УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ МАШИНСКИ ФАКУЛТЕТ

Милица П. Милић

МУЛТИДИСЦИПЛИНАРНИ ПРИСТУП ОПТИМИЗАЦИЈИ И ПРЕДИКЦИЈИ ОТКАЗА СЛОЖЕНО ОПТЕРЕЋЕНИХ ВАЗДУХОПЛОВНИХ КОМПОЗИТНИХ СТРУКТУРА

Докторска дисертација

Београд, 2024

UNIVERSITY OF BELGRADE FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

Milica P. Milić

MULTIDISCIPLINARY APPROACH TO THE OPTIMIZATION AND FAILURE PREDICTION OF AEROSPACE COMPOSITE STRUCTURES SUBJECTED TO COMPLEX LOADING

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2024

ПОДАЦИ О МЕНТОРУ И ЧЛАНОВИМА КОМИСИЈЕ

Ментори:

др Јелена Сворцан, ванредни професор Универзитет у Београду – Машински факултет

Др Тони Иванов, ванредни професор Универзитет у Београду – Машински факултет

Чланови комисије:

Проф. др Мирко Динуловић, Универзитет у Београду – Машински факултет

Проф. др Александар Симоновић, Универзитет у Београду – Машински факултет

Проф. др Немања Зорић, Универзитет у Београду – Машински факултет

Ван. проф. др Огњен Пековић, Универзитет у Београду – Машински факултет

Др Ивана Атанасовска, Научни саветник, Математички институт САНУ

Датум одбране:

Захвалница

Изражавам дубоку захвалност својим менторима ван. проф. др Јелени Сворцан и ван. проф. др Тонију Иванов на неизмерном стрпљењу, подршци, саветима и смерницама током целог истраживачког рада.

Посебну захвалност дугујем члановима комисије, пре свега проф.др Мирку Динуловићу на несебично пруженој подршци и дељењу знања, који су допринели квалитету мог научноистраживачког рада и опредељењу ка чврстоћи композитних материјала, а потом и проф. др Александару Симоновићу, проф. др Немањи Зорићу, ван. проф. др Огњену Пековићу и др Ивани Атанасовској, на корисним критикама и сугестијама које су значајно допринеле квалитету моје докторске дисертације.

Такође посебну захвалност дугујем др Дејану Момчиловићу на бесконачној подршци и сарадњи у области експерименталног истраживања и доц. др Радославу Радуловићу на сарадњи из области механике и несебично подељеном знању и подршци.

Хвала и свим колегама са Катедре за ваздухопловство, на подрици, дискусијама и пријатељству које смо развили током заједничког научно-истраживачког рада.

Хвала компанији ЕДеПро, пре свега проф. др Браниславу Јојићу који су ми омогућили сарадњу на пројектима беспилотних летелица и моје стручно усавршавање.

Велику захвалност изражавам према свим члановима моје породице, првенствено мојим родитељима, мом веренику и пријатељима, на неизмерној подршци, разумевању и стрпљењу током свих година мог школовања и рада на овој докторској дисертацији.

На крају, желим да истакнем огромну захвалност према великом пријатељу моје породице проф. др Душану Јоксимовићу, без чије подршке и бодрења, слободно могу рећи без чије упорности ја никада не бих кренула путем истраживачког рада.

Милица Милић

Резиме

Мултидисциплинарни приступ оптимизацији и предикцији отказа сложено оптерећених ваздухопловних композитних структура

Композитни материјали се последњих година интензивно користе у ваздухопловној индустрији за пројектовање примарних структура летелица. Примена нових материјала омогућава значајне уштеде на тежини уз побољшане механичке карактеристике структура што је такође веома важно у области развоја беспилотних летелица (БПЛ), с обзиром да су оне због својих малих димензија у односу на ваздухоплове који се користе у комерцијалном саобраћају ограничене са применом пропулзије, компонената подсистема и система. У фазама пројектовања потребно је сагледати све аспекте који су важни за конструкцију и размотрити различите случајеве оптерећења, што захтева детаљније анализе чврстоће. Отказивање неког од примарних елемената структуре може утицати на кретање БПЛ током мисије или довести до удесног слетања и значајних губитака. У овој докторској дисертацији приказано истраживање спроведено је на анализи отказа композитне греде нове беспилотне летелице. Током фазе испитивања, под условима непредвидивог оптерећења, праћене ударним слетањем, дошло је до отказа у структури греде. Истраживање прати развој методологије апроксимације ударних оптерећења или сложених просторних оптерећења на равански систем статичке силе, затим експериментално валидирани нумерички прорачун (коришћењем нумеричког алата Ansys APDL и стандардне процедуре испитивања узорака материјала на затезање). Потом следи интеграција нумеричког прорачуна са оптимизационим процесом, коришћењем генетског алгоритма у циљу добијања оптималне структуре слагања глобалног ламината и геометријског редизајна. На крају, главни циљ методологије је развој алата за предикцију понашања композитне структуре под дејством сложеног оптерећења. Овај алат развијен је уз помоћ вештачких неуронских мрежа и интегрисан је са оптимизационом функцијом формираном уз помоћ генетског алгоритма. Алат је валидиран нумеричким прорачуном, методом коначних елемента (МКЕ) и добијена је веома добра коресподенција предиктивних и нумеричких резултата.

Кључне речи: Беспилотне летелице, композитни материјали, оптимизација, вештачке неуронске мреже Научна област: Машинско инжењерство Ужа научна област: Ваздухопловство УДК број:

Abstract

Multidisciplinary approach to the optimization and failure prediction of aerospace composite structures subjected to complex loading

Composite materials have been increasingly used in the aerospace industry for designing primary aircraft structures in recent years. The application of new materials allows for significant weight savings while improving the mechanical characteristics of the structures. This is also very important in the development of unmanned aerial vehicles (UAVs), given that their small size compared to commercial aircraft limits the application of propulsion, subsystem components, and systems. During the design phases, it is necessary to consider all aspects important for the construction and examine different load cases, it requires more detailed strength analyses. The failure of any primary structural element can affect the movement of the UAV during a mission or lead to crash landings and significant losses. This doctoral dissertation presents research conducted on the failure analysis of a composite beam in a new UAV. During the testing phase, under conditions of unpredictable loading followed by impact landings, structural failure of the beam occurred. The research follows the development of a methodology for approximating impact loads or complex spatial loads to a planar system of static forces, then experimentally validated numerical calculations (using the numerical tool Ansys APDL and standard material sample tensile testing procedures). Subsequently, the integration of numerical calculations with the optimization process using a genetic algorithm aims to obtain the optimal structure for global laminate stacking and geometric redesign. Finally, the main goal of the methodology is to develop a tool for predicting the behavior of composite structures under complex loading conditions. This tool was developed using artificial neural networks and integrated with an optimization function formed using a genetic algorithm. The tool was validated by numerical calculation using the finite element method (FEM), and a very good correlation between the predicted and numerical results was achieved.

Keywords: Unmanned aerial vehicles, composite materials, optimization, artificial neural networks Scientific area: Mechanical Engineering Scientic subarea: Aerospace Engineering UDK code:

Садржај

1	УВОД	1
1.1	Организација докторске дисертације	4
2	ПРЕГЛЕД ЛИТЕРАТУРЕ И ДОСАДАШЊИХ РЕЛЕВАНТНИХ ИСТРАЖИВАЊА	7
3	КОМПОЗИТНИ МАТЕРИЈАЛИ	9
2.1	Еластичне карактеристике композитних материјала	. 13
2.2	Критеријуми отказа композитних структура	. 19
4	ОПИС ЛЕТЕЛИЦЕ ЧИЈИ ЕЛЕМЕНТИ СТРУКТУРЕ СЕ ДЕТАЉНИЈЕ ПРОУЧАВАЈУ 25	7
5 БЕС	ПРЕГЛЕД МОГУЋИХ СЛУЧАЈЕВА ОПТЕРЕЋЕЊА И ОТКАЗА ПОДСИСТЕМА ПИЛОТНЕ ЛЕТЕЛИЦЕ	28
5.1 5. 5. 5. 5. 5. 5. 5.	Математички модел кретања летелице 1.1 Аеродинамичко оптерећење летелице 1.2 Коефицијент узгона и сила узгона 1.3 Коефицијент отпора и сила отпора 1.4 Коефицијент момента пропињања и момент пропињања 1.5 Коефицијент бочне силе и бочна сила 1.6 Коефицијент момента ваљања и момент ваљања 1.7 Коефицијент момента скретања и момент скретања	. 29 . 29 . 30 . 34 . 35 . 38 . 41 . 44
5.2	Једначине кретања за модел вертикалног лета	. 47
6	ЕВОЛУЦИЈА УДАРНОГ ОПТЕРЕЋЕЊА	52
7	ПРЕГЛЕД, ОДАБИР И УПОТРЕБА ОДГОВАРАЈУЋИХ НУМЕРИЧКИХ МЕТОДА	63
7.1	Метода коначних елемената, теоријска разматрања	. 63
7.2 7.	Примена методе коначних елемената на компјутерско моделовање проблема 2.1 Тип елемента	. 64 . 65
7.3 7. 7. 7.	 Математички модел структуре епрувета и компаративна анализа резултата	. 67 . 67 . 68 . 70
7.4 7. 7.	Математички модел структуре греде и нумерички прорачун 4.1 Преглед оштећене структуре 4.2 Нумеричка анализа греде	. 72 . 72 . 74
8 ME	ПРЕГЛЕД, ОДАБИР И УПОТРЕБА ОДГОВАРАЈУЋИХ ОПТИМИЗАЦИОНИХ ГОДА	82

