практични проблеми у примени методологије из стандарда и других познатих метода, које се добро показују у уобичајеним врстама тла. Решавање уочених изазова у области уземљења у пустињским пределима Арабијског полуострва је дала мотивацију за даља истраживања и довела до израде ове дисертације.

Истраживања из [6] су обухватила пет различитих локација у УАЕ, тако да се истраже типични региони у области коју покрива регионална електродистрибутивна компанија:

- 1) високе пешчане дине, са растреситим црвеним песком (тешки услови за уземљење),
- 2) мање пешчане дине са растреситим белим песком (тешки до умерени услови за уземљење),
- 3) равна пустиња са компактним белим песком (умерени до добри услови за уземљење),
- 4) пустињски стеновити предели са природним оазама у околини (умерени до добри услови за уземљење), и
- 5) аграрни предели у којима постоје подземне воде (добри услови за уземљење).

Тло у УАЕ је специфично, пре свега због постојања површинског слоја велике специфичне отпорности. Једна од последица таквог тла је да пракса да се мерења Венеровом методом изводе дуж 6 праваца на локацији за коју се врши карактеризација тла, јер искуство показује да извештај број мерења није валидан и због тога их треба искључити из методе за естимацију параметра тла. Током истраживања [6] мерења су вршена у више праваца (до 9 праваца на свакој локацији). Објашњено је да упркос примене повећања пречника тест електрода и сипањем слане воде око струјних електрода, велики број мерења није био валидан. Речено је да у великом броју случајева, чак и након предузимања мера за смањење контактне отпорности између струјних електрода и тла, није било могуће постићи потребну мерну струју која се инјектира у тло.

У идентификацији мерења која треба одбацити при карактеризацији тла коришћен је и резултат CUME софтвера, који сигнализира упитна мерења. На крају се показало да се за прве две локације морало прибећи грубим инжењерским апроксимацијама током поступка карактеризације тла.

У односу на податке приказане и анализиране у [6], била су доступна додатна мерења са различитих локација у УАЕ. Примера ради, поред резултата наведених електричних мерења на пет полигона у типичним регионима, био је доступан скуп извештаја о геолошком узорковању тла. Узорци су добијени извлачењем кроз поступак бушења по дубини до 20 m. Места геолошког узорковања нису вршена на микролокацијама наведених пет полигона, већ су добијена из архиве електродистрибутивне компаније. Помоћу *Google Earth*-а је извршен детаљни преглед микролокација пет наведених полигона и микролокација на којима су вршена геолошка узорковања. Нажалост, није било могуће поуздано установити да се резултати геолошких узорковања могу поуздано узети као важећи за локације наведених пет полигона. Разлог је што су сувише удаљене или постоје карактеристични географски мотиви,

као што је масив стена или оазе. Додатна тешкоћа је што извештаји о геолошким испитивањима не садрже податак о специфичној електричној отпорности узорака. Из наведених разлога се одустало од покушаја да се из доступних резултата геолошких испитивања дефинише промена специфичне електричне отпорности по дубини тла на поменутих пет полигона.

Током рада на изради дисертације поново су анализирани резултати: како они приказани у самом раду [6], тако и оригинална мерења, чијом анализом се дошло до резултата презентованих у [6]. Потврђен је садржај у [6] који се односи на опис тешкоћа током мерења. У табели IV у [6] су приказане вредности двослојног тла добијене класичним приступом (мерења Венеровом методом и CУМЕ софтвер [7]). Уз задржавање сумње у тачност примењеног поступка, ни за једну од наведених пет локација поступак ни приближно није резултовао закључком да постоји танак горњи слој чија специфична електрична отпорност има много већу вредност од доњег слоја. Накнадном анализом профила промене привидне специфичне отпорности са променом међусобног растојања између електрода a установљено је да одступа од очекиваног профила за двослојна тла. Ово сазнање је указало да двослојно тло не представља прави модел којим се описује тло. Током рада на дисертацији се размишљало и о промени модела тла (да се узме трослојно тло, или чак да се специфична електрична отпорност мења по дефинисаној аналитичкој форми у неком опсегу дубине), али се одустало од истраживања у том смеру.

Након сагледавања наведеног, одлучено је да се експеримент изведе у лабораторији, на умањеном моделу, код кога су могли да буду контролисани услови и направи двослојно тло, са танким површинским слојем који има много већу специфичну електричну отпорност од доњег слоја.

Као што је речено у претходним поглављима дисертације, развијена је нова метода за одређивање параметара двослојног тла која користи спрегу софтверских пакета *MATLAB* и *COMSOL Multiphysics*. У *MATLAB*-у је главни програм који користи оптимизациони алгоритам и који позива 3Д *FEM* симулације које се изводе у *COMSOL Multiphysics*. Оптимизациони солвер из *MATLAB*-а базиран је на Нелдер-Мид алгоритму. Метода као улазне податке користи резултате мерења Венеровом методом, било из литературе, било из стварних мерења, или синтетичке.

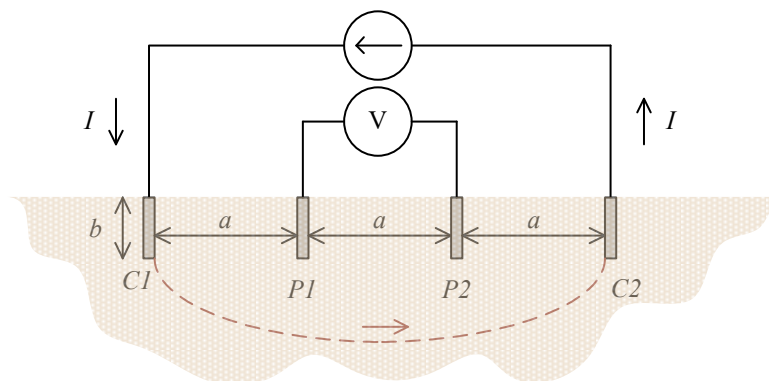
У овом поглављу се приказују резултати примене оригиналне предложене методе, као доприноса који је остварен и публикован у међународном часопису *Electrical Engineering*, референца [13]. Упоредо су приказани и резултати најзначајније (општеприхваћене) методе из литературе за интерпретацију Венерових мерења, како би се сагледао ефекат примене предложене нове методе.

У поглављу 5 приказана је и верификација предложене нове методе на умањеном лабораторијском моделу.

4.2 Венерова метода

Венерова метода (Сл. 4.1) за мерење специфичне отпорности тла претходно је детаљно анализирана у одељку 2.2.1.1.

Према Венеровој методи, мерења се изводе са четири цилиндричне електроде колинеарно пободене у земљиште, односно поређане у линији и то на једнаким растојањима a између сваке две електроде. Спољашње две електроде су струјне. Оне служе за убризгавање испитне струје познате јачине. Унутрашње две електроде за потенцијале, односно за мерење разлике потенцијала, тј. напона. Све 4 цилиндричне електроде пободене су до дубине b у тло.



Сл. 4.1 – Шематски приказ Венерове методе

У Венеровом раду [33] изведени су изрази за одређивање привидне специфичне отпорности (ρ_a): упрошћени (2.5), примењив је за случајеве у којима важи $b \ll a$, и прецизнији (2.4), који уважава и дубину убадања електроде b . Међутим, и у прецизнијем изразу присутна је апроксимација да су при извођењу електроде посматране као тачке на дубини b .

У наведеним једначинама, врши се апроксимација, тако што се уместо стварног облика мерних електрода оне посматрају као тачке. У једначинама (2.4) и (2.5), из фундаменталног Венеровог рада [33], узето је да се поменути тачке, којима се апроксимирају мерне електроде, налазе на дубини b . У публикацији [14] се полази од упрошћења да се поменути тачке налазе на површини тла, одакле се дошло до израза (2.10). Наведена апроксимација може да изазове значајну грешку у прорачуну ако услов $b \ll a$ није испуњен. Као што је претходно објашњено, у случају тла које има танак површински слој високе вредности специфичне отпорности постоји потреба да се изврше мерења за мала међусобна растојања a између електрода, а када је тешко постићи поменути услов $b \ll a$. У овом поглављу се квантификује одступање које настаје на овај начин, тј. применом класичне методе на једно такво специфично тло и предлаже се нова метода интерпретације, у којој се уважава стварни, цилиндричан облик, мерних електрода.

Стандардна метода из литературе (референце [14] и [15]) за интерпретацију мерења специфичне отпорности тла Венеровом методом користи аналитички изведену једначину за прорачун привидне специфичне отпорности ρ_a . Метода се користи за одређивање параметара хоризонталног двослојног модела тла. Вредност ρ_a (измерено, тј. ρ_a мерено) добија се из R_a помоћу једначина (2.4), односно (2.5), односно геометријског коефицијента (2.6) из [38]. Зависност ρ_a од параметара двослојног тла развијена је полазећи од Лапласове једначине и представљена је у [14] у облику реда са бесконачним бројем чланова (2.10).

У изразу (2.10) изражена је зависност привидне специфичне отпорности тла ρ_a од дебљине горњег слоја и специфичних отпорности слојева у двослојном земљишту и представља аналитички модел двослојног тла. При извођењу овог израза се применила апроксимација да се електроде посматрају као тачке на површини тла уместо да се посматра њихов стварни цилиндричан облик. Као и код израза (2.5), наведено упрошћење је оправдано када је $b \ll a$.

Дубина b убадања електроде мора бити довољно велика тако да обезбеди механички стабилно позиционирање електроде. Поред тога, дубина убадања утиче и на вредност отпорности струјне електроде, прикључене у коло спољног напајања, која треба да буде довољно мала да се може остварити потребна мерна струја. Приликом извођења мерења у пракси, дубина b је обично 20 см. Дакле, Венерова мерна метода и методе интерпретације тачне су у случају довољно великих растојања између електрода a . У већини случајева у пракси нема потребе да се мерења врше за мали размак a између мерних електрода. Ипак, за

случај када се има земљиште са веома танким површинским слојем, а који се одликује знатно већом специфичном отпорношћу од доњег слоја (на пример, услови пустињског тла), потребна су мерења за мала растојања a између електрода, јер на измерене вредности при већим растојањима доминантно утиче специфична електрична отпорност доњег слоја, односно мерења не садрже информацију о дебљини и специфичној електричној отпорности плитког горњег слоја.

За рачунарску примену једначине (2.10), искуствено је установљено да је довољно да се узме првих 100 чланова реда, тј. да се коначни ред са $n = 100$ понаша као „бесконачни ред“.

Повећањем размака електрода a , привидна специфична отпорност ρ_a мења се, јер на њу све више утиче отпорност дубљих слојева тла. Ово произилази из чињенице да што су удаљеније струјне електроде, то се испитна струја шири и продире у дубље слојеве тла. Ако су мерења вршена на тлу чија би стварна структура у потпуности одговарала идеалном двослојном тлу, за привидну отпорност ρ_a би важило да се асимптотски приближава вредности отпорности горњег слоја ρ_1 при малим међусобним растојањима између електрода a . Ово може да се види из једначине (2.10).

За већа међусобна растојања између електрода a , утицај отпорности доњег слоја ρ_2 на ρ_a расте. Ово значи да је потребно извршити мерења за велика растојања a између електрода. Другим речима, потребно је да скуп мерења треба да покрије случајеве у којима сви параметри ρ_1 , h , и ρ_2 утичу на вредности R_a и ρ_a . На пример, ако су мерења вршена само за скуп вредности великих међусобних растојања електрода, нумеричка обрада података би произвела добру процену вредности за специфичну отпорност доњег слоја ρ_2 , али критеријумска функција не би била осетљива на параметре ρ_1 и h , посебно ако је почетно међусобно растојање a веће од дубине h горњег слоја, што значи да не би било могуће да се тачно одреди. Нумерички примери су дати у одељку 4.4 са резултатима симулација.

У референци [15] се за интерпретацију користи метода најстрмијег спуштања, односно опадајућег градијента, за одређивање параметара двослојног модела тла.

У новој методи развијеној у дисертацији, није коришћена метода интерпретације из [15], већ метода нумеричке оптимизације *fminsearch* из *MATLAB*-а. Она се користи за минимизовање критеријумске функције (4.1) кроз све анализе у овом поглављу.

4.3 Нова метода на бази спреге нумеричке оптимизационе методе и FEM симулација

У класичном приступу, методе интерпретације параметара вишеслојног модела тла користе аналитичке једначине за прорачун привидне отпорности ρ_a у зависности од дебљине и специфичне отпорности слојева у вишеслојном земљишту (даље разматраће ће се односити искључиво на двослојно тло). Да би се превазишли проблеми изложени у претходном одељку који се јављају у случају специфичних земљишта са веома танким површинским слојем са знатно већом специфичном отпорношћу од оне од доњег слоја, развијен је нови приступ. У њему се уместо аналитичког израза (2.10), врше 3Д FEM симулације које уважавају стварни цилиндрични облик мерних електрода.

У методи карактеризације из [15], $\rho_d^{\text{рачунато}}$ рачуна се помоћу једначине (2.10) и у свакој итерацији враћа се као улаз у критеријумску функцију (2.11). У методи из овог поглавља спроводи се итеративни поступак у којем се критеријумској функцији као вредност враћа рачуната привидна електрична отпорност ($R_d^{\text{рачунато}}$). Привидна електрична отпорност $R_d^{\text{рачунато}}$ се добија обрадом резултата из FEM симулација. FEM симулације Венерових мерења се врше за размаке електрода a_j , где је $j = 1, \dots, n$. Преласком са $\rho_d^{\text{рачунато}}$ на $R_d^{\text{рачунато}}$ мења се и критеријумска функција која сада има облик:

$$F(\rho_1, \rho_2, h) = \sum_{j=1}^n \left[\frac{R_a^{\text{мерено}}(a_j) - R_a^{\text{рачунато}}(a_j)}{R_a^{\text{мерено}}(a_j)} \right]^2. \quad (4.1)$$

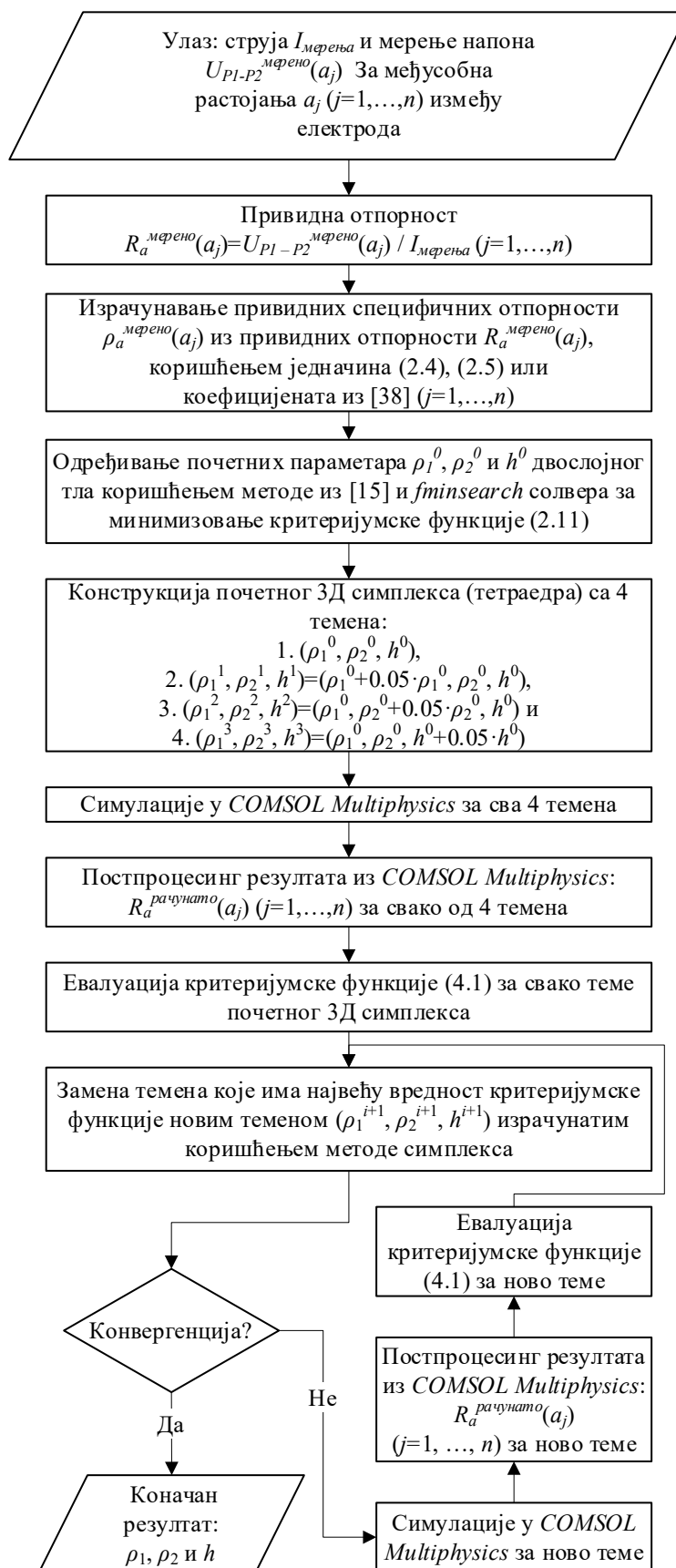
У новој методи интерпретације, вредност која се враћа као улаз у критеријумску функцију је отпорност $R_a^{\text{рачунато}}$. Наведена отпорност се добија накнадном обрадом резултата из низа $(1, \dots, n)$ FEM симулација мерења Венеровом методом, за међусобне размаке мерних електрода a_j , где је $j = 1, \dots, n$.

На овај начин, коришћењем R_a уместо ρ_a у критеријумској функцији, заобилази се израчунавање ρ_a из R_a заједно са свим инхерентним поједностављењима и последичном слабијом тачношћу.

На овај начин се избегава да у оптимизациони алгоритам улази ρ_a рачунато на основу аналитичке формуле са свим наведеним припадајућим упрошћењима. Уместо тога, користи се $R_a^{\text{рачунато}}$ које се добија из FEM симулација мерења Венеровом методом у којима се уважава стварна цилиндрична геометрија мерних електрода.

3Д FEM модел узима у обзир стварни облик електрода и врши корелацију односа напона између потенцијалних електрода и струје инјектиране кроз струјне електроде ($R_a^{\text{мерено}}$) са карактеристикама гла.

Алгоритам за спровођење оригиналне методе дат је дијаграмом на Сл. 4.2.



Сл. 4.2 – Дијаграм тока за развијену методу за одређивање параметара двослојног модела гла

4.3.1 Имплементација у *COMSOL Multiphysics*

3Д модел за симулацију мерења Венеровом методом оформљен је у *FEM* софтверу *COMSOL Multiphysics v6.0* [17]. У даљем току текста у овом поглављу, термин *FEM* користиће се наизменично са *COMSOL Multiphysics* (или понегде само *COMSOL*). Опис *FEM* моделовања у овом одељку написан је у складу са терминологијом из графичког корисничког интерфејса *COMSOL Multiphysics* софтвера.

4.3.1.1 Геометрија домена

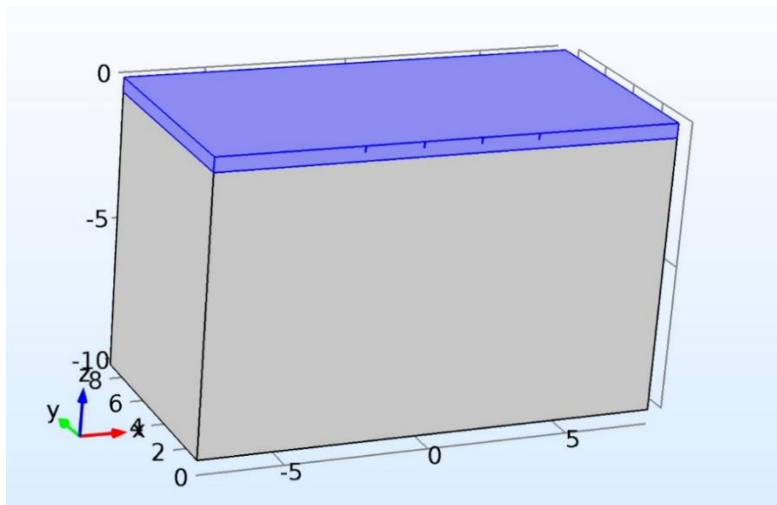
Земљиште око електрода је моделовано је као квадар. Димензије квадра усвојене су као променљиве у зависности од међусобног размака између електрода на следећи начин:

- 1) за $a \leq 2$ m: $16 \text{ m} \times 16 \text{ m} \times 10 \text{ m}$,
- 2) за $2 \text{ m} < a \leq 3$ m: $48 \text{ m} \times 48 \text{ m} \times 30 \text{ m}$, и
- 3) за $a > 3$ m: $240 \text{ m} \times 240 \text{ m} \times 150 \text{ m}$.

Димензије квадра представљене су у формату: дужина \times ширина \times висина, где је дужина у правцу у којем су пободене четири мерне електроде. Димензије у зависности од међусобног растојања између електрода емпиријски су подешене. Било је потребно да се оствари компромис како би се с једне стране добили резултати читавања напона између потенцијалних електрода $P1$ и $P2$ блиски резултатима за бесконачно земљиште (односно што већи домен), а с друге стране како би се димензије домена одржале што је могуће мањим ради смањења броја коначних елемената у мрежи и скратило време симулације.

За колинеарну конфигурацију електрода, домен облика квадра претпостављен је као прикладнија опција у смислу моделовања него полусфера са доменом такозваног бесконачног слоја на љусци полусфере. Полусфера са додатном љуском бесконачног домена која може да се користи за разматрање удаљене референте земље ипак је представљена и коришћена за *FEM* моделовање у поглављу 6.2.

Квадар је подељен на горњи слој дубине h и доњи слој. Електроде су моделоване као цилиндри дужине $b = 0,2$ m и полупречника $r = 0,01$ m. Због симетрије, искоришћена је могућност да се изостави половина описаног квадра чиме се додатно штеде потребни рачунарски ресурси и време. Моделована геометрија, након поменутог изостављања половине квадра, приказана на Сл. 4.3. На слици је горњи слој дубине $h = 1$ m. Такође, видљиве су и половине 4 цилиндричне електроде дужине $b = 0,2$ m на површини.



Сл. 4.3 – Геометрија домена *FEM* модела за случај $a = 2$ m: димензије квадра $8 \text{ m} \times 16 \text{ m} \times 10 \text{ m}$

Поред потребе за повећањем величине домена облика квадра са повећањем растојања између електрода a , потребно је и да висина квадра буде знатно већа од претпостављене дубине горњег слоја. У супротном, солвер *fminsearch* могао би, у склопу варирања параметара модела (ρ_1, ρ_2, h), да покуша да повећа h и преко висине квадра, што би довело до грешке у FEM симулацијама.

4.3.1.2 Формулација граничних услова

У COMSOL-у, коришћен је модул физике *Electric Currents* за 3Д симулацију мерења Венеровом методом. Режим рада COMSOL софтвера подразумева:

- *Current conservation* – услов да нема нестајања струје по запремини и на границама моделованог домена и
- *Electric insulation* – услов да су све спољашње границе моделованог домена идеално изоловане, односно $\vec{n} \cdot \vec{J} = 0$ (гранични услов Нојмановог типа).

Ручно је постављен гранични услов *Ground* за све спољашње површине моделованог домена, осим за горњу (површина гла) и осим за површину дуж које је почетни квадар преполовљен ради коришћења особине симетрије. Тиме се подразумевани услов електричне изолације преписује. Наведене спољашње површине тада, дакле, имају гранични услов Дирихлеовог типа: електрични потенцијал подешен је да буде једнак потенцијалу референтне земље, тј. $V = 0 \text{ V}$.

За струјне електроде $C1$ и $C2$ и за напонске електроде $P1$ и $P2$ ручно је подешен гранични услов еквипотенцијалности. Струја се убризгава кроз терминал дефинисан површинама струјне електроде $C1$ и стиче се у терминал дефинисан површинама струјне електроде $C2$. За све FEM симулације коришћена је мерна струја од 1 А (у преполовљени домен се на терминалу $C1$ убризгава 0,5 А и стиче 0,5 А на терминалу $C2$). Вредност електричног потенцијала на почетку симулације постављена је на 0 V у свим тачкама моделованог домена.

4.3.1.3 Физичке карактеристике материјала

И струјне и потенцијалне електроде имају добру проводност и стога су моделоване као шупље, са истом вредношћу потенцијала дуж целе површине која је у контакту са остатком домена. Другим речима, није им додељено никакво својство материјала.

Специфичне отпорности за горњи и доњи слој, ρ_1 и ρ_2 , додељене су као параметри материјала горњем и доњем слоју, респективно. Параметри ρ_1 и ρ_2 , заједно са параметром за дубину горњег слоја h , мењају се за сваку наредну итерацију у којој солвер *fminsearch* позива COMSOL да изврши наредни скуп симулација мерења Венеровом методом.

4.3.1.4 Мрежа коначних елемената

Читав моделовани домен је подељен на мрежу коначних елемената (тзв. *mesh*) за коју FEM софтвер аутоматски поставља и једначине задате физике. За методу предложена овде, коришћена су стандардна COMSOL *Multiphysics* подешавања за формирање мреже тетраедарских елемената уз стављену величину *extremely fine*.

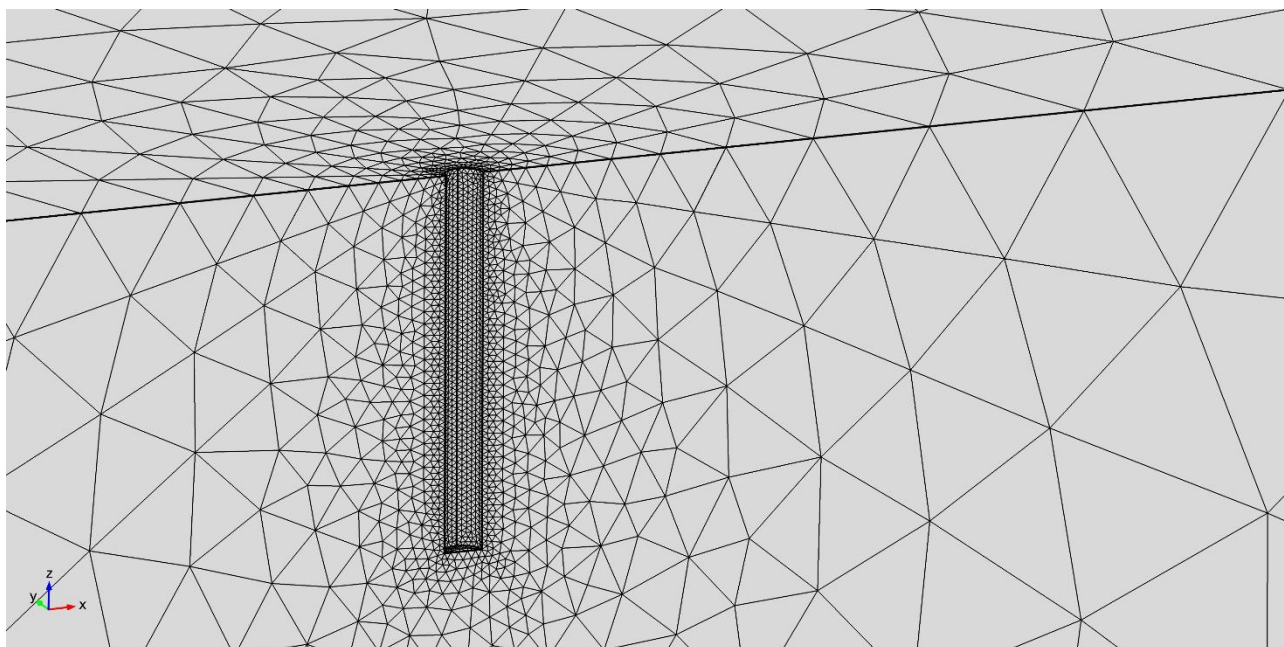
Мрежа коначних елемената се разликује за различите размаке електрода и дебљине горњег слоја. Због примењене итеративне процедуре за одређивање параметара ρ_1, ρ_2 и h , потребно је да се изнова оформи мрежа за читав моделовани домен и то за сваку итерацију, односно позив критеријумске функције. Разлог је пре свега параметар h који се из итерацију

у итерацију мења како диктира солвер *fminsearch*. Оформљена мрежа коначних елемената око електроде је приказано на Сл. 4.4.

Избор опције *extremely fine* за величину мреже доводи до елемената величине са минималним и максималним димензијама у опсегу 0,0032–0,32 m за растојања између електрода до и укључујући 3 m, са укупним бројем од око $8,2 \times 10^5$ елемената за мрежу која ће бити обележена са „1X“. За већа мерна растојања, димензије елемената мреже су у опсегу 0,048–4,8 m, са око $4,8 \times 10^6$ елемената мреже.

Тест независности мреже је извршен на уобичајени начин: извршено је ручно подешавање и смањене минималне и максималне димензије коју тетраедарски елементи могу да имају и анализиран утицај на резултат.

За земљиште из одељка 4.4.3 ($\rho_1 = 5000 \Omega\text{m}$, $\rho_2 = 100 \Omega\text{m}$, $h = 0,5 \text{ m}$) ручно је смањена максимална димензија за елементе мреже на 0,16 m за мерна растојања до 3 m (укључујући и 3 m), односно смањена на 2,4 m за већа растојања. Другим речима, максимална димензија за елементе смањена је на пола да би се добила гушћа мрежа „2X“. Укупан број елемената мреже повећан је на око $5,5 \times 10^6$ за мерна растојања до 3 m (укључујући и 3 m), и око $9,1 \times 10^6$ за већа растојања. Највеће одступање за R_a (из Таб. 4.5) између мреже „1X“ и мреже „2X“ било је за размак електрода $a = 5 \text{ m}$ и износило је 0,67%.



Сл. 4.4 – Увећан детаљ мреже коначних елемената око мерне електроде

4.3.2 Повезивање софтвера *Matlab* и *COMSOL Multiphysics*

За повезивање софтвера *Matlab* и *COMSOL Multiphysics* искоришћен је модул *LiveLink for Matlab* [116]. Наведени модул служи као интерфејс између 2 софтвера. Помоћу њега је било могуће да се из *Matlab-a* у *COMSOL Multiphysics* прослеђују:

- параметри геометрије модела (димензије домена, дубина горњег слоја h двослојног модела гла, дубина убадања b и размак a мерних електрода),
- параметри материјала (ρ_1 и ρ_2), и
- параметри за контролу величине формирања мреже коначних елемената.

Даље, било је могуће и да се из *Matlab-a* управља следом корака у *COMSOL Multiphysics*:

- иницирање формирања геометрије на основу задатих параметара геометрије модела,
- иницирање формирања мреже коначних елемената на основу параметара за контролу величине мреже,
- започињање симулација, и
- преузимање прорачунатих потенцијала U_{P1} и U_{P2} и мерне струје $I_{\text{мерања}}$ ради накнадне обраде и одређивања $R_a^{\text{рачунато}}$ за симулирана мерења Венеровом методом за сва задата растојања a између електрода.

4.4 Поређење метода

У овом одељку су, на низу примера, приказани резултати примене обе методе описане у претходном тексту:

- 1) стандардни приступ, заснован на приближним аналитичким изразима, и
- 2) примена оригиналне методе, коришћењем FEM прорачуна и итеративног солвера.

Примери су бирани тако да се оригинални приступ упореди са стандардним приступом. Имајући у виду наведене апроксимације у стандардном приступу, очекивало се да ће оригинална метода задржати своју тачност и за двослојна тла са танким горњим слојем велике специфичне електричне отпорности у односу на доњи слој. За тај случај је очекивано да стандардна метода не задржава тачност коју постиже за уобичајено двослојно тло. Још једно важно питање за истраживање су потребни размаци електрода a за које треба извршити мерења Венеровом методом да би се добио скуп података који је потребан за прецизно одређивање параметара двослојног тла.

За квантификацију укупног поклапања модела чији су параметри добијени као резултат интерпретације, с једне стране, и мерених вредности, с друге стране, поред процентуалних одступања за ρ_1, ρ_2 и h , као главног резултата, користи се и израз за процентуалну вредност корена средње вредности квадрата релативних одступања R_a , дата изразом (4.2).

$$RMSErrR_a = 100 \cdot \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \left[\frac{R_a^{\text{мерено}}(a_j) - R_a^{\text{рачунато}}(a_j)}{R_a^{\text{мерено}}(a_j)} \right]^2}. \quad (4.2)$$

Први тест је урађен за случај мерења из [15], где земљиште има уобичајена својства. Пошто су у референци [15] дате само вредности привидних специфичних отпорности ρ_a , измерене вредности привидних отпорности R_a потребне за примену методе развијене у овом поглављу израчунавају се помоћу једначине (2.5). Ово је оправдано за земљиште са нормалним својствима, као што је дискутовано у одељку 4.2. Резултати су представљени у Таб. 4.1, из којих се види да су резултати примене стандардне и оригиналне методе слични.

Синтетички параметри су одабрани параметри за два илустративна примера двослојног модела тла:

1. $\rho_1=400 \Omega\text{m}$, $\rho_2=100 \Omega\text{m}$ и $h=2,5 \text{ m}$, и
2. $\rho_1=5000 \Omega\text{m}$, $\rho_2=100 \Omega\text{m}$ и $h=0,5 \text{ m}$.

Први пример двослојног тла је са параметрима који одговарају тлу са уобичајеном дубином горњег слоја и ниском вредношћу коефицијента рефлексije, за који класична метода интерпретације даје добар резултат.

Други тип тла је са плитким горњим слојем високе специфичне отпорности у односу на доњи слој, односно вредност коефицијента рефлексije је врло висока (-0,961) по апсолутној вредности.

Затим, извршена је симулација скупа Венерових мерења помоћу FEM-а за моделе тла са тако одабраним параметрима. Добијене привидне отпорности R_a из FEM симулација затим су коришћене као улазни подаци за класичну и оригиналну методу.

Последња група резултата је дата за податке о мерењима која су објављена у раду [6], а извршена су на једном од експерименталних полигона у УАЕ.

4.4.1 Двослојно тло из литературе

Из Таб. 4.1 се види да су одступања од мерења из [15] ($RMSErrR_a$ (%)) нешто мања када се користи метода интерпретације која је предложена у дисертацији. У Таб. 4.2 приказане су измерене и израчунате привидне отпорности R_a , за свако од међусобних растојања a између мерних електрода. Израчунате вредности привидних отпорности R_a у Таб. 4.2 добијају се:

- 1) прво се одреде вредности привидних специфичних отпорности ρ_a коришћењем једначине (2.10) на интерпретираним параметрима одређеним методом из [15] (2. колона из Таб. 4.1), после чега се одреде вредности привидних отпорности R_a помоћу једначине (2.5), или
- 2) оригиналном методом (3. колона из Таб. 4.1).

Табела 4.1 – Поређење параметара двослојног модела тла добијених помоћу стандардне методе из литературе и оригиналне методе

	Резултати из референце [15], примена стандардне методе	Одређивање параметара применом оригиналне методе	Одступање [%]
ρ_1 [Ωm]	383,5	375,7	-2,02
ρ_2 [Ωm]	147,7	145,8	-1,26
h [m]	2,563	2,677	4,48
$RMSErrR_a$ [%]	3,6305	3,521	-3,02

Табела 4.2 – Израчунате и измерене вредности привидних отпорности R_a [Ω] за случај земљишта из референце [15]

a [m]	R_a [Ω] мерено, референца [15]	R_a [Ω] рачунато помоћу методе из референце [15]	Одступање од мереног [%]	R_a [Ω] рачунато помоћу оригиналне методе	Одступање рачунаог од мереног [%]
2,5	20,372	20,845	2,32	20,589	1,06
5	7,799	7,445	-4,54	7,502	-3,81
7,5	3,862	3,978	3,00	3,997	3,49
10	2,578	2,674	3,72	2,671	3,58
12,5	2,139	2,031	-5,04	2,017	-5,70
15	1,613	1,648	2,20	1,629	1,02

4.4.2 Синтетичко двослојно тло са малом вредношћу коефицијента рефлексије

Вредности привидних отпорности R_a , добијене су FEM симулацијама за двослојно тло са параметрима:

- $\rho_1=400 \Omega\text{m}$,
- $\rho_2=100 \Omega\text{m}$ и
- $h=2,5 \text{ m}$.

Добијене вредности приказане су у Таб. 4.3. Ова табела такође приказује вредности израчунатих привидних специфичних отпорности ρ_a које се користе као улазни подаци за поступак интерпретације из литературе који ће се поредити са оригиналном методом. У наведеној табели, вредности ρ_a израчунате су из R_a коришћењем геометријских коефицијената доступних из литературе: 1) Венеров упрошћени израз (2.5), 2) Венеров прецизнији израз (2.4) и израз од Баишикија, Остерберга и Давалибија (Б.О.Д.) за уважавање цилиндричних електрода на малим растојањима из [38].

Параметри гла су одређени: 1) поступком интерпретације из литературе, при чему је коришћена Нелдер-Мидова нумеричка метода уместо методе оптимизације из [15] и 2) оригиналном методом. Резултати интерпретације су приказани у Таб. 4.4.

Прорачунско време за добијање параметара земљишта оригиналном методом (последње две колоне) у Таб. 4.4 износило је 8 и 10 часова, респективно. Поклапање израчунатих вредности ρ_a , добијених коришћењем процењених параметара ρ_1 , ρ_2 и h , са ρ_a добијеним из R_a генерисаних FEM симулацијама из Таб. 4.3 (ове вредности ρ_a су означене као „мерене“) приказане су на Сл. 4.5. Приказане су криве ρ_a привидних отпорности које се добијају као резултати стандардне методе из литературе. Криве су нацртане користећи израз (2.10).