8.1	Генетски алгоритам	
8	1.2 Генетски оператори	
8.2	Метода тежинских коефицијената	
8.3 8	Спроведена оптимизација и резултати	89 91
9 СЛ	ЕКСПЕРИМЕНТАЛНА ВАЛИДАЦИЈА ОПТИМАЛНЕ СТРУКТУРЕ СЛАГАЊА ОЈЕВА ЕПРУВЕТА	94
9.1	Нумеричка анализа епрувете оптималне структуре	
9.2	Експериментално испитивање оптималне структуре	100
9.3	Поређење резултата нумеричке анализе и експерименталног испитивања епрувета	101
10 СЛ	ЕКСПЕРИМЕНТАЛНА ВАЛИДАЦИЈА ОПТИМАЛНЕ СТРУКТУРЕ СЛАГАЊА ОЈЕВА ГРЕДЕ	104
10.1	Експериментално испитивање оптималне структуре греде	106
11	РАЗВОЈ АЛАТА ЗА ПРЕДИКЦИЈУ ОТКАЗА	114
11.1 1	Примена машинског учења на композитне материјале 1.1.1 Модел машинског учења	114 116
11.2 1	Неуронске мреже 1.2.1 Перформансе вештачких неуронских мрежа	117 120
11.3 1 1	Резултати и дискусија 1.3.1 Алат за предикцију отказа 1.3.2 Алат за предикцију материјала	124 124 127
12	ЗАКЉУЧАК	130
ЛИ	ТЕРАТУРА	131
ΠP	ИЛОЗИ	135
БИ	ЭГРАФИЈА	156

Списак слика

Слика 3.1 Типови композитних материјала, према начину слагања влакана у матрици. а) крат влакна, произвољно оријентисана, б) дуга влакна, оријентисана у једном правцу, в) ду	тка 7га	
влакна, оријентисана у два међусобно управна правца, г) дуга влакна, испреплетана и		
произвољно оријентисана.	10	
Слика 3.2 а) Кевлар влакна. б) стаклена влакна и б) угљенична влакна пол микроскопо	ом	
[Универзитет у Нишу Факултет за грађевинско инжењерство предавања 2 материјали]	11	
Слика 3.3 Микроскопски приказ матрине са влакнима влакнима у јелном слоју [Универзит	ет	
у Ници Факултет за грађарицско нижен ерстро, предарана 2 материјали]	12	
Слика 2.4. Прикар комполитиот наукимата	12	
	13	
Слика 3.5 Тело под дејством спољашних сила.	13	
Слика 3.6 Компоненте напона за осе x, y, z .	14	
Слика 3.7 Равнотежно стање елементарног дела [Реф. Универзитет у Београду ,Машинск	ки	
факултет, уџбеник Композитне конструкције]	15	
Слика 3.8 Дводимензионални случај деформација [Реф. Универзитет у Београду ,Машинс	КИ	
факултет, уџбеник Композитне конструкције]	16	
Слика 3.9 Тродимензиона анвелопа отказа за ТсаиВу критеријум отказа [Vinson, Sierakows 1987].	ki, 22	
Слика 4.1 Беспилотна летелица, чији се елемент структуре летаљно проучава	25	
Слика 4.2 Приказ 3Л молела летелище са опремом	26	
Слика 4 3 Елемент структуре који се летаљно изучава	27	
Спика 5.1 Мисија беспилотне петелице у авионском режиму	30	
Спика 5.2 Крива уграна	31	
Слика 5.2 Крива узгона	32	
Слика 5.5 5 гицај отклона крмила висине на коефицијент узгона	36	
Слика 5.4 5 Гицај отклона крмила висине на косфицијент момента пропињања	30	
Слика 5.5 5 гицај отклона крмила правца на косфицијент бочне силе	12	
Слика 5.0 У гицај отклона крилаца на коефицијент момента ваљања.	42	
Слика 5.7 Утицај отклона крмила правца на коефицијент момента ваљања	42	
Слика 5.8 а) у тицај отклона левог крилца на момент скретања о) утицај отклона десног крил	ца	
на момент скретања	44	
Слика 5.9 Отклон крмила правца у зависности од коефицијента момента скретања	45	
Слика 5.10 Трајекторија кретања летелице	47	
Слика 5.11 Конфигурација вертикалног лета БПЛ	48	
Слика 6.1 а) Случај оптерећења са ударном силом, б) угаона брзина у снимљеном сегмен	ту	
критичног дела лета, ц) нормална расподела ударне силе	52	
Слика 6.2 Свођење сложеног просторног случаја оптерећења на равански	54	
Слика 6.3 Поставка проблема греде у општим бројевима, под дејством јединичне силе	54	
Слика 6.4 Дијаграм момената од јединичне силе	55	
Слика 6.5 Поставка проблема греде у општим бројевима, под дејством силе <i>F</i>	55	
Слика 6.6 Дијаграм момената од силе F	56	
Слика 6.7 Поставка проблема греде у општим бројевима, под дејством момента М	57	
Слика 6.8 Дијаграм момената од момента М	57	
Слика 6.9 Поставка проблема греде у општим бројевима, под дејством јединичног момента.	59	
Слика 6.10 Дијаграм момената од момента М	59	
Слика 7.1 Алгоритам за израду сложеног инжењерског проблема	63	

Слика7.2	Геометрија	елемента	SHELL181.
[Ped.https://mm.br	ne.hu/~gyebro/files/ans help	v182/ans elem/Hlp E	SHELL181.html]66
Слика 7.3 а) Епру	увете, исечене из оштећене (структуре б) Постави	са епрувета на машини за
испитивање затеза	ања SHIMADZU AGX-V		
Слика 7.4 Модел о	епрувете		
Слика 7.5 Детаљ м	иреже коначних елемената е	прувете	
Слика 7.6 а) Олно	с сила-померање. б) Олнос в	апон-леформација	
Слика 7.7 а) Распо	одела напрезања на епрувети	. б) Располела помера	ања у правну деформаније
,			
Слика 7.8 Оштеће	на структура греле		
Слика 7.9 Прелог	мљена зона греле: а) Погле	л спрела на ломљен	у површину: стрелице су
vсмерене ка поре	еклу лома – отвори за при	ступ носачу мотора.	б) Поглед са стране на
изломљену површ	пину: Стрелица је усмерена	ка узлужної пукотив	и као послелина уларног
оптерећења (улар	а о земљу), в) Лоња страна	зоне са прикључнима	мотора, г) Горња страна
зоне за носач мото			73
Спика 7 10 а) Ле	аламинација композита у бл	изини зоне пома б)	Vвеличани приказ зоне v
оквиру жутог пра	воугаоника са слике 79 в)		73
Спика 7 11 Развиі	ени параметризовани молел	греле	74
Спика 7.12 Ступ	uia koupepreuluie meete:	а) Максимални напо	
елемента б) Макс	ија копвергенције мреже. а	noi upopopa	75
Спика 7 13 $FE\Delta$ м		рој порова	75
Слика 7.15 ГЕА м Спика 7.14 а) Спу	ичаі оптеређења I б) Случај (лтерећења II в) Лета	
Слика 7.14 а) Слу		лперенења п, вј дета	ль стварне структурс 70 77
Слика 7.15 Пумер	ичка поставка проолема		
	ен сигурности према Тсан	By (eur TsaiWu) r	
оптерећења І	en em yphoern npema rean	By (cm. 13arwa) Kp	78
Спика 7 18 Распол			vuai outepetieu a II 70
$C_{\rm ПИКа}$ 7.10 г аспо $_{\rm 2}$	сималии напон и б) леформ	ригичном пресеку, ел	ror Toan By knutenuiyma
	ерећена П	ација на основу зада.	80 Rol Tean by Rphiephjyma
Спика 8.1 Операт		PELETCKOF SIFODUTMS	
Слика 8.1 Операто		спетеког алгоритма	
Слика 8.3 Операто		четског алгоритма	
Слика 8.3 Операто			
Слика 8.4 Операто		11 ма hyuuuuiy шил э	
Слика 8.5 Део код	а у маглабу који дефинише (рункцију циља	00
Слика 8.0 Газвије	ни алгоритам оптимизације.	ua drugginia Maga a)	
	изациони процес када је цил	зна функција маса ај	осредњавање оптималног
Слика 0.1 Молан	ыно решење у генерацији	•••••••••••••••••••••••••••••••••••••••	
Слика 9.1 Модел о			
Слика 9.2 Деталь в	преже коначних елемената его		
Слика 9.5 Оптима	лно слагање слојева, примен	ьено на епрувете за ва	
Слика 9.4 Напонс		вете а) први слој о) Д	руги слој в) трепи слој Г)
четврти слој д) не		<i>(</i>)	
Слика 9.5 Нумери	чка анализа епрувете а) макс	симални напон, о) мак	симална деформација и в)
максимално поме	рање		
Слика 9.6 а) Израд	ца епрувета ој изглед епруве	ге за ново слагање в)	поставка експеримента на
машини за испити	івање		
Слика 9. / Појава	отказа на узорцима, након де	ства максималног оп	терећења 102