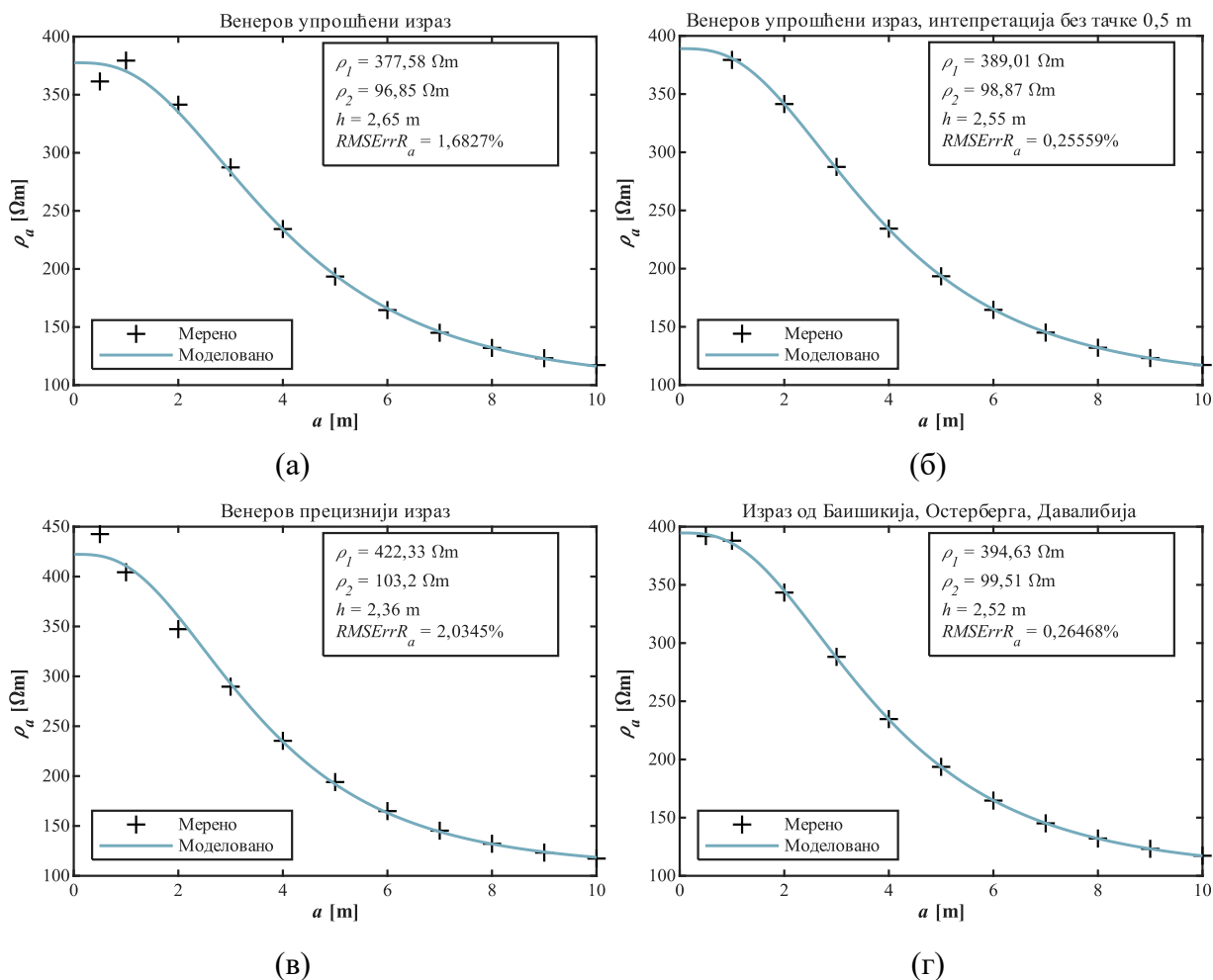
Табела 4.3 – Синтетичко тло уобичајених карактеристика: $\rho_1=400 \Omega\text{m}$, $\rho_2=100 \Omega\text{m}$, $h=2,5 \text{ m}$

a [m]	Синтетичко тло привидне отпорности R_a [Ω] генерисане из FEM симулација	Привидне спец. отп. ρ_a [Ωm], израчунате из R_a коришћењем:		
		Венеров упрошћен израз (2.5)	Венеров прецизнији израз (2.4)	Израз од Б.О.Д. [38]
0,5	115,04	361,41	442,57	391,92
1	60,375	379,35	404,34	387,95
2	27,169	341,42	347,30	343,40
3	15,248	287,41	289,63	288,15
4	9,3246	234,35	235,37	234,69
5	6,1577	193,45	193,99	193,63
6	4,3652	164,57	164,88	164,67
7	3,2978	145,04	145,25	145,11
8	2,6264	132,02	132,16	132,07
9	2,178	123,16	123,27	123,20
10	1,866	117,23	117,31	117,25

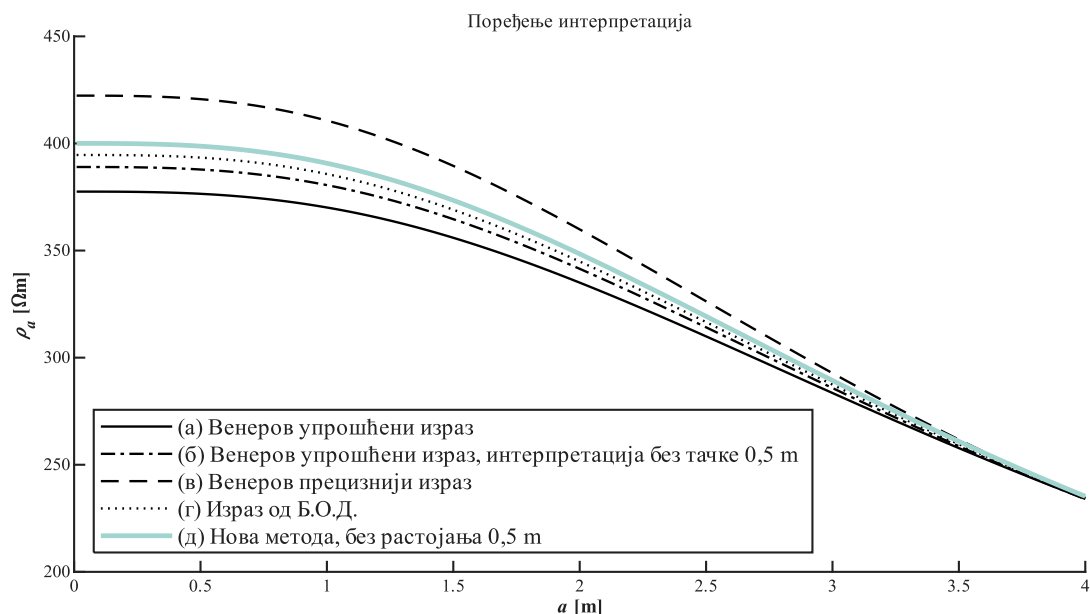
Табела 4.4 – Параметри двослојног тла одређени на основу улазних података из Таб. 4.3

Сва растојања из Таб. 4.3	Метода из литературе				Оригинална метода	
	Венеров упрошћени израз (2.5), Сл. 4.5(а)	Венеров упрошћени израз (2.5), растојање 0,5 m изостављено Сл. 4.5(б)	Венеров прецизнији израз (2.4), Сл. 4.5(в)	Израз од Б.О.Д. [38], Сл. 4.5(г)	Сва растојања из Таб. 4.3	Растојање 0,5 m изостављено, Сл. 4.6
ρ_1 [Ωm]	377,58	389,01	422,33	394,63	399,99	400,03
ρ_2 [Ωm]	96,85	98,87	103,2	99,51	100,01	99,97
h [m]	2,65	2,55	2,36	2,52	2,5002	2,5005
Одступање од синтетичког модела тла ($\rho_1=400 \Omega\text{m}$, $\rho_2=100 \Omega\text{m}$, $h=2,5 \text{ m}$)						
$\Delta\rho_1$ [%]	-5,6	-2,75	5,58	-1,34	-0,004%	0,0073
$\Delta\rho_2$ [%]	-3,15	-1,13	3,2	-0,49	0,011%	-0,027
Δh [%]	5,83	2,15	-5,77	0,89	0,0082%	0,019
$RMSErrR_a$ [%]	1,68	0,26	2,03	0,26	0,012	0,016

Из Таб. 4.4 се види да метода предложена у овом поглављу доводи до бољег (готово савршеног) поклапања процењених параметара тла, док су за класичну методу приметна одступања (у случају формуле са побољшаним геометријским коефицијентима из [38]: -1,34% за ρ_1 , -0,49% за ρ_2 и 0,89% за h).



Сл. 4.5 – Резултати одређивања параметара двослојног тла методом интерпретације из литературе на основу ρ_a из Таб. 4.3



Сл. 4.6 – Поређење ρ_a за двослојне моделе тла са Сл. 4.5 и двослојни модел као резултат интерпретације оригиналне методе, приказано за мерна растојања $a \leq 4$ m

Из Таб. 4.4, као и са Сл. 4.5(а) и Сл. 4.5(б), може да се закључи да је изостављањем мерног резултата за размак електрода $a = 0,5$ m постигнута боља процена параметара двослојног тла за исти стандардни приступ, а коришћењем упрошћене Венерове формуле (2.5). Речено је у складу са закључцима из [38] да је Венеров упрошћени израз (2.5) слабије тачности када није примењив услов $b \ll a$. Све анализе су рађене за $b = 20$ cm.

Дакле, метода нумеричке оптимизације *fminsearch* укључује мерну тачку ρ_a слабије тачности на $a = 0,5$ m у критеријумску функцију и природно даје лошију процену параметара земљишта. Прецизнија Венерова формула (2.4) такође даје лошу процену ρ_a за размак електрода $a = 0,5$ m, као што се може видети на Сл. 4.5(в). Употреба геометријског коефицијента из [38] решила је проблем одређивања ρ_a за мали размак електрода $a = 0,5$ m. Као што се може видети у Таб. 4.4, оригинална метода за одређивање параметара тла даје најбоље поклапање естимираних параметара са улазним параметрима, а нешто боље када је размак $a = 0,5$ m укључен у скуп података који се користи за карактеризацију – *RMSErrRa* је 0,012% за случај са свим размацима, и 0,016% ако је размак $a = 0,5$ m изостављен.

Већ и резултати приказани у делу текста изнад могу да се посматрају као доказ о добром функционисању предложене методе, њене супериорности у односу на класичну методу у погледу поклапања резултата. У наредном поглављу, за случај структуре тла које је и главна тема ове дисертације, поменути закључак биће још израженији.

4.4.3 Синтетичко двослојно тло са танким слојем високе специфичне отпорности

Вредности привидних отпорности R_a добијене су FEM симулацијама Венерових мерења за двослојно тло са параметрима:

- $\rho_1 = 5000 \Omega\text{m}$,
- $\rho_2 = 100 \Omega\text{m}$ и
- $h = 0,5$ m.

Добијене вредности приказане су у Таб. 4.5. Ова табела такође приказује вредности израчунатих привидних специфичних отпорности ρ_a које се користе као улазни подаци за поступак интерпретације из литературе који ће се поредити са оригиналном методом. Као и за претходни тип тла из одељка изнад, вредности ρ_a у табели израчунате су из R_a

коришћењем геометријских коефицијената доступних из литературе: 1) Венеров упрошћени израз (2.5), 2) Венеров прецизнији израз (2.4) и израз од Б.О.Д. за уважавање цилиндричних електрода на малим растојањима из [38].

4.4.3.1 Сва растојања укључена у интерпретацију

Параметри тла добијени поступцима интерпретације приказани су у Таб. 4.6. Слагање израчунатих вредности привидних специфичних отпорности ρ_a , добијених са процењеним параметрима ρ_1 , ρ_2 , и h , са вредностима привидних специфичних отпорности ρ_a добијеним преко формула из привидних отпорности R_a генерисаних у почетним, одвојеним FEM симулацијама, приказано је на Сл. 4.7. Овде ваља напоменути да су приказане само криве привидних специфичних отпорности ρ_a добијених као резултат примене методе интерпретације из литературе. Време прорачуна за примену методе одређивања параметара двослојног тла предложене у овом поглављу износило је приближно **114** сати.

Вредност $RMSErrR_a$ при примени оригиналне методе износи 0,085%.

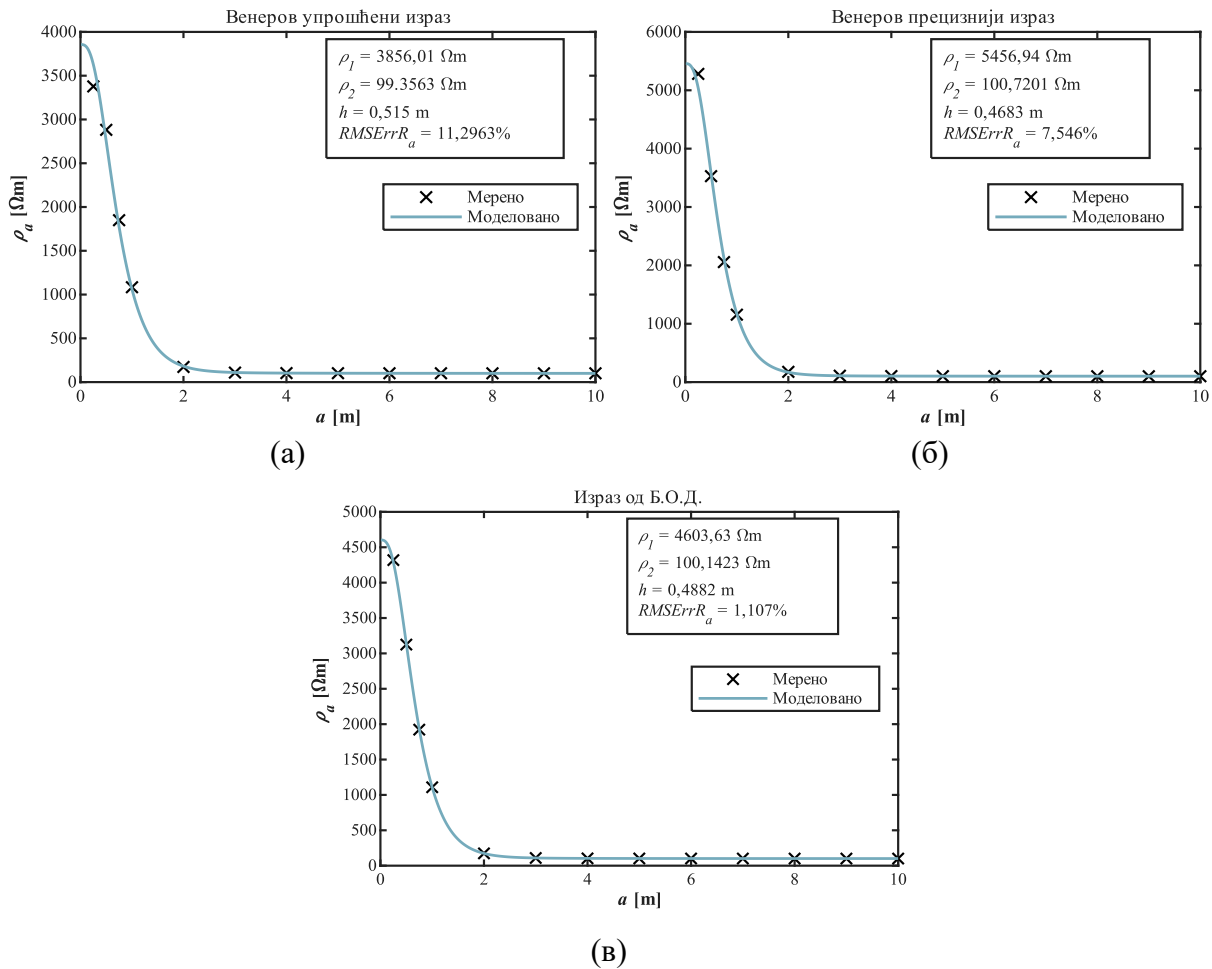
Табела 4.5 – Синтетичко тло са танким горњим слојем високе специфичне отпорности: $\rho_1=5000 \Omega\text{m}$, $\rho_2=100 \Omega\text{m}$ и $h=0,5 \text{ m}$

a [m]	Синтетичко тло привидне отпорности R_a [Ω] генерисане из FEM симулација	Привидне спец. отп. ρ_a израчунате из R_a коришћењем:		
		Венеров упрошћени израз (2.5)	Венеров прецизнији израз (2.5)	Израз од Б.О.Д. [38]
0,25	2150,16	3377,46	5280,88	4318,34
0,5	917,22	2881,52	3528,55	3124,71
0,75	392,46	1849,43	2056,67	1922,50
1	172,49	1083,78	1155,18	1108,35
2	13,76	172,956	175,94	173,96
3	5,77	108,687	109,53	108,97
4	4,1	103,067	103,52	103,22
5	3,24	101,923	102,21	102,02
6	2,69	101,344	101,54	101,41
7	2,3	101,160	101,3	101,21
8	2,003	100,685	100,8	100,72
9	1,78	100,590	100,68	100,62
10	1,60	100,661	100,73	100,68

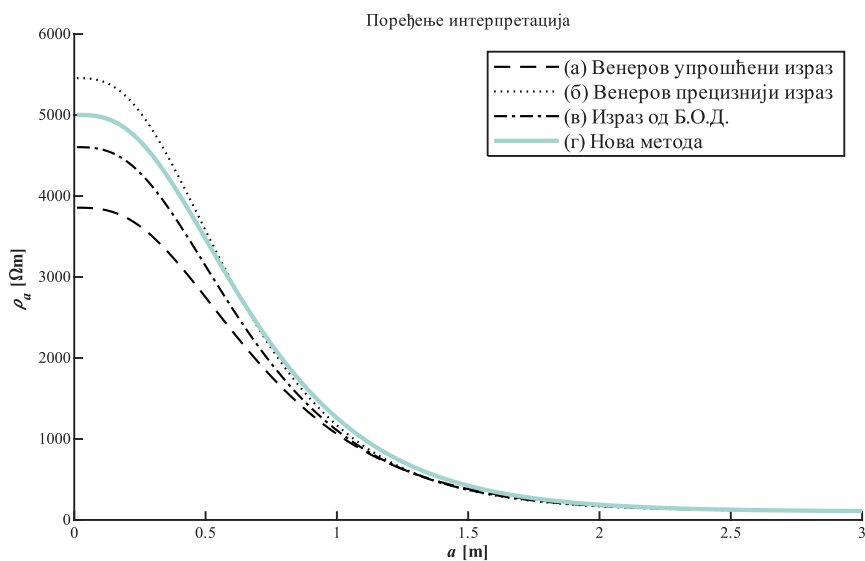
Табела 4.6 – Параметри двослојног тла одређени на основу улазних података из Таб. 4.5

Сва растојања из Таб. 4.5	Метода из литературе			Оригинална метода, Сл. 4.8
	Венеров упрошћени израз (2.5), Сл. 4.7(а)	Венеров прецизнији израз (2.4), Сл. 4.7(б)	Израз од Б.О.Д. [38], Сл. 4.7(в)	
ρ_1 [Ωm]	3856,01	5456,94	4603,63	5002,49
ρ_2 [Ωm]	99,36	100,72	100,14	100,01
h [m]	0,515	0,468	0,488	0,5
Одступање од синтетичког модела тла ($\rho_1=5000 \Omega\text{m}$, $\rho_2=100 \Omega\text{m}$, $h=0,5 \text{ m}$)				
$\Delta\rho_1$ [%]	-22,89	9,14	-7,93	0,05
$\Delta\rho_2$ [%]	-0,64	0,72	0,14	0,014
Δh [%]	2,99	-6,34	-2,36	0
$RMSErrR_a$ [%]	11,3	7,55	1,11	0,085

Оригинална метода и за овај случај синтетичког тла доводи до одличног поклапања процењених параметара земљишта, док су одступања за класичну методу значајна (видети Таб. 4.6 изнад): у случају побољшане формуле са коефицијентима из [38]: -7,93% за ρ_1 , 0,14% за ρ_2 и -2,36% за h .



Сл. 4.7 – Резултати одређивања параметара двослојног тла методом интерпретације из литературе на основу ρ_a из Таб. 4.5



Сл. 4.8 – Поређење ρ_a за двослојне моделе тла са Сл. 4.7 и двослојни модел као резултат интерпретације оригиналном методом, приказано за мерна растојања $a \leq 3 \text{ m}$

Прорачунско време је повећано за ово екстремно тло из два разлога:

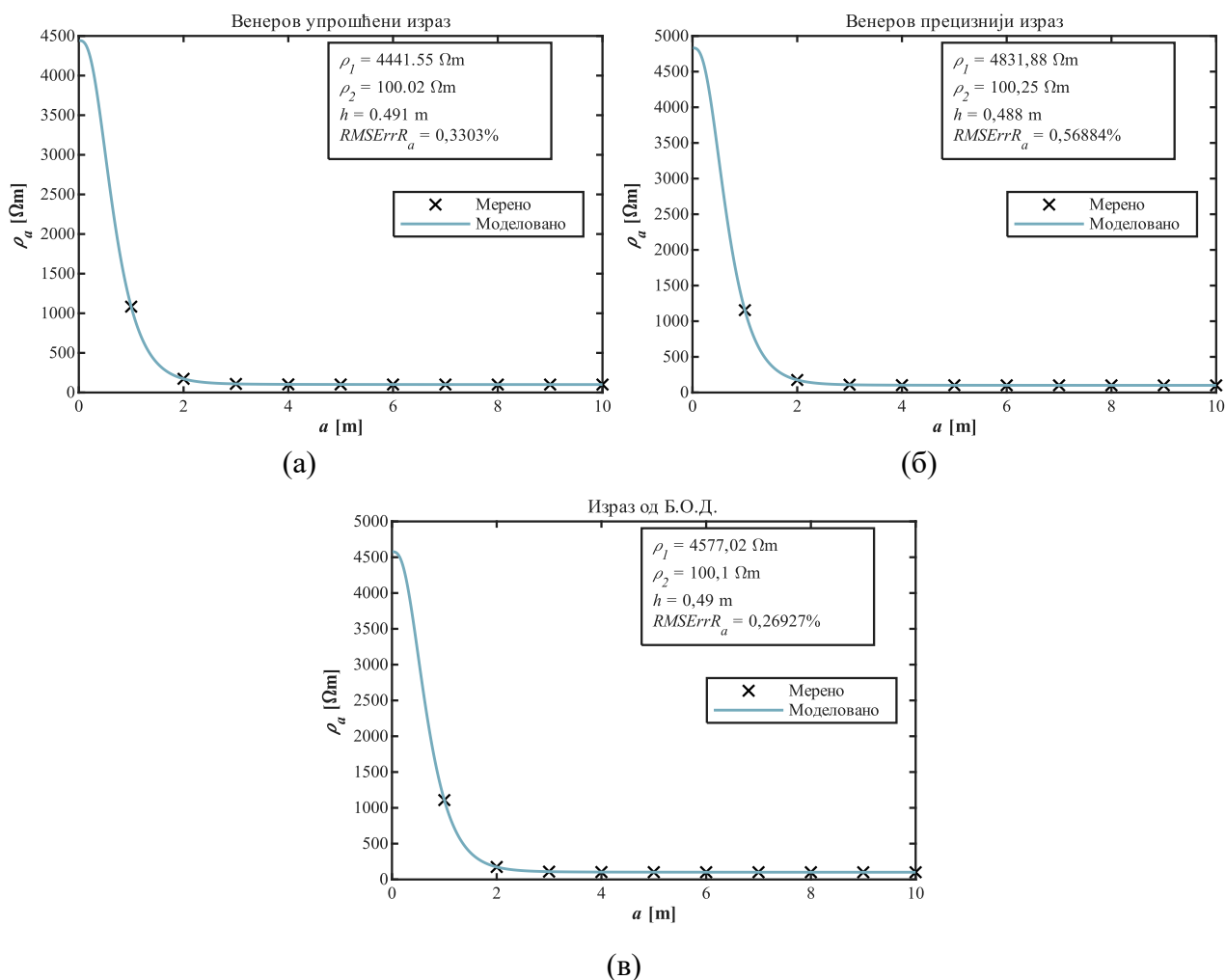
- 1) критеријумска функција је мање осетљива на промену процењених параметара. На пример, информације за разликовање утицаја ρ_1 и h могу се добити само из мерења на малим растојањима a . Ако постоји мали број таквих тачака у поређењу са укупним бројем мерних тачака, ова информација се губи приликом примене критеријумске функције. Поред тога, у зони већих мерних растојања a , крива за ρ_a је „спљоштена“ (видети Сл. 4.7). То значи да у овој зони постоје тачке које се практично понављају и које самим тим не доносе додатне информације, па чак и пригушују утицај тачака које носе информацију, и
- 2) број елемената у мрежи коначних елемената у FEM моделу у области горњег слоја тла расте са смањењем дубине h горњег слоја, јер максимална димензија елемената мреже за горњи слој последично мора да се смањи чак и за подручја горњег слоја удаљена од електрода. Повећање броја елемената мреже у горњем слоју повећава и време потребно да се изврше FEM симулације.

4.4.3.2 Уклоњена растојања $a < 1$ m из интерпретације

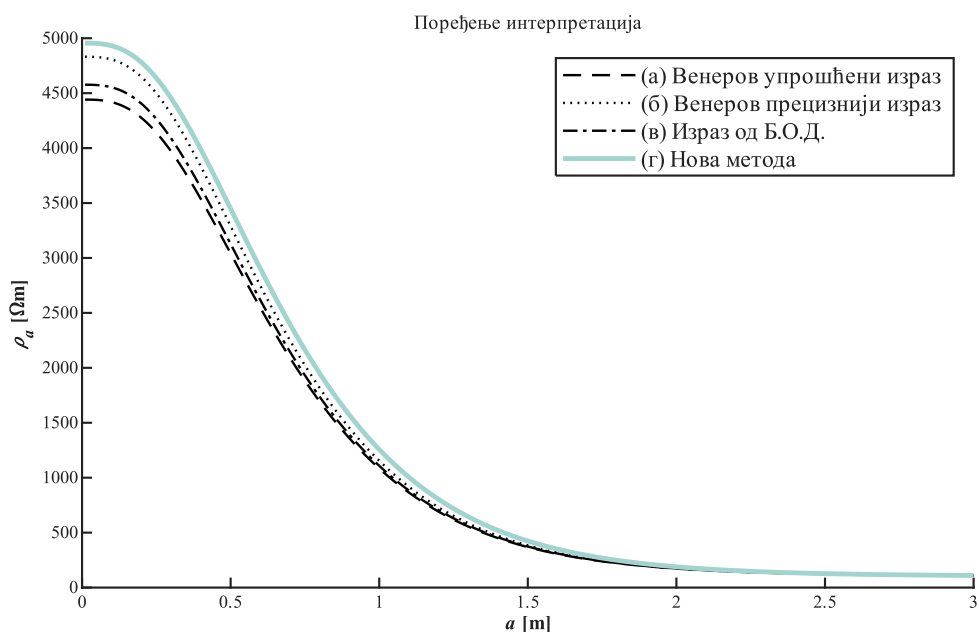
Параметри тла добијени поступцима интерпретације при коришћењу редукованог скупа улазних вредности, односно када се изоставе мерења за размаке електрода испод $a=1$ m из Таб. 4.5, приказани су у Таб. 4.7. Слагање израчунатих вредности привидних специфичних отпорности ρ_a , добијених са процењеним параметрима ρ_1 , ρ_2 , и h , са вредностима привидних специфичних отпорности ρ_a добијеним преко формула из привидних отпорности R_a генерисаних у почетним, одвојеним FEM симулацијама из Таб. 4.5 (ове вредности ρ_a означене су као „измерене“) приказано је на Сл. 4.9. И овде важи напомена да су приказане само криве привидних специфичних отпорности ρ_a добијених као резултат примене методе аналитичке карактеризације.

Табела 4.7 – Параметри двослојног тла одређени на основу улазних података представљених у Таб. 4.5 када се изоставе FEM симулирана Венерова мерења за размаке електрода испод $a=1$ m

Растојања $a < 1$ m изостављена	Метода из литературе			Оригинална метода
	Венеров упрошћени израз (2.5), Сл. 4.9(а)	Венеров прецизнији израз (2.4), Сл. 4.9(б)	Геом. коеф. из [38], Сл. 4.9 (в)	Растојања $a < 1$ m изостављена, Сл. 4.10
ρ_1 [Ω m]	4441,55	4831,88	4577,02	4955,7751
ρ_2 [Ω m]	100,02	100,25	100,1	100,1341
h [m]	0,491	0,488	0,49	0,501
Одступање од синтетичког модела тла ($\rho_1=5000 \Omega$ m, $\rho_2=100 \Omega$ m, $h=0,5$ m)				
$\Delta\rho_1$ [%]	-11,17	-3,36	-8,46	-0,88
$\Delta\rho_2$ [%]	0,02	0,25	0,097	0,13
Δh [%]	-1,88	-2,42	-2,09	0,28
$RMSErrR_a$ [%]	0,33	0,57	0,27	0,14



Сл. 4.9 – Резултати одређивања параметара двослојног гла методом интерпретације из литературе на основу ρ_a из Таб. 4.5 уз изостављање размака електрода испод 1 m



Сл. 4.10 – Поређење ρ_a за двослојне моделе гла са Сл. 4.9 и двослојни модел као резултат интерпретације оригиналном методом, приказано за мерна растојања $a \leq 3 \text{ m}$

Вредност $RMSErrR_a$ при примени методе предложене у овом поглављу за овај смањени број размака између електрода износи 0,14%.

Резултати показују супериорност у тачности карактеризације предложене методе при процени параметара екстремног двослојног гла (танак горњи слој високе вредности специфичне отпорности у поређењу са вредношћу специфичне отпорности доњег слоја) у односу на стандардну методу.

4.4.4 Дискусија утицаја дубине електрода на методу интерпретације из литературе

Да би се испитао утицај дубине убадања електрода b , карактеризација земљишта коришћењем аналитичког приступа поновљена је за још три дубине убадања:

- 10 cm – практично изводљиво за имплементацију,
- 5 cm – на ивици практичне изводљивости и
- 1 cm – готово немогуће за имплементацију при мерењима на терену

Испитивање је спроведено тако што су поновљене FEM симулације Венерових мерења за синтетички тип земљишта са плитким горњим слојем високе специфичне отпорности из претходног одељка ($\rho_1=5000 \Omega\text{m}$, $\rho_2=100 \Omega\text{m}$, $h=0,5 \text{ m}$). FEM симулације су извршене за све три наведене дубине убадања електрода b (1, 5, 10 cm).

Таб. 4.8 приказује процењене вредности ρ_1 , ρ_2 и h , добијене идентичним поступком као у одељцима 4.4.2 и 4.4.3.

Табела 4.8 – Утицај дубине убадања електрода b на одређивање параметара двослојног модела гла коришћењем методе из литературе

Сва растојања		Метода из литературе		
		Венеров упрошћени израз (2.5)	Венеров прецизнији израз (2.4)	Израз од Б.О.Д. [38]
ρ_1 [Ωm]	$b=20\text{cm}$	3856,01	5456,94	4603,63
	$b=10\text{cm}$	4611,82	5306,2	4873,44
	$b=5\text{cm}$	4902,89	5115,82	4976,50
	$b=1\text{cm}$	5009,97	5019,11	5013,02
ρ_2 [Ωm]	$b=20\text{cm}$	99,36	100,72	100,14
	$b=10\text{cm}$	99,61	100,2	99,85
	$b=5\text{cm}$	99,42	99,6	99,48
	$b=1\text{cm}$	98,45	98,46	98,45
h [m]	$b=20\text{cm}$	0,52	0,47	0,49
	$b=10\text{cm}$	0,51	0,48	0,50
	$b=5\text{cm}$	0,50	0,49	0,50
	$b=1\text{cm}$	0,50	0,50	0,50

4.4.5 Пустињско тло из литературе

У раду [6] је представљена примена додатих материјала за испуну око уземљивача и остваривање бољег контакта са околним тлом у условима пустињског земљишта. Мерења Венеровом методом су извршена на неколико локација у УАЕ са земљиштима типичним за испитивану територију. За примену оригиналне методе узети су резултати мерења специфичне отпорности гла на локацији Ал Хајер [6].

Таб. 4.9 приказује резултате Венерових мерења на локацији Ал Хајер за један мерни правац (видети Сл. 6.3), са највећом отпорношћу земљишта. Привидна отпорност ρ_a , која се користи као улазни податак за стандардну методу из литературе, израчуната је коришћењем поједностављене формуле (2.5). Дубина постављања електрода b увек је била много мања од размака између електрода, тј. критеријум $b < 0,1a$ је био испуњен за сва мерна растојања, те је употреба упрошћеног Венеровог израза оправдана.

Табела 4.9 – Мерења специфичне отпорности тла Венеровом методом на локацији Ал Хајер

a [m]	b [m]	$R_a^{мерена}$ [Ω]	$\rho_a^{мерена}$ [Ωm], Венеров упрошћени израз (2.5)
1	0,05	697	4379,38
3	0,15	75	1413,72
5	0,2	41	1288,05
7,5	0,2	21	989,60
10	0,2	21	1319,47
12,5	0,2	14	1099,56
15	0,2	10	942,48

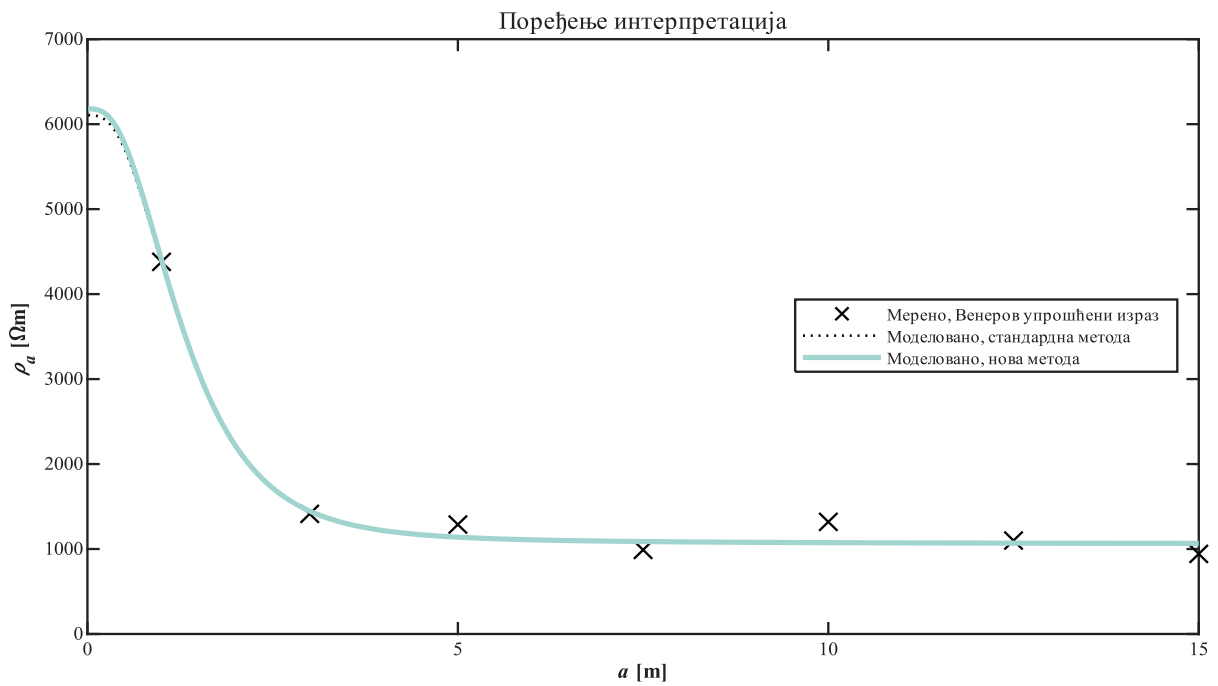
Процењени параметри двослојног земљишта су приказани у Таб. 4.10. Резултати стандардног приступа и оригиналне методе су слични. То је и очекивано, јер Ал Хајер ипак није случај екстремног земљишта, са танким слојем земљишта високе отпорности. Слагање ρ_a добијених мерењима и израчунатих методом предложеном у раду и стандардном методом приказано је на Сл. 4.11. Треба напоменути да су процењени параметри, који су представљени у [6] ($\rho_1 = 1541 \Omega m$, $\rho_2 = 918 \Omega m$, $h = 3 m$), добијени помоћу софтвера СУМЕ [7], при чему је СУМЕ искључио из интерпретације тачку $\rho_a^{мерена}$ за $a = 1 m$, тј. софтвер ју је одбацио као погрешно мерење. Када се мерење за $a = 1 m$ уклони из интерпретације, коришћењем стандардног приступа карактеризације добијене су сличне вредности $\rho_1 = 1653,36 \Omega m$, $\rho_2 = 1000,41 \Omega m$, $h = 2,285 m$. Резултати и поређење приказани су у Таб. 4.11.

Табела 4.10 – Поређење метода интерпретације за локацију Ал Хајер

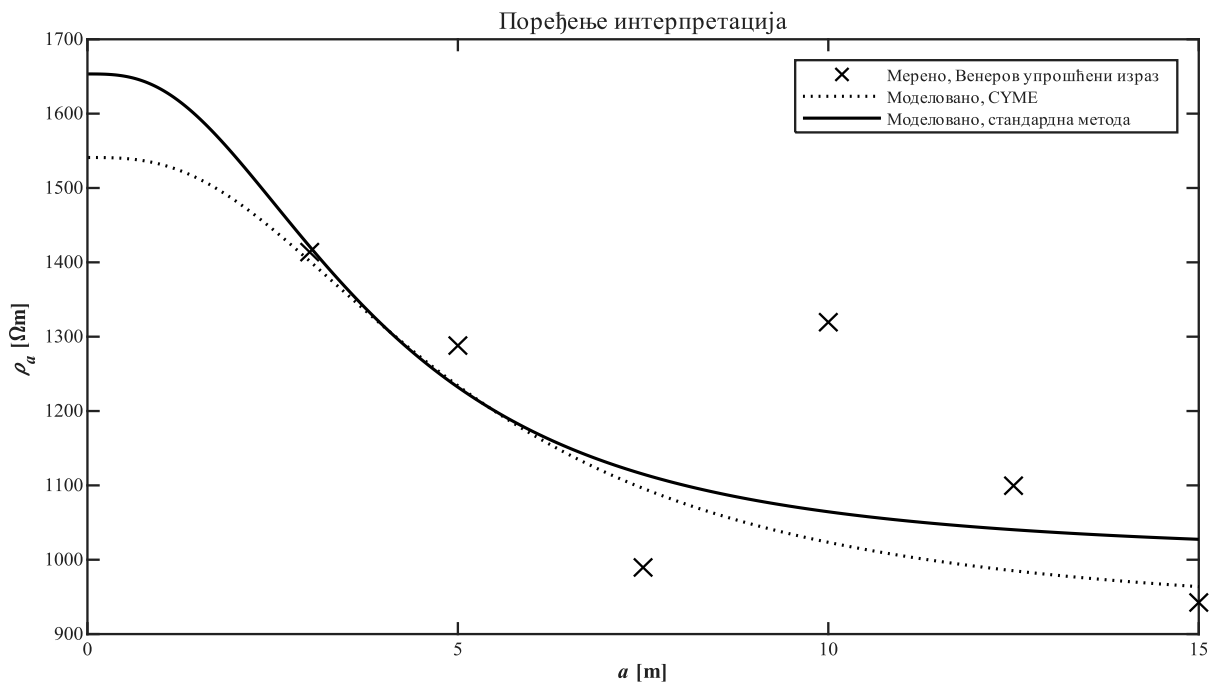
Интерпретација са укљученим свим растојањима из Таб. 4.9			
	Стандардна метода, Венеров упрошћени израз (2.5)	Оригинална метода	Одступање (%)
ρ_1 [Ωm]	6105,56	6180	1,2
ρ_2 [Ωm]	1060,02	1059,7	-0,03
h [m]	0,89	0,89	0,23
$RMSErrR_a$ [%]	10,39	10,39	-0,074

Табела 4.11 – Поређење процене параметара за локацију Ал Хајер за СУМЕ резултат из [6] и стандардну методу

Растојање $a = 1 m$ уклоњено из интерпретације			
	СУМЕ резултат из [6]	Стандардна метода	Одступање (%)
ρ_1 [Ωm]	1541	1653,36	7,29
ρ_2 [Ωm]	918	1000,41	8,98
h [m]	3	2,28	-23,8
$RMSErrR_a$ [%]	11,18	10,52	-5,96



(а)



(б)

Сл. 4.11 – Поређење естимације параметара двослојног тла за: (а) стандардну и оригиналну методу за сва растојања и (б) за SYME из [6] и стандардну методу, обе без растојања $a = 1$ m

4.5 Дискусија резултата

4.5.1 Нумеричка разматрања

Солвер *fminsearch* је у свим посматраним случајевима конвергирао ка добром решењу. *MATLAB fminsearch* солвер ради стабилно, а време решавања је увек било мање од 1 секунде када се користи формула (2.10) и аналитичка метода.

Једини проблеми који су примећени са овим солвером и аналитичком методом били су када је почетно претпостављени фактор рефлексije K супротног знака од стварног. Решење овог проблема је пронађено на бази следеће чињенице: ако је вредност за $\rho_a^{\text{мерена}}$ за најмање растојање између електрода a_1 већа од $\rho_a^{\text{мерена}}$ за највеће растојање између електрода a_n , $\rho_1 > \rho_2$ и фактор рефлексije је негативан. У супротном важи обрнуто. На тај начин се долази до тачног знака за иницијалну вредност фактора рефлексije.

Рачунско време предложене методе значајно се повећава у односу на аналитичку методу због великог броја 3Д FEM симулација (број мерења, тј. међусобних растојања између електрода, помножен бројем итерација солвера). Максимално рачунско време за случај екстремног тла расте на око 114 сати.

Прорачуни засновани на методи граничних елемената (BEM), уместо FEM, како је предложено у [117], могло би да доведе до смањења рачунског времена. Истраживање других метода оптимизације, уместо MATLAB солвера *fminsearch*, и примена ефикаснијих алгоритама такође је опција за скраћивање прорачуна, али та могућност има више теоретски значај.

Иницијална претпоставка за параметре ρ_1^0 , ρ_2^0 , h^0 добија се коришћењем класичне методе карактеризације на основу једначине (2.10) и прилично је добра. Не очекује се да дејством на почетне претпоставке параметара двослојног тла може да се скрати време израчунавања. Током вршених тестова није примећено да почетна претпоставка значајно утиче на коначни резултат.

Примећено је да је рачунско време у области кад се параметри приближе коначном резултату доминантно. На пример, у случају трајања од 114 сати, око 54 сата било је потребно да се одступања за све израчунате вредности од измерених смање испод 1%. Преосталих 60 сати било је за коначну конвергенцију. Дакле, тачност од 1% је могла бити постигнута после 54 сата.

4.5.2 Карактеризација различитих типова земљишта

Резултати представљени у одељку 4.4.1 показују да класичан приступ даје добру карактеризацију за стварно тло из референце [15] које може да се окарактерише и моделује као двослојно. Овај случај послужио је и као иницијална валидација оригиналне методе. Вредности $RMSErrR_a$ за израчунате и измерене вредности за стварно тло из [15] су сличне за методу из литературе – 3,63% и оригиналну методу – 3,52% (видети Таб. 4.1). Оригинална метода, дакле, пружа за око 3% боље поклапање израчунатих са измереним тачкама.

За случај синтетичког двослојног тла, из одељка 4.4.2, са уобичајеним параметрима ($\rho_1=400 \Omega\text{m}$, $\rho_2=100 \Omega\text{m}$, $h=2,5 \text{ m}$), предложена метода доводи до идеалног поклапања естимираних и стварних параметара синтетичког тла. Одступање процењених вредности ρ_1 , ρ_2 и h је мање од 0,011%. С друге стране класични приступ даје одступање за ρ_1 мање од 5,58% када се као улазни подаци користе $\rho_a^{\text{мерена}}$ добијена из $R_a^{\text{мерена}}$ коришћењем Венеровог прецизнијег израза (2.4) и одступање за ρ_1 мање од 1,34% када се користе $\rho_a^{\text{мерена}}$ добијена из $R_a^{\text{мерена}}$ коришћењем израза од Баишикија, Остерберга и Давалибија из [38] (видети Таб. 4.4).

У случају синтетичког двослојног тла, из одељка 4.4.3 са екстремним параметрима ($\rho_1=5000 \Omega\text{m}$, $\rho_2=100 \Omega\text{m}$, $h=0,5 \text{ m}$), одступање за ρ_1 добијено класичним приступом је веће. Одступање износи 9,14% када се користе $\rho_a^{\text{мерена}}$ добијена из $R_a^{\text{мерена}}$ коришћењем Венеровог прецизнијег израза (2.4), односно 7,93% када се користи израз од Б.О.Д. из [38] (видети Таб. 4.6). Наведено важи ако се у интерпретацији узимају у обзир сва мерна растојања из Таб. 4.5. Одступања су нешто другачија ако се посматрајући Таб. 4.5 уклоне мерни резултати за растојања мања од 1 m (видети Таб. 4.7). Тада је одступање за ρ_1 добијено класичним приступом мање ако се користе $\rho_a^{\text{мерена}}$ из Венеровог прецизнијег израза (2.4) – 3,36%.

Одступање, у односу на случај са свим мерењима узетим у обзир, за коришћење побољшане формула из [38] веће је – 8,46%. Ово понашање је очекивано: уклањање мерних резултати за растојања мања од 1 m из интерпретације укида позитивне ефекте које са собом доноси посматрање електрода као да имају дужину у изразима у [38]. Насупрот, опет као што се могло претпоставити, уклањање резултата мерења за растојања мања од 1 m повећава свеукупну тачност, јер примена израза (2.4) уноси велику нетачност у поступак. Оригинална метода доводи до одличних резултата неvezано за скуп коришћених растојања укључених у интерпретацију. Максимално одступање процењених вредности ρ_1 , ρ_2 и h износи 0,05% за узета у обзир сва растојања (видети Таб. 4.6), односно максимално одступање мање је од 0,884% за искључена растојања $a < 1$ m из интерпретације (видети Таб. 4.7). Сви наведени резултати важе за дубину убадања мерних електрода $b = 20$ cm за оба случаја синтетичких двослојних тла (и Таб. 4.3 и Таб. 4.5) која су оформљена иницијалним FEM симулацијама.

Из FEM симулација Венерових мерења, у одељку 4.4.4, анализиран је утицај смањивања дубине убадања мерних електрода b на тачност карактеризације синтетичког земљишта из одељка 4.4.3 стандардном методом из литературе. Смањивањем дубине убадања електрода, реалан случај мерења Венеровом методом, где су електроде дугачки цилиндри у земљи, све више се приближава теоријском случају, где се електроде сматрају тачкама на површини тла, што је основна претпоставка иза извођења једначине (2.10) у [14]. Самим тим аналитичка метода интерпретације као резултат даје све тачније параметре двослојног модела тла, тј. све ближе параметрима синтетичког модела. Закључак важи независно од формуле која се користи да се из $R_a^{\text{мерена}}$ добије $\rho_a^{\text{мерена}}$. За случај $b = 1$ cm, примена стандардног приступа даје најбољу процену параметара када се говори о стандардној аналитичкој методи интерпретације, али тако мала дубина убадања мерних електрода повезана је са израженим практичним проблемима механичке стабилности, контактне отпорности и довољно ниском отпорношћу да би могло да се успостави струја између струјних електрода $S1$ и $S2$. Овим је извршена квантификација и потврђена сумња изложена у уводном делу дисертације везана за примену класичних метода за случај двослојног тла са танким површинским слојем чија је специфична електрична отпорност много мања од специфичне електричне отпорности доњег слоја. Другим речима, овим се показује да је тражење новог приступа, које је резултовало развојем оригиналне методе у дисертацији, било потребно.

Нажалост, на локацији Ал Хајер нису изведена мерења за растојања мања од 1 m. Имајући у виду да следеће мерно растојање између електрода износи 3 m, јасно је да изостаје информација како се профил привидне специфичне отпорности мења по дубини у распону 0-3 m, што је од великог интереса за интерпретацију применом нове методе. Следећа велика тешкоћа је што између 1 m и 3 m нема мерних тачака, због чега мерна грешка у неком од два мерења доводи до значајне грешке. Из Таб. 4.10 и Таб. 4.11, као и са Сл. 4.11, очигледно је колико одбацивање само једног мерења може значајно да промени процену параметара. Примена нове методе на идеално двослојно земљиште, у одељку 4.4.3, доводи до одличног слагања израчунатих и измерених вредности ($RMSErrR_a = 0,0846\%$). У случају стварног експерименталног земљишта високе отпорности на локацији Ал Хајер, земљиште свакако, за разлику од синтетичког тла, није идеално двослојно, што значи да се очекује да вредности R_a добијене коришћењем процењених параметара двослојног модела не могу тако добро да се поклопе са вредностима R_a из теренских мерења Венеровом методом.

4.6 Закључак

Представљена је нова метода за интерпретацију Венерових мерења за карактеризацију двослојне структуре земљишта, која се препоручује за примену у случају танког горњег слоја

високе специфичне отпорности, какав се јавља у условима пустињског земљишта односно песковитих површина.

Наведена препорука заснива се на резултатима добијеним за карактеристичне случајеве земљишта која могу да се окарактеришу као двослојна и то:

1. уобичајени тип земљишта из литературе,
2. синтетички тип земљишта са уобичајеним параметрима,
3. синтетички тип земљишта са плитким горњим слојем високе специфичне отпорности, и
4. пустињско земљиште из референце [6].

Оригинална метода се ослања на тачне прорачуне на основу *FEM*, узимајући у обзир стварне облике електрода. На тај начин се превазилазе проблеми тачности класичних аналитичких једначина у земљишту са танким слојем високе отпорности. Представљени резултати, добијени изостављањем мерења начињених са кратким размацама између електрода, показују да предложена нова метода даје тачне резултате и без мерних резултата за мале размаке. Овај закључак важи за идеализовано тло, какво је синтетичко тло у одељку 4.4.3. Анализе у 4.4.5 су показале изазове које уносе реални теренски услови у пустињским пределима у УАЕ. Како би се умањио утицај мерне грешке, препорука је да се за такво тло изведе више мерења за мања растојања a .

С друге стране, као што је и очекивано, укључивање *FEM* прорачуна у итеративни поступак доводи до значајног повећања времена рачунања у односу на случај када се користе поједностављене аналитичке једначине у стандардним методама интерпретације. Времена рачунања су око 8 сати за земљиште са уобичајеним карактеристикама и око 114 сати (обрада података мерења за међусобне размаке електрода a у опсегу од 0,25 до 10 m) за земљиште са плитким горњим слојем високе специфичне отпорности у поређењу са доњим слојем.

Из изнете дискусије резултата у одељку 4.5, може се видети да примена оригиналне методе доводи до великог повећања тачности карактеризације двослојног тла у односу на методу из литературе за случајеве тла са танким горњим слојем који има много већу специфичну отпорност од доњег слоја. Из тог разлога нову методу, у облику примењеном у дисертацији, могуће је и треба користити само када се очекују земљишта са танким слојем високе отпорности. За остале структуре земљишта је довољно да се примене стандардне методе из литературе.

Методу је могуће прилично лако проширити и на друге врсте тла, на пример трослојно или тло у коме се специфична електрична отпорност мења по дубини неког слоја. На комплексније облике карактеристика тла је потребно прећи уколико се уоче велика одступања вредности $RMSErrR_a$.

5 ЕКСПЕРИМЕНТАЛНА ВЕРИФИКАЦИЈА НОВЕ МЕТОДЕ ЗА КАРАКТЕРИЗАЦИЈУ ТЛА

5.1 Увод

У поглављу 4 је изнета нова метода за карактеризацију земљишта. Ово поглавље се бави експерименталном провером предложене методе користећи умањени лабораторијски модел. Изазов који се појавио на почетку је да се у припремној фази експеримената сагледа утицај димензија модела у односу на димензије стварних мерних растојања у теренској примени Венерове методе. У овом поглављу се приказују те анализе, које укључују и сложеније *FEM* симулације експерименталне поставке. Извршен је низ експеримената у просторији 89 на Електротехничком факултету Универзитета у Београду.

Коришћене су стаклена и пластична посуда за смештај лабораторијских експерименталних модела тла. Стаклена посуда је димензија $81\text{ cm} \times 31\text{ cm} \times 26\text{ cm}$. Део пластичне посуде који се пуни тлом је димензија $38\text{ cm} \times 28\text{ cm} \times 10,5\text{ cm}$. За моделе тла су коришћени појединачно земља и песак као хомогени модели тла, а затим и земља и песак заједно чиме је остварен двослојни модел тла. Извршена су мерења Венеровом методом, на основу којих су спровођени поступци верификације нове методе.

На лабораторијском моделу су вршена мерења Венеровом методом помоћу четири електроде. Суштина експерименталне провере нове методе, предложене у поглављу 4, је да се вредност привидне отпорности R_a (једнаке количнику напона измереног између потенцијалних електрода и струје која тече између струјних електрода) добије мерењима, а не коришћењем *FEM* симулација. Разматрања у поглављу 4. су се односила на синтетичка тла, односно вредности R_a су одређиване из *FEM* симулација, које су оправдано сматране као верна дигитална реплика реалних расподела струја и напона.

Верификација се спроводи у два корака:

- Поређење резултата мерења Венеровом методом помоћу четири електроде и резултата *FEM* симулација. Поређење се врши за посуде испуњене хомогеним и нехомогеним двослојним тлом.
- Примена нове методе за карактеризацију двослојног тла на експерименталној поставци и њено поређење са дубином и специфичном отпорношћу горњег и доњег слоја.

Већ и први корак верификације је довољан доказ да *FEM* симулације представљају верну дигиталну реплику којом се долази до реалне расподеле струја и напона. На основу тога проистиче да су веродостојне све претходне анализе извршене током развоја методе за идентификацију карактеристика двослојног тла, а које су биле засноване на резултатима *FEM* симулација.

Други корак верификације је поређење резултата нове методе за карактеризацију двослојног тла у оквиру које се врше *FEM* симулације. Нова метода се примењује на моделе тла у лабораторијској поставци са пластичном и стакленом посудом. Тиме је изведена поуздана верификација комплетне методе предложене у дисертацији.

Стаклена посуда је прво испуњена земљом, односно хомогеним материјалом за који је, како ће бити приказано, измерена специфична електрична отпорност $73,4\ \Omega\text{m}$. Затим, у одвојеним мерењима у пластичној посуду, измерена је специфична отпорност песка као хомогеног материјала: $1677,2\ \Omega\text{m}$. Затим је песак пребачен преко земље у стаклену посуду, како би се њиме оформио горњи слој новог двослојног модела. Овај корак је спроведен пажљиво, тако да се земља не сабија и да песак задржи конзистенцију какву је имао у пластичној посуду. Наведени поступак се показао као битан, јер је током одређеног броја

покушаја мерења примећена очекивана значајна зависност измерене специфичне отпорности од сабијања медијума.

Пре реализације наведеног поступка коришћењем две посуде, доста времена је утрошено на другачији приступ, мерењем на направљеном пластичном цилиндричном суду са алуминијумским дисковима код базиса, слично као у [96]. Документације ради, у Прилогу 3 је приказана та фаза истраживања, која се на крају испоставила као неприкладна.

5.1.1 Минималне димензије лабораторијског модела

Прво питање које се поставило при осмишљавању концепта експеримента је било колике су минималне димензије модела, односно посуде испуњене двослојним тлом, на којем могу да се изведу мерења на основу којих може да се изведе ваљана интерпретација у погледу параметара двослојног земљишта. Ово је питање од суштинског практичног значаја, јер олакшава и појефтиније експерименте. Детаљне анализе, приказане у овом поглављу, показују да постоји скалабилност у погледу димензија, на основу чега је успостављен умањени лабораторијски модел. Прво су одређене потребне димензије за модел двослојног тла, за које се добија исти резултат као да су обе хоризонталне димензије тла бесконачне. Као што ће се видети, хоризонталне димензије двослојног тла треба да буду $3,25 \times 1,25 \times 1$ m. Затим су, даљим скалирањем, тј. умањењем овог модела двослојног тла, одређене димензије лабораторијског модела.

Ригорозност доказа концепта је захтевала да се изврши низ *FEM* симулација помоћу којих се дошло до минимално потребних хоризонталних димензија модела двослојног тла, као и да се докаже скалабилност.

Истраживачко искуство, поготову у случају да оно обухвата и експерименте, показује да је прво потребно развити и проверити методологију за једноставније случајеве, чак и на елементарне, како би се отклониле све, такозване, дечије болести поступка. Тако је поступљено и током истраживања у дисертацији, како током експеримената, тако и током рачунарских симулација.

5.1.2 Специфичне електричне отпорности и дубине слојева двослојног тла

Током експеримената, прво су извршена мерења Венеровом методом на умањеном лабораторијском моделу хомогеног тла и на таквом једноставнијем случају, са мање параметара који утичу на резултате, извршено је поређење са резултатима *FEM* симулација лабораторијског умањеног модела. Након стеченог искуства са хомогеним тлом, извршена су мерења Венеровом методом и примећена развијена метода одређивања параметара двослојног тла, а за познате специфичне отпорности и дубине горњег и доњег слоја. Специфичне отпорности горњег и доњег слоја су добијене из огледа са хомогеним тлом, посебно за земљу, посебно за песак, а дубине слојева једноставним мерењем у стакленој посуди. Резултати примене оригиналне методе за карактеризацију тла на експерименталну поставку потврдили су да оригинална метода као резултат даје добре процене параметара за случај тла које карактерише висока специфична отпорност танког горњег слоја у односу на доњи слој.

Кроз случај умањеног лабораторијског модела двослојног тла, који одговара реалном случају да је врло плитак горњи слој са специфичном отпорношћу много већом од специфичне отпорности доњег слоја, биће приказана ваљаност нове методе за одређивање параметара двослојног тла, предложене у поглављу 4.

У наставку овог одељка се приказује следећи садржај:

- у одељку 5.2 се показује да *FEM* симулације, у склопу нове методе за карактеризацију тла, са умањеним димензијама домена модела, дају исте резултате у погледу естимације параметара тла као и *FEM* симулације са моделима које користе реалне некалиране димензије двослојног тла,
- у одељку 5.3, на бази анализе низа *FEM* симулација за различите димензије умањеног модела, разматрају се вредности фиксних величина домена које треба да се усвоје да се не би умањила прецизност модела и тачност прорачуна која је приказана за резултате у поглављу 4,
- у одељку 5.4 детаљно је представљен лабораторијски модел и експериментална поставка која је употребљена за експерименталну верификацију предложене методе; реализовани модел је мањи од модела за који се резултати мерења не би много разликовали од резултата мерења на бесконачном тлу; то не представља мањкавост експерименталног поступка, јер су *FEM* прорачуни у оквиру предложене методе вршени за стварну експерименталну геометрију,
- у одељцима 5.5 и 5.6 приказују се мерења на експерименталној поставци за хомогено тло и двослојно тло, респективно, као и резултати примене оригиналне методе за интерпретацију измерених вредности, и
- напоследку, у одељку 5.7 дискутовани су експериментални резултати, доминантно у светлу тачности оригиналне методе, практичне потребе и употребљивости.

5.2 Скалирање димензија умањеног експерименталног модела

FEM симулације су примењене на различите димензије домена тла на којем се примењују Венерова мерења и даље нумеричке методе. Као и код свих умањених модела који се примењују у истраживањима у различитим областима технике, неопходно је сагледати све ефекте умањења у односу на реалну ситуацију на терену, и на крају одредити до којих граница, и на који начин се може извршити скалирање стварног система и на тај начин дефинисање умањеног модела, при чему се мора задржати адекватна тачност. Иако је јасно, понавља се да формирање умањеног лабораторијског модела омогућава лакше, брже и јефтиније извођење експеримента од теренских мерења. Извођење експеримента на стварном тлу би захтевало ангажовање грађевинског правног лица. То је један од разлога зашто су експериментална лабораторијска истраживања у предметном случају представљала најбољу компромисну опцију.

Испитивање могућности скалирања и примене различитих димензија модела извршено је за синтетички модел тла описан у поглављу 4 – двослојно тло са плитким површинским слојем високе специфичне отпорности из одељка 4.4.3. Узети су исти параметри тла у погледу специфичних отпорности и дубине горњег слоја: $\rho_1=5000 \Omega\text{m}$, $\rho_2=100 \Omega\text{m}$ и $h = 0,5 \text{ m}$.

Као што је речено у поглављу 4, за *FEM* симулације, у оквиру итеративног поступка новопреложене методе за карактеризацију тла, коришћене су следеће димензије домена модела у зависности од растојања између мерних електрода:

- 1) за $a \leq 2 \text{ m}$: $16 \text{ m} \times 16 \times 10 \text{ m}$,
- 2) за $2 \text{ m} < a \leq 3 \text{ m}$: $48 \text{ m} \times 48 \text{ m} \times 30 \text{ m}$, и
- 3) за $a > 3 \text{ m}$: $240 \text{ m} \times 240 \text{ m} \times 150 \text{ m}$.

Дакле, нису коришћене фиксиране димензије домена *FEM* модела за сва мерна растојања између електрода, већ су димензије домена прилагођаване појединачним мерним

растојањима у свакој од итерација нове методе. Другим речима, већи размак између електрода повлачио је за собом веће димензије домена. Дужине електрода облика цилиндра (тј. дубине убадања у тло) у поглављу 4 биле су 20 cm. Корак који следи у овом одељку је да се одреде адекватне димензије умањеног лабораторијског модела. Вршене су 3Д *FEM* рачунарске симулације са скалираним умањеним моделом, и посматрано да ли се добијају параметри двослојног модела тла блиски параметрима добијеним применом оригиналне методе као и код примене у поглављу 4. За почетак, домен и међусобна растојања између мерних електрода смањена су десет пута тако да буду:

- 1) за $a \leq 0,2$ m: $1,6 \text{ m} \times 1,6 \text{ m} \times 1 \text{ m}$,
- 2) за $0,2 \text{ m} < a \leq 0,3$ m: $4,8 \text{ m} \times 4,8 \text{ m} \times 3 \text{ m}$, и
- 3) за $a > 0,3$ m: $24 \text{ m} \times 24 \text{ m} \times 15 \text{ m}$.

Такође, прилагођена је и величина електрода, односно дубина убадања подешена је на $b = 2$ cm, као и полупречник електрода r . Даље, примењена је иста предност симетрије и домен *FEM* модела преполовљен као у поглављу 4: домен *FEM* модела је преполовљен дуж равни у којој су мерне електроде, за домен $24 \text{ m} \times 24 \text{ m} \times 15 \text{ m}$, димензије *FEM* модела су $12 \text{ m} \times 24 \text{ m} \times 15 \text{ m}$). Јачина мерне струје није скалирана, односно износи 1 А.

Резултати симулација су приказани у Таб. 5.1. Из табеле се види да су привидне отпорности из умањеног модела ($R_a^{FEM_{1:10}}$) 10 пута веће од модела са реалним димензијама, што је и очекивано, с обзиром на то да је модел комплетно скалиран. Отпорност је сразмерна специфичној отпорности, помноженој са дужином путање струје и подељеној са површином попречног пресека кроз који протиче струја. Како су све линеарне димензије умањене 10 пута, тј. дужина 10 пута и површина 100 пута, за непромењену специфичну отпорност ће се добити 10 пута већа отпорност.

Резултат тога је да су естимиране вредности параметара тла, добијене применом оригиналне методе на синтетичком тлу, исте и када се метода примени на модел са реалним димензијама, а и на модел скалиран на 10 %. Показало се да ни постављени гранични услов $V = 0 \text{ V}$ није довео до тога да се промене естимиране вредности параметара тла.

На овај начин је доказано да је могуће применити скалирање димензија домена *FEM* модела за симулације Венерових мерења на моделу умањених димензија, како тла тако и мерних електрода, односно да нова метода карактеризације може да се примени на скалиране, тј. умањене лабораторијске моделе тла.

5.3 Одабир нових фиксних димензија лабораторијског модела

5.3.1 Одбацивање већих мерних растојања

У претходном одељку је показано да се, без губитка тачности, могу применити скалиране, тј. умањене димензије модела.

Следећи корак је анализа могућности да се са варијабилних димензија из претходног одељка пређе на фиксне димензије домена *FEM* модела које ће се користити за *FEM* симулације у склопу нове методе независно од растојања између електрода. То је неопходно јер су димензије експерименталног модела из лабораторијске поставке фиксне. Дакле, потребно је проверити да ли се и фиксирањем димензија домена у *FEM* симулацијама добијају исти резултати.

С обзиром на то да највећа линеарна димензија од 24 m у скалираном моделу, што одговара димензији 240 m у случају посматраних реалних димензија, не би била прихватљива за димензије модела за експеримент, приступљено је додатним *FEM* симулацијама како би се истражило како одабир фиксних димензија и смањење домена

коришћеног у *FEM* симулацијама утиче на тачност методе за одређивање параметара двослојног модела тла. Резултат ових анализа је заправо дефинисање оптималне величине стаклене посуде.

Табела 5.1 – Привидне отпорности из *FEM* симулација за модел 10 пута мањи од модела са реалним димензијама

Димензије првобитног модела умањене 10 пута: домена, дубине горњег слоја, електрода, растојања и дубине убадања истих						Резултати <i>FEM</i> симулација из поглавља 4 (Таб. 4.5)
r [cm]	h [cm]	Дужина и ширина домена [m]	Дубина домена [m]	a [m]	$R_a^{FEM_{1:10}}$ [Ω]	R_a^{FEM} [Ω]
0,1	5	1,6	1	0,025	21497,30	2150,16
		1,6	1	0,05	9172,26	917,22
		1,6	1	0,075	3925,70	392,46
		1,6	1	0,1	1724,72	172,49
		1,6	1	0,2	137,60	13,76
		4,8	3	0,3	57,66	5,77
		24	15	0,4	41,01	4,10
		24	15	0,5	32,44	3,24
		24	15	0,6	26,89	2,69
		24	15	0,7	22,92	2,30
		24	15	0,8	20,01	2,00
		24	15	0,9	17,75	1,78
		24	15	1	15,99	1,60

Из текста изнад, а и Таб. 5.1, види се да се димензије *FEM* модела лабораторијског модела $4,8\text{ m} \times 4,8\text{ m} \times 3\text{ m}$ користе за симулације Венерових мерења за растојања између мерних електрода мања или једнака $0,3\text{ m}$. Реално је очекивати да се неће направити велика грешка ако се за прва два следећа међусобна растојања $a = 0,4\text{ m}$ и $0,5\text{ m}$, задржи величина лабораторијског модела $4,8\text{ m} \times 4,8\text{ m} \times 3\text{ m}$. Под том претпоставком, експеримент на умањеном моделу тиме би био ограничен на међусобна растојања између мерних електрода a од $0,025\text{ m}$ до $0,5\text{ m}$. Овај опсег мерних растојања би одговарао случају стварних некалираних мерних растојања од 25 cm до 5 m . Као што је претходно објашњено у поглављу 4, растојања већа од $0,5\text{ m}$ нису од интереса, јер је информација о бројчаним вредностима параметара двослојног земљишта са плитким горњим слојем садржана у плићим слојевима тла, а самим тим се и прецизније одређује из мањих међусобних растојања између мерних електрода.

С обзиром на то да су горе наведене димензије $4,8\text{ m} \times 4,8\text{ m} \times 3\text{ m}$ и даље превелике за извођење у лабораторијским условима, а нарочито имајући у виду количину земље и песка која би била потребна да се испуни та запремина, приступљено је низу додатних *FEM* симулација како би се истражила даља могућност смањења модела. У додатним *FEM* симулацијама узима се по један скуп димензија (дужина \times ширина \times дубина) домена и затим се за њега спроводе *FEM* симулације Венерових мерења за сва међусобна растојања a од $0,025\text{ m}$ до $0,5\text{ m}$.

5.3.2 FEM симулације за скуп мерних растојања до 0,5 m

Прво су рађене FEM симулације за растојања a од 0,1 m до 0,5 m између електрода. Наведена растојања би одговарала међусобним растојањима од 1 m до 5 m за стварну теренску примену мерења Венеровом методом. Растојања мања од 0,1 m (1 m у стварној примени) испрва нису разматрана, јер је из претходних симулација било јасно да димензије домена, које износе $4,8 \text{ m} \times 4,8 \text{ m} \times 3 \text{ m}$, довољно велике да резултати симулација буду прецизни за та међусобна растојања.

5.3.2.1 Анализа фиксних димензија $4 \text{ m} \times 2 \text{ m} \times 0,5 \text{ m}$

Првобитна идеја за експеримент је била да се ископа рупа у земљи која би послужила као електролитичка када у којој би се направио двослојан модел тла. Прво су разматране димензије $4 \text{ m} \times 2 \text{ m} \times 0,5 \text{ m}$, умањене у односу на $4,8 \text{ m} \times 4,8 \text{ m} \times 3 \text{ m}$ и то нарочито у погледу дубине.

Пример резултата FEM симулираних мерења Венеровом методом за двослојно тло са параметрима $\rho_1 = 5000 \text{ } \Omega\text{m}$, $\rho_2 = 100 \text{ } \Omega\text{m}$ и $h = 0,5 \text{ m}$ свих мерних растојања од 0,1 m до 0,5 m за димензије домена $4 \text{ m} \times 2 \text{ m} \times 0,5 \text{ m}$ приказан је у Таб. 5.2. У табели су приказана одступања резултујуће привидне отпорности у односу на вредности добијене применом FEM модела са димензијама домена које зависе од мерних растојања између електрода (Таб. 5.1).

Табела 5.2 – Поређење привидних отпорности из FEM модела са варијабилним и фиксним димензијама домена

$\rho_1 = 5000 \text{ } \Omega\text{m}$, $\rho_2 = 100 \text{ } \Omega\text{m}$ и $h = 0,05 \text{ m}$					
Подаци из Таб. 5.1, димензије домена које зависе од мерног растојања a				Фиксиране димензије домена $4 \text{ m} \times 2 \text{ m} \times 0,5 \text{ m}$	Одступање [%]
Дуж. [m]	Дуб. [m]	a [m]	$R_a^{FEM_{1:10}}$ [Ω]	$R_a^{FEM_{4\text{m} \times 2\text{m} \times 0,5\text{m}}}$ [Ω]	
1,6	1	0,1	1724,72	1724,16	-0,033
1,6	1	0,2	137,60	136,37	-0,897
4,8	3	0,3	57,66	50,81	-11,87
24	15	0,4	41,01	31,13	-24,08
24	15	0,5	32,44	20,46	-36,92

Као што је и очекивано, идући од мањих мерних растојања ка већим, процентуално одступање видно расте. Највеће процентуално одступање износи -36,9% и има се за мерно растојање $a = 0,5 \text{ m}$.

5.3.2.2 Анализа низа додатних фиксних димензија за растојања између електрода у опсегу 0,1 до 0,5 m

Низ додатних фиксних димензија је дефинисан тако што су пре дефинисања сваке следеће фиксне комбинације димензија посматрани резултати претходних симулација. Додатне FEM симулације мерења Венеровом методом извршене су варирајући фиксне димензије домена као што је приказано у Таб. 5.3 и то увек за исти скуп мерних растојања 0,1 m до 0,5 m за сваку од одабраних комбинација. За сваки пример фиксираних димензија домена за FEM модел земљишта из Таб. 5.3, као и код фиксираног домена за који су дати резултати у Таб. 5.2. На тај начин могу да се прате процентуална одступања од референтних вредности из Таб. 5.1.

Највећа одступања, посматрајући читав опсег међусобних растојања мерних електрода од 0,1 m до 0,5 m увек би се јављала при $a = 0,5 \text{ m}$, што је и очекивано, јер се тада електроде

приближавају границама ограниченог домена модела те се све више губи поклапање и практично се одсеца део код кога је протичала струја кроз тло. Другим речима, са овако фиксираним димензијама домена, мерна струја која се испушта са једне и стиче у другу крајњу мерну електроду не може довољно да се рашири у посматраном умањеном и ограниченом *FEM* моделу тла на исти начин како би могла и у стварном, неограниченом, тлу.

Табела 5.3 – Димензије домена за додатне *FEM* симулације

Фиксне димензије домена [m]	Највећа одступања [%] (ΔR_a^{FEM} за $a = 0,5$ m)
4 × 2 × 0,5	-36,92
4,5 × 2 × 0,5	-37,07
4 × 2,5 × 0,5	-36,92
4 × 2 × 1	-8,04
4,5 × 2 × 1	-10,13
4 × 2,5 × 1	-8,03
4 × 2 × 1,5	-4,05
4,5 × 2 × 1,5	-7,32
4 × 2,5 × 1,5	-4,01
4 × 2 × 2	-3,42
4,5 × 2 × 2	-7
4 × 2,5 × 2	-3,29

Најмања постигнута вредност одступања R_a^{FEM} за међусобна растојања електрода од 0,5 m постиже се када се за фиксне димензије домена узме 4 m × 2,5 m × 2 m: -3,29 %.

5.3.2.3 Ефекат смањења растојања између електрода у опсегу 0,025 m до 0,4 m на резултате комплетне оригиналне методе за карактеризацију тла

Како димензије 4 m × 2,5 m × 2 m и даље нису прихватљиве за усвајање за изведбу у лабораторијским условима, приступило се још једном низу *FEM* симулација, овај пут узимајући другу метрику у обзир. Узета су међусобна растојања мерних електрода и мања од 0,1 m, тј. укључујући и 0,025 m, 0,05 m, 0,075 m. С друге стране, одбачено је растојање од 0,5 m, за које је из приказаног очигледно да су процентуална одступања од референтне вредности из Таб. 5.1 при овом растојању највећа за ма коју комбинацију димензија подешених фиксних димензија модела.

За сваку нову комбинацију испитиваних фиксних димензија *FEM* модела, извршена је примена оригиналне методе из поглавља 4 и посматрано је поклапање естимираних и стварних карактеристика тла. У Таб. 5.4 су приказани резултати.

У Таб. 5.4, приказана су одступања привидних отпорности $R_a^{FEM_{4m \times 2m \times 0,5m}}$ од референтних $R_a^{FEM_{1:10}}$. Референтне привидне отпорности $R_a^{FEM_{1:10}}$ из Таб. 5.1 добијене су, као што је већ речено, из *FEM* симулација са синтетичким моделом тла $\rho_1 = 5000 \Omega m$, $\rho_2 = 100 \Omega m$ и $h = 0,5$ m, уз примену *FEM* модела са варијабилним димензијама домена. Привидне отпорности $R_a^{FEM_{4m \times 2m \times 0,5m}}$ добијају се из *FEM* симулација, у којима су за двослојни модел тла подешени параметри који су естимирани применом оригиналне методе за *FEM* модел фиксних димензија (4 m × 2 m × 0,5 m). Као главна мера поклапања резултата естимације параметара из нове методе са референтним вредностима гледа се корен суме квадрата релативних одступања за привидне отпорности.

Табела 5.4 – Примена оригиналне методе карактеризације са фиксираним димензијама FEM модела $4\text{ m} \times 2\text{ m} \times 0,5\text{ m}$ на референтни синтетички модел тла

	Скалирани синтетички модел тла	Естимација параметара применом оригиналне методе, користећи FEM модел са фиксираним димензијама $4\text{ m} \times 2\text{ m} \times 0,5\text{ m}$	Одступање [%]
ρ_1 [Ωm]	5000	5267,65	5,35
ρ_2 [Ωm]	100	121,66	21,66
h [m]	0,05	0,047	-6
a [m]	$R_a^{FEM_{1:10}}$ [Ω] (референтне вредности из Таб. 5.1)	$R_a^{FEM_{4\text{m} \times 2\text{m} \times 0,5\text{m}}}$ [Ω] (из FEM симулација за параметре изнад)	Одступање $R_a^{FEM_{4\text{m} \times 2\text{m} \times 0,5\text{m}}$ од $R_a^{FEM_{1:10}}$ [%]
0,025	21497,3	21645,67	0,69
0,05	9172,26	9376,82	2,23
0,075	3925,7	3891,57	-0,87
0,1	1724,72	1662,55	-3,6
0,2	137,60	142,42	3,5
0,3	57,66	60,45	4,84
0,4	41,01	37,80	-7,81
$RMSErrR_a$ [%]			4,07

Табела 5.5 – Поређење суме квадрата одступања R_a^{FEM} након примене оригиналне методе за различите фиксне димензије домена FEM модела

$\rho_1=5000\ \Omega\text{m}, \rho_2=100\ \Omega\text{m}$ и $h=0,05\text{ m}$		
Фиксне димензије домена [m]	$RMSErrR_a$ [%]	Рачунско време примене оригиналне методе
$4 \times 2 \times 0,5$	4,07	4h 19m
$4 \times 2 \times 1$	1,17	5h 8m
$4 \times 2 \times 1,5$	1,1	7h 31m
$3,5 \times 1,75 \times 0,5$	4,07	4h 3m
$3,5 \times 1,75 \times 1$	1,2	5h 6m
$3,5 \times 1,75 \times 1,5$	1,11	7h 21m
$3,5 \times 1 \times 0,5$	4,09	3h 5m
$3,5 \times 1 \times 1$	1,28	4h 5m
$3,5 \times 1 \times 1,5$	1,18	4h 38m
$3,5 \times 1,25 \times 0,5$	4,08	3h 18m
$3,5 \times 1,25 \times 1$	1,22	4h 15m
$3,5 \times 1,25 \times 1,5$	1,13	4h 13m
$3,25 \times 1,25 \times 0,5$	4,08	2h 46m
$3,25 \times 1,25 \times 1$	1,24	4h 58m
$3,25 \times 1,25 \times 1,5$	1,14	5h 23m
$3 \times 1 \times 0,5$	4,11	2h 13m
$3 \times 1 \times 1$	1,35	*
$3 \times 1 \times 1,5$	1,25	4h

*Симулација је била паузирана преко ноћи, а настављено мерење времена, због чега не постоји податак

Слично као што је у Таб. 5.4 приказано за димензије модела $4\text{ m} \times 2\text{ m} \times 0,5\text{ m}$, учињено је за даље комбинације фиксних димензија модела побројане у Таб. 5.5. Из Таб. 5.5 може да се закључи следеће:

- са смањењем фиксне димензије домена коришћених *FEM* модела, све је мање поклапање вредности R_a^{FEM} са вредностима из Таб. 5.1,
- од све три димензије, највећи утицај на тачност за посматрани скуп димензија има дубина (повећање дубине доводи до бољег поклапања) и
- смањивањем димензија модела, очекивано смањује се и време потребно да нова метода исконвергира ка решењу.

5.3.2.4 Анализа фиксних димензија $3,25\text{ m} \times 1,25\text{ m} \times 1\text{ m}$

Коначно су одабране димензије домена $3,25\text{ m} \times 1,25\text{ m} \times 1\text{ m}$ за које се има одступање 1,24 (подебљано у Таб. 5.5). Ове димензије су одабране као компромис у погледу смањивања димензија ради лакшег остваривања експерименталне поставке, с једне стране, и задовољавајуће тачности, с друге стране.

У Таб. 5.6 су дати детаљни резултати за одабране димензије ($3,25\text{ m} \times 1,25\text{ m} \times 1\text{ m}$), аналогно као у Таб. 5.4 (за димензије $4\text{ m} \times 2\text{ m} \times 0,5\text{ m}$).

Вредност $R_a^{FEM_{3,25\text{m} \times 1,25\text{m} \times 1\text{m}}}$ представља међурезултат, односно глави критеријум је поклапање естимираних и стварних параметара синтетичког тла ρ_1 , ρ_2 и h .

Табела 5.6 – Примена оригиналне методе карактеризације са фиксираним димензијама *FEM* модела $3,25\text{ m} \times 1,25\text{ m} \times 1\text{ m}$ на референтни синтетички модел тла

	Скалирани синтетички модел тла	Естимација параметара применом оригиналне методе, користећи <i>FEM</i> модел са фиксираним димензијама $3,25\text{ m} \times 1,25\text{ m} \times 1\text{ m}$	Одступање [%]
ρ_1 [Ωm]	5000	5107,33	2,15
ρ_2 [Ωm]	100	104,38	4,38
h [m]	0,05	0,0484	-3,2
a [m]	$R_a^{FEM_{1:10}}$ [Ω] (референтне вредности из Таб. 5.1)	$R_a^{FEM_{3,25\text{m} \times 1,25\text{m} \times 1\text{m}}}$ [Ω] (из <i>FEM</i> симулација за параметре изнад)	Одступања $R_a^{FEM_{3,25\text{m} \times 1,25\text{m} \times 1\text{m}}}$ од $R_a^{FEM_{1:10}}$ [%]
0,025	21497,3	21171,94	-1,51
0,05	9172,26	9342,61	1,86
0,075	3925,7	3947,31	0,55
0,1	1724,72	1705,69	-1,1
0,2	137,6	137,51	-0,07
0,3	57,66	58,45	1,37
0,4	41,01	40,48	-1,28
<i>RMSErr</i>R_a [%]			1,24

5.3.3 Одабране финалне фиксне димензије

Показано је да ће се за димензије домена $3,25\text{ m} \times 1,25\text{ m} \times 1\text{ m}$ вредности привидних отпорности (и израчунате и измерене за тло $\rho_1=5000\ \Omega\text{m}$, $\rho_2=100\ \Omega\text{m}$ и $h=0,5\text{ m}$) у приметној мери разликовати од вредности које постоје код неограниченог тла. При симулацијама генерално не постоје ограничења у погледу домена, али су димензије главни ограничавајући фактор код експерименталног модела.

При разматрању величине лабораторијског модела треба имати још једну важну чињеницу. Разлика у расподели струја у неограниченом и ограниченом домену постоји, али заправо и није битна у смислу доказа квалитета оригиналне методе за естимацију параметара. Домени *FEM* модела који се позивају из развијеног *Matlab* програма су у случају експерименталне провере прилагођавани стварним топологијама које су реализоване у лабораторији (границе за модел тла у стакленом суду, односно пластичној кутији, у *FEM* моделима имају додељен одговарајући гранични услов – подешено је да се понашају као непроводне, односно као изолатор), тако да је разлика расподеле струје у неограниченом и ограниченом лабораторијском домену небитна. Дакле, наглашава се још једном да *FEM* модели, који се позивају из *Matlab* програма, представљају верну дигиталну реплику експерименталне поставке. Претходни исказ се односи на опште димензије лабораторијске поставке, чије су димензије мање од оних за које би се добили слични резултати као за бесконачно двослојно тло. Дигиталном репликом нису обухваћене нехомогености дебљине слојева, што квалитативно одговара и несавршеностима реалног двослојног бесконачног тла. Експерименти који су спроведени за тестирање предложене методе извршени су управо због тога, да се стекне искуство понашања предложене методе у условима несавршености горњег и доњег слоја.

Труд и велико време извршења симулација описаних у претходним одељцима у поглављу био је потребан да би се сагледали релевантни утицаји, који су на крају довели до одлуке да лабораторијски модел буде димензија које одговарају домену $0,8\text{ m} \times 0,3\text{ m} \times 0,25\text{ m}$. Имајући у виду да су *FEM* прорачуни у оквиру предложене методе вршени за стварну експерименталну геометрију, нису постојала ограничења у погледу нумерике. Наведене димензије $0,8\text{ m} \times 0,3\text{ m} \times 0,25\text{ m}$ су усвојене превасходно на основу инжењерског осећаја за складну експерименталну поставку, чије су димензије погодне за реализацију и манипулације материјалима током експеримената.