Списак табела

Табела 4.1 Техничке карактеристике летелице	
Табела 5.1 Коефицијент узгона за могуће нападне углове на режиму крстарења	
Табела 5.2 Силе узгона за могуће нападне углове крстарења	
Табела 5.3 Зависност коефицијента отпора од нападног угла и отклона крмила висине	за случај
крстарења	
Табела 5.4 Силе отпора за могуће нападне углове крстарења	
Табела 5.5 Утицај промене нападног угла на коефицијент момента пропињања	
Табела 5.6 Коефицијент момента пропињања	
Табела 5.7 Момент пропињања за различите нападне углове	
Табела 5.8 Величине од значаја за одређивање динамике вертикалног лета БПЛ	
Табела 6.1 Поређење угиба	61
Табела 6.2 Поређење нагиба	61
Табела 7.1 Механичке карактеристике материјала	69
Табела 7.2 Слагање слојева структуре ламината	70
Табела 7.3 Поређење података, добијених екеприментално и нумерички.	71
Табела 7.4 Поређење измерених карактеристика епрувета са израчунатим карактер	истикама
греде.	
Табела 8.1 Оптимално решење за силом под углом од 90°	91
Табела 8.2 Оптимално решење са силом по удглом од 60°	
Табела 8.3 Оптимално решење са силом под углом од 45°	92
Табела 8.4 Изабрано оптимално слагање структуре греде са параметрима за модис	фиковану
геометрију	93
Табела 9.1 Оптерећење епрувета	
Табела 9.2 Упоредни приказ резултата	
Табела 10.1 Случај оптерећења: леви мотор 0 kg + десни мотор 6 kg + реп	
Табела 10.2 Случај оптерећења: леви мотор 3.25 kg + десни мотор 3.25 kg + реп	
Табела 10.3 Случај оптерећења: леви мотор 0 kg + десни мотор 6 kg + реп	110
Табела 10.4 Случај оптерећења: леви мотор 13 kg + десни мотор 5 kg + реп	111
Табела 10.5 Случај оптерећења: леви мотор 13 kg + десни мотор 13 kg + реп	
Табела 11.1 Поређење резултата модела машинског учења и МКЕ анализе	
Табела 11.2 Вредности добијене предикцијом	

Номенклатура

ρ	Густина материјала
R_m/ρ	Специфичне затезна чврстоћа
E_{11}/ρ	Специфичан модул еластичности
dA	Елементарна површина
dP_n	Елементарна промена силе која делује нормално на елементарну површину dA.
dP _s	Елементарна промена силе која делује паралелно на елементарну површину dA.
dx, dy, dz,	Ивице елементарног делића
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	Компоненте нормалног напона
τ_x, τ_y, τ_z	Компоненте смичућег напона
$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$	Деформација
$\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$	Деформација клизања
C_{ij}	Еластична константа
Ε	Модул еластичности
v_{12}, v_{21}	Поасонов коефицијент
G	Модул смицања
C_L	Коефицијент узгона
C_{L0}	Коефицијент узгона при нултом нападном углу
$\Delta C_L(\alpha)$	Коефицијент узгона који зависи од нападног угла.
(α)	Нападни угао
$\Delta C_L(\delta_e)$	Промена коефицијента узгона који зависи од отклона крмила висине
$\Delta C_L(u)$	Промена коефицијента узгона који зависи од брзине лета.
u	Пертурбација брзине лета
V_1	Брзина лета летелице
C_{L_u}	Дериватив коефицијента узгона по промени брзине летелице
$\Delta C_L(\dot{\alpha})$	Промена коефицијента узгона у зависности од промене нападног угла.
$C_{L_\dot{lpha}}$	Дериватив коефицијента узгона по брзини промене нападног угла
$\Delta C_L(q)$	Промена коефицијента узгона у зависности о дбрзине пропињања
δ_e	Угао отклона крмила висине
S	Површина крила
R_L	Сила узгона
R_D	Сила отпора

C_D	Коефицијент отпора
C_m	Коефицијент момента пропињања
C_{m0}	Коефицијент момента пропињања при нултом нападном углу
$\Delta C_m(\alpha)$	Промена коефицијента момента пропињања у зависности од нападног угла
$\Delta C_m(\delta_e)$	Промена коефицијента момента пропињања у зависности од угла отклона крмила висине
$\Delta C_m(u)$	Промена коефицијента момента пропињања и зависности од брзине лета летелице
$\Delta C_m(\dot{\alpha})$	Промена коефицијента момента пропињања у зависности од промене нападног угла.
C_{m_α}	Дериватив коефицијента момента пропињања.
$\Delta C_m(q)$	Допринос угаоне брзине пропињања коефицијенту момента пропињања
C_{m_q}	Дериватив коефицијента момента пропињања по угаоној брзини пропињања
C_{mT0}	Коефицијент момента пропињања од утицаја погонске групе при нултом нападном углу
$\Delta C_{mT}(\alpha)$	Утицај погонске групе по нападном углу на коефицијент момента пропињања
$C_{mT_{-}\alpha}$	Дериватив коефицијента момента пропињања од утицаја погонске групе по нападном углу
М	Момент пропињања летелице
C _{mac}	Средња аеродинамичка тетива
Cy	Коефицијент бочне силе
$\varDelta C_y(\beta)$	Промена коефицијента бочне силе у зависности од угла клизања
$C_{y_{\beta}}(\beta)$	Дериватив коефицијента бочне силе по углу клизања
$\Delta C_y(\delta_r)$	Промена коефицијента бочне силе у зависности од отклона крмила правца
δ_r	Угао отклона крмила правца
$\Delta C_y(\dot{eta})$	Промена коефицијента бочне силе у зависности од промене угла клизања
$C_{y_{-}\dot{\beta}}$	Дериватив коефицијента бочне силе по брзини промене угла клизања
$\Delta C_y(p)$	Промена коефицијента бочне силе у зависности од угаоне брзине ваљања
$\Delta C_y(r)$	Промена коефицијента бочне силе у зависности од угаоне брзине скретања
C_{y_r}	Дериватив коефицијента бочне силе по угаоној брзини ваљања
$\Delta C_{yT}(\beta)$	Утицај погонске групе по углу клизања на коефицијент бочне силе
$C_{yT_{\beta}}(\beta)$	Дериватив коефицијента бочне силе од утицаја погонске групе по углу клизања
R_{y}	Бочна сила
C_l	Коефицијент момента ваљања