5.4 Лабораторијски модел и експериментална поставка

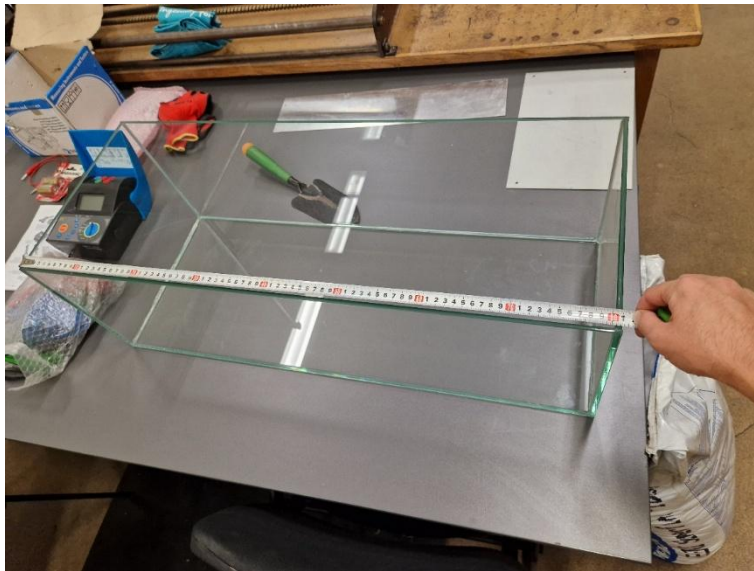
5.4.1 Домен

5.4.1.1 Стаклени суд

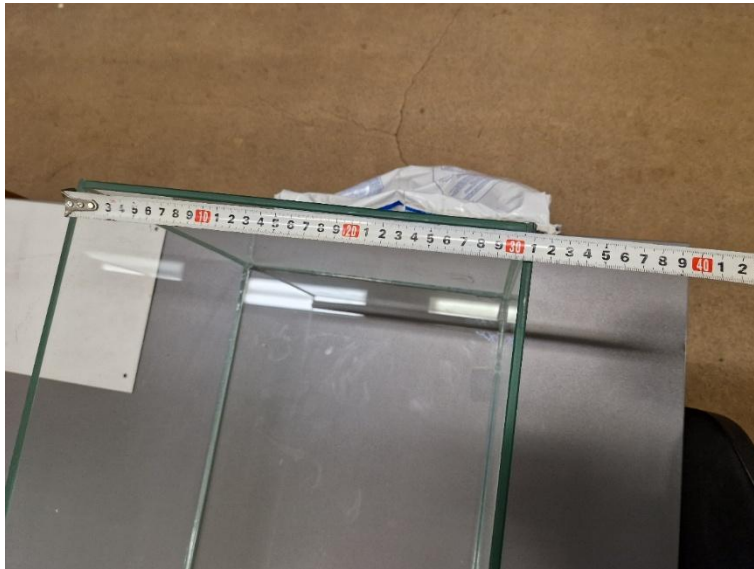
За домен је у стакларској радњи наменски израђен стаклени суд облика квадра спољних димензија $0,81\text{ m} \times 0,31\text{ m} \times 0,26\text{ m}$ лепљењем страна од стакла дебљине 6 mm. Суд је без горње стране (поклопаца). Унутрашње димензије суда износе $0,8\text{ m} \times 0,3\text{ m} \times 0,25\text{ m}$. У даљим разматрањима се сматра да је остварен идеалан облик квадра. Стаклени суд са димензијама је приказан на Сл. 5.1, Сл. 5.2 и Сл. 5.3.

5.4.1.2 Пластични суд

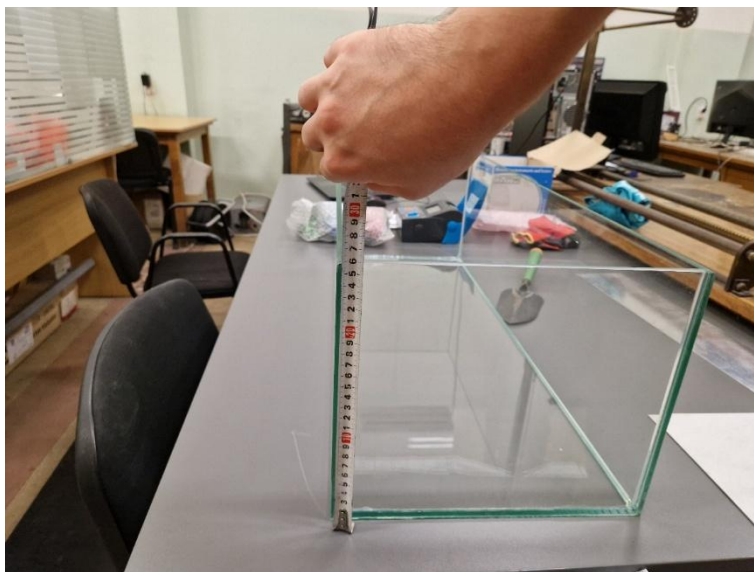
За помоћна експериментална мерења Венеровом методом, коришћен је пластични суд. Унутрашње димензије суда су $38\text{ cm} \times 28\text{ cm} \times 10,5\text{ cm}$. Овај суд је коришћен да за мерење специфичне отпорности песка, као хомогеног модела тла, а пре него што се песак нанео преко земље у стакленом суду. Пластични суд приказан је у каснијем делу текста, на Сл. 5.15.



Сл. 5.1 – Дужина стакленог суда – 81 cm



Сл. 5.2 – Ширина стакленог суда – 31 cm



Сл. 5.3 – Висина стакленог суда – 26 cm

5.4.1.3 Еквивалентни *FEM* модел

Приликом *FEM* моделовања, у сврху директног поређења резултата из *FEM* са измереним вредностима у стакленом/пластичном суду, димензије за *FEM* модел изједначавају се са димензијама лабораторијског модела.

У претходним *FEM* моделима (који се понашају као бесконачно тло) постављен је гранични услов *Ground* за све спољашње површине моделованог домена, осим за горњу (површина тла). За разлику од тога, за *FEM* модел који се користи за експерименталну поставку, гранични услов је да све површине граница домена облика квадрата имају изолациона својства ($\vec{n} \cdot \vec{J} = 0$).

5.4.2 Земља

Земља, односно тзв. профи супстрат немачког произвођача *Gramoflor* набављена је из пољопривредне апотеке. Састав према подацима на паковању приказан је на Сл. 5.4.

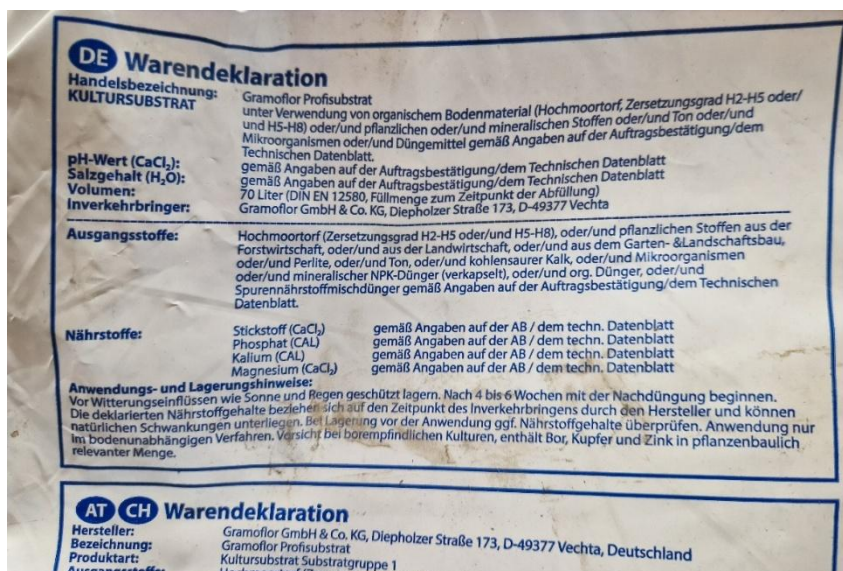
Земља је у стаклени суд наносена лопатицом слој по слој, при чему је између наносења сваког наредног слоја благо набијана руком. Набијање сваког нанетог слоја је учињено да би се разбиле грудвице и смањила растреситост, и на крају постигла униформност, дакле што приближније представи каква се остварује у *FEM* моделу.

На Сл. 5.5 је приказано ручно набијање земље између 2 наносења лопатицом, а на Сл. 5.6 коначни изглед модела хомогеног земљишта у стакленом суду након првог пуњења стакленог суда.

Датум првог пуњења стакленог суда је био 10.9.2024. када је и фабричко паковање земље отворено. Овде се наглашава да се ради о првом пуњењу, јер је пре финалног мерења за двослојно тло земља измешана у стакленом суду и учињена растреситијом. Даље, наводи се датум, јер је очекивано да ће земља, како време протиче, спонтано да губи влажност услед испаравања, а самим тим и да се мења њена специфична отпорност. Да би се спречило интензивно исушивање, стаклени суд је поклапан данима када се нису вршила експериментална мерења. Међутим, ваља ипак рећи да је очекивано да уколико се мерења понове са размаком већим од неколико дана, да може доћи до благог одступања резултата тако изведених мерења услед утицаја промене влажности. О наведеним чињеницама се водило рачуна током анализе резултата.

5.4.3 Песак

Како би се направио модел двослојног земљишта, узет је песак из напуштене шљункаре на рубу савског кеја, нешто изван Блока 45 на Новом Београду. Песак је у стаклени суд био нанет као додатни, горњи слој, након мерења у пластичној посуди и симулације са песком као хомогеним тлом.



Сл. 5.4 – Подаци са цака о хемијском саставу земље



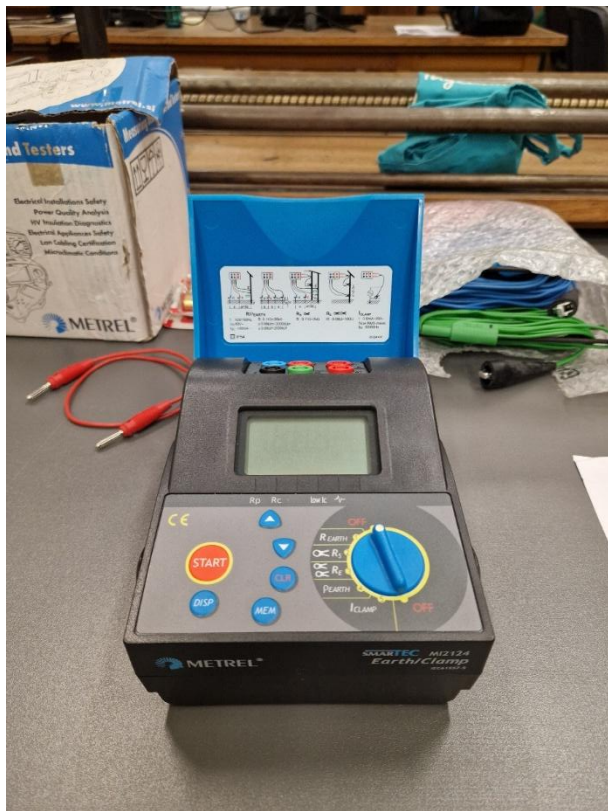
Сл. 5.5 – Набијање земље у стакленом суду између 2 наношења лопатицом



Сл. 5.6 – Крајњи изглед набијеног хомогеног слоја земље у стакленом суду након првог пуњења

5.4.4 Мерни инструмент

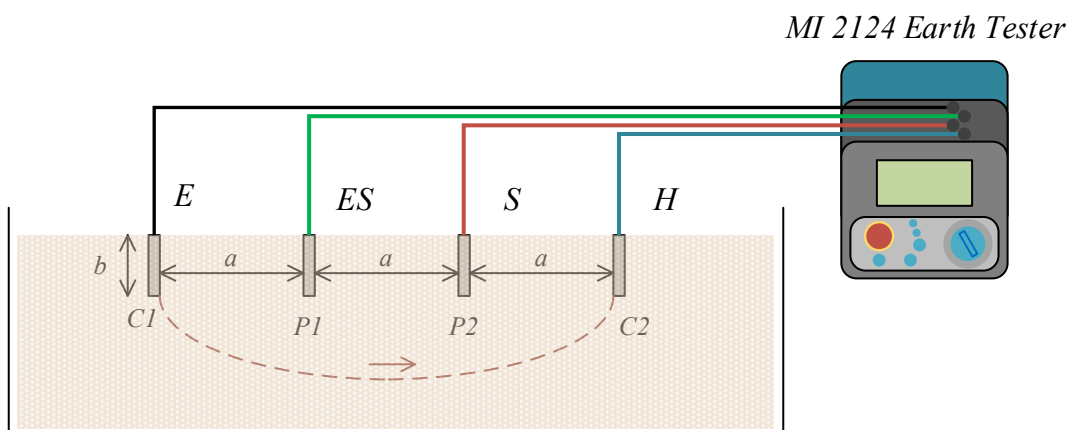
За сва експериментална мерења Венеровом методом у овом поглављу коришћен је инструмент *Metrel MI 2124 Smartec Eearth Tester*. Инструмент је приказан на Сл. 5.7. Детаљне техничке спецификације инструмента дате су у референци [40].



Сл. 5.7 – Мерни инструмент *Metrel MI 2124 Smartec Eearth Tester*

На Сл. 5.8 је приказана шема повезивања мерног инструмента за извођење мерења специфичне електричне отпорности тла Венеровом методом са четири електроде:

- струјне електроде: E црна и H плава,
- потенцијалне електроде: ES зелена и S црвена.



Сл. 5.8 – Шематски приказ повезивања мерног инструмента за извођење 4-жичног мерења специфичне електричне отпорности тла Венеровом методом, нацртано према слици из упутства [40]

Шема је нацртана према слици из упутства за коришћење мерног инструмента [40].

Даље, мерни инструмент као резултат мерења Венеровом методом на дисплеју приказује измерену привидну специфичну отпорност. Измерена привидна специфична отпорност коју инструмент приказује се израчунава коришћењем упрошћене Венерове формуле (2.5) [40].

У мерни инструмент се уноси међусобно растојање a између електрода. Распон међусобних растојања a који инструмент може да прихвати је 1–30 m, са кораком од 1 m. Мерни инструмент измерени напон између потенцијалних електрода дели са познатом вредношћу мерне струје која протиче између струјних електрода и на тај начин рачуна привидну отпорност R_a . Затим, на дисплеју као резултат приказује вредност привидне специфичне електричне отпорности ρ_a , коју рачуна тако што вредност привидне отпорности R_a помножи са $2\pi a$, где је за a претходно задата вредност из наведеног распона. Инструмент, као што је претходно напоменуто, користи упрошћену Венерову једначину (2.5) [40].

Да би се поменути распон (1–30 m) међусобних растојања електрода, који може да се зада, прилагодио мерним растојањима електрода за мерења Венеровом методом, која су извршена на умањеним моделима, прибегло се прерачунавању. Ради једноставности прерачунавања, у мерном инструменту је подешено међусобно растојање између електрода $a^{инстр.} = 1$ m које је коришћено приликом свих мерења.

Међусобна растојања између мерних електрода која су одабрана за извођење мерења у стакленом суду ($a^{стварно_суд}$) била су: 2,5, 5, 7,5, 10, 12,5, 15, 17,5 и 20 cm.

Након мерења, привидне специфичне електричне отпорности $\rho_a^{мерено_инстр.}$, које би инструмент приказивао на свом дисплеју као мерни резултат, биле би дељене са $2 \cdot \pi \cdot a^{инстр.}$, односно са 2π (јер је претходно подешено $a^{инстр.} = 1$ m). На тај начин се израчунавала стварна измерена вредност привидне отпорности $R_a^{мерено}$.

5.4.5 Мерне електроде

Као електроде, коришћене су алуминијумске поп-нитне 4x12 где је доњи издужени део дужине 2,7 cm и пречника 2 mm побадан у земљу, односно песак. Приказане су на Сл. 5.9.

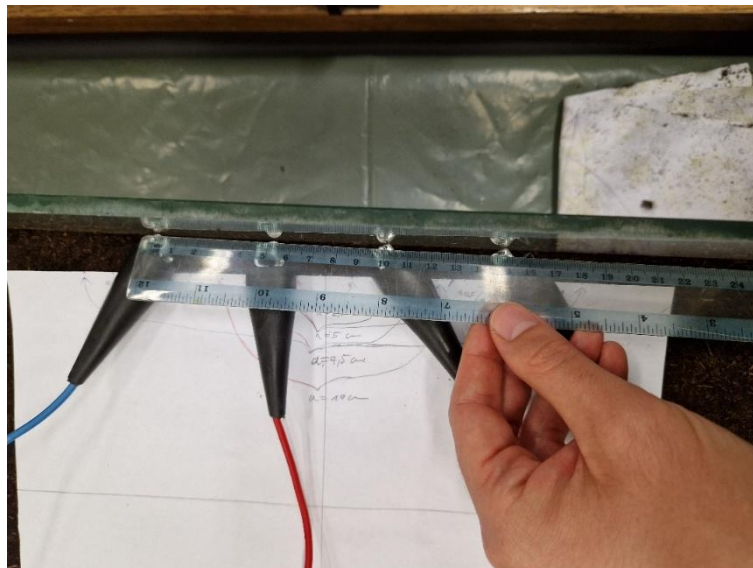


Сл. 5.9 – Поп-нитне 4x12 коришћене као електроде за мерења специфичне отпорности Венеровом методом на експерименталном лабораторијском моделу гла

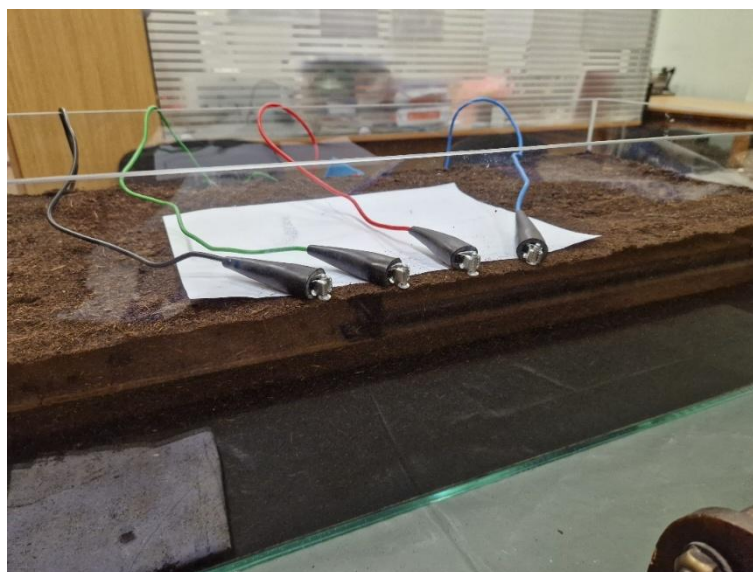
Додатно, коришћене су и алуминијумске мерне електроде које долазе уз инструмент. Приказане су на Сл. 5.10.



Сл. 5.10 – Алуминијумске мерне електроде које долазе уз инструмент



Сл. 5.11 – Поглед одозго на електроде убодене уз подужну страну стакленог суда у хомогено тло ($a = 5 \text{ cm}$)



Сл. 5.12 – Поглед са стране на електроде убодене са размаком $a = 5 \text{ cm}$ уз подужну страну стакленог суда у хомогено тло

5.5 Хомогено тло

5.5.1 Мерење Венеровом методом

Мерења на експерименталној лабораторијској поставци, која су приказана у овом одељку, извршена су 14.10.2024. Извршена су мерења и са обе подужне стране стакленог суда. Електроде су побадане што је ближе могуће подужној страни стакленог суда. Као електроде су коришћене само поп-нитне.

Резултати мерења су представљени у Таб. 5.7. Током свих мерења, на инструменту је била подешена вредност $a^{инстр} = 1$ m. Мерења за $\rho_a^{мерено_инстр.}$ су приказана у три колоне, јер је мерење за свако међусобно растојање a између електрода поновљено 3 пута мерним инструментом, а без вађења електрода. На Сл. 5.11 и Сл. 5.12 су приказане мерне електроде пободене на међусобно растојање $a = 5$ cm у хомогено тло у стакленом суду. Као што је претходно објашњено, због ограничења у погледу растојања за која инструмент може да се подеси да мери, прво се $R_a^{мерено}$ рачуна као $\rho_a^{мерено_инстр.}/2\pi$, где се за $\rho_a^{мерено_инстр.}$ узима средња вредност из три мерења.

Коначне вредности за $R_a^{мерено}$ добијају се рачунањем средње вредности између мерења извршених за електроде убадане уз две подужне стране стакленог суда.

Табела 5.7 – Резултати мерења поред обе дуже странице стакленог суда

$a^{стварно_суд}$ [m]	$\rho_a^{мерено_инстр.}$ [Ω m] (за подешено $a^{инстр.} = 1$ m)				$R_a^{мерено}$ [Ω]
	1	2	3	Средња вредност	
Електроде убадане уз прву подужну страну стакленог суда					
0,025	1418	1436	1392	1415,33	225,26
0,05	1151	1139	1129	1139,67	181,38
0,075	862	851	842	851,67	135,55
0,1	750	747	745	747,33	118,94
0,125	674	671	668	671	106,79
0,15	662	659	657	659,33	104,94
0,175	701	699	697	699	111,25
0,2	740	740	736	738,67	117,56
Електроде убадане уз другу подужну страну стакленог суда					
0,025	1328	1329	1320	1325,67	210,99
0,05	1103	1102	1094	1099,67	175,02
0,075	815	812	809	812	129,23
0,1	697	695	694	695,33	110,67
0,125	654	654	653	653,67	104,03
0,15	675	672	671	672,67	107,06
0,175	696	694	695	695	110,61
0,2	753	752	750	751,67	119,63

5.5.2 Одређивање специфичне отпорности земље

5.5.2.1 FEM симулације

Извршене су FEM симулације са истоветним димензијама хомогеног слоја земље и електрода и размака истих као за стаклени суд. Хомогено тло облика квадрата има димензије $0,795$ m \times $0,295$ m \times $0,175$ m унутар стакленог суда. Први низ FEM симулација за сва

посматрана растојања a изведен је са претпоставком да специфична отпорност земље, од које је сачињен хомогени слој у стакленом суду, износи $\rho^{FEM} = 100 \Omega\text{m}$.

У Таб. 5.8 су приказане резултујуће привидне отпорности из FEM симулација (R_a^{FEM}) и поређење са измереним ($R_a^{мерено}$). Измерене привидне отпорности добијају се као средње вредности од измерених за мерења дуж прве и друге подужне стране стакленог суда из Таб. 5.7, за респективна растојања a .

5.5.2.2 Фитовање

Посматрани случај са хомогеним земљиштем је линеаран. Другим речима, важи линеарна зависност између привидне отпорности R_a и специфичне отпорности тла ρ . Наведено је потврђено додатним FEM симулацијама чији се резултати овде неће наводити. Последишно, могуће је варирати специфичну отпорност $\rho^{фум.}$ и на основу односа са почетном специфичном отпорношћу ($\rho^{FEM} = 100 \Omega\text{m}$) израчунати нове привидне отпорности ($R_a^{фум.}$) из претходних (R_a^{FEM}), без потребе за спровођењем новог низа FEM симулација за $\rho^{фум.}$. Самим тим, могуће је да се врло ефикасно примени нека од математичких оптимизационих метода како би се минимизацијом критеријумске функције (тј. фитовањем) одредила специфична отпорност земље $\rho^{фум.}$ за коју се остварују најбоља поклапања израчунатих са измереним привидним отпорностима. За вредност критеријумске функције, која се минимизује, узета је процентуална вредност корена средње вредности квадрата релативних одступања (4.2). Искоришћен је солвер у *Excel*-у *GRG nonlinear* [118].

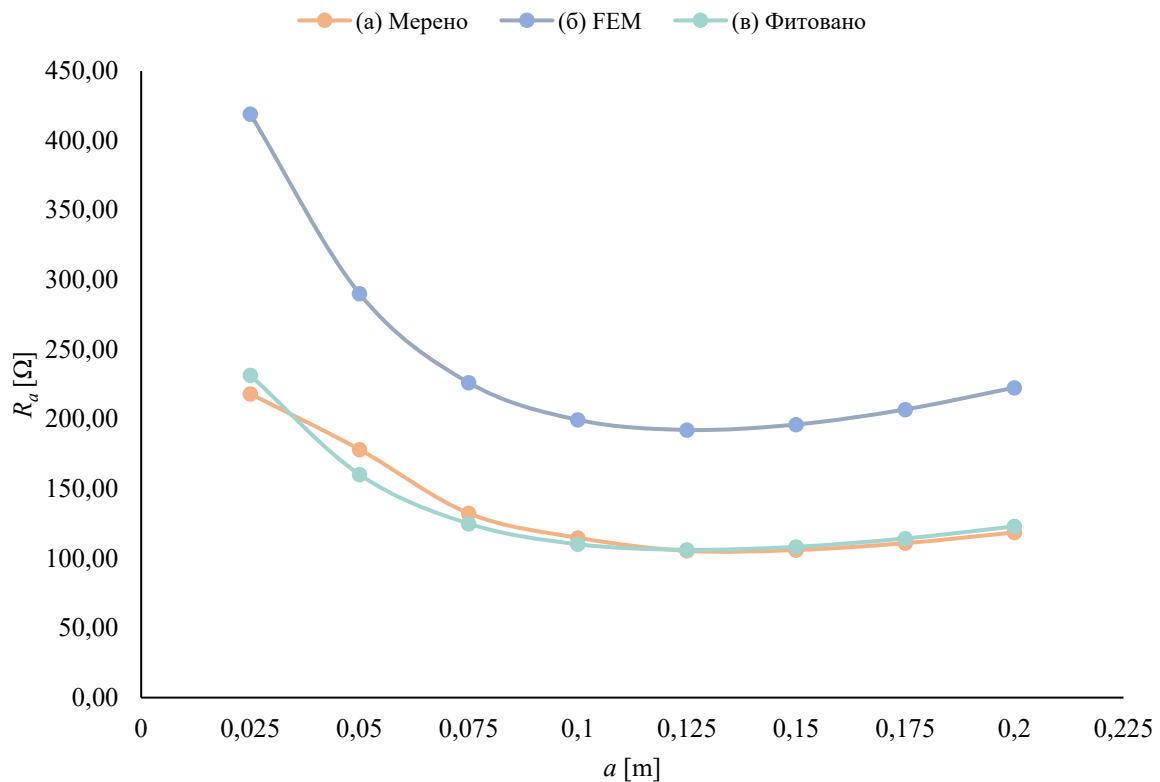
Применом описаног поступка, добијена је вредност $\rho^{FEM_фум.} = 55,23 \Omega\text{m}$. Из Таб. 5.8 се види да је највеће процентуално одступање у односу на мерене вредности око -10%, за $a = 5 \text{ cm}$, а процентуална вредност корена средње вредности квадрата релативних одступања $RMSErrR_a$ износи 5,17%, што је прихватљиво, имајући у виду да земља није идеално компактна.

На Сл. 5.13 су приказане привидне отпорности из Таб. 5.8.

Табела 5.8 – Поређење мерених привидних отпорности са привидним отпорностима из FEM симулација

a [m]	$R_a^{мерено}$	R_a^{FEM} [Ω] ($\rho^{FEM} = 100 \Omega\text{m}$)	$R_a^{фум.}$ [Ω] ($\rho^{фум.} = 55,23 \Omega\text{m}$)	Одступање $R_a^{FEM_фум.}$ од $R_a^{мерено}$ [%]
0,025	218,12	419,03	231,42	6,10
0,05	178,20	290,16	160,25	-10,08
0,075	132,39	226,21	124,93	-5,64
0,1	114,80	199,50	110,18	-4,03
0,125	105,41	192,24	106,17	0,71
0,15	106,00	196,11	108,30	2,18
0,175	110,93	206,94	114,29	3,02
0,2	118,60	222,54	122,90	3,63
$RMSErrR_a$ [%]				5,17

Као што је претходно објашњено у овом одељку, вредност специфичне отпорности хомогене земље од $55,23 \Omega\text{m}$ добијена је фитовањем. Када се ова вредност унесе за специфичну отпорност земље у FEM модел који по димензијама одговара горе наведеној лабораторијској поставци, добијају се резултати за привидне отпорности (зелена крива на слици Сл. 5.13) које се добро поклапају са вредностима привидних отпорности (наранџаста крива на слици Сл. 5.13) измереним на лабораторијском моделу са Сл. 5.14.



Сл. 5.13 – Привидне отпорности: (а) измерено у стакленом суду, (б) из FEM за $\rho = 100 \Omega m$ и (в) након фитовања FEM резултата, за прорачунато $\rho^{фит.} = 55,23 \Omega m$



Сл. 5.14 – Мерење Венеровом методом дуж прве подужне стране стакленог суда за међусобно растојање електрода $a = 20 \text{ cm}$

Електроде су убадане у земљу уз зид стакленог суда чиме се користи одлика симетрије. Ово је претходно објашњено у одељку 4.3.1.1, где је за геометрију FEM модела, на основу симетрије, искоришћена могућност да се изостави половина описаног квадрата чиме су се

штедели потребни рачунарски ресурси и време за извођење *FEM* симулација. Исти ефекат је било могуће применити и на физичком лабораторијском моделу, с обзиром на то да су зидови стакленог суда непроводни, те се остваривао ефекат као да је суд у којем су вршена мерења дупло шири.

5.5.2.3 Закључак за експерименте за хомогено тло

Главни резултат, у смислу доказа ригорозности поступка су вредности наведене у Таб. 5.8, где се види да је највеће процентуално одступање у односу на мерене вредности око 10%, за $a = 5 \text{ cm}$, а $RMSErrR_a$ износи 5,17%, што је добро, имајући у виду да тло, на коме су вршена мерења, није идеално компактно. У примењеном поступку базираном на *FEM* симулацијама, тло се посматра као да има идеална хомогена својства.

Након иницијалне провере на експерименту са хомогеним тлом, приступило се испитивањима на двослојном тлу, која се приказују у наредном одељку 5.6.

5.6 Двослојно тло

Подсетимо се да је оригинална метода за одређивање параметара двослојног тла примењена на специфичан начин. *FEM* симулације, које се покрећу у сваком кораку итеративног процеса у програму написаном у *Matlab*-у, изводе се за геометрију лабораторијског експерименталног модела. Та геометрија обухвата стаклени суд, димензије земљишта у њему, као и димензије коришћених електрода.

Као први корак експерименталне валидације оригиналне методе за интерпретацију било је потребно да се измери специфична електрична отпорност појединачних медијума, земље и песка. Примењује се метода описана у одељку 5.5.2.2, којом се из мерења обављених 14.10.2024. дошло до вредности специфичне електричне отпорности за земљу од $\rho = 55,23 \Omega\text{m}$.

Након насипања слоја песка преко слоја земље, једноставно се измери висина сваког од појединачних слојева у стакленом суду. На тај начин се долази до геометрије која се моделује у *FEM* софтверу. Примењени оригинални поступак естимира специфичну електричну отпорност горњег и доњег слоја, као и дубину горњег слоја. Ове вредности се пореде са вредностима специфичних електричних отпорности добијених из мерења за појединачне материјале (земље и песка), као и измерене дебљине горњег слоја. Овим поређењем се квантификује тачност оригиналне методе у односу на мерења спроведена за двослојно на лабораторијском моделу.

Песак је навлажен додавањем одређене количине воде да би се избегли проблеми скопчани са мерењем изузетно великих вредности специфичне отпорности сувог песка. У Прилогу 3 о покушају употребе сонде за директно мерење су наведени проблеми детаљније објашњени.

Влажност земље није подешавана на овај начин, јер је већ сама по себи садржала одређени садржај влаге, што је резултовало да се мерења Венеровом методом спроведу на хомогеном слоју земље без нарочитих потешкоћа.

Напослетку, мерења Венеровом методом затим су извршена у истом дану (8.5.2025.) у року од неколико сати, како се испаравањем не би променила количина влажности ни песка ни земље. Прво извршена мерења за појединачне медијуме: навлаженог растреситог песка у пластичној кутији, па растресите земље у стакленом суду, а на крају и двослојног модела тла у стакленом суду: растресите земље (доњи слој) и влажног растреситог песка (горњи слој).

У табелама приказаним у наставку (од Таб. 5.9 до Таб. 5.13), поједине ознаке имају следеће значење:

$a^{стварано_суд}$	хоризонтални размаци у cm између 2 суседне мерне електроде, биле оне поп-нитне или праве алуминијумске електроде из паковања мерног инструмента,
$\rho_a^{мерено_инстр.}$	измерене привидне специфичне отпорности које се приказују на дисплеју инструмента за мерење са вредношћу растојања (параметар који се преко тастатуре уноси у инструмент) подешеном на $a^{инстр.} = 1$ m,
$R_a^{мерено}$	стварна измерена привидна отпорност, инструмент је добија дељењем измереног напона између потенцијалних електрода са познатом вредношћу струје кроз струјне електроде; постоји следећа веза између $R_a^{мерено}$ и $\rho_a^{мерено_инстр.}$: $R_a^{мерено} = \rho_a^{мерено_инстр.} / 2\pi a^{инстр.}$, односно $R_a^{мерено} = \rho_a^{мерено_инстр.} / 2\pi$ (јер је $a^{инстр.} = 1$ m),
$R_a^{FEM_фит.}$	привидна отпорност која се добија као резултат из <i>FEM</i> симулација и то на следећи начин: у <i>FEM</i> софтверу подеси се геометрија модела да по свему одговара експерименталној поставци приказаној на сликама Сл. 5.15 и Сл. 5.17, респективно, а затим спроведе оригинална метода за естимацију специфичне електричне отпорности горњег и доњег тла, као и дебљине горњег слоја.

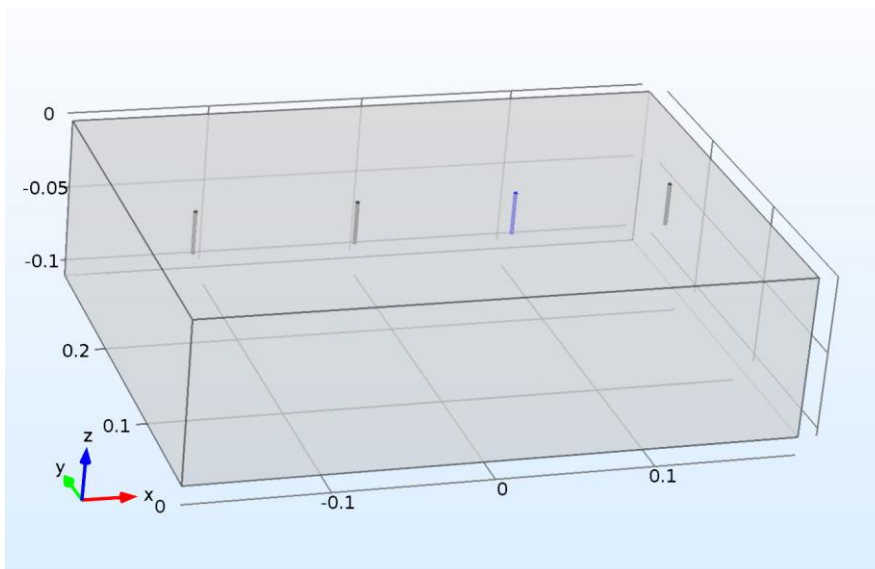
5.6.1 Одређивање специфичне отпорности песка Венеровом методом

За одређивање специфичне отпорности влажног растреситог песка, извршена су мерења Венеровом методом у кутији испуњеној песком као на Сл. 5.15, где су поп нитне коришћене као електроде, и Сл. 5.17, где су за мерења примењене праве алуминијумске електроде које долазе у паковању уз мерни инструмент.

Димензије дела кутије, који је испуњен песком, су 38 cm × 28 cm × 10,5 cm (дужина × ширина × висина). Мерни резултати и прорачун специфичне електричне отпорности песка за оба случаја, који одговарају случајевима приказаним на Сл. 5.15 и Сл. 5.17, дати су у Таб. 5.9 и Таб. 5.10, респективно. Геометрије модела за *FEM* симулације (изведени у софтверу *COMSOL Multiphysics*), дати су на Сл. 5.16 и Сл. 5.18, респективно. Поступак је идентичан поступку приказаном у поглављима 5.5.2.1 и 5.5.2.2. Димензије модела за *FEM* су у складу са димензијама дела кутије испуњеног песком.



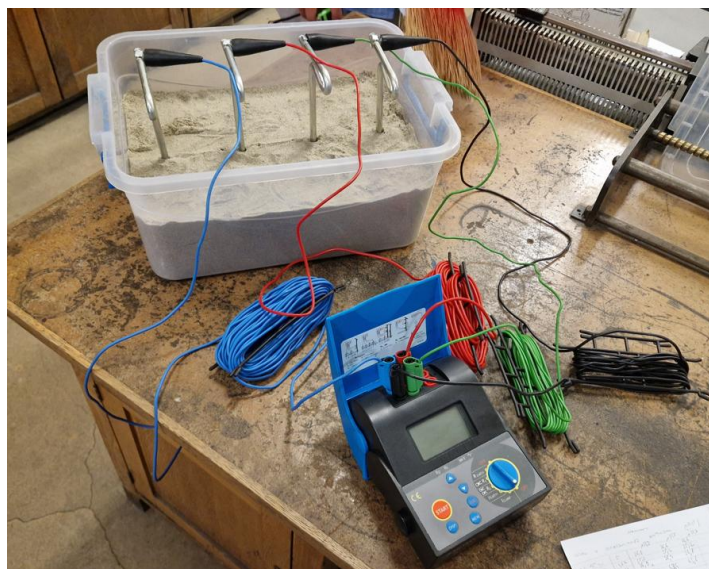
Сл. 5.15 – Мерење Венеровом методом специфичне отпорности растреситог песка у пластичној кутији, коришћењем поп-нитни као електрода, растојање између електрода $a = 10$ cm



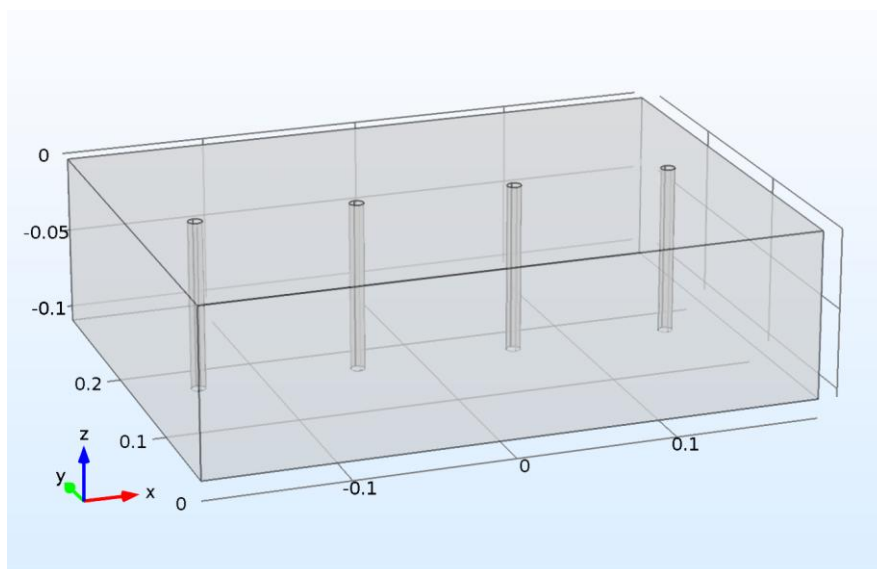
Сл. 5.16 – Модел у *COMSOL*-у за симулацију мерења Венеровом методом специфичне отпорности растреситог песка у пластичној кутији, димензије електрода одговарају поп-нитнама, растојање између електрода $a = 10$ cm

Табела 5.9 – Резултати мерења специфичне отпорности влажног растреситог песка у пластичној кутији, мерено поп-нитнама

$a_{суд}$ [cm]	ρ_a мерено_инстр. [k Ω m] (за подешено $a^{инстр.} = 1$ m)				R_a мерено [Ω]	$R_a^{FEM_фит.}$ [Ω] (за $\rho^{FEM_фит.} = 1672,15$ Ωm)	Одступ. [%]
	1	2	3	Средња вредност			
5	35,9	35,5	35,7	35,7	5681,83	5776,17	1,66
6,67	35,3	35,2	35,2	35,23	5607,56	5667,78	1,07
8,33	36,9	36,9	36,8	36,8	5867,51	5976,96	1,87
10	43,1	43,4	43,6	43,37	6902,02	6562,77	-4,92



Сл. 5.17 – Мерење Венеровом методом специфичне отпорности растреситог песка у пластичној кутији, коришћењем великих електрода, растојање између електрода $a = 10 \text{ cm}$



Сл. 5.18 – Модел у *COMSOL*-у за симулацију мерења Венеровом методом специфичне отпорности растреситог песка у пластичној кутији, димензије електрода одговарају правим електродама инструмента, растојање између електрода $a = 10 \text{ cm}$

Табела 5.10 – Резултати мерења Венеровом методом специфичне отпорности растреситог песка у пластичној кутији, коришћењем великих електрода

$a^{\text{суд}}$ [cm]	$\rho_a^{\text{мерено_инстр.}} [\text{k}\Omega\text{m}]$ (за подешено $a^{\text{инстр.}} = 1 \text{ m}$)				$R_a^{\text{мерено}}$ [Ω]	$R_a^{\text{FEM_фит.}} [\Omega]$ (за $\rho^{\text{FEM_фит.}} = 1682,32 \Omega\text{m}$)	Одступ. [%]
	1	2	3	Средња вредност			
5	24,8	24,6	24,6	24,67	3925,82	4364,64	11,18
6,67	33,6	33,4	33,4	33,47	5326,38	4905,57	-7,9
8,33	35,6	35,5	35,5	35,53	5655,31	5572,51	-1,46
10	41,5	41,5	41,5	41,5	6604,93	6350,18	-3,86

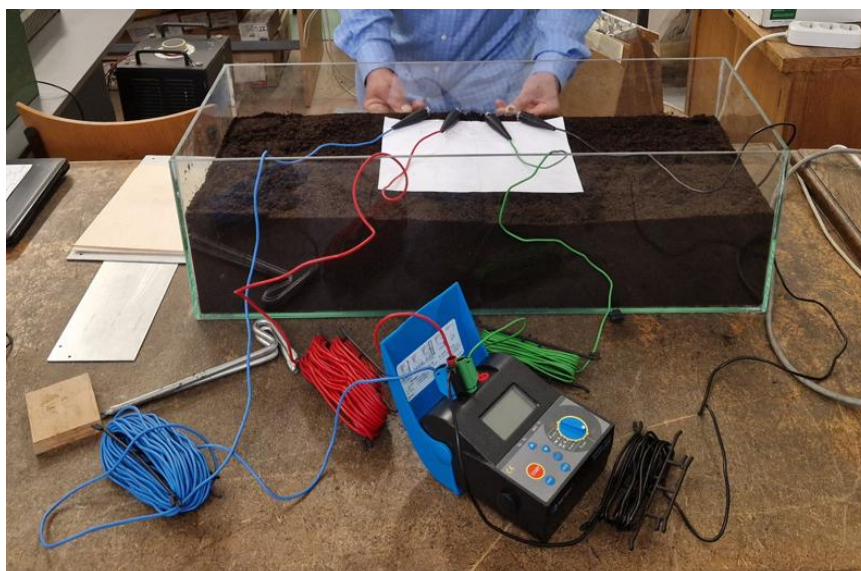
За песак су извршена два скупа мерења, како је описано у тексту изнад, са малим електродама (тј. поп-нитнама) и великим електродама (из комплета мерног инструмента). Разлог је што су постојале тешкоће када су започета мерења са песком, после чега је извршено извесно влажење песка. Фитоване вредности специфичне отпорности влажног растреситог песка су приказане у Таб. 5.9 (**1672,15 Ωm**) и Таб. 5.10 (**1682,32 Ωm**), па је као коначна вредност специфичне отпорности влажног растреситог песка узета средња вредност – **1677,24 Ωm** .