$\Delta C_l(\beta)$	Промена коефицијента момента ваљања у зависности од угла клизања
$C_{l_{\beta}}(\beta)$	Дериватив коефицијента момента ваљања од утицаја угла клизања
$\Delta C_l(\delta_a)$	Промена коефицијента момента ваљања у зависности од угла отклона крилаца
δ_a	Угао отклона крилаца
$\Delta C_l(\delta_r)$	Промена коефицијента момента ваљања у зависности од угла отклона крмила правца
$\Delta C_l(\dot{eta})$	Промена коефицијента момента ваљања у зависности од брзине промене угла клизања
$C_{l_\dot{\beta}}$	Дериватив коефицијента момента ваљања по брзини промене угла клизања
$\Delta C_l(p)$	Промена коефицијента момента ваљања у зависности од угаоне брзине ваљања
C_{l_p}	Дериватив коефицијента момента ваљања по угаоној брзини ваљања
$\Delta C_l(r)$	Промена коефицијента момента ваљања у зависности од угаоне брзине скретања
C_{l_r}	Дериватив коефицијента момента ваљања по угаоној брзини скретања
L	Момент ваљања
b	Размах крила
C_n	Коефицијент момента скретања
$\Delta C_n(\beta)$	Промена коефицијента момента скретања у зависности од угла клизања
$C_{n_{-}\beta}$	Дериватив коефицијента момента скретања у односу на угао клизања
$\Delta C_n(\delta_a)$	Промена коефицијента момента скретања у зависности од угла отклона крилаца
$\Delta C_n(\delta_r)$	Промена коефицијента момента скретања у зависности од угла отклона крмила правца
$\Delta C_n(\dot{eta})$	Промена коефицијента момента скретања у функцији брзине промене угла клизања
$C_{n_\dot{\beta}}$	Дериватив коефицијента момента скретања
$\Delta C_n(p)$	Промена коефицијента момента скретања у функцији угаоне брзине ваљања
C_{n_p}	Дериватив коефицијента момента ваљања по угаоној брзини ваљања
$\Delta C_n(r)$	Промена коефицијента момента скретања у функцији угаоне брзине скретања
C_{n_r}	Дериватив коефицијента момента скретања по угаоној брзини скретања
Ν	Момент скретања
$\phi, heta, \psi$	Ојлерови углови
$\omega = \dot{\alpha}$	Угаона брзина летелице
$T_{bw}(\phi,\theta,\psi)$	Матрица трансформације углова

V_b	Брзина летелице у сопственом координатном систему
V	Брзина летелице у инерцијалном координатном систему
T_1, T_2, T_3, T_4	Обтни моменти од пропелера
I _u , I _v и I _w	Моменти инерције летелице
F_{cg}^{v}	Сила потиска
F_x^v , F_y^v , F_z^v	Компоненте силе потиска
F_{g}	Сила земљине теже
F_a^v	Аеродинамичка сила
M_{cg}^{v}	Момент од мотора
M_a^v	Момент који је последица дејства аеродинамичке силе
<i>I_s</i> и <i>I_l</i>	Растојања ротора до центра тежишта летелице у x и y правцима.
т	Maca
λ	Однос момента и силе
M_x^v, M_y^v, M_z^v	Компоненте обртних момената
L	Момент количине кретања
ω	Угаона брзина
M_y	Обртни момент око осе у за летелицу
I_y	Момент инерције летелице око у -осе
ω_{y2} , ω_{y1}	Угаоне брзине непосредно пре и после пада летелице,
р	Импулс
l	Растојање између центра тежишта летелице и тачке њеног додира са земљом.
F_{avg}	Средња вредност ударне силе
F _{max}	Максимална вредност ударне силе
M_y^{avg}	Момент који генерише средња ударна сила
M_y^{max}	Момент који генерише максимална ударна сила
$F_{1=}F_{2}$	Силе од мотора на греди
m_{rep}	Маса репа
fc	Угиб
fc(M)	Угиб од момента
fc(F)	Угиб од силе
$fc(F_R)$	Угиб од резултантне силе
$\varphi c(M)$	Нагиб од момента
$\varphi c(F)$	Нагиб од силе
heta	Оријентација ламине

t	Дебљина ламине
p_i	Вероватноћа одабира <i>і</i> -тог хромозома
\mathbb{D}	Скуп, који задовољава све дефинисане оптимизационе услове ограничења
x_j^L и x_j^U	Границе променљивих
$f_i(x)$	Критеријумска функција
f	Фактор отказа
σ_1^t	Гранична затезна чврстоћа у уздужном правцу (оса x)
σ_1^c	Чврстоћа на притисак у уздужном правцу (оса x)
σ_2^t	Гранична затезна чврстоћа у попречном смеру, у правцу у осе
σ_2^c	Чврстоћа на притисак у попречном смеру, у правцу у осе
σ_3^t	Гранична затезна чврстоћа у смеру <i>z</i> осе
$ au_{12}$	Смичући напон у ху равни,
$ au_{12}{}^F$	Гранична чврстоћа на смицање у <i>ху</i> равни.
$ au_{23}$	Попречни напон смицања у односу на влакно у уг равни
${ au_{23}}^F$	Гранична чврстоћа на смицање у равни <i>у</i> г
$ au_{13}$	Смичући напон дуж влакна у <i>хг</i>
$ au_{13}{}^F$	Гранична чврстоћа на смицање у <i>хг</i> равни
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Максимални напони влакана у ламини и то су главни напони у <i>x</i> , <i>y</i> , <i>z</i> равни, респективно.
<i>X_t</i> и <i>X_c</i>	Компоненте чврстоће материјала у смеру затезања или сабијања(уздужна затезна и притисна чврстоћа)
<i>Y_t</i> и <i>Y_c</i>	Компоненте чврстоће материјала нормалне на смер влакана изложена затезању или притиску
S_L	Уздужна смичућа чврстоћа
FI	Коефицијент отказа
$f(\sigma_k)$	Тсаи Ву коефицијент отказа
σ_{biax}	Еквивалентни напон за оба правца у отказу

1 Увод

Еволуција инжењерских приступа у решавању проблема довела је до унапређења технологија и производа. У складу са тим резултат је значајан напредак у развоју нових и побољшању постојећих решења. Почетна идеја пролази кроз низ модификација и итеративних процеса до коначног решења, а затим производа. Развојем технологије, напредовао је развој хардвера и софтвера, који су постали главни инжењерски алати у процесу пројектовања [Skarka, Jałowiecki, 2021; Escobar-Ruiz, Lopez-Botello, Reyes-Osorio, 2019; Sheng, Esakki, Ponnambalam, 2020]. Горе поменути итеративни процеси су значајно смањени, као и трошкови током трајања развоја и испитивања неког прототипског решења пре обликовања у производ и његове производње [Grbović, Kastratović, Božić, Božić, Obradović, Sedmak, Sedmak S, 2022]. Ипак, највећи допринос развоја хардвера и софтвера као и њихова учестала примена огледа се у смањењу времена трајања целог процеса пројектовања.

Тржиште, данас диктира темпо производног процеса који подразумева брзину, ефикасност а исто тако и лакоћу у експлоатацији. Интензивна конкуренција тржишта у области инжењерских услуга намеће захтеве који се односе не само на производ, већ и на његов развој и процес добијања тог производа. Критеријуми и захтеви утичу на инжењерску делатност тако да процес развоја треба да обезбеди јасне и коначне резултате у реалном времену, што се остварује коришћењем различитих инжењерских алата. Задатак истраживача-инжењера је да дефинише оптимални математички (нумерички) модел физичког процеса од интереса, и да правилно успостави релације између улазних и излазних параметара. У складу са тим, неопходно је правилно ограничити прорачунски домен, формирати геометријски модел, идентификовати најзначајније физичке утицаје и увести минимална упрошћења а да се не наруши физиологија прорачунског проблема [Skarka, Jałowiecki, 2021; Escobar-Ruiz, Lopez-Botello, Reves-Osorio, 2019; Sheng, Esakki, Ponnambalam, 2020], спровести (нумеричке) анализе и ефикасно искористити добијене резултате за усвајање коначног решења, што се све чешће реализује кроз процес оптимизације [Skarka, Jałowiecki, 2021; Escobar-Ruiz, Lopez-Botello, Reves-Osorio, 2019; Sheng, Esakki, Ponnambalam, 2020; Grbović, Kastratović, Božić, Božić, Obradović, Sedmak, Sedmak S, 2022]. Како би се спречила појава непредвиђених проблема у каснијим фазама развоја новог производа, и умањили укупни трошкови, потребно је детаљније (уз усвојена побољшања) и тачније спровести почетне фазе пројектовања. У контексту инжењерског приступа и актуелних проблема у ваздухопловству и пројектовању ваздухопловних композитних структура, напредак технологије и употреба рачунара довели су до побољшања и олакшања у процесу развоја.