5.6.2 Одређивање специфичне отпорности земље Венеровом методом

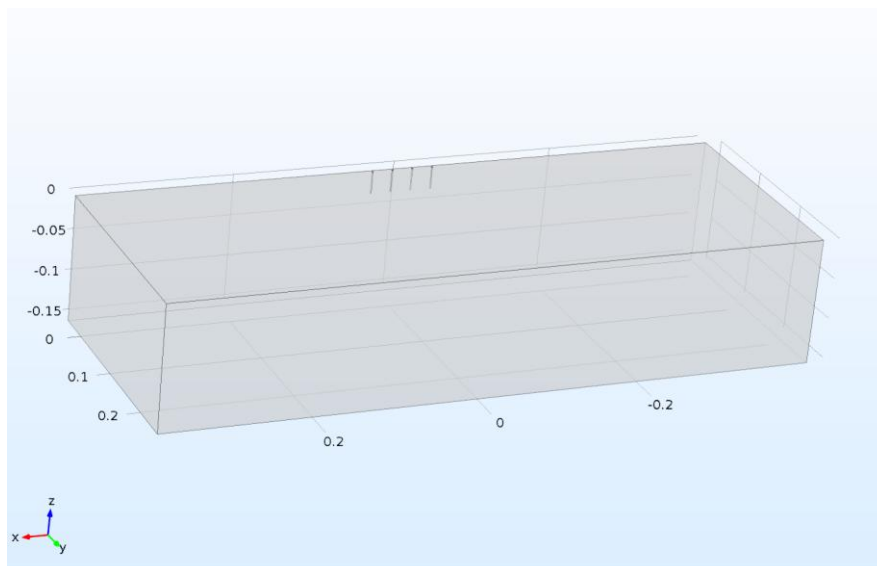
Након мерења специфичне отпорности влажног растреситог песка Венеровом методом, извршена су мерења за растреситу земљу у стакленом суду, као на Сл. 5.19. Мерни резултати и прорачун специфичне електричне отпорности земље дати су у Таб. 5.11. Модел искоришћен за *FEM* симулације (изведен у софтверу *COMSOL Multiphysics*), дат је на Сл. 5.20.

За разлику од песка, за земљу су изведена мерења Венеровом методом само са поп-нитнама. Разлог је што се током мерења са земљом нису јављале никакве тешкоће, за разлику од мерења на песку. После мерења са великим електродама би остале рупе које би правиле непотребан утицај на резултате експеримената на двослојном тлу, који су се надовезали на експеримент за одређивање специфичне електричне отпорности земље.

Овде ваља приметити да је вредност специфичне отпорности земље (73,43 Ωm), одређена фитовањем, већа од вредности реферисане у претходном одељку (55,23 Ωm), што не изненађује, јер је извесно дошло исушивања земље у стакленом суду у периоду између два експеримента (од 14.10.2024. до 8.5.2025.), а упркос држању суда поклопљеним између експеримената. Значајнији разлог за разлику у вредности естимиране специфичне електричне отпорности земље је различита растреситост земље: у експерименту 8.5.2025. коришћена је растресита земља, а у експерименту 14.10.2024. набијена земља.



Сл. 5.19 – Мерење Венеровом методом специфичне отпорности растресите земље у стакленом суду, коришћењем поп-нитни као електрода, растојање између електрода $a = 5 \text{ cm}$



Сл. 5.20 – Модел у *COMSOL*-у за симулације мерења Венеровом методом растресите земље у стакленом суду, моделоване електроде по димензијама одговарају поп-нитнама, растојање између електрода $a = 2,5 \text{ cm}$

Табела 5.11 – Резултати мерења Венеровом методом специфичне отпорности растресите земље у стакленом суду, коришћењем поп-нитни као електрода

$a^{суд}$ [cm]	$\rho_a^{мерено_инстр.} [\text{k}\Omega\text{m}]$ (за подешено $a^{инстр.} = 1 \text{ m}$)				$R_a^{мерено} [\Omega]$	$R_a^{FEM_фит.} [\Omega]$ (за $\rho^{FEM_фит.} = 73,43 \Omega\text{m}$)	Одступ. [%]
	1	2	3	Средња вредност			
2,5	4,1	3,95	3,96	4,003	637,15	605,26	-5,005
5	2,63	2,53	2,51	2,557	406,91	418,96	2,96
20	2,28	2,26	2,26	2,267	360,75	366,8	1,68

5.6.3 Мерење Венеровом методом на двослојном тлу у стакленом суду

Земља у стакленом суду као појединачни медијум, након извршених мерења Венеровом методом описаних у претходном одељку 5.6.2, није ни на који начин даље механички манипулисана. Другим речима, растресита земља остала је у неизмењеном механичком стању. Посматрано са становишта састава, тј. у погледу влажности, такође је остала неизмењена, јер су сва мерења извршена у истом дану, у року од неколико сати.

Песак је из пластичне кутије, у којој су вршена мерења Венеровом методом у циљу одређивања специфичне електричне отпорности песка, полако, део по део, насипан преко земље у стакленом суду. На Сл. 5.21 је приказана прва фаза припреме двослојног модела тла. На крају, по завршетку насипања, песак је благо промешан и изузетно благо утапкан како би се у механичком погледу постигла конзистенција која је што приближнија оној која се имала приликом вршења мерења у пластичној кутији. Притом, морало се водити рачуна и да се песак не сабија много, јер би то променило стање сабијености земље испод, као доњег слоја, а последично и проводности земље.

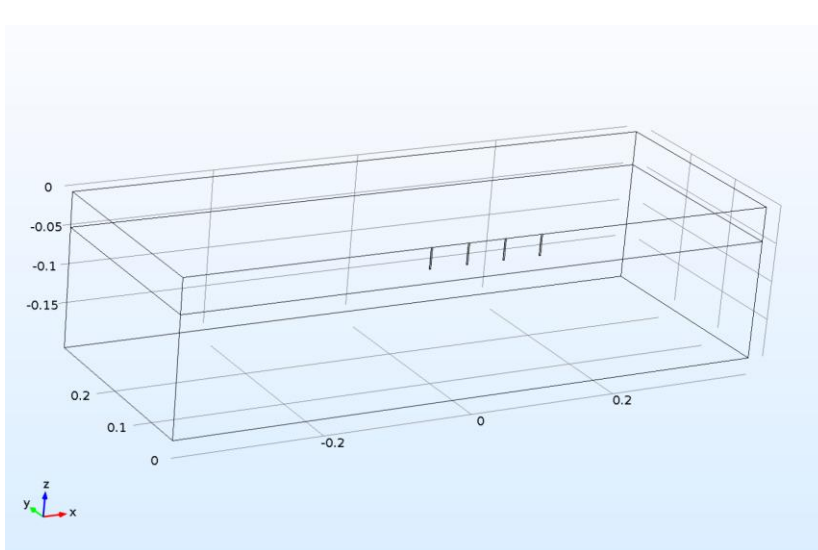
На Сл. 5.22 је дат изглед комплетно припремљеног модела двослојног тла, а пре почетка мерења Венеровом методом. У Таб. 5.12 дати су резултати мерења Венеровом методом на приказаном двослојном моделу тла у стакленом суду.



Сл. 5.21 – Почетак припреме двослојног модела тла, након што је песак из пластичне кутије пребачен преко земље у стаклени суд



Сл. 5.22 – Изглед експерименталне поставке двослојног модела тла непосредно пре почетка мерења Венеровом методом



Сл. 5.23 – Модел у *COMSOL*-у за симулацију мерења Венеровом методом помоћу *FEM* за двослојни модел тла у стакленом суду, електроде по димензијама одговарају поп-нитнама, растојање између електрода $a = 5 \text{ cm}$

Табела 5.12 – Резултати мерења Венеровом методом специфичне отпорности двослојног тла, за електроде (поп-нитне) убадане дуж прве подужне стране стакленог суда

$a^{суд}$ [cm]	$\rho_a^{мерено_инстр.}$ (за $a^{инстр.} = 1$ m) [k Ω m]				$R_a^{мерено}$ [k Ω]
	1	2	3	Средња вредност	
2,5	89	88,9	88,9	88,93	14,15
5	32	31,6	31,5	31,7	5,04
7,5	13,76	13,8	13,87	13,81	2,2
10	5,77	5,79	5,81	5,79	0,92
12,5	2,91	2,92	2,92	2,92	0,46
15	2,38	2,42	2,42	2,41	0,38
17,5	2,13	2,14	2,15	2,14	0,34
20	2,07	2,08	2,08	2,08	0,33

Скуп мерења је поновљен, са електродама побаданим и са друге подужне стране стакленог суда. На тај начин, имао се још један скуп резултата мерења за иста мерна растојања, приказан у Таб. 5.13. Одређивање карактеристика тла је вршено на бази средње вредности резултата мерења са две стране стакленог суда.

Табела 5.13 – Резултати поновљених мерења Венеровом методом специфичне отпорности двослојног тла, за електроде (поп-нитне) убадане дуж друге подужне стране стакленог суда, тј. уз супротни зид

$a^{суд}$ [cm]	$\rho_a^{мерено_инстр.}$ (за $a^{инстр.} = 1$ m) [k Ω m]				$R_a^{мерено}$ [k Ω]
	1	2	3	Средња вредност	
2,5	56,5	56,7	57,1	56,767	9,035
5	37,4	37,2	37,3	37,300	5,936
7,5	17,15	17,37	17,44	17,320	2,757
10	6,81	6,85	6,86	6,840	1,089
12,5	3,91	3,91	3,92	3,913	0,623
15	2,57	2,56	2,57	2,567	0,408
17,5	2,2	2,2	2,2	2,200	0,350
20	2,1	2,1	2,09	2,097	0,334

5.6.4 Примена метода за интерпретацију резултата мерења Венеровом методом

Сада ће бити приказана примена и резултати оригиналне методе развијене током израде дисертације.

Верификација методе се врши на бази мерења на двослојном тлу и експерименталној поставци који су описани у претходном одељку. Као критеријум слагања резултата мерења и резултата примене оригиналне методе за естимацију параметара ће се поредити измерене привидне отпорности на експерименталном двослојном моделу тла ($R_a^{мерено}$), које се добијају дељењем (са 2π) вредности специфичних електричних отпорности, које показује мерни инструмент при вредности a , унетој као улазни параметар преко тастатуре инструмента $a^{инстр.} = 1$ m. Детаљно објашњење у вези са тим је дато у одељку 5.4.4.

У табелама, вредности привидних отпорности из претпоследње колоне $R_a^{нова_метода}$ добијене су применом развијене оригиналне методе за карактеризацију тла. Геометрија модела у *FEM* софтверу *COMSOL Multiphysics* дата је на Сл. 5.23. *Matlab* у свакој итерацији, односно кораку израчунавања критеријумске функције за свако теме симплекса унутар итерације, овом *FEM* моделу прослеђује скуп од три параметра који се током итерација варирају: ρ_1 , ρ_2 и h . Затим се извршавају *FEM* симулације и резултати враћају у *Matlab* програм.

Коначни резултати естимација параметара прорачунских двослојних модела тла такође су унети у табеле.

5.6.4.1 Поређење привидних отпорности

Из Таб. 5.14 се види да се при примени нове методе највеће појединачно одступање јавља при $a = 12,5$ cm, када износи од око 8,5%. Могуће је да је овај резултат последица грешке при мерењу (на пример услед ваздушног цепа у околини напонске мерне електроде). Потешкоће при мерењу биће коментарисане у закључном одељку 5.7. Вредност $RMSErrR_a$ при примени оригиналне методе износи 4,62 %.

Табела 5.14 – Привидне отпорности: поређење измерених дуж прве подужне стране стакленог суда и добијених применом метода интерпретације

$a_{суд}$ [cm]	$R_a^{мерено}$ [k Ω] (Таб. 5.12)	R_a^{FEM} [k Ω] $\rho_1 = 1677,2 \Omega m$ $\rho_2 = 73,4 \Omega m$ $h = 4,5$ cm	$R_a^{нова_метода}$ [k Ω] $\rho_1 = 2164,85 \Omega m$ $\rho_2 = 65,5 \Omega m$ $h = 4,14$ cm
2,5	14,15	11,20	14,112
5	5,05	4,68	5,262
7,5	2,20	2,01	2,039
10	0,92	0,97	0,903
12,5	0,46	0,57	0,504
15	0,38	0,43	0,369
17,5	0,34	0,38	0,332
20	0,33	0,38	0,334
		Одступања од $R_a^{мерено}$ из друге колоне [%]	
2,5	/	-20,854	-0,3
5	/	-7,148	4,31
7,5	/	-8,766	-7,24
10	/	5,063	-1,99
12,5	/	23,222	8,54
15	/	11,519	-3,78
17,5	/	12,810	-2,56
20	/	16,483	1,21
		$RMSErrR_a$ [%]	
	/	14,56	4,62

Табела 5.15 – Привидне отпорности: поређење измерених дуж друге подужне стране стакленог суда и добијених применом метода интерпретације

$a_{\text{суд}}$ [cm]	$R_a^{\text{мерено}}$ [k Ω] (Таб. 5.13)	R_a^{FEM} [k Ω] $\rho_1 = 1677,2 \Omega\text{m}$ $\rho_2 = 73,4 \Omega\text{m}$ $h = 4,5 \text{ cm}$	$R_a^{\text{нова_метода}}$ [k Ω] $\rho_1 = 1356,1 \Omega\text{m}$ $\rho_2 = 51,9 \Omega\text{m}$ $h = 5,4 \text{ cm}$
2,5	9,03	11,20	10,29
5	5,94	4,68	4,87
7,5	2,76	2,01	2,31
10	1,09	0,97	1,16
12,5	0,62	0,57	0,65
15	0,41	0,43	0,43
17,5	0,35	0,38	0,35
20	0,33	0,38	0,32
		Одступања од $R_a^{\text{мерено}}$ из друге колоне [%]	
2,5	/	23,99	13,9
5	/	-21,09	-18,02
7,5	/	-27,26	-16,13
10	/	-11,06	6,78
12,5	/	-8,16	4,97
15	/	4,57	6,15
17,5	/	9,73	-1,56
20	/	15,37	-5,03
		$RMSErrR_a$ [%]	
	/	16,97	10,7

Из Таб. 5.15 види се да највећа одступања за нову методу износе -18 % и -16,1 % и то за мерна растојања 5 и 7,5 cm. Применом нове методе се има грешка $RMSErrR_a$ 10,7 %.

Табела 5.16 – Привидне отпорности: поређење усредњених измерених дуж прве и друге подужне стране стакленог суда и добијених применом метода интерпретације

$a^{суд}$ [cm]	$R_a^{мерено}$ [k Ω] (средње вредности из Таб. 5.12 и Таб. 5.13)	R_a^{FEM} [k Ω] $\rho_1 = 1677,2 \Omega m$ $\rho_2 = 73,4 \Omega m$ $h = 4,5 \text{ cm}$	$R_a^{нова_метода}$ [k Ω] $\rho_1 = 1729,5 \Omega m$ $\rho_2 = 59,9 \Omega m$ $h = 4,69 \text{ cm}$
2,5	11,59	11,20	12,317
5	5,49	4,68	5,199
7,5	2,48	2,01	2,227
10	1,01	0,97	1,043
12,5	0,54	0,57	0,577
15	0,40	0,43	0,398
17,5	0,35	0,38	0,337
20	0,33	0,38	0,327
		Одступања од $R_a^{мерено}$ из друге колоне [%]	
2,5	/	-3,38	6,24
5	/	-14,68	-5,31
7,5	/	-19,05	-10,09
10	/	-3,67	3,81
12,5	/	5,24	6,15
15	/	7,93	0,58
17,5	/	11,25	-2,34
20	/	15,92	-1,53
		$RMSErrRa$ [%]	
	/	11,59	5,36

Коментар: одступања вредности R_a^{FEM} добијених FEM симулацијом за вредности $\rho_1 = 1677,2 \Omega m$ и $\rho_2 = 73,4 \Omega m$ одређене из експеримената са хомогеним песком и земљом, и вредности $h = 4,5 \text{ cm}$ усвојене на основу мења метром, веће су од одступања добијених применом нове методе на експерименталну поставку двослојног тла у стакленом суду. Вероватни разлог за овај, на први поглед неочекивани резултат, је променљива дубина слојева посматрано по хоризонталном попречном пресеку.

5.6.4.2 Поређење естимираних параметара модела тла

У наредним табелама упоређени су најважнији резултати метода за идентификацију параметара тла: специфичне електричне отпорности горњег и доњег слоја, и дубина горњег слоја.

Табела 5.17 – Поређење добијених параметара двослојног тла из експерименталне и теоријске анализе, за мерења на двослојном моделу дуж прве подужне стране стакленог суда

	Референтне вредности – добијене из мерења на хомогеном тлу (одељци 5.6.1 и 5.6.2) и дубина горњег слоја измерена метром	Оригинална метода
ρ_1 [Ωm] (песак)	1677,2	2164,85
ρ_2 [Ωm] (земља)	73,4	65,5
h [cm]	4,5	4,14
		Одступања [%]
$\Delta\rho_1$ [Ωm] (песак)	/	29,1
$\Delta\rho_2$ [Ωm] (земља)	/	-10,8
Δh [cm]	/	-8

Табела 5.18 – Поређење добијених параметара двослојног тла из експерименталне и теоријске анализе, за мерења на двослојном моделу дуж друге (наспрамне) подужне стране стакленог суда

	Референтне вредности – добијене из мерења на хомогеном тлу (одељци 5.6.1 и 5.6.2) и дубина горњег слоја измерена метром	Оригинална метода
ρ_1 [Ωm] (песак)	1677,2	1356,1
ρ_2 [Ωm] (земља)	73,4	51,9
h [cm]	4,5	5,4
		Одступања [%]
$\Delta\rho_1$ [%] (песак)	/	-19,1
$\Delta\rho_2$ [%] (земља)	/	-29,3
Δh [%]	/	20

Табела 5.19 – Поређење добијених параметара двослојног тла из експерименталне и теоријске анализе, за усредњене вредности резултата мерења на двослојном моделу дуж прве и друге подужне стране стакленог суда

	Референтне вредности – добијене из мерења на хомогеном тлу (одељци 5.6.1 и 5.6.2) и дубина горњег слоја измерена метром	Оригинална метода
ρ_1 [Ωm] (песак)	1677,2	1729,5
ρ_2 [Ωm] (земља)	73,4	59,9
h [cm]	4,5	4,69
		Одступања [%]
$\Delta\rho_1$ [%] (песак)	/	3,12
$\Delta\rho_2$ [%] (земља)	/	-18,4
Δh [%]	/	4,22

5.6.4.3 Одступања резултата примене оригиналне методе и сагледавање могућих експерименталних разлога за одступања

Супериорност у тачности карактеризације развијене оригиналне методе при процени параметара двослојног тла са танким горњим слојем високе вредности специфичне отпорности у поређењу са вредношћу специфичне отпорности доњег слоја, у односу на аналитичких модела, приказана је у одељку 4.4.3 на примеру синтетичког тла.

Из експеримента се може верификовати оригинална метода за естимацију параметара. Резултати из Таб. 5.19 показују да естимиране вредности параметара добијених применом оригиналне методе ($\rho_1 = 1729,5 \Omega\text{m}$, $\rho_2 = 59,9 \Omega\text{m}$ и $h = 4,69 \text{ cm}$) у односу на стварне параметре ($\rho_1 = 1677,2 \Omega\text{m}$, $\rho_2 = 73,4 \Omega\text{m}$ и $h = 4,5 \text{ cm}$) одступају за $\Delta\rho_1 = 3,12 \%$, $\Delta\rho_2 = -18,4 \%$ и $\Delta h = 4,22 \%$.

5.7 Закључак

На основу искуства током извођења експеримената могу се навести фактори који утичу на вредности добијене мерењима, а које се затим користе као референтне за валидацију предложене оригиналне методе.

- контактне отпорности електрода у додиру са песком (није варирана дужина убадања електрода, нити варирана дубина горњег слоја од песка; поп-нитне су увек убадане за своју читаву дужину од 2,7 cm; но, дужина електрода у односу на дебљину горњег слоја свакако би утицала на мерења и то на следећи начин: што би електроде биле дуже у односу на горњи слој, то би мерна струја све више продирала у доњи слој ниже специфичне електричне отпорности земље и последично би се добијале мање вредности измерених привидних отпорности у односу на случај када би електроде биле краће у односу на дебљину горњег слоја; то не би утицало на методу карактеризације, јер се у *FEM* моделу користи стварна дубина убадања електрода),
- непрецизностима у структури модела, тј. модел није идеално направљен: слој од песка није идеалан хоризонталан квадар над идеалним хоризонталним квадром од земље у стакленом суду (видети слику Сл. 5.22),
- потенцијалних нехомогености у погледу механичке сабијености, како песка, тако и земље испод песка, а последично и анизотропности у погледу специфичне отпорности,
- потенцијалних локалних несавршености у песку које остају након побадања електрода за једно међусобно растојање, па се потом изваде и пободу за наредно међусобно растојање (у свим одељцима, мерења су вршена увек од мањих ка већим међусобним растојањима између мерних електрода) и
- потенцијално лош угао приликом убадања електрода, односно померање електрода услед повлачења мерним кабловима након убадања, што се при извођењу неких од мерења није могло избећи, јер електроде нису могле бити убодене чврсто и стабилно у растресит песак, већ би се благо помериле, тако да нису све електроде за сва мерења биле ни идеално вертикалне ни у идеалном контакту са песком

Мерне вредности са дуж једне и друге стране, усредњене су, као начин да се бар неке од поменутих могућих потешкоћа ублаже.

На основу изложеног, експериментална провера на умањеном лабораторијском моделу се може окарактерисати као успешна. Подсетимо да је метода заправо доказана у одељку 4.5,

у делу који се односи на синтетичка тла. У тим анализама вредности које се добијају мерењима Венеровом методом су добијене помоћу *FEM* симулација, које представљају верни дигиталну слику (дигитални близанац) стварног система. *FEM* симулације не описују практичне аспекте кад се оригинална метода примењује на мерења на физичком тлу. Експериментална провера на умањеном лабораторијском моделу је омогућила да се сагледају неки од изазова који се појављују током реалних мерења.

6 ПОБОЉШАЊЕ МЕТОДЕ ЗА ИЗРАЧУНАВАЊЕ НАПОНА ДОДИРА ПРИМЕНОМ *FEM*

6.1 Увод

Једно од питања која су се отворила током истраживања и експерименталних мерења на полигонима са пустињским типовима тла у УАЕ [6], као и током формирања техничких препорука за уземљивачке системе које су следиле [90], је начин одређивања напона додира.

Показало се да упрошћења која се примењују у поступку у међународним стандардима доводе до приметног губитка тачности израчунатог напона додира у случају да постоји танак горњи слој чија је специфична електрична отпорност много већа од вредности за тло испод горњег слоја.

У дисертацији се приказује остварени допринос за одређивање напона додира у наведеном случају танког површинског слоја велике специфичне електричне отпорности. Допринос има шири значај, односно за било какво тло, за све случајеве када се на површ насипа додатни површински материјала високе специфичне отпорности. Ово је мера којом се на економичан начин може реализовати систем уземљења који испуњава захтеве безбедности од струјног удара. Анализе и унапређење су извршени коришћењем методе коначних елемената (*FEM*). Још једном се показала снага овог приступа, којим се остварила верна дигитална реплика система који чине уземљивач, струја уземљивача, тло, стопала човека, људско тело.

Прорачуни коришћењем *FEM*-а су изведени за низ система уземљења који се примењују у пракси за дистрибутивне надземне воде.

У одељку 2.3 дат је преглед литературе у вези са методама за одређивање напона додира. У делу дисертације у коме се даје преглед литературе, тачније у одељку 2.3.1, детаљније је приказан приступ у *IEEE* стандарду 80 [10] и најзначајније аналитичке формуле које се користе у стандардној инжењерској пракси.

Све даље анализе напона додира се заснивају на следеће две усвојене апроксимације:

- 1) импеданса тела узима се да је константна и износи 1000Ω и
- 2) занемарени су контактни отпори између уземљивача и тла, између руку и места додира, и између стопала и стајних тачака.

У модел није укључена електрична отпорност обуће.

Фокус у анализи је расподела струје у околини уземљивача и у околини стопала, односно њихов последични утицај на напон додира. Дакле, решавање расподеле струје у дисертацији решава једно важно техничко питање у вези са напоном додира. Притом, вредности импедансе тела, контактних отпорности и отпорности обуће фиксирани су и третирани на претходно изложени начин. Њихов утицај је посебна тема, која јесте од интереса за напон додира, али превазилази оквире дисертације.

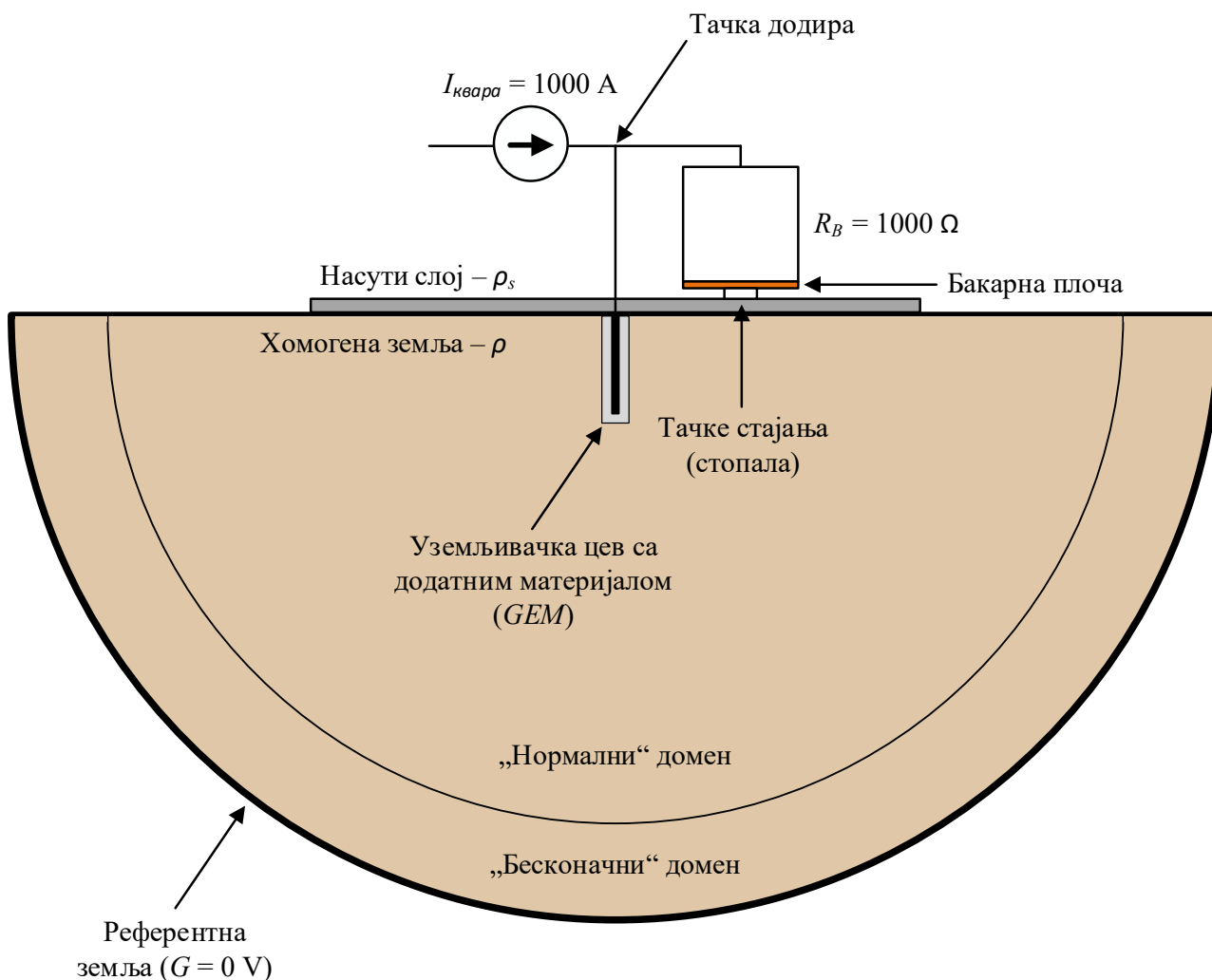
У поглављу је испитана тачност поједностављене методе, тј. приступа у којем је главна претпоставка да је $R_{екв.}$ једнако са $R_{стопало}/2$. Резултати из наведене поједностављене методе биће упоређени са резултатима детаљног физичког модела, приказаног на примеру једноставне шипке за уземљење у одељку 6.2. Као што ће се видети, резултати примене *FEM* софтверског алата за решавање једначина које одговарају детаљном физичком моделу потврђују да је примена метода из [10] и [65] прихватљива у пракси. Ово је генерално у складу са дискусијом из [67], где се наводи да је за већину реалних система уземљења грешка узрокована горе поменутиим поједностављењем мања од 2%. Анализе у овом поглављу показале су да главна рачунска грешка настаје услед занемаривања међусобне отпорности између два стопала.

Извршене су анализе на низу реалних уземљивачких система, представљених у одељку 6.4. Пре ових анализа, извршен је прорачун како би се резултати приступа са применом FEM софтверског алата проверили поређењем са резултатима за случај који је размотрен у референци [91].

6.2 Детаљан физички модел за напон додира у FEM

Први модел за примену у FEM софтверу је реализован за случај цилиндричне електроде за уземљење која је пободена у хомогено тло, у слој додатног материјала за побољшавање карактеристика (GEM), уз присуство додатног површински насутог материјала високе специфичне отпорности. Скица модела (модел који није у размери) је приказана Сл. 6.1.

Сви FEM модели у овом поглављу израђени су као 3Д модели у софтверу COMSOL Multiphysics [17].



Сл. 6.1 – Шематски приказ физичког модела за прорачун напона додира

Струја јачине 1000 А која протиче кроз земљовод доводи се до тачке додира, где се дели на две компоненте.

Прва компонента струје квара – $I_{уземљивача}$ – спушта се од тачке додира галванском везом до уземљивачког система, а надаље преко површине електрода уземљивачког система (у овом поједностављеном случају уземљивачке цеви) убризгава у околну земљиште. Цеви, као

и сви други типови система уземљења у дисертацији, у *FEM* моделу реализовани су као шупљи. Спољашња површ уземљивачког система у додиру са околним тлом је еквипотенцијална и представља терминал за инјектирање струје $I_{\text{уземљивача}}$ у тло.

Друга компонента струје квара – $I_{\text{тела}}$ – убризгава се у тачки додира у тело особе која додирује изложени електропроводни део опреме. Људско тело је у *FEM* софтверу моделовано као коцка линеарних димензија 1 m и специфичне електричне отпорности од 1000 Ωm . Друга компонента струје квара дакле тече од тачке додира, улази у коцку којом је моделовано људско тело преко горње површине коцке и тече наниже. Испод коцке се налази бакарна плоча димензија 1 m \times 1 m \times 0,05 m. На горњој површи је задат гранични услов терминала за инјектирање струје. Након постављања бакарне плоче испод коцке, за претходно описани задати гранични услов на горњој површи, обезбеђено је да расподела струје по сваком од хоризонталних пресека коцке буде униформна. Даље, бакарна плоча лежи на два метална диска полупречника $b = 8$ cm и висине 5 cm. Осовине ових дискова су постављене на међусобно растојање од 30 cm, да би се моделовало нормално просечно растојање између стопала. Компонента струје квара кроз тело, након што прође кроз коцку, тече из бакарне плоче преко два поменута цилиндра, којима се моделују стопала особе, у површински материјал високе специфичне електричне отпорности и одатле у околно земљиште. Пад потенцијала на бакарној плочи и два цилиндра је занемарљив због велике специфичне електричне проводности бахра.

Две компоненте струје, описане у тексту изнад, затим теку кроз први део нормалног домена (моделован као полулопта полупречника 30 m), а затим и кроз такозвани бесконачан домен (омотац, односно љуска, дебљине 10 m око нормалног домена). бесконачан домен служи за имитацију бесконачног простирања тла/домена.

Према аналитичкој формули за отпорност распростирања полулоптасте електроде укопане у тло (тако да равна површина полулопте буде поравната са нивоом околног тла), било би потребно да полулоптасти домен којим се моделује тло око електроде буде најмање 50 пута већи од полупречника полулоптасте електроде да би се достигао пад напона који износи 98% [119] од пуне разлике напона између електроде и бесконачно удаљене тачке тла (тј. да се грешка услед ограничења домена при одређивању отпорности распростирања полулоптасте електроде смањи на 2%). Примена бесконачног домена за моделовање у *FEM* софтверу доводи до могућности да се полулопта која представља тло смањи. Најгори однос димензија моделованог тла и система уземљења у овом поглављу је за цев дужине 10,8 m (видети одељак 6.4). Ипак, са нормалним полулоптастим доменом полупречника 30 m и бесконачним доменом у виду љуске, односно облоге, дебљине 10 m око нормалног домена, добијени су слични резултати: отпорност распростирања уземљивача и потенцијални напон додира повећавају се за мање од 0,1% за случај када се нормални полулоптасти домен повећа до полупречника 40 m, уз задржавање дебљине љуске бесконачног домена на 10 m.

Напон додира се добија као разлика потенцијала уземљивача и бакарне плоче испод коцке којом се моделује тело, на које су повезане две паралелне електроде које се ослањају на површину тла, а којима се моделују стопала особе. Оба стопала се налазе на истом растојању од осе уземљивача, који је у овом случају цилиндрична електрода, при чему је средина између осе цилиндрично моделованих стопала удаљена тачно 1 m од осе цилиндричне електроде.

Модел израђен на описани начин омогућава да се одреде све путање струје квара у току трајања земљоспоја и присуству особе која додирује кућиште уземљеног дела опреме, због чега у тачки додира долази на потенцијал уземљивача.

За поређења са класичном инжењерском методом, од интереса је да се одреди потенцијална разлика додира – напон између тачке додира и тачке стајања на површини тла ако се уклони особа која је под дејством напона додира. Дакле, из модела искључују следећи

елементи: коцка којом се моделује тело особе, бакарна плоча и цилиндричне електроде од бакра. Другим речима, тачка додира за убризгавање струје квара са Сл. 6.1 у споју је искључиво са уземљивачким системом. Било је питање која јединствена тачка да се усвоји за тачку стајања за прорачун потенцијалне разлике додира, а када особа (а ни њена стопала) није присутна. Уколико би се усвојила тачка на месту где је било средиште једног стопала, прави се извесна грешка у односу на потенцијал тачке где је било друго стопало. Стога је одлучена да јединствена тачка према којој се рачуна потенцијална разлика додира буде на пола растојања између осовина цилиндра којима се моделују стопала. Из симулације без особе (коцке) одређивана је разлика потенцијала између система уземљења и одабране тачке стајања. Овом тачком се апроксимира јединствена стајна тачка према којој се процењује потенцијална разлика додира, односно угроженост човека када би додирнуо изложени електропроводни део.

За извршавање симулација у *FEM* софтверу коришћен је временски независан (стационарни) модел, тј. струја која се убризгава преко тачке додира у симулацијама је једносмерна и константне вредности јачине. Режим рада *COMSOL* софтвера подразумева *Current conservation* – услов да нема нестајања струје по запремини и на границама моделованог домена. Гранични и почетни услови су постављени на следећи начин:

1. *Ground* (нулти потенцијал на површини) је одабран као гранични услов за све спољашње површине полулоптастог домена, осим за горњу планарну површину.
2. Електрична изолација је одабрана за горњу планарну површину домена (граница између тла и ваздуха), за бочне стране коцке и бакарне плоче којима се моделује тело особе, као и за бочне површине цилиндара којима се моделују стопала особе.
3. Почетна вредност електричног потенцијала је нула за цео домен.

Из симулација извршених у *FEM* софтверу, за случајеве када се уклони импеданса тела особе (R_B) из модела, израчунава се потенцијална разлика додира ($E_{\text{додира}}$). Из *FEM* симулација са присутном импедансом тела особе, која остварује индиректан додир, добијају се вредности напона додира ($U_{\text{додира}}$).