У ваздухопловству, у почетној фази развојног процеса, полазну тачку увек представља аеродинамика и дефинисање такозване аеродинамичке шеме [Escobar-Ruiz, Lopez-Botello, Reyes-Osorio, 2019], а потом се приступа анализи аероеластичних и структуралних феномена [Sheng, Esakki, Ponnambalam, 2020; Grbović, Kastratović, Božić, Božić, Obradović, Sedmak, Sedmak S, 2022]. Феноменолошки гледано ова класа проблема, обухвата велики број стандардизованих метода и приступа, међутим појавом нових материјала дошло се до много неразјашњених структуралних промена. Учесталија употреба композитних материјала, који мењају металне материјале у ваздухопловству, као и савремени производни процеси, дефинисали су нове класе проблема [Skarka, Jałowiecki, 2021; Sheng, Esakki, Ponnambalam.2020; Zimmermann, Wang, 2020, Zhennan H, 2020]. Услед неизотропности и неправилног облика, процена понашања и носивости танкозидих закривљених структура и даље представља изазов у научном смислу, нарочито у случајевима комбинованог оптерећења (када се јављају све компоненте напона).

Једначине су комплексније и често се улази у прорачунски домен нелинеарних прорачуна. Овакви прорачуни због своје комплексности изискују веће и боље рачунарске ресурс. Због своје специфичности у самом димензионисању и формирању прорачунског модела, композитни материјали у оптимизационом процесу изискују успостављање прилагођених/сопствених алгоритама у одређеној класи проблема [*Skarka, Jałowiecki, 2021; Zhennan H, 2020*], као и употребу апроксимираних линеарних модела за процену отказа (заснованих на различитим критеријумима отказа који дефинишу услове при којима може доћи до настанка било каквог оштећења у ламини).

Беспилотне летелице доживеле су експанзију у примени и експлоатацији у разним индустријама, како цивилним тако и војним [Skarka, Jałowiecki, 2021; Escobar-Ruiz, Lopez-Botello, Reyes-Osorio, 2019; Sheng, Esakki, Ponnambalam, 2020]. У војној индустрији углавном имају намену за извиђање, подршку артиљерији или као борбене летелице. Њихова класификација зависи од аутономије лета, долета, максималне масе при полетању,величине корисног терета, итд. Претходно наведене чињенице, које се односе на процес пројектовања, могу се применити и на беспилотне летелице на чијем развоју се доста ради у последњој деценији, широм света. Постоји изузетно велики број различитих конфигурација, величина, примењених материјала, намена, специфичних радних услова, где сваки од њих захтева индивидуални инжењерски приступ, како у процесу пројектовања, тако и у фазама експлоатације и одржавања. То у великој мери подразумева искуство и инжењерску праксу на тој класи проблема, јер још увек не постоје јасно утврђене методе, стандарди, процедуре, за оптимално димензионисање структура и избор компоненти структуре и опреме беспилотних летелица.

Предмет истраживања ове докторске дисертације је дефинисање апроксимираног, параметарског (експериментално валидираног) структуралног модела композитног носећег елемента који се даље успешно користи за оптимизацију (и предикцију отказа) сложено оптерећених ваздухопловних структура. Методологија рада је успостављена и примењена, а потом тестирана на композитној греди која носи електричне моторе и део је структуре беспилотне летелице средњег долета која има могућност вертикалног полетања и слетања. Током сваког сегмента лета, летелице трпе различите врсте оптерећења, која имају директан утицај на то како ће поједини делови конструкције бити димензионисани. Иако се свака летелица пројектује за режим крстарења, углавном се у пракси у условима експлоатације може наћи и под утицајем сложених оптерећења, која настају као последица здруженог дејства аеродинамичких, инерцијалних, погонских сила, итд. али и ударних оптерећења [Franke, Schwab, Burger, Hühne, 2022; Zimmermann, Wang, 2020, Zhennan H, 2020]. У већини непредвиђених случајева лета, елементи структуре су димензионисани тако да очувају своју функционалност. Услед недостатка стандардом утврђених процедура и препорука за вредност степена сигурности, углавном се (као главни циљ у процесу пројектвања) поставља што бољи масено- инерцијални модел. Стога је потребно, уколико дође до удесних активности, детаљније анализирати сваку појединачну летелицу и услове њене експлоатације. Такође, често у фази пројектовања и анализе експлоатације, захтеви за квалитет израђених делова структуре нису довољно прецизно дефинисани, што може узроковати неочекиване отказе у структури. Стандарди у технологији израде БПЛ нису свеобухватни и јасно дефинисани, због различитих облика, примена и недостатка прецизне регулације експлоатације. Нека од ових питања се током протеклог времена експанзије употребе беспилотних летелица решавају, али већина њих остаје нерешена и захтева додатни истраживачки рад. Заправо, ово истраживање почиње дефинисањем задовољавајуће (експериментално валидиране) нумеричке поставке модела композитног носећег елемента, а потом се наставља кроз примену различитих метода вештачке интелигенције (коришћењем нових оптимизационих метода и неуронских мрежа) [Wang, Soutis, Ando, Sutou, Narita, 2022; Register, 2021; Chen, Gu, 2019] у његовом редизајну у циљу постизања бољих механичких карактеристика, без нарушавања масено-инерционог модела и унапређења процеса пројектовања.

Мотивација за ово истраживање лежи у реалном случају лета, при коме је дошло до отказа електронских компоненти, престанка рада једног мотора, пада летелице и оштећења неких од њених примарних елемената структуре. Да би се предупредило понављање оваквих догађаја, циљ овог истраживања је унапређење процеса пројектовања структуре беспилотних летелица, кроз развијену методологију апроксимације просторног случаја оптерећења на равански, јер су код оваквих летелица много заступљенији несиметрични случајеви оптерећења него код већих, пилотираних летелица. Извршена је тачна процена аеродинамичких сила, спроведени су прецизнији прорачуни структуре који су валидирани кроз упоредна експериментална мерења, дефинисан је поступак оптимизације композитних структура, квантификован квалитет израде, и сл. За дефинисање структуре која на најбољи начин одговора на специфичне полазне захтеве, формиран је и интегрисан итеративни прорачунски процес, који је реализован помоћу два инжењерских алата (Ansys APDL i Matlab). Улазни параметри (чија оптимизација се врши) описују геометрију модела (димензије потребних отвора), као и својства структуре у виду дванаест улазних променљивих (дебљине и оријентације слојева глобалног ламината), док излазни параметри (функције циља и ограничења) одговарају глобалним карактеристикама (маси, напону, деформацији, померању, коефицијенту отказа према задатом критеријуму и укупној дебљини ламината), ови излазни параметри описују одзив разматране структуре под дејством сложених оптерећења. Постављени критеријуми према којима се дефинише и разматра одзив структуре су критеријум максималних напона и ТсаиВу критеријум отказа. Уобичајено је вршити оптимизацију ваздухопловне структуре ради минимизирања масе (која је директно сразмерна потребној снази, па и трошковима), али минимизирање масе треба спроводити опрезно уз очување довољне чврстоће. Циљна функција је дефинисана тако да уведе одређена ограничења, која ће довести до минимизирања масе, али у корелацији са дефинисаним и задатим критеријумима отказа и усвојеним степеном сигурности. Ограничења/ослонци, дефинисани су кроз два представљена случаја како би се што боље и прецизније нумеричка поставка приближила жељеном решењу. Кроз ову методологију, осим начина постављања граничних услова нумеричког модела, развијен је механички модел греде, како би се што приближније апроксимирало сложено оптерећење погодно за раванску статичку анализу. Ова нумеричка поставка валидирана је кроз низ експерименталних испитивања са веома добром коресподенцијом резултата. Потом је валидирана нумеричка поставка искоришћена у оптимизационом поступку генетским алгоритмом да би се дошло до унапређеног дизајна композитне греде/структуре. Такође, у следећем кораку, валидирана нумеричка поставка искоришћена је у много пута поновљеним структуралним анализама које су спроведене зарад формирања базе података за развој алата [Franke, Schwab, Burger, Hühne C, 2022; Zimmermann, Wang, 2020, Zhennan H, 2020] засноване на вештачкој интелигенцији. Развијени алат успешно предвиђа излазне параметре (масу, напон, померање, деформацију, коефицијент отказа и укупну дебљину) за улазне параметре (четрнаест структурних и геометријских), валидиран је кроз МКЕ анализу, показујући веома задовољавајућа предиктивна својства, јер разлике између прорачунатих и предвиђених вредности остају испод 15%. Примена машинског учења, посебно вештачких неуронских мрежа (на композитне материјале и структуре које су изложене дејству сложеног оптерећења) уз на овај начин развијену методологију омогућава знатну уштеду у времену и новцу у раним фазама пројектовања.