Модел система преко једноставне заменске шеме се формира као редна веза Тевененовог генератора, чија је вредност електромоторне силе $E_{\text{додира}}$, а еквивалентна отпорност $R_{\text{екв.}}$ која се везује на ред са отпорношћу $R_{\text{тела}}$. Одатле се добија еквивалентна отпорност $R_{\text{екв.}}$:

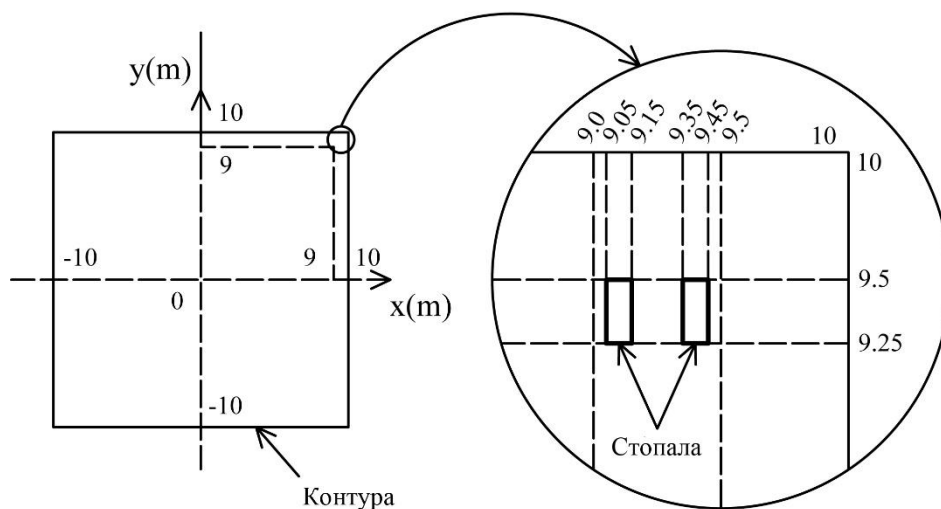
$$R_{\text{екв.}} = \left(\frac{E_{\text{додира}}}{U_{\text{додира}}} - 1 \right) \cdot R_{\text{тела}} \quad (6.1)$$

где су $E_{\text{додира}}$ и $U_{\text{додира}}$ добијене *FEM* симулацијама.

6.3 Валидација *FEM* приступа за рачунање напона додира

6.3.1 Разматрани случај

За валидацију приступа у којем се напон додира одређује коришћењем детаљног физичког модела у *FEM* софтверу, објашњеном у одељку 6.2, приступ је примењен на случај из [91], приказан на Сл. 6.2. Величина уземљивачке контуре је $20 \text{ m} \times 20 \text{ m}$, а полупречник електрода од којих је сачињена контура износи 6 mm . Контура је закопана на дубини од $0,5 \text{ m}$ у хомогено тло специфичне отпорности $100 \Omega\text{m}$. Поред електрода уземљивачке контуре, присутне су и електроде квадрата којима се моделују стопала и укопане су до дубине 10 mm .



Сл. 6.2 – Поглед одозго на уземљивачку контуру и електроде којима се моделују стопала, нацртано према слици из [19] и [91]

Поред наведеног хомогеног тла, разматрају се још два случаја двослојног земљишта. За двослојна тла, дубина горњег слоја је $h = 0,6$ m. Отпорност тела, специфична отпорност горњег слоја и специфична отпорност доњег слоја тла, у првом случају су 1000Ω , $100 \Omega\text{m}$ и $10000 \Omega\text{m}$, а у другом 500Ω , $500 \Omega\text{m}$ и $10000 \Omega\text{m}$.

За наведене случајеве за валидацију са двослојним тлом, израчунати су еквивалентни отпори ($R_{екв.}$), одређени према методологији из [91], и отпорност распрострањања стопала према референтној земљи ($R_{стопала}/2$), одређени као половина вредности отпорности распрострањања једног стопала одређена према FEM моделу који садржи само диск стопала, како је описано у поглављу 6.4.4.3. За хомогено тло су приказани резултати израчунавања потенцијалне разлике додира и напона додира, за случај методе из [91], преузети из тог рада, као и вредности добијене применом комплетног FEM модела.

6.3.2 FEM модел за разматрани случај

Проводници који формирају уземљивачку контуру у [91] су кружног попречног пресека са полупречником од 6 mm. Услед тешкоћа у формирању спојева кружних проводника суседних страница контуре, у FEM моделу је специфицирано да су странице контуре формиране проводницима квадратног пресека $9,5 \text{ mm} \times 9,5 \text{ mm}$, чији је еквивалентни обим попречног пресека једнак обиму стварног кружног проводника полупречника 6 mm.

Околно тло је моделовано полулоптом полупречника 60 m, испуњеном материјалом истих електричних карактеристикама као у примеру у референци [91]. Око ове полулопте се додаје „бесконачни“ елемент, у облику љуске, односно облоге, са електричним карактеристикама истим као код полулопте. Дебљина бесконачног елемента је коначна - у овом случају се ради о слоју дебљине 20 m, при чему су унутрашњи полупречник 60 m и спољашњи 80 m.

Електроде којима се моделују стопала у овом случају су квадрати попречног пресека $25 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$, који су укупани 10 mm у тло. У погледу електрода којима се моделују стопала, овако описан физички модел разликује се од оног у остатку овог поглавља, пошто је због валидације прилагођен моделу који је изложен у [91].

Подела на мрежу коначних елемената (*mesh*) унутар модела најфинија је (коначни елементи линеарних димензија између 10 mm и 100 mm) око проводника контуре за уземљење и електрода којим се моделују стопала. Постепено постаје грубља (са

максималном линеарном димензијом до 5,6 m) како се приближава спољним границама домена.

За прорачун потенцијалне разлике додира посматра се средња тачка на површини тла између две електроде којима се моделују стопала. У [91] није прецизирана тачка према којој се одређује потенцијална разлика додира, с обзиром на то да постоје две електроде којима се моделују стопала, а које су удаљене 30 cm, односно „стоје“ на различитим потенцијалима на површини тла. Ако израчуната вредност у [91] није за тачку стајања на површини тла на пола растојања између центара две електроде којима се моделују стопала, онда постоји мало систематско одступање резултата добијених коришћењем FEM софтвера.

За разматрани случај није третирана транзијентна отпорност уземљивача.

6.3.3 Поређење резултата

У Таб. 6.1. су дати резултати добијени применом сопственог програма аутора из рада [91]. Вредности су упоређене са вредностима добијеним FEM моделом.

Вредност $I_{тела}$ у табели представља део струје квара која тече кроз тело.

Табела 6.1 – Поређење резултата за хомогено земљиште са специфичном отпорношћу од 100 Ωm

	Напон уземљивача [V]	$E_{додира}$ [V]	$U_{додира}$ [V]	$I_{тела}$ [A]
Резултати из [91]	2961	784,87	679,93	0,68
FEM приступ	2962	777,9	679,39	0,68
Одступање [%]	0,0338	-0,888	-0,0794	0

Резултати за напон уземљивача, потенцијалну разлику додира $E_{додира}$ и напон додира $U_{додира}$ из Таб. 6.1 показују су вредности добијене применом FEM модела врло блиске вредностима приказаним у [91]. Приказано добро подударане два приступа може да се прихвати као провера и валидација FEM физичког модела.

Наведени FEM физички модел биће примењен даље у овом поглављу за анализу различитих случајева и конфигурација. Испитаће се поклапање резултата FEM физички модел и резултата поједностављеног модела из важећих стандарда [10] и [89].

У Таб. 6.2 су приказане вредности отпорности распростирања стопала $R_{екв.}$ одређене према методологији из [91], као и вредност израчуната на основу засебних FEM симулација, тако што је вредност $R_{стопало}$, добијена засебним FEM симулацијама у којима се моделује само једно стопало, подељена са 2. Прелазне отпорности стопала $R_{стопало}$ рачунате су као однос потенцијала електрода (којима се моделују стопала) и струје убризгане кроз њих у тло. У тим симулацијама није присутна уземљивачка контура и електроде су померене на средину горње површине домена. Извршена су поређења за три типа:

1. тип 1 – хомогено тло специфичне електричне отпорности 100 Ωm ,
2. тип 2 – двослојно тло са горњим слојем специфичне електричне отпорности 100 Ωm , дубине 0,6 m и доњим слојем специфичне отпорности 10000 Ωm , и
3. тип 3 – двослојно тло са горњим слојем специфичне електричне отпорности 500 Ωm , дубине 0,6 m и доњим слојем специфичне отпорности 10000 Ωm .

Случајеви из [91] наведени изнад искоришћени су за валидацију FEM модела, иако се ради о двослојним моделима тла код којих је горњи слој мање специфичне отпорности од доњег слоја, што је обрнуто у односу на случајеве који се анализирају у дисертацији. Но, послужили су да прикажу да је FEM модел одговарајућ и примењив за посматране проблеме

одређивања напона додира и отпорности распростирања уземљивача у случајевима двослојног тла.

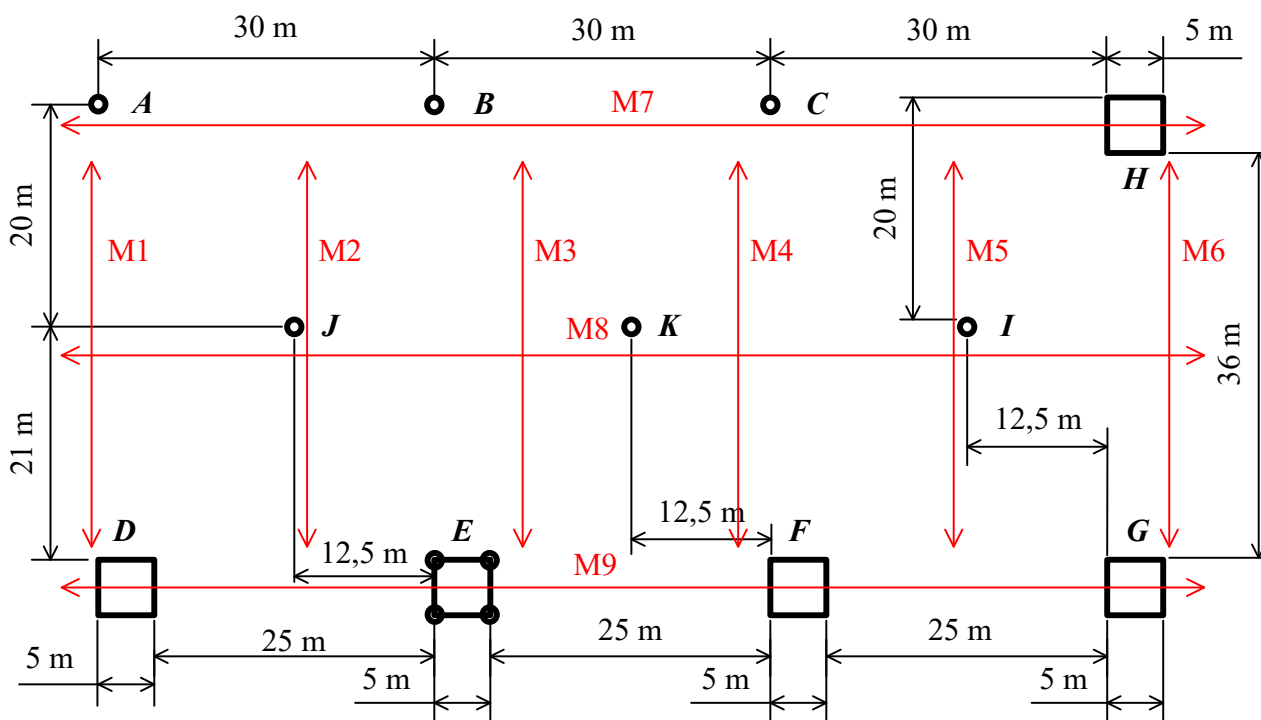
Табела 6.2 – Поређење отпорности распростирања оба стопала за: (1) – први тип тла, (2) – други тип тла и (3) – трећи тип тла

	$R_{екв. (1)}$	$R_{стопало/2 (1)}$	$R_{екв. (2)}$	$R_{стопало/2 (2)}$	$R_{екв. (3)}$	$R_{стопало/2 (3)}$
Резултати из [91]	154,33	155	160,09	265,13	784,2	1087,5
FEM приступ	145	151,6	151,24	250,14	751,9	1046,9
Одступање [%]	-6,05	-2,19	5,53	5,65	4,12	3,74

6.4 Поређење FEM методе и методе из стандарда на низу различитих уземљивача

6.4.1 Топологије разматраних уземљивачких система

Анализирани су реални системи уземљења који су имплементирани на пет локација за тестирање у УАЕ [6] – бакарне шипке пречника 19 mm дужине 3,6 и 10,8 m, са материјалом за побољшавање карактеристика (GEM) или бентонитом пречника 160 и 320 mm око шипки, затим контура за уземљење димензија 5 m × 5 m са бакарном траком попречног пресека 40 mm × 4 mm и комбинацијом контуре и шипки на сваком углу. Специфичне отпорности додатног материјала за побољшавање карактеристика (GEM) и бентонита коришћених у [6] су 0,2 Ωm и 2,5 Ωm , респективно. На Сл. 6.3 су приказане конфигурације наведених анализираних уземљивача и њихова диспозиција на локацијама за тестирање.



Сл. 6.3 – Топологија за 11 експерименталних теренских уземљивачких конфигурација А-К и 9 мерних линија на површини тла за сваку од испитних локација, нацртано према слици из [6]

Уземљивачке конфигурације су:

- A** уземљивачка шипка дужине 3,6 m и пречника 19 mm унутар материјала за побољшање карактеристика (*GEM*) пречника 320 mm
- B** уземљивачка шипка дужине 3,6 m и пречника 19 mm унутар материјала за побољшавање карактеристика пречника 160 mm
- C** уземљивачка шипка дужине 10,8 m и пречника 19 mm унутар материјала за побољшање карактеристика (*GEM*) пречника 160 mm
- D** уземљивачка контура 5 m × 5 m направљена од бакарне траке попречног пресека 40 mm × 4 mm, укопана на дубину 0,6 m испод површине тла
- E** уземљивачка контура 5 m × 5 m направљена од бакарне траке попречног пресека 40 mm × 4 mm, укопана на дубину 0,6 m испод површине тла са додатим шипкама дужине 3,6 m и пречника 19 mm на сваком углу контуре
- F** уземљивачка контура 5 m × 5 m направљена од бакарне траке попречног пресека 40 mm × 4 mm, укопана на дубину 0,6 m испод површине тла, постављена унутар слоја бентонита попречног пресека ширине 300 mm и висине 100 mm око сваке траке контуре
- G** уземљивачка контура 5 m × 5 m направљена од бакарне траке попречног пресека 40 mm × 4 mm, укопана на дубину 0,6 m испод површине тла, постављена унутар материјала за побољшање карактеристика (*GEM*) попречног пресека ширине 300 mm и висине 100 mm око сваке траке контуре
- H** конфигурација иста као G, само је други произвођач материјала за побољшање карактеристика (*GEM*), па је зато изостављен из даљих разматрања
- I** уземљивачка шипка дужине 3,6 m и пречника 19 mm унутар бентонита пречника 320 mm
- J** конфигурација иста као A, само је уместо материјала за побољшање карактеристика (*GEM*) за испуну употребљен бентонит, изостављен из даљих разматрања
- K** уземљивачка шипка дужине 10,8 m и пречника 19 mm унутар бентонита пречника 160 mm

У случају контура за уземљење, за проспективну тачку стајања за коју се рачуна потенцијална разлика додиром узета је тачка на површини тла тачно изнад центра петље.

Друга критична тачка на површини тла, имајући на уму напон додир, налази се удаљена 1 m дијагонално ка споља од тачке која је на површини тла непосредно изнад угла контуре. Ова тачка, иако критичнија, није узета у обзир, под претпоставком да је већина трансформаторских станица ограђена на начин који спречава ситуације у којима је могуће да особа стоји ван мреже и додирне изложени проводни део повезан са системом уземљења, као што је наведено у стандарду [10].

6.4.2 FEM моделовање и симулације

За поређење резултата методе из стандарда и FEM методе у овом одељку, уземљивачки системи положени су у хомогено тло специфичне отпорности $\rho = 250 \Omega\text{m}$, са додатно насутим површинским материјалом високе специфичне отпорности од $\rho_s = 2000 \Omega\text{m}$ и различитих дебљина – 6, 12 и 20 cm. Површински горњи слој додатог материјала високе специфичне отпорности у FEM моделима нанет је у облику диска висина 6, 12 и 20 cm. Полупречник таквог диска горњег слоја подешен је да буде 1,5 m за FEM симулације у којима је уземљивач у облику шипке и 5,6 m за FEM симулације у којима је уземљивач у облику уземљивачке контуре.

У симулацијама су коришћене топлогиге уземљивачких система идентичне онима које су реализоване на пет испитних полигона у УАЕ (Сл. 6.3).

У стандарду [10] се код израчунавања редуционог фактора C_s сматра да се површински слој додатог материјала високе специфичне отпорности простире бесконачно у хоризонталном правцу. Ипак, у 3Д FEM рачунарским симулацијама у овом поглављу, примењена је коначна димензија, како је описано у пасусу изнад. Ово је учињено пре свега ради уштеде рачунарских ресурса и времена потребног за симулацију, пошто велико простирање изузетно танке геометрије (у поређењу са остатком модела) проузрокује велики број елемената мреже у том делу домена. С друге стране, ситуација када се димензије додатог материјала велике специфичне отпорности држе коначним боље одговара реалном сценарију, где се површински материјал високе специфичне отпорности додаје само у зони близу (1 m) изложених металних делова или у зони спољног обима уземљивачког система.

6.4.3 Мрежа коначних елемената

6.4.3.1 Формирање мреже

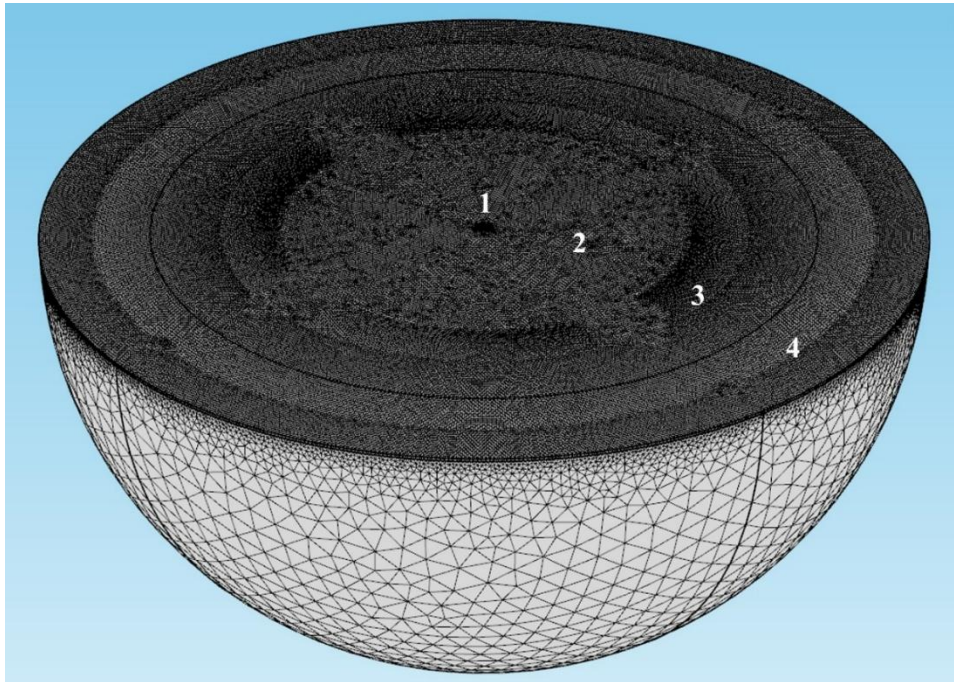
У непосредној области око уземљивачких шипки и контура, подела на мрежу коначних елемената извршена је финије. Под финијом поделом се овде подразумева да су максималне линеарне димензије појединачних елемената мреже (тетраедара) у распону од 0,01 m до 0,1 m. Област овако извршене финије поделе омеђена је унутар мање полулопте полупречника 5 m за све FEM моделе уземљивачких конфигурација, осим за шипку дужине 10,8 m, када поменути полупречник износи 11,5 m. Овако додата област за гушћу расподелу ситнијих коначних елемената направљена је због тога што су градијенти потенцијала и густине струје већи у близини електрода уземљивачког система и захтевају прецизнију гранулацију мреже коначних елемената.

За остатак домена за модел у FEM софтверу је извршена грубља подела на мрежу коначних елемената. Максималне линеарне димензије појединачних тетраедарских елемената износиле су 0,8 m. Захваљујући постојању симетрије у описаном моделу, а ради уштеде рачунарских ресурса и смањења трајања времена потребних за извршење FEM симулација, модел је смањен на једну четвртину почетне величине. За одређене случајеве потенцијално је могуће да се, захваљујући симетрији, модел смањи на једну осмину почетне величине, на сличан начин што је то учињено у [93] и [94]. Међутим, за разматрања правоугаоних контура у овом поглављу смањење домена на једну осмину на основу симетрије није било примењивано.

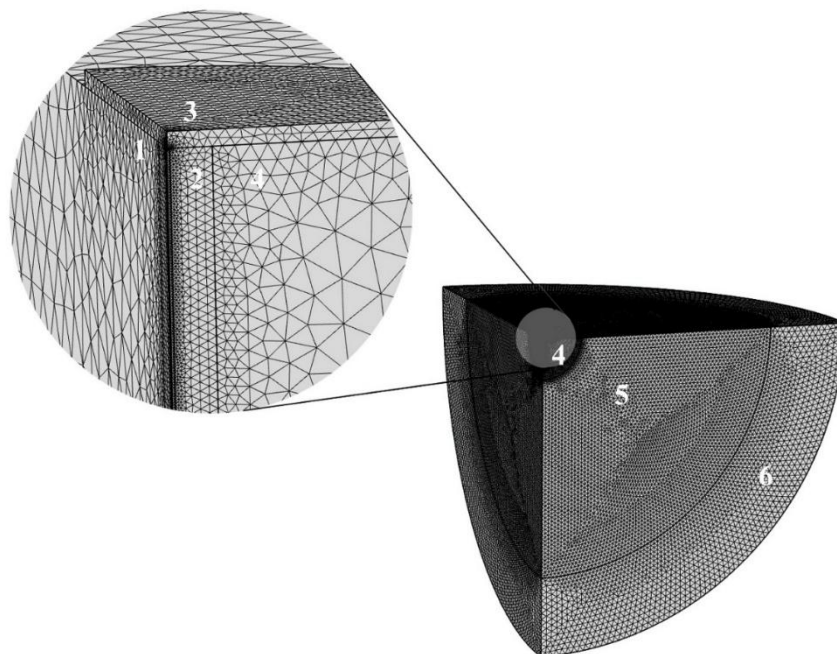
Укупан број елемената у мрежи коначних елемената за FEM моделе описаних конфигурација уземљивача је око $2,9 \times 10^6$ за шипке дужине 3,6 m, затим око $4,7 \times 10^6$ за шипке дужине 10,8 m и $3,9 \times 10^6$ за контуре.

На Сл. 6.4 приказан је изглед читавог домена модела у FEM софтверу након поделе на мрежу коначних елемената. Мрежа коначних елемената на слици, а пре поделе домена на четвртину што омогућава симетрија, одговара покушају да се насути површински слој

високе специфичне отпорности простире читавом горњом површином. Од таквог модела се напоследку одустало услед лоших перформанси и напоследку је усвојен и коришћен модел као на Сл. 6.5. На слици је приказан финални модел, код којег се користи само четвртина домена захваљујући симетрији, са видљивим насутим слојем.



Сл. 6.4 – Мрежа коначних елемената модела за одређивање отпорности распрострања уземљивачке електроде: (1) положај цевне електроде, (2) област финије расподеле коначних елемената, (3) остатак нормалног домена и (4) бесконачни домен



Сл. 6.5 – Финални изглед модела за FEM симулације отпорности распрострања цевне електроде: (1) цевни уземљивач, (2) GEM око цеви, (3) насути слој, (4) област финије расподеле мреже коначних елемената, (5) остатак нормалног домена и (6) бесконачни домен

6.4.3.2 Тест независности резултата од величине мреже коначних елемената

Тест независности резултата од величине мреже коначних елемената изведен је за конфигурацију D (контура $5\text{ m} \times 5\text{ m}$, видети Сл. 6.3 и Таб. 6.7). Мрежа коначних елемената за област непосредно око контуре за уземљење (унутар полулопте полупречника 5 m) умањена је на следећи начин: и минимална и максимална линеарна димензија за појединачне елементе мреже (тетраедре) смањена је за око 40–50%. Горња граница за максималне линеарне димензије елемената мреже за остатак домена смањена је за 20% пошто има мањи утицај на вредности отпорности распростирања контуре и потенцијала на површини тла изнад исте. Резултати из FEM симулација са тако смањеном величином елемената мреже коначних елемената разликују се од резултата представљених у Таб. 6.7 за мање од 0,195%.

6.4.4 Резултати и дискусија

За одређивање еквивалентне Тевененове отпорности ($R_{екв.}$) коришћене су различите опције. У Таб. 6.3 приказани су резултати прорачуна отпорности распростирања два стопала до удаљене земље $R_{екв.} = R_{оба\ стопала}$. Добијени су из FEM симулације, када није присутан систем уземљења. Метода прорачуна из стандарда [10] заснована је на аналитичкој формули. У наведеној формули се узима да је стопало моделовано металним диском полупречника $b = 8\text{ cm}$ који је положен на површину хомогеног тла специфичне отпорности ρ (израз (2.29)).

6.4.4.1 Отпорност распростирања оба стопала у присуству насутог слоја

У Таб. 6.3, за фактор C_s , којим се узима у обзир додатно насути површински слој дубине h_s и специфичне отпорности ρ_s , користи се израз (2.25). Отпорност распростирања од оба стопала до референтне земље $R_{стопала}$ добија се из 3Д FEM рачунарских симулација у којима су у моделу присутна само два метална диска на површини тла. Као што је речено, разматра се случај тла $\rho_s = 2000\ \Omega\text{m}$ и $\rho = 250\ \Omega\text{m}$.

Табела 6.3 – Отпорност распростирања оба стопала у присуству насутог слоја

h_s [cm]	$1,5 \cdot C_s \cdot \rho_s$ (стандард [10]) [Ω]	$R_{стопала}$ (FEM) [Ω]
6	1875	1969,66
12	2284,09	2494,98
20	2517,86	2833,26

Из Таб. 6.3 се види да су вредности добијене коришћењем FEM симулација веће од вредности добијених аналитичком методом из стандарда. Два су разлога за ово неслагање:

- 1) у стандардима се не узима у обзир међусобни утицај отпорности распростирања стопала и
- 2) формула за отпорност распростирања металног диска који лежи на површини земље према удаљеној земљи није апсолутно тачна и укључује одређену грешку (видети [68] и [87]).

У одељку 6.5 биће спроведена детаљна анализа и биће предложене корекције за фактор C_s из стандарда [10].

6.4.4.2 Напони додира разматраних топологија

У Таб. 6.4 до Таб. 6.12 приказана су поређења резултата прорачуна напона додира применом FEM приступа и методе из стандарда. У свим симулацијама струја која протиче кроз земљовод, односно инјектира се у тачку додира и расподељује између уземљивача и стопала, додира (Сл. 6.1) износи 1000 А. Символи у табелама имају следеће значење:

h_S	дубина додатог површинског слоја материјала велике специфичне отпорности
$R_{уземљ.}^{FEM}$	отпорност распрострањања уземљивача, резултат из FEM симулација
V_S^{FEM}	потенцијал тачке стајања на површини, резултат из FEM симулација
$E_{додира}^{FEM}$	потенцијална разлика додира за тачку стајања на површини, резултат из FEM симулација у којима није присутна особа изложена напону додира
$U_{додира}^{FEM}$	напон додира за тачку стајања на површини на површини, резултат из FEM симулација у којима је присутна особа изложена напону додира
$U_{додира}^{cm01}$	напон додира за тачку стајања на површини, на основу формуле (2.41) из стандарда, у којој се за потенцијалну разлику додира уврштава $E_{додира}^{FEM}$, а за $1,5 \cdot C_S \cdot \rho_S$ уврштава се вредност из Таб. 6.3 за одговарајућу дубину слоја насипања
δ_1	процентуално одступање $U_{додира}^{cm01}$ од $U_{додира}^{FEM}$
$U_{додира}^{cm02}$	напон додира за тачку стајања на површини, на основу формуле (2.39) из стандарда, у којој се за потенцијалну разлику додира уврштава $E_{додира}^{FEM}$, а за отпорност распрострањања оба стопала уврштава се вредност $R_{оба\ стопала} (FEM)$ из Таб. 6.3 за одговарајућу дубину слоја насипања
δ_2	процентуално одступање $U_{додира}^{cm02}$ од $U_{додира}^{FEM}$

Табела 6.4 – Конфигурација А: уземљивачка шипка дужине 3,6 m и пречника 19 mm унутар материјала за побољшање карактеристика (GEM) пречника 320 mm

h_S [cm]	$R_{уземљ.}^{FEM}$ [Ω]	V_S^{FEM} [V]	$E_{дод.}^{FEM}$ [V]	$U_{дод.}^{FEM}$ [V]	$U_{дод.}^{cm01}$ [V]	δ_1 [%]	$U_{дод.}^{cm02}$ [V]	δ_2 [%]
6	37,678	20556,3	17121,6	5813	5955,3	2,448	5765,5	-0,818
12	37,649	20575,4	17073,6	4920,4	5198,9	5,659	4885,2	-0,717
20	37,618	20621,9	16996,3	4462,8	4831,4	8,26	4433,9	-0,648

Табела 6.5 – Конфигурација В: уземљивачка шипка дужине 3,6 m и пречника 19 mm унутар материјала за побољшавање карактеристика пречника 160 mm

h_S [cm]	$R_{уземљ.}^{FEM}$ [Ω]	V_S^{FEM} [V]	$E_{дод.}^{FEM}$ [V]	$U_{дод.}^{FEM}$ [V]	$U_{дод.}^{cm01}$ [V]	δ_1 [%]	$U_{дод.}^{cm02}$ [V]	δ_2 [%]
6	45,339	20885,3	24453,4	8268,9	8505,5	2,861	8234,4	-0,418
12	45,301	20903,2	24398,1	7003,3	7429,2	6,082	6980,9	-0,319
20	45,264	20948,4	24316	6359,6	6912,2	8,688	6343,4	-0,255

Табела 6.6 – Конфигурација С: уземљивачка шипка дужине 10,8 m и пречника 19 mm унутар материјала за побољшање карактеристика (GEM) пречника 160 mm

h_S [cm]	$R_{уземљ.}^{FEM}$ [Ω]	V_S^{FEM} [V]	$E_{доод.}^{FEM}$ [V]	$U_{доод.}^{FEM}$ [V]	$U_{доод.}^{cmd1}$ [V]	δ_1 [%]	$U_{доод.}^{cmd2}$ [V]	δ_2 [%]
6	19,23	10744,3	8485,5	2879,7	2951,5	2,493	2857,4	-0,774
12	19,226	10753,7	8472,6	2440,5	2579,9	5,71	2424,2	-0,668
20	19,223	10772,2	8450,8	2215,5	2402,2	8,428	2204,6	-0,493

Табела 6.7 – Конфигурација D: уземљивачка контура 5 m \times 5 m направљена од бакарне траке попречног пресека 40 mm \times 4 mm, укопана на дубину 0,6 m испод површине тла

h_S [cm]	$R_{уземљ.}^{FEM}$ [Ω]	V_S^{FEM} [V]	$E_{доод.}^{FEM}$ [V]	$U_{доод.}^{FEM}$ [V]	$U_{доод.}^{cmd1}$ [V]	δ_1 [%]	$U_{доод.}^{cmd2}$ [V]	δ_2 [%]
6	22,194	13686	8508,4	2864,6	2959,5	3,313	2865,1	0,02
12	22,175	13692,5	8482,1	2426,6	2582,8	6,438	2426,9	0,016
20	22,15	13709	8441,1	2197,9	2399,5	9,17	2202,1	0,188

Табела 6.8 – Конфигурација Е: уземљивачка контура 5 m \times 5 m направљена од бакарне траке попречног пресека 40 mm \times 4 mm, укопана на дубину 0,6 m испод површине тла са додатим шипкама дужине 3,6 m и пречника 19 mm на сваком углу контуре

h_S [cm]	$R_{уземљ.}^{FEM}$ [Ω]	V_S^{FEM} [V]	$E_{доод.}^{FEM}$ [V]	$U_{доод.}^{FEM}$ [V]	$U_{доод.}^{cmd1}$ [V]	δ_1 [%]	$U_{доод.}^{cmd2}$ [V]	δ_2 [%]
6	14,651	10339,9	4310,9	1454,9	1499,4	3,062	1451,6	-0,223
12	14,64	10340	4299,8	1232,9	1309,3	6,197	1230,3	-0,211
20	14,626	10344,2	4281,8	1114,2	1217,2	9,24	1117	0,251

Табела 6.9 – Конфигурација F: уземљивачка контура 5 m \times 5 m направљена од бакарне траке попречног пресека 40 mm \times 4 mm, укопана на дубину 0,6 m испод површине тла, постављена унутар слоја бентонита попречног пресека ширине 300 mm и висине 100 mm око сваке траке контуре

h_S [cm]	$R_{уземљ.}^{FEM}$ [Ω]	V_S^{FEM} [V]	$E_{доод.}^{FEM}$ [V]	$U_{доод.}^{FEM}$ [V]	$U_{доод.}^{cmd1}$ [V]	δ_1 [%]	$U_{доод.}^{cmd2}$ [V]	δ_2 [%]
6	17,59	13536	4054,1	1364,7	1410,1	3,328	1365,2	0,035
12	17,571	13542,6	4028,9	1150,2	1226,8	6,66	1152,8	0,224
20	17,548	13559	3989	1037,8	1133,9	9,259	1040,6	0,269

Табела 6.10 – Конфигурација G: уземљивачка контура 5 m \times 5 m направљена од бакарне траке попречног пресека 40 mm \times 4 mm, укопана на дубину 0,6 m испод површине тла, постављена унутар слоја GEM попречног пресека ширине 300 mm и висине 100 mm око сваке траке контуре

h_S [cm]	$R_{уземљ.}^{FEM}$ [Ω]	V_S^{FEM} [V]	$E_{доод.}^{FEM}$ [V]	$U_{доод.}^{FEM}$ [V]	$U_{доод.}^{cmd1}$ [V]	δ_1 [%]	$U_{доод.}^{cmd2}$ [V]	δ_2 [%]
6	17,524	13528,7	3995,6	1345,8	1389,8	3,267	1345,5	-0,025
12	17,506	13535,3	3970,4	1133,2	1209	6,684	1136	0,247
20	17,482	13551,8	3930,6	1022,4	1117,3	9,284	1025,4	0,292

Табела 6.11 – Конфигурација Ј: уземљивачка шипка дужине 3,6 m и пречника 19 mm унутар бентонита пречника 320 mm

h_S [cm]	$R_{уземљ.}^{FEM}$ [Ω]	V_S^{FEM} [V]	$E_{дод.}^{FEM}$ [V]	$U_{дод.}^{FEM}$ [V]	$U_{дод.}^{cmd1}$ [V]	δ_1 [%]	$U_{дод.}^{cmd2}$ [V]	δ_2 [%]
6	37,994	20582,4	17411,4	5915,4	6056,1	2,379	5863,1	-0,884
12	37,965	20601,3	17363,5	4999,4	5287,2	5,756	4968,1	-0,626
20	37,934	20647,5	17286,3	4541	4913,9	8,21	4509,5	-0,694

Табела 6.12 – Конфигурација К: уземљивачка шипка дужине 10,8 m и пречника 19 mm унутар бентонита пречника 160 mm

h_S [cm]	$R_{уземљ.}^{FEM}$ [Ω]	V_S^{FEM} [V]	$E_{дод.}^{FEM}$ [V]	$U_{дод.}^{FEM}$ [V]	$U_{дод.}^{cmd1}$ [V]	δ_1 [%]	$U_{дод.}^{cmd2}$ [V]	δ_2 [%]
6	19,306	10748,6	8557	2903,9	2976,3	2,495	2881,5	-0,772
12	19,302	10757,9	8544,1	2460,3	2601,7	5,747	2444,7	-0,633
20	19,299	10776,3	8522,4	2233,2	2422,6	8,483	2223,3	-0,443

Из Таб. 6.4 до Таб. 6.12 може да се види да је поступак за прорачун напона додира $U_{додира}^{cmd1}$ из IEEE стандарда 80 [10] конзервативнији (вредности $U_{додира}$ су веће) у поређењу са резултатима добијеним из FEM симулација.

Након што у израз за напон додира са еквивалентном отпорношћу Тевененовог генератора израженом преко $1,5 \cdot C_S \cdot \rho_S - U_{додира}^{cmd1}$ на основу једначине (2.41) – уврсти вредност за $R_{оба_стопала}$ добијена из FEM симулација – $U_{додира}^{cmd2}$ на основу једначине (2.39) – процентуална одступања методе из стандарда (δ_2) падају испод једног процента. Дакле, испоставља се да **кључни утицај на напон додира има еквивалентна отпорност Тевененовог генератора**. Због тога је извршено даље проучавање отпорности распрострањања оба стопала до референтне земље.

Таб. 6.4 до Таб. 6.12 садрже друге занимљиве резултате за различите уземљивачке системе. На пример, контура за уземљење са шипкама на сваком углу (конфигурација Е из Таб. 6.8) има већу вредност за напон додира него контура за уземљење унутар бентонита и додатног материјала за побољшавање карактеристика (GEM) (конфигурација F из Таб. 6.9 и конфигурација G из Таб. 6.10), што илуструје позитиван утицај материјала за испуну, не само на контактне и укупне отпорности распрострањања система уземљења, већ и на напоне додира. Овим се потврђује експериментално изведен закључак из референце [92] да употреба додатних материјала за побољшавање карактеристика доводи до значајног смањења отпорности распрострањања уземљивача и напона додира. Резултат приказан у овом поглављу потиче од различите расподеле струја у околини уземљивача, на коју утиче повећање добро проводног дела (као резултат постављања GEM-a), што утиче на V_S^{FEM} , као и GPR и $E_{додира} = GPR - V_S^{FEM}$. Овај технички аспект и утицај контактне отпорности могу се посматрати као распрегнути.

6.4.4.3 Међусобни утицај стопала на заједничку отпорност распрострањања

Извршено је поређење отпорности распрострањања стопала до референтне земље за особу чија су стопала на вештачки насутом слоју дебљине h_S и специфичне отпорности ρ_S , а која се добијају као резултати применом FEM и приступа из стандарда.

Како би могао даље да се анализира утицај једног стопала на друго, извршен је још један низ симулација, из којих се одређивала отпорност распрострањања једног металног

диска, којим се моделује једно стопало на површини тла. Добијена вредност, у табели означена као $R_{\text{стопало}}^{FEM}$, дели се са 2. На тај начин, може се извући квантитативни ефекат међусобног утицаја струја стопала.

Резултати поређења су приказани у Таб. 6.13, где поједине ознаке имају следећа значења:

h_s	дубина додатно насутог површинског слоја материјала велике специфичне отпорности
$R_{\text{оба_стопала}}^{FEM}$	отпорност распростирања оба стопала до референте земље, резултат из FEM симулација у који је укључен утицај близине стопала једног на друго
$1,5 \cdot C_s \cdot \rho_s$	приступ уважавања насутог слоја отпорности распростирања оба стопала до референтне земље из стандарда [10] према изразу (2.35), где је фактор C_s израчунат преко израза (2.34)
δ_1	процентуално одступање $1,5 \cdot C_s \cdot \rho_s$ од $R_{\text{оба_стопала}}^{FEM}$
$R_{\text{стопало}}^{FEM}$	отпорност распростирања само једног стопала до референте земље, резултат из FEM симулација са присутним само једним металним диском којим се апроксимира стопало
$R_{\text{стопало}}^{FEM}/2$	половина вредности отпорности распростирања само једног стопала до референтне земље из FEM симулација ($R_{\text{стопало}}^{FEM}$) (није укључен утицај близине стопала једног на друго)
δ_2	процентуално одступање $1,5 \cdot C_s \cdot \rho_s$ од $R_{\text{стопало}}^{FEM}/2$

Табела 6.13 – Поређење отпорности распростирања оба стопала, која се добија као резултат из FEM симулација, са $1,5 \cdot C_s \cdot \rho_s$

h_s [cm]	$R_{\text{оба_стопала}}^{FEM}$ [Ω]	$1,5 \cdot C_s \cdot \rho_s$ [Ω]	δ_1 [%]	$R_{\text{стопало}}^{FEM}$ [Ω]	$R_{\text{стопало}}^{FEM}/2$ [Ω]	δ_2 [%]
6	1969,7	1875	-4,806	3784,1	1892,1	-0,901
12	2495	2284,1	-8,453	4755,7	2377,8	-3,942
20	2833,3	2517,9	-11,132	5267	2633,5	-4,391

Из табеле се види да одступање $R_{\text{стопало}}/2$, добијеног из FEM, од $1,5 \cdot C_s \cdot \rho_s$ расте са повећањем дубине површинског слоја.