1.1 Организација докторске дисертације

Ова докторска дисертација организована је кроз дванаест глава, следећим редоследом:

Прва глава представља увод у тему истраживања – оптимизацију и предикцију могућег отказа сложено оптерећених ваздухопловних композитних структура које су данас присутне на беспилотним летелицама. Објашњава се мотив истраживања, сврхе, циљеви и важност научног (али и стручног) доприноса тезе.

Друга глава пружа детаљан преглед релевантне литературе и савремених истраживања. Наведени су различити радови који се баве аутоматизованим пројектовањем, концептуалним дизајном, структуралном анализом, испитивањем композитних материјала, упоређивањем математичких модела ударних оптерећења, анализом отказа композитних делова и оптимизацијом структуре. Такође, разматрају се могућности примене вештачке интелигенције, пре свега вештачких неуронских мрежа, у процесу пројектовања композитних структура беспилотних летелица.

У трећој глави детаљно су разматрани композитни материјали, њихови основни елементи, као и механичка својства и критеријуми отказа за различите услове експлоатације. Поред навођења механичких карактеристика композита и метода њиховог израчунавања, представљене су могућности примене критеријума максималних напона (енг. *maximal stress*) и Тсаи-Ву (енг. *Tsai-Wu*) критеријума отказа који се данас најчешће користе за процену стања напона и поузданости ламинираних композитних структура. Оваква анализа омогућава унапређење процеса пројектовања ваздухопловних композитних структура и неизоставна је при развијању методологије анализе могућег отказа.

У четвртој глави дат је преглед општих карактеристика беспилотне летелице чији се елемент структуре изучава у овој докторској дисертацији. Детаљно је приказан спољашњи изглед летелице, њене основне димензије и компоненте, описан је начин функционисања, и излистане њене најзначајније карактеристике и перформансе.

Пета глава обухвата преглед могућих случајева оптерећења летелице у експлоатационим условима. Описују се могући откази подсистема и анализирају потенцијални негативни утицаји на сигурност и функционалност летелице. Поред тога, урађен је математички модел кретања летелице за два могућа радна режима: хеликоптерски и авионски. Извршена је комплетна аеродинамичка анализа, у циљу дефинисања свих сила и момената који у номиналним условима лета делују на летелицу. У хеликоптерском режиму кретања, проучене су једначине вертикалног лета и установљени основни параметри који утичу на летелицу при оваквом кретању. Изведен је закључак о коначном оптерећењу летелице у номиналним условима њене експлоатације.

У шестој глави детаљно је изведена анализа ударног оптерећења летелице, на основу телеметријских података и реконструкције удесног слетања. Развијен је механички модел непосредно пре и после удара летелице и апроксимирана су сва оптерећења која су у тим тренуцима дејствовала на греду летелице. За потребе успостављања ове методологије, непоходно је било свести сложено просторно оптерећење на равански случај оптерећења (што је описано и у раду [*Milic, Svorcan, Zoric, Atanasovska, Momcilovic, 2023*]).

Упоређено је неколико приступа у извођењу израза за израчунавање силе и момента, и то: израчунавање силе и момента преко максималног угиба и нагиба, као и од јединичне силе и момента, затим упоређивање релативних одступања и одабир најпогоднијег приступа за израчунавање коначне силе. Овакав приступ у решавању механичког модела греде омогућио је апроксимацију сложеног просторног оптерећења преко резултујуће статичке ударне силе.

Седма глава истражује примену одговарајућих нумеричких метода, посебно методе коначних елемента кроз параметарски развој модела греде. Ова глава обухвата и упоредну нумеричку анализу композитних епрувета са експериментално тестираним вредностима у циљу валидације механичких карактеристика греде. Затим следи развој параметризованог модела греде у комерцијалном софтверу *ANSYS APDL* и разматрање два различита случаја граничних услова и уведеног оптерећења. Дефинисањем контурних услова за целу греду, а потом и за сегмент на коме се десио отказ, омогућено је добијање напонског стања и механичких карактеристике ламината у сегменту од значаја применом нумеричког прорачуна. У овој глави приказана је јединствена методологија прилагођавања контурних услова потребама решења (што је такође објављено у [*Milic, Svorcan, Zoric, Atanasovska, Momcilovic, 2023*])

У осмој глави дат је кратак преглед коришћених оптимизационих метода. Детаљно је објашњена интеграција генетског алгоритма и структуралних анализа у *ANSYS APDL*-у. Описани су паралелни процеси и дефинисана је циљна функција у складу са жељеним решењем. Резултат је оптимално слагање слојева композитне греде, на основу контурних услова дефинисаних у седмој глави. Приказана су решења за више начина дефинисања контурних услова и разматран је њихов утицај на оптимизациони процес, у смислу добијања коначног решења. Урађена је интеграција јединствено формираних кодова за циљну функцију и параметарско постављање комплетне статичке анализе у позадинском процесу.

Девета глава приказује експерименталну валидацију структуре добијену успостављеним алгоритмом оптимизације. У циљу смањења трошкова, урађена је упоредна експериментално-нумеричка анализа епрувета. Ова анализа омогућила је увид у тачне механичке особине оптимизованог ламината. Установљено је да оптимално слагање има већу жилавост од претходног и да је са аспекта ударних оптерећења, такав ламинат повољнији за овакав тип ваздухопловних структура. Поред особине жилавости, овај ламинат има смањену масу и укупну дебљину, чиме је достигнуто жељено оптимално решење.

У десетој глави описана је експериментална валидација оптималног слагања слојева на греди. Поред упоредне анализе резултата, приказан је кратак процес израде саме греде, као и припрема и стварна поставка експерименталног испитивања. Детаљно су описана места уношења оптерећења и мерења деформација. Експериментално испитивање греде је урађено за мале силе, које одговарају вредностима вучне силе од два електрична мотора везана за елисе, као и утицају стабилизатора током номиналне експлоатације. Ова врста оптерећења је изабрана због недостатка опреме за уношења ударних сила. Примећена је добра коресподенција између резултата и потврђени су закључци о разликама у нумеричком и стварном моделу било које структуре која се на тај начин валидира.

Једанаеста глава представља развој алата за брзу предикцију одговора структуре (дефинисане преко 14 геометријских и структуралних улазних параметара) који се даље може користити за предикцију могућег отказа, изналажење оптималног решења за различите циљне функције, итд.

У овој глави детаљно је описана примена машинског учења на композитне материјале и структуре, као и формирање предиктивног модела заснованог на вештачким неуронским мрежама. Овакав алат успешно врши предвиђање жељених излазних параметара (дебљине ламината, укупне масе, максималних напона, померања, деформације као и критеријума лома) за задате улазне податке (којима је у потпуности дефинисано вишеслојно ређање ламината као и одређене геометријске карактеристике структуре) и може се користити за брзу карактеризацију структуре, а нарочито њене структуралне поузданости. Потом је формирани алат за предикцију интегрисан са генетским алгоритмом ради добијања оптималних решења (за нпр. дефинисану циљну функцију минималне масе уз ограничење максималне деформације). Модел је поново валидиран кроз МКЕ анализу за оптимално слагање слојева које је добијено. Релативне разлике у прорачунатим и предвиђеним излазним вредностима остају испод 15%, што је веома задовољавајући резултат, и доказује изванредну уштеду у прорачунском времену која је остварена овим помоћним алатом.

У дванаестој глави поновљени су најзначајнији закључци и сумирана искуства стечена током спровођења мултидисциплинарног истраживања у оквиру реализације ове докторске дисертације.

2 Преглед литературе и досадашњих релевантних истраживања

Истраживања базирана на композитним материјалима, као материјалима нове ере своју еволуцију доживљавају кроз протеклих, па скоро сто година [Dong, Pister, Taylor, 1962; Goldenblat, Kopnov, 1966; Ashton, Whitney, 1970], главни доприноси у тим истраживањима била су теоријска разматрања танкозидних ламинатних љуски, предлагање критеријума чврстоће за анизотропне материјале ,типа пластике ојачане стакленим платном. (Овај критеријум узима у обзир не само различите критичне чврстоће при затезању и притиску у сваком смеру већ и зависност критичних чврстоћа на смицање од правца смичућих напона). Истраживања новијег доба, као што је описано у раду [S. Li, 2000] обухватају примену критеријума отказа и њихову коресподенцију. Научни допринос у овом раду базира се на интеграцији критеријума отказа максималног напрезања са критеријумом отказа максималних напона, након што се утврди понашање материјала у правцу простирања влакана.

Последњих година, дошло се до значајног напретка у еволуцији критеријума отказа и њихових примена на композитне материјале и интеграција са нумеричким прорачунима [Dinulovic, Krstic, 2017; S. Li, Sitnikova, Liang, 2017; Altenbach, Altenbach, Kissing, 2018]. У овим истраживањима научни допринос обухвата механику композитних материјала и примену ТсаиВу (енг. *Tsai-Wu*) критеријума отказа на унидирекционе ламинате. Ова докторска дисертација се наслања на најновија истраживања и показује допринос у примени ТсаиВу критеријума у нумеричком прорачуну, који је експериментално валидиран. Да би се било која ваздухопловна структура испитивала, према задатим критеријумима, потребно је дефинисати и сагледати оптерећења која делују на њу у процесу експлоатације. С обзиром на то да за беспилотне летелице не постоје дефинисани стандарди и процедуре при пројектовању аеродинамичке шеме, током година поједина истраживања фокусирала су се на развоју модела, према којима је могуће пројектовати очекивана оптерећења у експлоатацији беспилотне летелице [Oner, Cetinsoy, Unel, Aksit, Kandemir, 2008; Vuruskan, Yuksek, Ozdemir, Yukselen ,Inalhan, 2014; Agho, 2015], допринос из ове области објављен је у раду [Milic, Svorcan, 2023] и базира се на развоју аналитичког модела у циљу добијања основних аеродинамичких величина, које чине оптерећење летелице у лету. Поред тога у овој докторској дисертацији урађен је еволутивни развој механичког модела и апроксимација сложеног оптерећења летелице, како у могућим режимима лета, тако и у случају удесног слетања. Сличан допринос остварен је у следећим научним радовима [Escobar-Ruiz, Lopez-Botello, Reves-Osorio ,Zambrano, Amezquita-Brooks, Garcia-Salazar, 2019; Franke, Schwab, Burger, Hühne, 2020, 2022]. Из области нумеричких метода и њихових примена на ваздухопловне композитне структуре, као и експериментална валидација нумеричких модела, научни допринос је остварен кроз научни рад [Milic, Svorcan, Zoric, Atanasovska, Momcilovic, 2023].

Друга научна истраживања публикују сличне доприносе, углавном успостављањем методологије експерименталне валидације, експериментално одређивање механичких карактеристика материјала и одређивања услова под којим долази до отказа у композитним структурама, као што је наведено у литератури [*He, Zhang, Long , 2016; Gruttmann, Knust, Wagner, 2017 ; Gruttmann, Knust, 2019 ;Zhennan, 2020; Gruttmann, Wagner, 2020; Zimmermann, Knust, 2019 ;Zhennan, Xugner, 2020; Zimmermann, Xugner, Xugner, 2020; Zimmermann, Xugner, 2020; Zimme*

Wang, 2020; Grbović, Kastratović G, Božić, Božić, Obradović, Sedmak, Sedmak S, 2022; Kassa Singh, Arumugam, 2022;].

Публикована истраживања [Simon, Wiley & Sons, 2013; Goldberg, 2005; Wang, Zhou, Ishibuchi, Liao, Zhang, 2018; Bilal, Millie Pant, Zaheer, Garcia-Hernandez, Abraham, 2020] која разматрају примену еволутивних оптимизационих алгоритама на композитне материјале, највише истражују примену генетског алгоритма за дизајн композитних ламинираних плоча минималне дебљине (танкозидних структура). Развијени генетски алгоритам за дизајн ламината је побољшан у раду [Riche, Haftka, 2022], прилагођавањем функције циља генетског алгоритма, конкретном проблему. У овој докторској дисертацији, такође је прилагођена функција циља и уведена су ограничења, која су директно везана за разматрани проблем.

Иновативна тема у свету композитних материјала је примена машинског учења у циљу предикције одређеног понашања или карактеристика материјала. Доступна литература бави се развојем алта за предикцију, коришћењем моделе вештачких неуронских мрежа и интеграцијом са неким од еволутивних оптимизационих алгоритама [Bessa, Bostanabad, Liu, Hu, Apley, Brinson, Chen, Liu, 2016; Goodfellow, Bengio, Courville, 2016; Chen, Gu, 2019; Mozaffar, Bostanabad, Chen, Ehmann, Cao, Bessa, 2019; Furtado, Pereira, Tavares, Salgado, Otero, Catalanotti, Arteiro, Bessa, Camanho, 2021]. Најновија истраживања у складу са којима је развијен алат за предикцију у овој докторској дисертацији, кроз допринос валидације МКЕ методом, објављена су у следећим научним радовима [Pathan, Ponnusami, Pathan, Pitisongsawat, Erice, Petrinic, Tagarielli, 2019; Sahib , Kovacs, 2024]. Ови радови показују примену вештачких неуронских мрежа и формирање алата за предикцију механичких карактеристика материјала, док је у овој докторској дисертацији допринос остварен кроз развој алата за предикцију отказа у структури и валидиран нумеричким моделом, који је претходно верификован експериментално.

3 Композитни материјали

Кроз протеклих сто година, бројна истраживања у ваздухопловној индустрији усмерена су на примену различитих материјала. Еволуција структура је обухватала експерименте са платном и лепком у раним фазама двадесетог века, затим велики период коришћења лаких металних легура и постепени прелазак на композитне материјале. Од првих примена композитних материјала, пројектанти теже ка потпуној употреби композитних материјала на примарним компонентама ваздухоплова, као што су крила или труп. Овај напредак је на посебан начин забележен у последњој деценији, када се ова технологија најизразитије примењује у производњи беспилотних летелица. Основне карактеристике ових материјала су:

- a) Композитни материјали обично имају мању густину од метала, што омогућава да летелице буду лакше. То омогућава да летелице имају већи корисни терет, већи долет и време трајања лета.
- б) Најважнија карактеристика ових материјала су одличне механичке карактеристике, које је могуће прилагодити жељеним условима експолатације.
- в) Са аспекта производње омогућавају остваривање комплексних аеродинамичких облика.
- г) За разлику од метала, композитни материјали су отпорни на корозију. Ово је од великог значаја за беспилотне летелице, чија мисија често укључује изложеност екстремним условима лета, са аспекта температуре, влаге итд.
- д) Нове технологије омогућавају такав дизајн да израђене структуре буду транспарентне за електромагнетне таласе одређених фреквенција.
- ђ) Трошкови одржавања су смањени током времена, због дуготрајности и отпорности на корозију.

Поред својих предности које су допринеле значајном технолошком напретку, композитни материјали поседују одређене недостатке, као што су: висока цена производње, сложеност у репарацији, висока осетљивост на производне грешке, ограничена интероперабилност, итд.

Сви композитни материјали састоје се од носећег елемента (ојачивача) орјентисаног у одређеном правцу и матрице (основе). Матрица служи као везивно средство, штити ојачивач од механичких оштећења и хемијских утицаја средине и равномерно преноси оптерећење на носећи елемент. Матрица може бити полимерна, метална или керамичка. Класификација композитних материјала у складу са начином слагања влакана у матрици представља значајан аспект у области пројектовања материјала (Слика 3.1).

Главни типови композитних материјала укључују композите са дисперзним честицама, композите са кратким интермитентним влакнима и композите са непрекидним влакнима. Први тип, композити са дисперзним честицама, карактеришу честице распоређене у матрици. Други тип укључује кратка влакна која су распоређена у различитим правцима у матрици. Најкомплекснији тип су композити са непрекидним влакнима, где су влакна усмерена у једном правцу и преклапају се у матрици.

Ови типови композитних материјала имају различите механичке и физичке особине, што их чини прикладним за различите примене. Начин распоређивања влакана у матрици представља један од главних аспеката у одређивању карактеристика композитних материјала, укључујући њихову чврстоћу, жилавост и отпорност на деформације.



Слика 3.1 Типови композитних материјала, према начину слагања влакана у матрици. а) кратка влакна, произвољно оријентисана, б) дуга влакна, оријентисана у једном правцу, в) дуга влакна, оријентисана у два међусобно управна правца, г) дуга влакна, испреплетана и произвољно оријентисана.