Закључак је да одступање $R_{\text{стопало}}/2$ (које је израчунато коришћењем поједностављене једначине (2.35) из стандарда [10]) од вредности добијене из FEM симулација потиче из следећа два разлога:

1. чињенице да се при прорачуну отпорности распростирања једног стопала до референтне земље за уважавање насутог слоја користи апроксимативна формула (2.34) из [10] (видети [66], [86], [87]) и
2. занемаривања међусобног утицаја које стопала имају једно на друго.

6.5 Унапређење формуле за отпорност распростирања стопала до референтне земље

Резултати из поглавља 6.4, са најупечатљивијим резултатима приказаним у

Таб. 6.13, јасно показују да постоји потреба да се побољша једначина за прорачун отпорности распрострања од два стопала до референтне земље. Због тога је извршен низ додатних FEM симулација које су након тога искоришћене за развој побољшаних једначина. У новим симулацијама, специфична отпорност доњег слоја одржава се константном на вредности $\rho = 100 \Omega\text{m}$, док се специфична отпорност горњег насутог слоја ρ_S варира у распону од 400 до 2000 Ωm . Дубина горњег слоја h_S варира се од 6 до 20 cm.

На Сл. 6.6 су приказане криве које се добијају као однос отпорности распрострања оба стопала до референтне земље:

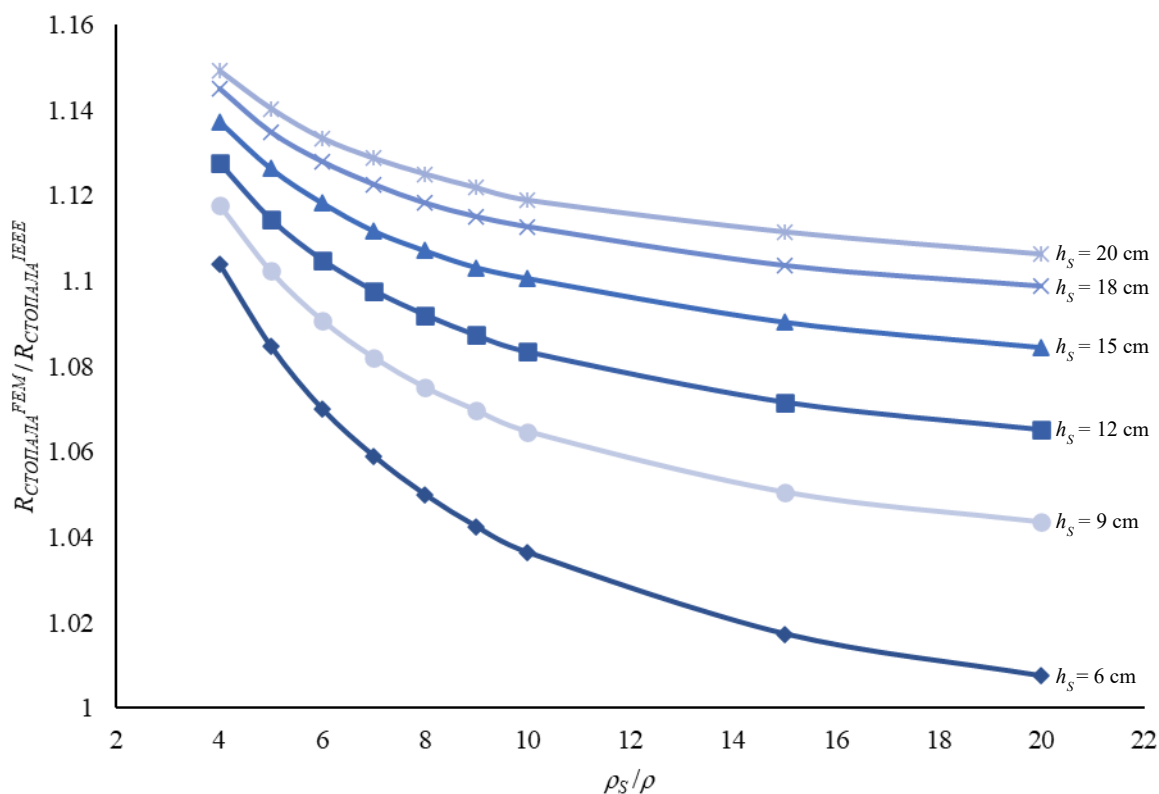
- 1) добијених из FEM ($R_{\text{оба_стопала}}^{FEM}$) и
- 2) добијених методом из стандарда [10] ($R_{\text{оба_стопала}}^{IEEE}$) применом израза (2.34) и (2.35).

У циљу проучавања закључених разлога за одступање отпорности $R_{\text{оба_стопала}}^{IEEE}$ од отпорности оба стопала без уваженог међусобног утицаја, извршена је група FEM симулација за отпорност распрострања само једног стопала ($R_{\text{стопало}}^{FEM}$), односно диска, за комплетан опсег горе наведених варираних параметара. Затим, добијене вредности отпорности распрострања за само једно стопало из FEM симулација подељене су са 2 ($R_{\text{стопало}}^{FEM}/2$) како би се добиле вредности отпорности распрострања оба стопала у којима није уважен међусобни утицај једног стопала на друго.

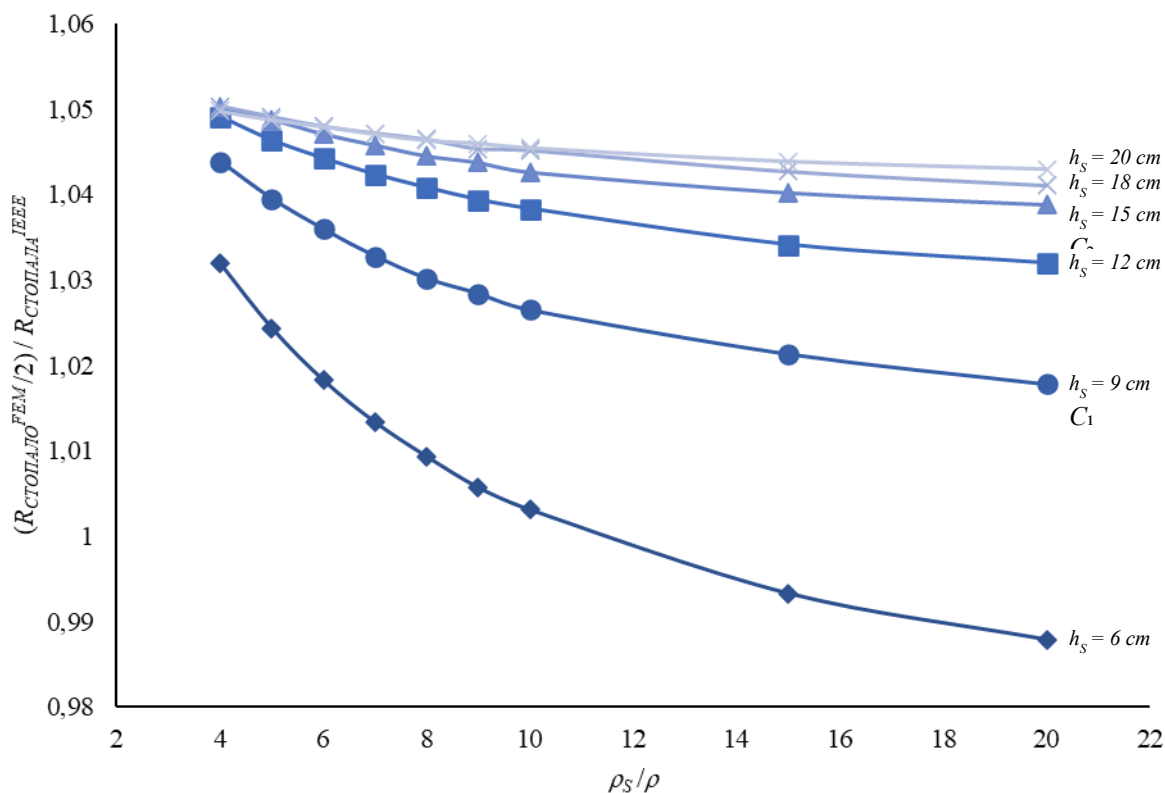
На Сл. 6.7 су приказане криве које се добијају као однос отпорности распрострања оба стопала до референтне земље:

- 1) добијених из FEM за само једно стопало па подељених са 2 ($R_{\text{стопало}}^{FEM}/2$) и
- 2) добијених методом из стандарда [10] ($R_{\text{оба_стопала}}^{IEEE}$) применом израза (2.34) и (2.35).

Слика илуструје непрецизност приближне једначине за фактор C_S , која је заснована на моделу са једним стопалом. У стандарду [10] је наведено да је једначина за фактор C_S унутар 5% вредности добијених аналитичком методом за дебљину горњег слоја у распону од 8 до 15 cm. Речено је у складу са резултатима приказаним на Сл. 6.7.



Сл. 6.6 – Однос отпорности распрострањања оба стопала из FEM (са уваженим међусобним утицајем једног стопала на друго) и из стандарда

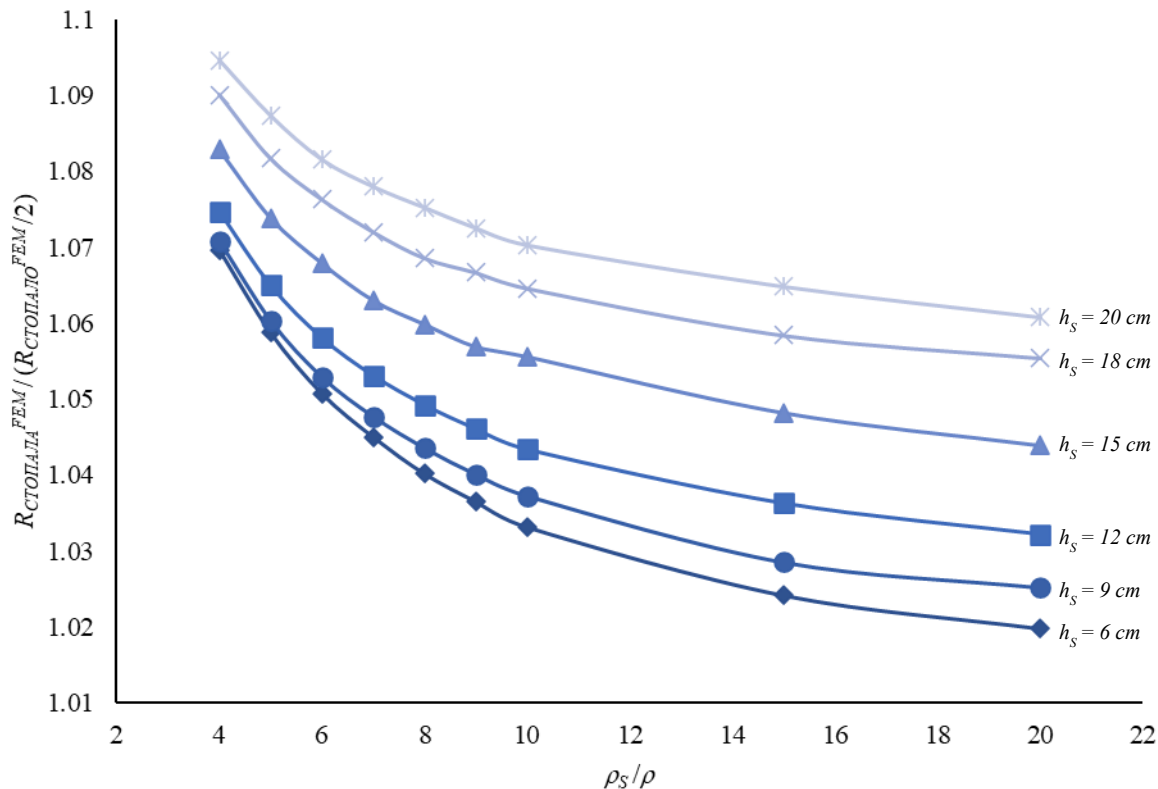


Сл. 6.7 – Однос половине отпорности распрострањања једног стопала из FEM (без међусобног утицаја једног стопала на друго) и оба стопала из стандарда

На Сл. 6.8 приказан је однос отпорности распрострањања:

- 1) добијених из FEM за оба стопала ($R_{оба_стопала}^{FEM}$) и
- 2) добијених из FEM за само једно стопало па подељених са 2 ($R_{стопало}^{FEM}/2$).

Приказани однос, који није једнак јединичној вредности, директна је последица занемарења међусобног утицаја стопала једног на друго.



Сл. 6.8 – Однос отпорности распростирања оба стопала из FEM и половине отпорности распростирања једног стопала из FEM (квантификација међусобног утицаја стопала)

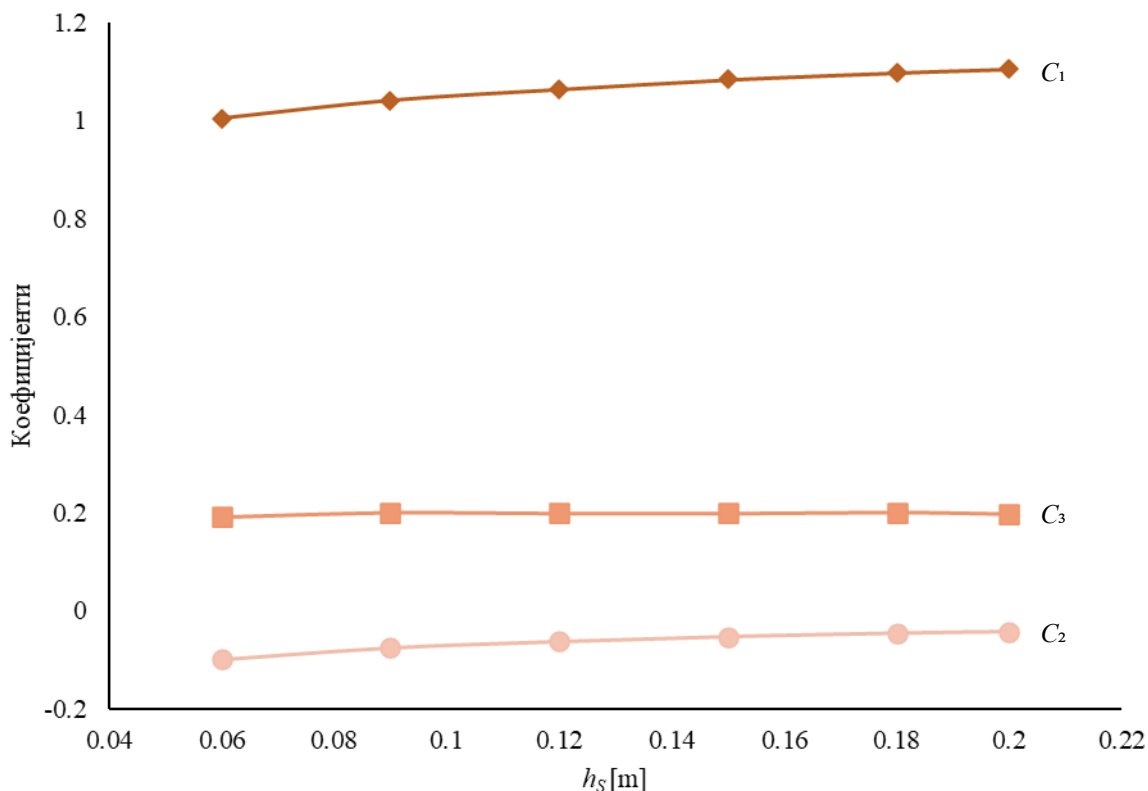
Један од два главна доприноса дисертације, објављен у реномираном међународном часопису, састоји се у формирању корекционе функције C , такве да њен производ са $R_{оба_стопала}^{IEEE}$ буде близак вредности $R_{оба_стопала}^{FEM}$ (дакле, $R_{оба_стопала}^{FEM} \approx C R_{оба_стопала}^{IEEE}$) објављен је у референци [19]. Све анализе су рађене за удаљеност стопала од 30 cm, као вредност која је приближно процењена за човека који нормално стоји. Ефекат међусобног утицаја стопала би био већи, односно корекциона вредност већа, за мања растојања између стопала. Применом поступка из дисертације могло би да се дође до корекционих коефицијената за било које растојање између стопала.

Посматрајући Сл. 6.6, може се видети да функција C за сваку дубину површинског насутог слоја има облик:

$$C = C_1 - C_2 \cdot e^{-C_3 \cdot \left(\frac{\rho_s}{\rho} - 4\right)}. \quad (6.2)$$

Први корак јесте одређивање коефицијената C_1 , C_2 и C_3 за сваку од дебљина горњег слоја. Коефицијенти су одређени минимизацијом збира квадратних одступања вредности добијених помоћу једначине (6.2) од вредности приказаних на Сл. 6.6. Минимизација је извршена у *Microsoft Excel*-у коришћењем алгоритма *Generalized Reduced Gradient (GRG)*

Nonlinear [118]. Промена сваког од коефицијената C_1 , C_2 и C_3 са променом дебљине приказана је на Сл. 6.9.



Сл. 6.9 – Вредност коефицијената C_1 , C_2 и C_3 у једначини (6.2), одређених обрадом кривих са Сл. 6.6

Са Сл. 6.9, може се видети да C_1 , C_2 , C_3 зависе од дубине површинског насутог слоја на следећи начин:

$$C_1 = C_{11} - C_{12} \cdot e^{-C_{13} \cdot (h_S - 0,06)} \quad (6.3)$$

$$C_2 = C_{21} - C_{22} \cdot e^{-C_{23} \cdot (h_S - 0,06)} \quad (6.4)$$

$$C_3 = C_{31} - C_{32} \cdot e^{-C_{33} \cdot (h_S - 0,06)} \quad (6.5)$$

Резултати фитовања (такође помоћу алгоритма *Generalized Reduced Gradient (GRG) Nonlinear* у *Microsoft Excel*-у) представљени су у Таб. 6.14.

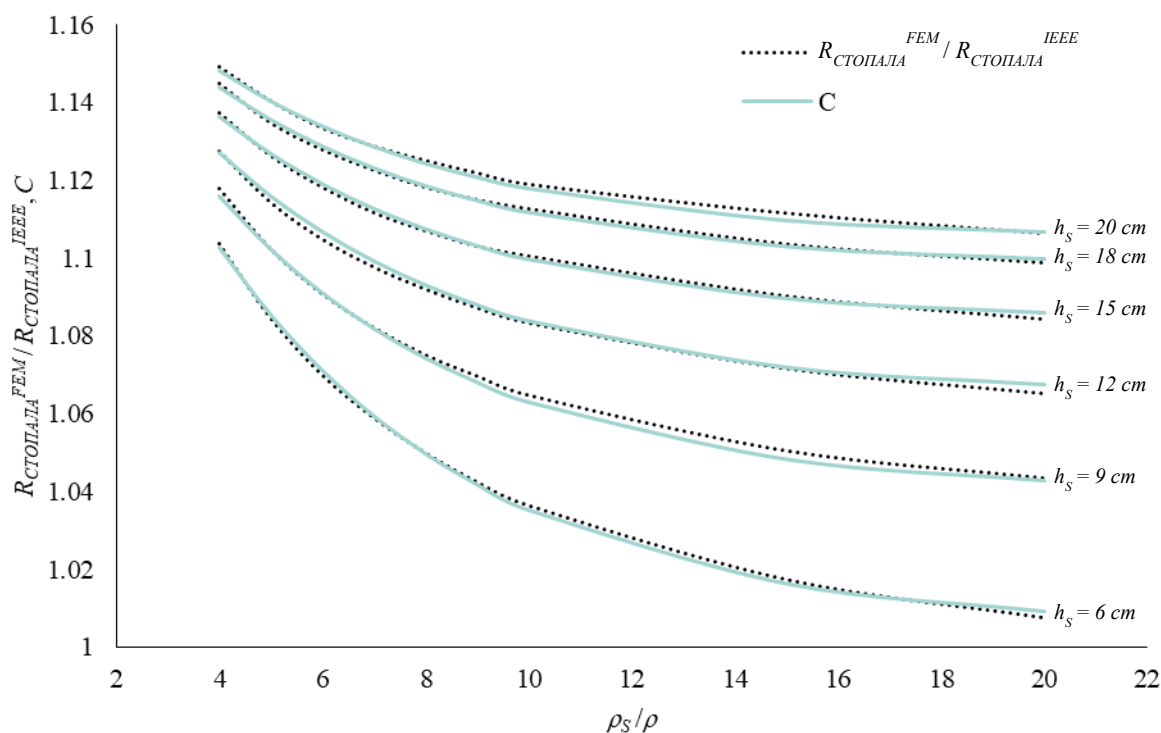
Табела 6.14 – Фитовани коефицијенти за уврштавање у формуле (6.3), (6.4) и (6.5)

i	C_{i1}	C_{i2}	C_{i3}
1	1,1373	0,13251	10,09401
2	-0,03345	0,0646	13,57495
3	0,20742	0,01239	4,68036

Заменом (6.3), (6.4) и (6.5) у (6.2) долази се до:

$$C = C_{11} - C_{12} \cdot e^{-C_{13} \cdot (h_s - 0,06)} - \left(C_{21} - C_{22} \cdot e^{-C_{23} \cdot (h_s - 0,06)} \right) \cdot e^{-\left(C_{31} - C_{32} \cdot e^{-C_{33} \cdot (h_s - 0,06)} \right) \cdot \left(\frac{\rho_s}{\rho} - 4 \right)}, \quad (6.6)$$

односно након корекције вредности $R_{оба_стопала}^{IEEE}$ на $C R_{оба_стопала}^{IEEE}$ (где се коефицијент/функција C израчунава коришћењем једначине (6.6)), резултати постају врло блиски референтним вредностима $R_{оба_стопала}^{FEM}$. Резултат примене корекционог коефицијента, односно функције C приказан је на Сл. 6.10.



Сл. 6.10 – Достигнуто поклапање након увођења корекционог коефицијента у формулу из стандарда и вредности добијене из референтне FEM симулације

6.6 Утицај снега

Примена општег FEM алата представља лако примењиву, поуздану и прецизну алтернативу за анализу система уземљења у сложенијем тлу, на пример у трослојном земљишту.

Овде су приказани занимљиви резултати FEM прорачуна за трослојно земљиште код којег је површински (горњи) слој снег, који прекрива насути површински слој земље. Постоји неколико студија и публикација о отпорности снега, као што су [120] и [121]. Отпорност снега зависи од многих фактора и креће се у веома широким границама (од неколико десетна Ωm чак до $10^5 \Omega m$).

У симулацијама је анализиран најгори сценарио за напон додира, где отопљени снег делује као горњи слој ниске отпорности са вредностима у распону од 60 до 2600 Ωm (према табели 2 на страни 133 у [121]). Овде је за FEM симулације усвојена вредност 100 Ωm

специфичну електричну отпорност расквашеног снега. Разматрају се две дебљине: 20 и 50 cm.

Посматра се контура за уземљење $5\text{ m} \times 5\text{ m}$ од бакарне траке попречног пресека $40\text{ mm} \times 4\text{ mm}$, односно конфигурација D (за коју су резултати за претходну анализу напона додира приказани у Таб. 6.7). Контура је закопана на 0,6 m испод површине земље у хомогеном тлу специфичне отпорности $250\ \Omega\text{m}$, при чему на површини тла изнад уземљивача, а испод снежног покривача, постоји додати површински материјал високе специфичне отпорности $2000\ \Omega\text{m}$ различитих дебљина (6, 12 и 20 cm).

Резултати у Таб. 6.15 показују да појава отопљеног снега на врху додатног површинског материјала високе специфичне отпорности елиминише позитивне ефекте додавања материјала високе специфичне отпорности на површину тла изнад уземљивача. Резултати су приказани за случај да је насути слој облика диска полупречника 5.6 m, што значи да прелази ивице квадратне контуре уземљивача странице 5 m. Полупречник насутог слоја снега је 40 m, колико износи и полупречник домена. Разлог је тај што отапање снега омогућава струји квара, која пролази кроз тело особе која остварује индиректни контакт, да заобиђе додати површински материјал високе специфичне отпорности. Последично, смањује се пад напона на материјалу високе специфичне отпорности на површини тла изнад уземљивача и повећава се напон додира. Интересантно је приметити да расподела струје у посматраном моделу доводи до повећања напона додира са повећањем дебљине насутог слоја.

Табела 6.15 – Напони додира за случај постојања снежног покривача на површини тла, преко додатог слоја високе специфичне отпорности

h_s [cm]	$U_{\text{додира}}^{FEM}$ [V], без снега	$U_{\text{додира}}^{FEM}$ [V], снежни покривач $h = 20\text{ cm}$	$U_{\text{додира}}^{FEM}$ [V], снежни покривач $h = 50\text{ cm}$
6	2864,6	6254,4	6660
12	2426,6	6348,3	6757,7
20	2197,9	6401,4	6765,5

6.7 Закључак

У поглављу је приказан детаљан физички модел и резултати FEM прорачуна за напон додира, за различите топологије уземљивачких система које обухватају цеви, контуре, контуру са цевима, и то са и без додатог материјала за побољшање карактеристика у виду GEM и бентонита.

Резултати су упоређени са резултатима добијеним применом поједностављеног метода из стандарда [10] како би се проценила тачност поступка из наведеног стандарда. Из резултата приказаних у 6.4, а који се односе на уземљиваче са танким насутим слојем чија је специфична електрична отпорност много већа од специфичне отпорности тла на које је насут слој, закључује се да може да се занемари међусобни утицај струја које истовремено отичу: 1) са уземљивача и 2) са стопала особе која се налази под дејством напона додира. То значи да се расподела ових струја може добити из модела коју обухвата само уземљивач, односно само стопала, односно да одређивање ових отпорности може да се врши распрегнуто.

Показало се да вредности напона додира добијене применом поступка из стандарда одступају од референтних резултата који се добијају применом детаљног физичког модела имплементираног у FEM софтверу. Одступање потиче од грешке у прорачуну отпорности распрострања између стопала и удаљене земље. На Сл. 6.8 се види да одступање услед

занемарења међусобног утицаја стопала може да износи око 9,5% за случај када се има насуте површински слој дебљине 20 cm и чија је специфична отпорност 4 пута већа од специфичне отпорности хомогеног тла у које је положен уземљивачки систем. Са Сл. 6.6 може да се види да укупно одступање за отпорност распрострањања оба стопала до референтне земље за исти случај износи око 15%.

На основу бројних *FEM* прорачуна, накнадне обраде и фитовања података, у поглављу је предложена корекција једначине за прорачун отпорности распрострањања од оба стопала до референтне земље у присуству насутог површинског слоја. Наведена корекција је један од два главна доприноса дисертације. Корекцијом се практично повећава тачност поједностављеног поступка из стандарда, уз минимално проширење. Довољно је да се примени аналитички израз за корекцију отпорности распрострањања оба стопала до референтне земље којим се уважава међусобни утицај у присуству насутог слоја.

7 ЗАКЉУЧАК

Иницијална мотивација за истраживања, која су резутовала овом докторском дисертацијом, настала је на основу изазова који се јављају у специфичним пустињских пределима у земљама Средњег истока. У референци [6] је приказан преглед експерименталних истраживања на пет карактеристичних локација у УАЕ. Највећи изазови се јављају када је тло такво да постоји плитак површински слој чија је специфична електрична отпорност већа него за слој тла испод.

Први проблем код таквог тла је карактеризација, односно одређивање параметара одабраног модела. Карактеризација се врши на бази мерења привидних електричних отпорности R_a помоћу мерења струје и напона. У стандардима и пракси се доминантно примењује Венерова мерна метода, па су и анализе у дисертацији биле концентрисане на исту. У методи се користе две спољне струјне електроде, кроз које се инјектира струја, и две унутрашње напонске електроде којима се мери напон на површи тла. Растојање између сваке две суседне електроде је једнако и износи a . Електроде се убадају на дубину b . Из измерених вредности R_a применом аналитичке формуле, добија се привидна специфична електрична отпорност ρ_a .

Да би се из мерења добило довољно информација о горњем и доњем слоју земљишта (специфична електрична отпорност ρ_1 и дубина горњег слоја h , специфична електрична отпорност доњег слоја ρ_2) потребно је спровести адекватан низ мерења за различита растојања a . Од интереса за разматрану класу проблема (мало h , $\rho_1 \gg \rho_2$), мерења је потребно извршити за мала растојања a .

Аналитички изрази у склопу Венерове методе за мерење специфичне електричне отпорности тла засновани су на апроксимацији $a \gg b$. Наведени услов да су мерна растојања много већа од дубине убадања електрода је тешко остварити за мања растојања a , а за веома мала растојања то је практично немогуће. Поред ове апроксимације, аналитички модел двослојног тла развијен је полазећи од представе електрода као тачака на површини тла, односно занемарујући физичке димензије електрода. Било је покушаја да се успоставе боље аналитичке везе $\rho_a(R_a)$. Једначине базиране на посматрању електрода као линија са дужином b која одговара убоденом делу електроде, уместо као тачака на дубини b , довело је до значајног побољшања оригиналних Венерових израза. Ипак, у аналитичком моделу за двослојно тло задржана је представа електрода као тачака. Ту је пронађен простор за анализу, идентификацију случајева када се смањује тачност постојећих аналитичких метода и изложен предлог методе којом се решава проблем губитка тачности постојећих метода.

У дисертацији је, као први од два главна доприноса, развијена и изложена оригинална метода интерпретације резултата мерења Венеровом методом. Написан је програм у *Matlab*-у који користи солвер на бази Нелдер-Мид алгоритма, којим се минимизира критеријумска функција у којој фигуришу измерене и рачунате привидне отпорности. Рачунате привидне отпорности се добијају применом 3Д *FEM* рачунарских симулација. Дакле, *Matlab* програм за итерације солвера позива 3Д *FEM* рачунарске симулације, које уважавају тачан облик и позицију струјних и напонских мерних електрода.

Метода је општа и применљива на све типове вишеслојних хоризонталних модела тла. Верификација је извршена за двослојна тла.

Прво је извршена теоријска верификација методе на двослојном моделу тла из литературе. Затим је извршена примена на два синтетичка тла, где је примена оригиналног приступа и методе показала боље резултате у односу на аналитичке методе из литературе. Додатно, упоређени су резултати оригиналне и методе из литературе на теренска мерења на пустињској теренској локацији у УАЕ.

Тест оригиналне методе на два синтетичка тла је представљао верификацију оригиналне методе. Резултат њене примене је да се естимирани параметри тла разликују од параметара синтетичког тла за мање од 0,1 %. Оваква висока тачност не изненађује, јер је посматрано синтетичко тло, са идеалним хомогеним својствима појединачних слојева. То у пракси никада није случај, због чега је, упркос постигнутој верификацији на синтетичком тлу, извршена експериментална провера на умањеном лабораторијском експерименталном моделу.

У првој фази истраживања разматрана је могућност скалирања реалног тла са реалним електродама које се испоручују са мерним инструментом намењеним за спровођење Венерове методе. Прво је показано да би идентично скалирање свих елемената за Венерову методу довело до потпуно истих резултата, како применом аналитичке методе, тако и оригиналне методе. Ипак, принцип идентичног скалирања није могао да доведе до погодних димензија за лабораторијски модел, што укључује и величину мерних електрода. Проблем је превазиђен тиме да је дефинисан модел који није потпуно скалиран, али је FEM модел прилагођен експерименталним условима у направљеној стакленој посуди. Резултати примене оригиналне методе су упоређени са резултатима мерења на формираном двослојном тлу у експерименталној стакленој посуди. Пре вршења ових мерења, експериментално су одређене специфичне електричне отпорности појединачних медијума, земље и песка, од којих је потом сачињен двослојни модел тла у стакленом суду, при чему су дебљине слојева измерене метром.

Интересантно је поменути да је идентификација специфичне електричне отпорности појединачних медија изведена коришћењем суштински истог принципа минимизације критеријумске функција и коришћења FEM модела електрода и хомогеног тла у посуди. Детаљни опис поступка за хомогено тло приказан је у дисертацији. Из њега се види да је захваљујући чињеници да су у хомогеном тлу потенцијали сразмерни специфичној електричној отпорности могуће поставити математички поступак у коме је потребно извршити само једну FEM симулацију, уз једноструку примену елементарне методе у Excel-у.

У експерименту нису примењени електролити или желатинозни материјали као што је уобичајено за експерименте са умањеним моделима у области уземљивача. Наведени материјали су ближи теоријским, механички изотропним, хомогеним срединама. Самим тим, експеримент је такође у малом приказао потешкоће какве се имају при стварним теренским мерењима Венеровом методом, а нарочито имајући у виду да су се користили права земља и песак, које одликују исушивање влаге, разноврсне микро нехомогености, контактни отпори са мерним електродама, итд.

Предложена метода захтева комплексне прорачуне, што као последицу има дуга времена извршења прорачуна (најдуже време које је било потребно међу већим бројем симулација у дисертацији је износило 114 сати). У том смислу, оригинална метода представља опцију од интереса само у случајевима када аналитичке методе не обезбеђују адекватну тачност, што је случај двослојног тла са високом специфичном отпорношћу плитког горњег слоја. Треба приметити да дуго време израчунавања резултата зависи од трајања појединачних FEM симулација, али првенствено од великог броја итерација у оптимизационом алгоритму, при чему се у свакој итерацији врши бар онолико FEM симулација колико има међусобних растојања електрода за мерења Венеровом методом.

Једна од реалних могућности за скраћење времена потребног за прорачун, која која је иницијално била планирана у фази пријаве теме дисертације, је да се FEM симулације врше само за мања растојања између електрода. За већа растојања користили би се прорачуни помоћу постојећих аналитичких израза, јер су за већа растојања између електрода аналитички изрази ионако довољно тачни. Скраћење времена прорачуна, уз задржавање тачности, је нешто што је више техничка ствар, битна за интензивну примену методе и

развијеног алата. Она није реализована, јер је фокус након прихватања теме био на додатној експерименталној провери.

Следећа тема истраживања је такође проистекла из суочавања са изазовима у области уземљења и остварења безбедности при земљоспоју, на теренима карактеристичним за пустињске пределе на Арабијском полуострву. Идентификовано је да тачност постојећих формула за израчунавање отпорности распростирања стопала опада када на површи постоји танак слој високе специфичне отпорности. У дисертацији је предложена побољшана формула за израчунавање напона додира, која је развијена на основу одређене физичке расподеле струја у околини два стопала (коришћењем *FEM* софтвера) чије отпорности распростирања због међусобног утицаја не чине идеалну паралелну везу. Обрадом резултата *FEM* симулација одређени су коефицијенти, чијим се увођењем у стандардне формуле за отпорности распростирања стопала значајно побољшава њихова тачност. Примењени *FEM* модел представља верну дигиталну реплику реалног система, уземљивача, расподеле специфичне електричне отпорности тла, импедансе тела и два паралелна стопала. Резултати су показали да се за одређивање напона додира може применити Тевененова теорема, у којој је Тевененова електромоторна сила једнака разлици потенцијала уземљивача (*GPR*) и потенцијала тачке стајања на површини V_S^{FEM} ($E_{\text{додира}} = GPR - V_S^{FEM}$), а еквивалентна Тевененова отпорност једнака паралелној вези отпорности распростирања два стопала.

Направљен је 3Д модел у *FEM* софтверу који обухвата све елементе (уземљивач, импедансе тела и два паралелна стопала), при чему је као позната задата вредност струје квара која протиче од земљоводног проводника ка уземљивачу. Одређивање струје квара је посебна тема и није предмет дисертације. *FEM* модел је валидиран на случајевима из литературе. Даље, помоћу направљеног *FEM* модела разматрани су параметри, отпорност распростирања уземљивача, отпорност распростирања стопала и напон додира, за 9 експерименталних уземљивачких система из литературе. Поменути уземљивачки системи су карактеристични за уземљавање металних дистрибутивних надземних водова. У питању су цевасте уземљивачи (пречника 19 mm и дужина 3,6 и 10,8 m), квадратне контуре (димензија 5 m x 5 m пресека траке 40 mm x 4 mm), комбинација наведених квадратних контура и цеви дужина 3,6 m постављених у ћошковима контура, за случајеве са и без материјала за побољшање карактеристика, односно бентонита или такозваног *GEM*.

Анализе резултата *FEM* симулација су показале да може да се занемари међусобан утицај струја које истовремено отичу: 1) са уземљивача и 2) са стопала особе која се налази под дејством напона додира. То значи да се расподела ових струја може добити из модела коју обухвата само уземљивач, односно само стопала, односно да одређивање ових отпорности може да се врши распрегнуто.

Дисертација је дала јасан допринос за карактеризацију тла у специфичним пустињским условима на Арабијском полуострву. Анализе се заснивају на примени напредних софтверских метода и алата – коришћен је програм у *Matlab*-у који користи солвер на бази Нелдер-Мид алгорита, при чему алгоритам програма позива и активира 3Д *FEM* рачунарске симулације, чији се резултати враћају и даље обрађују у програму у *Matlab*-у. Други јасан допринос је нова формула за израчунавање отпорности распростирања стопала, уз уважавање међусобног утицаја, за случај када постоји танак површински слој велике електричне отпорности.

Интересантна тема за истраживање је да се сагледа како постигнута парцијална побољшања кумулативно утичу на израчунавања макроскопских параметара уземљивача – отпорности распростирања, напона додира и напона корака. Квантификација практичног значаја истраживања и постигнутих парцијалних доприноса, односно њихов утицај на резултате прорачуна суштинских карактеристика уземљивача би се добио поређењем резултата добијених применом постигнутих парцијалних доприноса и резултата примене постојећих аналитичких метода.

Сумарно, дисертација је била мотивисана техничким аспектима у области уземљења у специфичним теренским условима на Арабијском полуострву, за које су извршена мерења на 5 локација са 11 различитих типова уземљивача у УАЕ. Препознато је да применом напредних софтверских метода и алата, спрезањем софтвера *Matlab* и *COMSOL Multiphysics*, може да се превазиђе присутна грешка у прорачуну која се јавља за специфичне случаје тла ако се примењују класичне аналитичке форме. Идеја је реализована, програмска подршка остварена и примењен низ тестова валидације методе за естимацију параметара модела тла. Тестови су били реализовани на бази података из литературе, синтетичког тла, као и експеримената на умањеном лабораторијском моделу, као последњој фази истраживања. Развијени софтверски алати су примењени како би се постигла побољшања у погледу карактеризације параметара тла и одређивања отпорности распрострања стопала. Такође, применом софтвера *COMSOL Multiphysics* испитана је тачност стандардног приступа преко Тевененове теореме који се користи за одређивање напона додира. Током те анализе је дефинисан израз за прорачун отпорности распрострања стопала, који уважава њихов међусобни утицај, и даје тачније резултате од формула које се користе у стандардима. Повећана тачност нових израза у односу на постојеће се јавља код танког површинског слоја велике специфичне електричне отпорности.

8 РЕФЕРЕНЦЕ

- [1] E. Schmidt, „The AI Revolution Is Underhyped (TED Talk),“ Apr. 2025. [На мрежи]. Available: https://www.ted.com/talks/eric_schmidt_the_ai_revolution_is_underhyped. [Последњи приступ 6. децембар 2025.].
- [2] М. Ђурић, Високонaponsка постројења, Београд: Беопрес, 2009.
- [3] „ПРАВИЛНИК О ТЕХНИЧКИМ НОРМАТИВИМА ЗА УЗЕМЉЕЊА ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТСКИХ ПОСТРОЈЕЊА НАЗИВНОГ НАПОНА ИЗНАД 1000 V,“ *Службени лист СРЈ 61/95*, pp. 30-39, 1995.
- [4] “Standard Test Methods for Foot Protection,” *ASTM F2412-05*, 2005.
- [5] „Performance Requirements for Protective Footwear,“ *ASTM F2413-18*, 2018.
- [6] Z. R. Radakovic, M. V. Jovanovic, V. M. Milosevic and N. M. Ilic, "Application of Earthing Backfill Materials in Desert Soil Conditions," *IEEE Transactions on Industry Applications (Special Issue on Grounding Systems)*, vol. 51, no. 6, pp. 5288-5297, <https://doi.org/10.1109/TIA.2015.2424688>, November-December 2015.
- [7] *CYMEGrd software, CYME, Saint-Bruno, QC, Canada, Dec. 2000.*
- [8] "CDEGS," SES & technologies ltd., [Online]. Available: <https://www.sestech.com/Product/Package/CDEGS>. [Accessed 31 3 2026].
- [9] "ETAP," Operation Technology, Inc., [Online]. Available: <https://etap.com/>. [Accessed 31 3 2026].
- [10] „IEEE Guide for Safety in AC Substation Grounding,“ *IEEE Std 80-2013*, May 2015.
- [11] Azordegan, E. et al., „Testing and application of crushed aggregate for use as a resistive substation surface layer, Technical Report PES-TR-107,“ IEEE Power & Energy Society.
- [12] С. Станишић и З. Радаковић, „Примена Венерове методе на тло са танким површинским слојем велике специфичне електричне отпорности,“ у *XII саветовање о електродистрибутивним мрежама са регионалним учешћем, CIRED*, Врњачка Бања, 2021.
- [13] S. M. Stanišić and Z. R. Radaković, "Method for characterization of soil electrical resistivity based on Wenner measurements by means of Nelder–Mead algorithm and FEM calculations," *Electrical Engineering*, vol. 105, pp. 4427-4441, Aug. Aug. 2023.
- [14] F. Dawalibi, „Transmission Line Grounding,“ *EPRI Research Project 1494-1, Final Report EL 2699*, Oct. 1982.
- [15] F. Dawalibi and C. J. Blattner, "Earth Resistivity Measurement Interpretation Techniques," *IEEE Trans. Power App. Syst.*, Vols. PAS-103, no. 2, pp. 374-382, <https://doi.org/10.1109/TPAS.1984.318254>, Feb. 1984.
- [16] *MATLAB. (2022). (R2022b). Natick, Massachusetts: The MathWorks Inc.*
- [17] "COMSOL Multiphysics® v. 6.0," COMSOL AB, Stockholm, Sweden, [Online]. Available: www.comsol.com.
- [18] С. Станишић и З. Радаковић, „Примена модерних FEM софтвера за одређивање отпора уземљења, напона додире и напона корака,“ у *X јубиларно саветовање о електродистрибутивним мрежама са регионалним учешћем, CIRED*, Врњачка Бања, 2016.
- [19] S. Stanisic and Z. Radakovic, "Calculation of Touch Voltage Based on Physical Distribution of Earth Fault Current," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 32, no. 5, pp. 2246-2254, <https://doi.org/10.1109/TPWRD.2016.2618062>, October 2017.
- [20] „IEEE Standards Association,“ [На мрежи]. Available: <https://standards.ieee.org/ieee/80/4089/>. [Последњи приступ 13. Дец. 2025.].

- [21] „IEEE Standards Association,“ [На мрежи]. Available: <https://standards.ieee.org/ieee/80/12145/>. [Последњи приступ 13. Дец. 2025.].
- [22] „IEEE Guide for Measuring Earth Resistivity, Ground Impedance, and Earth Surface Potentials of a Grounding System,“ *IEEE Std 81-2012*, Dec. 2012.
- [23] "IEEE Guide for Measuring Earth Resistivity, Ground Impedance, and Earth Surface Potentials of a Ground System," *ANSI/IEEE Std 81-1983*, 1983.
- [24] „IEEE Guide for Measuring Earth Resistivity, Ground Impedance, and Earth Surface Potentials of a Grounding System,“ *IEEE 81-2025*, 2025.
- [25] „Protection against lightning,“ *IEC 62305*, 2010.
- [26] W. Ruan, J. Ma, F. P. Dawalibi and R. D. Southey, "Performance of HVDC ground electrode in various soil structures," in *Proc. 2002 Int. Conf. Power Syst. Technol.*, Kunming, China, Oct. 13-17, 2002.
- [27] W. Ruan, R. D. Southey, S. Fortin and F. P. Dawalibi, "Effective Sounding Depths for HVDC Grounding Electrode Design: Wenner versus Schlumberger Methods," in *2005 IEEE/PES Transm. Distrib. Conf. Expo. Asia and Pacific*, Dalian, China, Aug. 18-18, 2005.
- [28] T. N. Giao and M. P. Sarma, "Effect of a Two-Layer Earth on the Electric Field Near HVDC Ground Electrodes," *IEEE Trans. Power App. Syst.*, Vols. PAS-91, no. 6, pp. 2356-2365, <https://doi.org/10.1109/TPAS.1972.293392>, Nov. 1972.
- [29] „Effects of current passing through human body - Part I: General aspects,“ *IEC 60479-1*, 1994.
- [30] „Effect of current passing through human body - Part II: Special aspects,“ *IEC 60479-2*, 1987.
- [31] „Short-circuit currents in three-phase a.c. systems - Part 0: Calculation of currents,“ *IEC Standard 60909-0:2001*, July 2001.
- [32] "Standard Test Method for Field Measurement of Soil Resistivity Using the Wenner Four-Electrode Method," *ASTM G57 95a*, Jun 1995.
- [33] F. Wenner, „A Method of Measuring Earth Resistivity,“ *Bul. Bur. Standards*, т. Scientific Paper 12, бр. S-258, pp. 469-478, <https://doi.org/10.6028/bulletin.282>, 1916.
- [34] W. M. Telford, L. P. Geldart и R. E. Sheriff, *Applied Geophysics*, Cambridge University Press, 1990.
- [35] C. J. Blattner, „Study of driven ground rods and four point soil resistivity data,“ *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, т. PAS 101, бр. 8, pp. 2837-2850, Aug. 1982.
- [36] L. S. Palmer, "Examples of geoelectric surveys," *IEE*, vol. 106, no. 27, pp. 231-241, <https://doi.org/10.1049/pi-a.1959.0081>, Jun. 1959.
- [37] J. Ma and F. P. Dawalibi, "Influence of inductive coupling between leads on resistivity measurements in multilayer soils," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 13, no. 4, pp. 999-1004, Oct. 1998.
- [38] R. S. Baishiki, C. K. Osterberg and F. Dawalibi, "Earth Resistivity Measurements using Cylindrical Electrodes at short Spacings," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 2, no. 1, pp. 64-71, <https://doi.org/10.1109/TPWRD.1987.4308074>, Jan. 1987.
- [39] O. Ramos-Leaños, F. A. Uribe, A. Valcárcel, A. Hajiaboli, S. Franiatte and F. P. Dawalibi, "Nonlinear Electrode Arrangements for Multilayer Soil Resistivity Measurements," *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 62, no. 5, pp. 2148-2155, <https://doi.org/10.1109/TEMC.2020.2970149>, Oct. 2020.
- [40] Earth Tester MI 2124 User Manual, Version 2.0, Horjul: METREL, 2000.
- [41] C. J. Blattner, "Analysis of Soil Resistivity Test Methods in Two-Layer Earth," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vols. PAS-1041, no. 12, pp. 3603-3608, December 1985.

- [42] R. D. Southey and F. P. Dawalibi, "Improving the Reliability of Power Systems With More Accurate Grounding System Resistance Estimates," in *International Conference on Power System Technology Proceedings*, Kunming, China, 2002.
- [43] H. R. Seedher and J. K. Arora, "Estimation of two layer soil parameters using finite Wenner resistivity expressions," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 7, no. 3, pp. 1213-1217, <https://doi.org/10.1109/61.141833>, Jul. 1992.
- [44] E. D. Sunde, *Earth conduction effects in transmission systems*, New York: Dover Publications, Inc., 1986.
- [45] A. P. Meliopoulos and A. D. Papalexopoulos, "Interpretation of Soil Resistivity Measurements: Experience with the Model SOMIP," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 1, no. 4, pp. 142-151, Oct. 1986.
- [46] A. P. Meliopoulos, R. P. Webb and E. B. Joy, "Analysis of Grounding Systems," *IEEE Trans. Power App. Syst.*, Vols. PAS-100, no. 3, pp. 1039-1048, Mar. 1981.
- [47] T. Takahashi and T. Kawase, "Analysis of apparent resistivity in a multi-layer earth structure," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 5, no. 2, pp. 604-612, <https://doi.org/10.1109/61.53062>, April 1990.
- [48] F. Dawalibi and N. Barbeito, "Measurements and computations of the performance of grounding systems buried in multilayer soils," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 6, no. 4, pp. 1483-1490, <https://doi.org/10.1109/61.97681>, Oct. 1991.
- [49] J. Nahman and D. Salamon, "A practical method for the interpretation of earth resistivity data obtained from driven rod tests," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 3, no. 4, pp. 1375-1379, <https://doi.org/10.1109/61.193934>, Oct. 1988.
- [50] J. L. del Alamo, "A second order gradient technique for an improved estimation of soil parameters in a two-layer earth," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 6, no. 3, pp. 1166-1170, July 1991.
- [51] J. L. del Alamo, "A comparison among eight different techniques to achieve an optimum estimation of electrical grounding parameters in two-layered earth," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 8, no. 4, pp. 1890-1899, <https://doi.org/10.1109/61.248299>, Oct. 1993.
- [52] R. Batista, M. R. de Araújo и R. R. Saldanha, „Parameter estimation of a two-layer soil model using Quasi-Newton methods,“ y *2018 Simposio Brasileiro de Sistemas Eletricos (SBSE)*, Niteroi, 2018.
- [53] W. P. Calixto, L. M. Neto, M. Wu, K. Yamanaka and E. P. Moreira, "Parameters Estimation of a Horizontal Multilayer Soil Using Genetic Algorithm," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 25, no. 3, pp. 1250 - 1257, July 2010.
- [54] W. R. Pereira, M. G. Soares and L. M. Neto, "Horizontal Multilayer Soil Parameter Estimation Through Differential Evolution," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 31, no. 2, pp. 622-629, April 2016.
- [55] B. Zhang, X. Cui, L. Li and J. He, "Parameter estimation of horizontal multilayer earth by complex image method," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 20, no. 2, pp. 1394-1401, April 2005.
- [56] J. Yang and J. Zou, "Parameter Estimation of a Horizontally Multilayered Soil With a Fast Evaluation of the Apparent Resistivity and its Derivatives," *IEEE Access*, vol. 8, pp. 2169-3536, 16 March 2020.
- [57] M. Jesenik, M. Mernik, M. Črepinšek and M. Trlep, "Searching for soil models' parameters using metaheuristics," *Applied Soft Computing*, vol. 69, pp. 131-148, <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2018.04.045>, Aug. 2018.
- [58] P. J. Lagace, M. H. Vuong, M. Lefebvre and J. Fortin, "Multilayer resistivity interpretation and error estimation using electrostatic images," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 21, no. 4, pp.

- 1954-1960, Oct. 2006.
- [59] "Standard Test Method for Measurement of Soil Resistivity Using the Wenner Four Electrode Method," *ASTM G57-20*, Dec. 2020.
- [60] Z. G. Datsios, P. N. Mikropoulos and I. Karakousis, "Laboratory Measurement of the Low-Frequency Electrical Properties of Sand," in *34th International Conference on Lightning Protection*, Rzeszow, Poland, 2018, <https://doi.org/10.1109/ICLP.2018.8503351>.
- [61] "Standard Test Methods for AC Loss Characteristics and Permittivity (Dielectric Constant) of Solid Electrical Insulation," *ASTM D150-11*, Aug. 2011.
- [62] D. Mukhedkar, Y. Gervais and J. P. DeJean, "Modelling of a Grounding Electrode," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vols. PAS-92, no. 1, pp. 295-297, Jan. 1973.
- [63] M. Jesenik, A. Hamler and M. Trlep, "Analyzing of a Soil Model using the Finite Element Method for Simulation of Soil Resistivity Measurement," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 57, no. 7, pp. 1-4, <https://doi.org/10.1109/TMAG.2021.3075580>, Jul. 2021.
- [64] M. Jesenik and M. Trlep, "Testing of multi layered soil models based on data obtained from Finite Element Models with known soil structures using metaheuristics for parameters' determination," *Appl. Soft Comput.*, vol. 95, p. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2020.106541>, Oct. 2020.
- [65] M. Mitolo, *Electrical Safety of Low-Voltage Systems*, McGraw Hill, 2009.
- [66] A. P. S. Meliopoulos, F. Xia, E. B. Joy and G. J. Cokkinides, "An advanced computer model for grounding system analysis," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 8, no. 1, pp. 13-23, Jan. 1993.
- [67] C. S. Lee and A. P. S. Meliopoulos, "A Comparison of IEC 479-1 and IEEE Std 80 on Grounding Safety Criteria," *Proc. Natl. Sci. Counc. ROC(A)*, vol. 23, no. 5, pp. 612-621, 1999.
- [68] A. P. S. Meliopoulos, *Power System Grounding and Transients: An Introduction*, New York: Marcel Dekker, Inc., 1988.
- [69] М. Б. Костић, Теорија и пракса пројектовања електричних инсталација, друго проширено издање, Београд: Академска мисао, 2005.
- [70] H. B. Dwight, "Calculation of Resistances to Ground," *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, vol. 55, no. 12, pp. 1319-1328, Dec. 1936.
- [71] М. Костић, „Једна нова формула за израчунавање прелазне отпорности тракастих уземљивача повезаних у контуру правоугаоног облика,“ *Научно - технички преглед*, т. XXXIII, бр. 7, 1983.
- [72] J. G. Sverak, "Sizing of ground conductors against fusing," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vols. PAS-100, no. 1, pp. 51-59, Jan. 1981.
- [73] R. Rüdénberg, "Grounding principles and practices—Part 1, Fundamental considerations on grounding currents," *Electrical Engineering*, vol. 64, no. 1, pp. 1-13, Jan. 1945.
- [74] S. J. Schwarz, "Analytical expression for resistance of grounding systems," *AIEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 73, no. 13, pp. 1011-1016, Aug. 1954.
- [75] J. Nahman and D. Salamon, "Analytical expressions for the resistance of grounding grids in nonuniform soil," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vols. PAS-103, no. 4, pp. 880-885, Apr. 1984.
- [76] J. Nahman and D. Salamon, "Analytical expressions for the resistance of rodbeds and of combined grounding system in nonuniform soil," *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vols. PWRD-1, no. 3, pp. 90-96, July 1986.
- [77] J. Nahman, "Digital Calculation of Earthing Systems in Nonuniform Soil," *Archiv für Elektrotechnik*, vol. 62, pp. 19-24, 1980.
- [78] J. Nahman and I. Paunovic, "Resistance to earth of earthing grids buried in multi-layer soil,"

- Electrical Engineering*, vol. 88, pp. 281-287, <https://doi.org/10.1007/s00202-004-0282-y>, 2006.
- [79] М. Костић, „Једна нова метода за одређивање електричних карактеристика уземљивача и њена примена на темељне уземљиваче,“ Докторска дисертација, Електротехнички факултет, Универзитет у Београду, 1988.
- [80] M. S. Hammam and R. S. Baishiki, "A Range of Body Impedance Values for Low Voltage, Low Source Impedance Systems of 60 Hz," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vols. PAS-102, no. 5, pp. 1097-1105, <https://doi.org/10.1109/TPAS.1983.318050>, May 1983.
- [81] C. H. Lee and P. S. Meliopoulos, "Safety Assessment of AC Grounding Systems Based on Voltage-Dependent Body Resistance," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 51, no. 6, pp. 5204-5211, <https://doi.org/10.1109/TIA.2015.2412511>, Nov.-Dec. 2015.
- [82] X. Long, M. Dong, W. Xu and Y. W. Li, "Online monitoring of substation grounding grid conditions using touch and step voltage sensors," in *2013 IEEE Power & Energy Society General Meeting*, Vancouver, BC, 2013.
- [83] B. Thapar and Z. A. Alaywan, "Increasing of ground resistance of human foot in substations' yards," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 4, no. 3, pp. 1695-1700, <https://doi.org/10.1109/61.32661>, Jul 1989.
- [84] B. Thapar, V. Gerez and H. Kejrival, "Reduction factor for the ground resistance of the foot in substation yards," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 9, no. 1, pp. 360-368, Jan. 1994.
- [85] B. Thapar, V. Gerez, A. Balakrishnan and D. A. Blank, "Finite expression and models for footing resistance in substations," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 7, no. 1, pp. 219-224, <https://doi.org/10.1109/61.108911>, Jan 1992.
- [86] H. R. Seedheer and J. K. Arora, "A comparative study of expressions for reduction factor for ground resistance of foot," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 18, no. 3, pp. 849-851, July 2003.
- [87] B. Thapar, V. Gerez and P. Emmanuel, "Ground resistance of the foot in substation yards," *IEEE Trans. Power. Del.*, vol. 8, no. 1, pp. 1-6, Jan. 1993.
- [88] H. R. Armstrong and L. J. Simpkin, "Grounding Electrode Potential Gradients from Model Tests," *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers. Part III: Power Apparatus and Systems*, vol. 79, no. 3, pp. 618-622, Apr. 1960.
- [89] „Earthing of power installations exceeding 1kV a.c.,“ *British standard EN 50522:2010*, Jul. 2012.
- [90] Z. Radakovic, N. Paunovic, V. Milosevic and M. Jovanovic, "Generating simple-to-apply comprehensive engineering recommendation for earthing safety in systems with solidly earthed neutral," *IET Generation, Transmission & Distribution*, vol. 9, no. 16, pp. 2517-2525, <https://doi.org/10.1049/iet-gtd.2014.0853>, Dec. 2015.
- [91] F. P. Dawalibi, R. D. Southey and R. S. Baishiki, "Validity of conventional approaches for calculating body currents resulting from electric shocks," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 5, no. 2, pp. 613-626, <https://doi.org/10.1109/61.53063>, April 1990.
- [92] M. B. Kostić, Z. R. Radaković, N. S. Radovanović and M. R. Tomašević-Čanović, "Improvement of electrical properties of grounding loops by using bentonite and waste drilling mud," *IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution*, vol. 146, no. 1, pp. 1-6, <https://doi.org/10.1049/ip-gtd:19990057>, Jan. 1999.
- [93] J. Trifunović and M. Kostić, "Analysis of influence of imperfect contact between grounding electrodes and surrounding soil on electrical properties of grounding loops," *Electrical Engineering*, vol. 96, no. 3, pp. 255-265, <https://doi.org/10.1007/s00202-013-0291-9>, Sep.

- 2014.
- [94] J. Трифуновић, „Методологија за уважавање несавршеног контакта између електрода и тла при прорачуну отпорности распростирања контурних уземљивача,“ Докторска дисертација, Електротехнички факултет, Универзитет у Београду, 2015.
- [95] "Substation grounding scale model tests," *EPRI EL-3099*, May 1983.
- [96] А. М. Петровић, „Оптимално планирање електроенергетске инфраструктуре ветроелектрана великих снага,“ Докторска дисертација, Електротехнички факултет, Универзитет у Београду, 2022.
- [97] А. Ђорђевић, Ј. Кушић и Ж. Ђуришић, „Ефекти хидроизолације темеља на карактеристике темељних уземљивача,“ у *32. саветовање за велике електричне мреже - CIGRE*, Златибор, 2015.
- [98] J. A. Güemes, F. Rodriguez, J. M. Ruiz and F. E. Hernando, "Determination of the ground resistance and distribution of potentials in grounding grids using FEM," *RE&PQJ*, vol. 1, no. 1, pp. 360-363, <https://doi.org/10.24084/repqj01.382>, April 2003.
- [99] J. A. Güemes and F. E. Hernando, "Method for calculating the ground resistance of grounding grids using FEM," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 19, no. 2, pp. 595-600, <https://doi.org/10.1109/TPWRD.2004.824761>, Apr. 2004.
- [100] J. A. Güemes-Alonso, F. E. Hernando-Fernández, F. Rodríguez-Bona and J. M. Ruiz-Moll, "A practical approach for determining the ground resistance of grounding grids," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 21, no. 3, pp. 1261-1266, <https://doi.org/10.1109/TPWRD.2006.874121>, Jul. 2006.
- [101] I. Paunović i J. Nahman, „Primena metode konačnih elemenata u analizi složenih uzemljivačkih sistema,“ *ELEKTROPRIVREDA*, t. 3, pp. 92-100, 2004..
- [102] J. Nahman and I. Paunovic, "Effects of the local soil nonuniformity upon performances of ground grids," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 22, pp. 2180-2184, Oct. 2007.
- [103] J. Nahman и I. Paunovic, „Mesh voltages at earthing grids buried in multi-layer soil,“ *Electrical Power Systems Research*, т. 80, pp. 556-561, <https://doi.org/10.1016/j.epsr.2009.10.017>, 2010.
- [104] D. Vučković, D. Jovanović, N. Cvetković, D. Tasić and K. Kasaš-Lažetić, "An Approximate Model for Determining the Resistance of a Hemispherical Ground Electrode Placed on a Non-Homogeneous Truncated Cone," *Acta Polytechnica Hungarica*, vol. 20, no. 6, pp. 119-133, Nov. 2023.
- [105] M. Trlep, A. Hamler, M. Jesenik and B. Štumberger, "The FEM-BEM Analysis of Complex Grounding Systems," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 39, no. 3, pp. 1155-1158, 2003.
- [106] S. Stanišić, M. Jevtić, B. Das and Z. Radaković, "Fem CFD analysis of air flow in kiosk substation with the oil immersed distribution transformer," *Facta universitatis: Electronics and Energetics*, vol. 31, no. 3, pp. 421-433, Sep. 2018.
- [107] MathWorks, „fminsearch,“ [На мрежи]. Available: <https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/fminsearch.html>. [Последњи приступ 30. 12. 2025.].
- [108] O. C. Zienkiewicz, R. L. Taylor and J. Z. Zhu, *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*, 6th ed., New York: Elsevier Butterworth-Heinemann, 2005.
- [109] J. Jin, *The Finite Element Method in Electromagnetics*, 2nd Edition, New York: John Wiley & Sons, Inc., 2002.
- [110] P. P. Silvester и R. L. Ferrari, *Finite elements for electrical engineers*, Cambridge: Cambridge University Press, 1996.
- [111] O. C. Zienkiewicz, C. Emson and P. Bettess, "A novel boundary infinite element," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 19, pp. 393-404,

- <https://doi.org/10.1002/nme.1620190307>, Mar. 1983.
- [112] J. A. Nelder и R. Mead, „A simplex method for function minimization,“ *Comput. J.*, т. 7, бр. 4, pp. 308-313, <https://doi.org/10.1093/comjnl/7.4.308>, Jan. 1965.
- [113] J. C. Lagarias, M. H. Reeds, M. H. Wright and P. E. Wright, "Convergence Properties of the Nelder-Mead Simplex Method in Low Dimensions," *SIAM J. Optim.*, vol. 9, no. 1, pp. 112-147, <https://doi.org/10.1137/S1052623496303470>, 1998.
- [114] MathWorks, „fminunc,“ [На мрежи]. Available: <https://www.mathworks.com/help/optim/ug/fminunc.html>. [Последњи приступ 13. 2. 2026.].
- [115] A. Galántai, „A. Convergence of the Nelder-Mead method,“ *Numerical Algorithms 90*, pp. 1043-1072, <https://doi.org/10.1007/s11075-021-01221-7>, 2022.
- [116] COMSOL, "LiveLink™ for MATLAB®," COMSOL AB, [Online]. Available: <https://www.comsol.com/livelink-for-matlab>. [Accessed 15. 2. 2026.].
- [117] I. Colominas, F. Navarrina и M. Castelleiro, „Numerical Simulation of Transferred Potentials in Earthing Grids Considering Layered Soil Models,“ *IEEE Trans. Power Del.*, т. 22, бр. 3, pp. 1514-1522, <https://doi.org/10.1109/TPWRD.2007.899282>, Jul. 2007.
- [118] Microsoft, „Define and solve a problem by using Solver,“ [На мрежи]. Available: <https://support.microsoft.com/en-us/office/define-and-solve-a-problem-by-using-solver-5d1a388f-079d-43ac-a7eb-f63e45925040>. [Последњи приступ 4. децембар 2026.].
- [119] Б. Д. Поповић, „6.3.1. Полулоптаст уземљивач,“ у *Електромагнетика, четврто издање*, Београд, Грађевинска књига, 1990., pp. 173-174.
- [120] M. Farzaneh, I. Fofana and H. Hemmatjou, "Electrical properties of snow [relevant to power transmission insulation]," in *The 17th Annual Meeting of the IEEE Lasers and Electro-Optics Society, 2004. LEOS 2004.*, Boulder, CO, USA, October 2004.
- [121] D. A. Moldestadt and S. Løset, "Factors affecting ski base sliding friction on snow," in *Snow engineering: Recent advances and developments, Proceedings of the 4th international conference on snow engineering*, Trondheim, Norway, 2000.

9 ПРИЛОЗИ

Прилог 1. Конфигурације рачунара

Метода за одређивање параметара двослојног тла успешно је примењена за све прорачуне приказане у дисертацији у поглављима 4 и 5 коришћењем следеће конфигурације десктоп рачунара:

- Процесор: AMD Ryzen 5 2600 Six-Core Processor (3.40 GHz) (6 језгара, 12 нити)
- Меморија: 2 × Kingston 8 GB DDR4 SDRAM 1333.3 MHz (DDR4-2666 / PC4-21300)

За прецизнији прорачун напона додиром и све *FEM* симулације из поглавља 6 коришћен је лаптоп рачунар са следећом конфигурацијом:

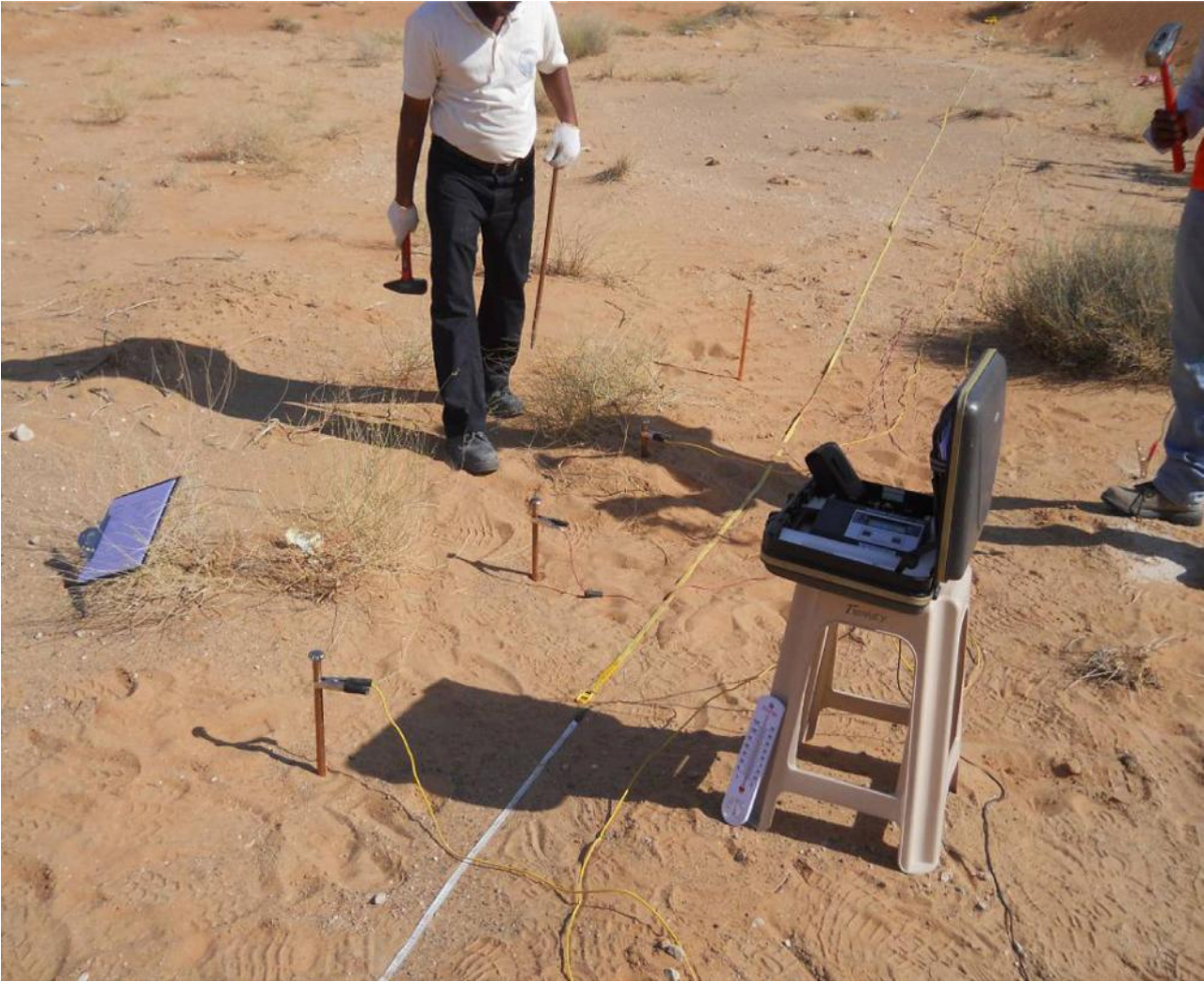
- Процесор: IntelCore i5 3230M
- Меморија: 12 GB

Прилог 2. Фотографије из извештаја мерења на локацији Ал Хајер

За мерења специфичне електричне отпорности тла Венеровом методом на локацији Ал Хајер коришћен је инструмент *MEGGER Digital earth tester DET5/4R*.

















Прилог 3. Мерна сонда за појединачне медијуме

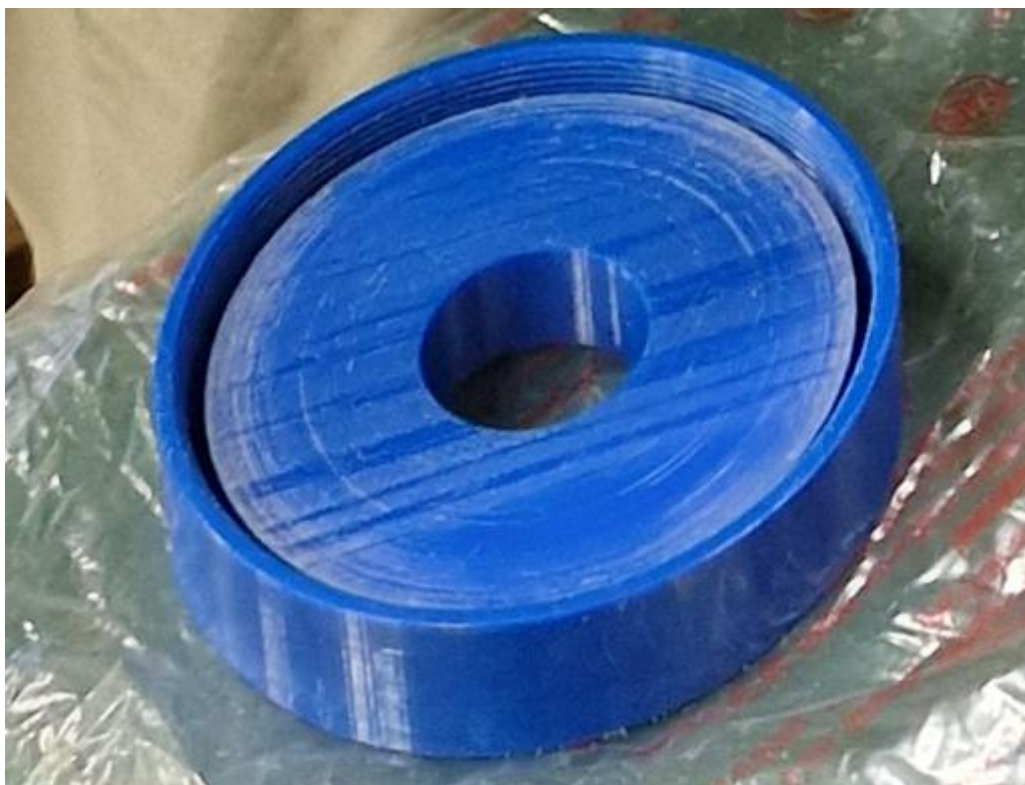
Током експерименталног рада, осмишљен је, направљен и примењиван суд, а по угледу на цилиндар, сличан ономе из [96], са циљем да се помоћу њега одреде специфичне електричне отпорности појединачних медијума, земље и песка.

Тело суда облика цилиндра висине 30 cm и спољашњег пречника базе 120 mm, приказано је на Сл. 9.1. Дебљине зидова су 2,5 mm, односно унутрашњи пречник суда је 115 mm. На дну се налази рупа пречника 4 cm. На врху је отвор на чијем су спољашњем рубу зуби (испупчења) навоја.



Сл. 9.1 – Изглед врха сонде напуњене песком и алуминијумске електроде која додирује медијум који се испитује

Поклопац (приказан на Сл. 9.2), односно затварач суда је такође облика цилиндра, али унеколико сложенији. Спољашњи пречник му је нешто већи од тела суда. Удубљења навоја са унутрашње стране удешена су тако да поклопац/затварач може да се заврће. Кроз поклопац/затварач постоји пролазна рупа такође пречника 4 cm као и на доњем базису суда. Дно затварача је спуштено у облику зуба, чији је пречник мало мањи од унутрашњег пречника тела суда. Улога поменутог спуштеног дна затварача је да приликом завртања затварача на тело суда равномерно притиска электроду унутар суда на доле, како би се остварило што бољи контакт са медијумом чија се специфична електрична отпорност мери.



Сл. 9.2 – Затварач који се заврће

Суд је нацртан у *CAD* софтверу *Onshape* са академском лиценцом. Суд је затим одштампан на 3Д штампачу. У крајњој изведби, постоји фланша на средини цилиндричног тела суда, јер тело због димензија није могло да буде одштампано изједна. Два дела су спојена, залепљена и обрађена тако да унутрашњост буде глатка.

Приказ суда у перспективи из софтвера *Onshape*, пресеченог на пола ради јасноће, дат је на Сл. 9.3.



Сл. 9.3 – Изглед произведеног суда у перспективи, пресеченог на пола ради јасноће, за директно мерење специфичне отпорности појединачног медијума

Припрема за мерење: на дно тела се убаца алуминијумска плочаста електрода у облику диска, дебљине 3 mm и пречника 114,5 mm и спусти на дно. Затим се суд напуни медијумом за који се одређује специфична електрична отпорност. Након тога се у суд спушта још једна идентична алуминијумска плочаста електрода и напоследку заврће поклопац, тако да притисне горњу электроду и тиме оствари што бољи контакт обе електроде са медијумом чија специфична електрична отпорност се одређује.

Сама мерна метода је једноставна: користи се класична UI метода. Изглед опреме у лабораторији је дат на Сл. 9.4. Мери се струја кроз електроде и напон између електрода, а отпорност као количник напона и струје. Специфична електрична отпорност медијума се израчунава из измерене вредности отпорности, растојања између електрода и унутрашњег попречног пресека сонде.



Сл. 9.4 – Мерна поставка: (1) амперметар, (2) цилиндрични суд са песком, (3) волтметар, (4) клизни отпорник и (5) аутотрансформатор

Наведена потешкоћа потиче од, с једне стране, немогућности да се постигне исто стање растреситости (односно набијености) медијума у стакленом суду приликом мерења Венеровом методом и директног мерења специфичне отпорности у цилиндричном суду.

Експерименти су показали да растреситост медијума доминантно утиче на специфичну електричну отпорност медијума. Изведена су два експеримента која су недвосмислено квантификовала зависност мерене специфичне електричне отпорности од растреситости (набијености). Идентична запремина песка, прво растреситог, а затим набијеног, због чега је на крају додата количина песка да се попуни простор од 5 cm настао набијањем. Затим је заврнут затварач, тако да растојање између електрода буде исто као у случају експеримента са растреситим песком. Израчуната специфична електрична отпорност је смањена са 3075,7 Ωm у случају растреситог песка на 2053,8 Ωm у случају сабијеног песка. Нема дилеме да је контактни отпор у оба случаја исти, јер је сила притиска иста. Оно о чему би се могло дискутовати да ли је контактна отпорност занемарљива или није. Ако не би била занемарљива, требало би одузети од вредности отпорности добијене UI методом. Разлог због кога се одустало од примене описане сонде је што је детектовано да отпорност јако зависи од растреситости (набијености) модела. То значи да би растреситост узорка земље, односно песка у сонди морали да буду исти као растреситост земље и песка када се формира двослојно тло у стакленој посуди.

На крају је овај концепт за експериментално директно мерење напуштен, јер није било начина да се потврди да је постигнута онаква сабијеност медијума који се мери, а каква би се имала онда када се медијум слегне и стоји у стакленој посуди са двослојним тлом.

10 БИОГРАФИЈА АУТОРА

Стеван М. Станишић је рођен 14. 1. 1989. у Београду, Република Србија.

Основну школу „Јован Стерија Поповић“ на Новом Београду завршио је школске 2003/2004. године као носилац Вукове дипломе, а затим и IX београдску гимназију „Михаило Петровић Алас“ школске 2007/2008. са одличним успехом.

Електротехнички факултет Универзитета у Београду уписао је школске 2008/2009. године. Дипломирао је октобра 2012. године на смеру Електроенергетски системи, са просечном оценом 8,56. Дипломски рад „Системи за мониторинг и аквизицију података фотонапонских система“ одбранио је са оценом 10 код ментора проф. др Зорана Радаковића.

Мастер студије је уписао школске 2012/2013. године на модулу Електроенергетски системи. Диплому мастер инжењера електротехнике и рачунарства стекао је децембра 2013. године са просечном оценом 9,80. Мастер рад „Примена фази логике у дијагностици високонапонске опреме“ одбранио је са оценом 10 код ментора проф. др Златана Стојковића.

Докторске студије је уписао школске 2016/2017. године на модулу Енергетски претварачи и погони. На докторским студијама је положио све испите са просечном оценом 10.

Обавио је шестомесечну стручну праксу 2014. године у немачкој компанији *R+S Solutions GmbH* из Фулде, као стипендиста Фондације др Зоран Ђинђић и Источног одбора немачке привреде (*Ost-Ausschuss der Deutschen Wirtschaft*). Од марта 2015. године до септембра 2018. године био је запослен као пројектни инжењер за индустријску аутоматизацију у фирми Информатика д.о.о. Од октобра 2018. године до јуна 2023. године био је запослен као електроинжењер / руководилац пројекта у фирми *UBConnect Int* д.о.о. Од јуна 2023. године запослен је као инжењер енергетике и програмер у фирми *Icentic soft* д.о.о. Хонорарно ради као преводилац патентних пријава са енглеског и немачког на српски за адвокатску канцеларију *Živko Mijatović & Partners*, а и као преводилац и стручни сарадник за област електротехнике за адвокатску канцеларију *Popović, Popović & Partners*.

Од страних језика говори енглески и немачки. За немачки има Ц1 диплому Гете института у Београду од јануара 2014. године.

Истраживачки рад на докторским студијама му је усмерен на област енергетских уземљивача и моделовање истих помоћу софтвера на бази методе коначних елемената ради одређивања електричних карактеристика тла и електричних карактеристика уземљивача. До сада је објавио 2 научна рада у међународним часописима са *SCI* листе, 1 рад у домаћем часопису, 1 рад на међународној конференцији и 2 рада на домаћим конференцијама.

Изјава о ауторству

Име и презиме аутора Стеван Станишић

Број индекса 2016/5035

Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

Унапређење модела за прорачун основних параметара уземљивача у условима тла са танким површинским слојем велике специфичне електричне отпорности

- резултат сопственог истраживачког рада;
- да дисертација у целини ни у деловима није била предложена за стицање друге дипломе према студијским програмима других високошколских установа;
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио/ла интелектуалну својину других лица.

Потпис аутора

У Београду, 25.2.2026.

Стеван Станишић

Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора Стеван Станишић

Број индекса 2016/5035

Студијски програм Електротехника и рачунарство

Наслов рада Унапређење модела за прорачун основних параметара уземљивача у условима тла са танким површинским слојем велике специфичне електричне отпорности

Ментор др Зоран Радаковић, редовни професор

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла ради похрањивања у **Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског назива доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

Потпис аутора

У Београду, 25.2.2026.



Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

Унапређење модела за прорачун основних параметара уземљивача у условима тла са танким површинским слојем велике специфичне електричне отпорности

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду и доступну у отвореном приступу могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство (CC BY)
2. Ауторство – некомерцијално (CC BY-NC)
3. Ауторство – некомерцијално – без прерада (CC BY-NC-ND)
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима (CC BY-NC-SA)
5. Ауторство – без прерада (CC BY-ND)
6. Ауторство – делити под истим условима (CC BY-SA)

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци.
Кратак опис лиценци је саставни део ове изјаве).

Потпис аутора

У Београду, 25.2.2026.



1. **Ауторство.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.

2. **Ауторство – некомерцијално.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.

3. **Ауторство – некомерцијално – без прерада.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.

4. **Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.

5. **Ауторство – без прерада.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.

6. **Ауторство – делити под истим условима.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.