Најчешће су у употреби композитни материјали са неиспрекиданим влакнима који се слажу у више слојева. Један слој који има једносмерно постављена влакана у матрици назива се ламина. Ламинат се добија слагањем више ламина. Ламине се слажу у зависности од захтева у погледу механичких својстава јер примаран утицај на својства композитних материјала има влакно, тачније његова оријентација. Начин слагања ламина, директно утиче на еластичне коефицијенте, а самим тим и на чврстоћу ламине, односно ламината и на механичко понашање саме структуре. Зато је неопходно добро познавати оптерећење које делује на конструкцију како би се извршило одговарајуће слагање слојева материјала [*Динуловић, Крстић, 2017*].

Због своје мале густине (ρ), велике специфичне затезне чврстоће (R_m/ρ) и великог специфичног модула еластичности (E_{11}/ρ), композитни материјали су у великој предности над металима као што су алуминијум, челик, титанијум, који се су уобичајени конструктивни материјали летелица и других ваздухопловних структура. Композити са полимерном матрицом ојачани влакнима имају добру чврстоћу, крутост, отпорност на замор и пузање и мале су специфичне масе. Најзаступљенији материјал матрице су нека врста пластике, које су жилаве и дуктилне, како би се матрица пластично деформисала и пренела оптерећење на влакна. Влакна треба да имају високу чврстоћу и крутост. Механичка својства композита зависе од врсте влакана, врсте матрице и запреминског удела влакана. Влакна која се користе са полимерном матрицом, могу бити:

- угљенична
- стаклена
- арамидна
- борна

Угљенична влакна имају велику вредност чврстоће, крутости и мале су густине. Стаклена влакна имају добру чврстоћу, али слабу крутост, осетљива су на високе температуре, па се ова врста влакана користи код ламината који поред тврдоће, треба да имају одређени проценат жилавости. Армидна влакна су полимерна влакна, имају највећу специфичну тежину у односу на остала влакна, велике су чврстоће, крутоси и жилавости. Најпознатија армидна влакна су *Кевлар* влакна.

Борна влакна поседују чврстоћу и крутост како у правцу истезања влакана, тако и у правцу притиска. Ова влакна се формирају тако што се на влакна од волфрама или угљенична влакна, наноси бор. Ако се праве од волфрама, ова влакна су велике специфичне масе и веома су скупа.

У технологији производње беспилотних летелица најзаступљенија су угљенична, стаклена и кевлар влакна. Структуре су најчешће састављене од комбинације ових влакана, у зависности од дела структуре и механичких карактеристика који тај део треба да задовољи. Слика 3.2 приказује микроскопски преглед кевлар, стакленог и угљеничног влакна.



a)



в)

Слика 3.2 а) Кевлар влакна, б) стаклена влакна и б) угљенична влакна под микроскопом [Универзитет у Нишу, Факултет за грађевинско инжењерство, предавања 2, материјали]

Композити са металном матрицом, у односу на композите са полимерном матрицом, имају већи модул еластичности, жилавости, дуктилности и већу отпорност на повишене температуре. Главни недостаци ових композита су већа густина и тешка обрада делова. Метална матрица је по правилу дуктилна и прави се од суперлегура на бази никла и кобалта или лаких метала као што су магнезијум и алуминијум. Влакна се праве од угљеника, бора, алуминијума, силицијума карбида, или неког тврдог метала. Композити са керамичком матрицом су крти због ниске жилавости у односу на метале, али су веома отпорни на високе температуре, корозију и пузање. Савремени керамички композити се праве тако да им се повећа жилавост. Код ових композита као ојачивач најчешће се користе честице силицијум карбида, силицијум нитрида, алуминијум оксида, или влакна од угљеника или алуминијум оксидна влакна. Овакве композитне структуре је теже израдити због хемијских реакција између некомпатибилних материјала, па се у пројектовању и производњи летелица и ваздухоплова, углавном користе композити са полимерном матрицом [Динуловић; Крстић, 2017].



Слика 3.3 Микроскопски приказ матрице са влакнима влакнима у једном слоју [Универзитет у Нишу, Факултет за грађевинско инжењерство, предавања 2, материјали]

За разлику од основних група материјала (метали, керамика, полимери), одређивање својства композита је веома сложено. Испитивање сваке комбинације влакана, матрице и запреминског удела влакана је скоро немогуће. Због тога се јавила потреба да се механичка својства композита израчунају на основу познавања врсте влакана, врсте матрице и запреминског удела влакана. Тако се развила наука која се зове микромеханика композитних материјала. У пројектовања овакве врсте структура неопходно је разматрање процесу како микромеханичког, тако и макромеханичког модела. Ламина (слој) настаје спајањем одређеног типа матрице, са одређеним ткањем. Механичке карактеристике структуре настале на овај начин директно зависе од карактеристика влакана и матрице. Још једна важна карактеристика у формирању материјала је запремински удео влакана и матрице у самој структури. Запремински удео композитие ламине је количина сваке фазе спајања влакна и матрице у укупној запремини ламината. Ламинат тада има карактеристике свих ламина које га сачињавају. Сам процес производње има велики утицај на крајње карактеристике ламината.

Ламине у ламинату могу бити сложене под одређеним углом, ткз. оријентацијом влакана. Да би ламинат имао добре карактеристике носивости, правци главних напона морају да се поклапају са правцима простирања влакана и доминантних оптерећења. Влакна су уједно и носећи елемент сваког ламината (структуре), због своје крутости и затезне чврстоће, док матрица служи као градивни елемент, који оптерећење преноси на влакна. Без обзира на нове технологије и све веће употребе рачунара и софтвера за спровођење анализа композитних структура, основне карактеристике је могуће одредити теоријски/аналитички. Овакве анализе спроводе се на микромеханичком нивоу, где се матрица сматра изотропним материјалом, док влакна, могу бити изотропна или ортотропна у зависности од њиховог типа. Обзиром да се карактеристике ламина одређују микромеханичком анализом, карактеристике ламината одређеног слагањем прорачунатих ламина одређују се макромеханичком анализом [Динуловић; Крстић, 2017]. Најзаступљеније теорије су класична теорија ламината (*CLT – classical lamination theory*) и теорија смичућих деформација првог реда (*FST – first shear deformation theory*). [Altenbach J, Kissing W,2018; Ashton JE, Whitney JM,1970].



Слика 3.4 Приказ композитног ламината

2.1 Еластичне карактеристике композитних материјала

Еластично тело које је изложено спољним силама је тело које се по престанку дејства оптерећења враћа у првобитни облик. Међутим, када је реч о композитним материјалима, без обзира на понашање тела на макромеханичком нивоу, треба размотрити случај малих деформација. Спољне силе могу бити површинске и запреминске. Површинске силе делују на тачке спољних површина и независне су од масе. Запреминске силе делују у свим тачкама тела и пропорционалне су маси тела. Слика 3.5 приказује тело под дејством спољних сила Pi (i = 1, n). Претпоставка је да се под дејством оваквог система сила тело налази у равнотежном стању. Замишљена раван пресека, дели тело на два дела. Ако се посматра сваки део тела посебно може се закључити да се тело налази у стању равнотеже под дејством система спољних сила као и одговарајућих унутрашњих сила распоређених по попречном пресеку. Унутрашње силе представљају утицај једног на други део пресеченог тела.



Слика 3.5 Тело под дејством спољашних сила.

Елементарна површина dA са нормалом N у некој тачки у пресеку тела n, као део еластичног тела, представља елементарну површину која је изложена дејству резултанте унутрашњих сила, у том случају напон се може дефинисати као:

$$\sigma = \lim_{dA \to 0} \frac{dP}{dA} \tag{3.1}$$

Како у општем случају нормала и резултанта унутрашњих сила нису колинеарне, разлагањем вектора унутрашњих сила на правац нормалан на елементарну површину и на раван пресека дефинишу се нормални и тангенцијални напони. Компоненте напона дате су у једначинама (3.2) и (3.3). Једначина (3.2) представља дефиницију нормалног напона као граничну вредност односа промене силе dP_n која делује нормално на површину dA (у деформацијском процесу) и промене површине dA, при услову да dA тежи нули ($dA \rightarrow 0$). Овај израз користи се у теорији напонских стања на телу. Једначина (3.3) на исти начин описује компоненту тангенцијалног напона, где је dP_s елементарна промена силе која делује паралелно на елементарну површину dA.

$$\sigma = \lim_{dA \to 0} \frac{dP_n}{dA} \tag{3.2}$$

$$\tau = \lim_{dA \to 0} \frac{dP_s}{dA} \tag{3.3}$$

Напон се као тензорска величина означава са два индекса. Први индекс означава правац нормале равни на коју се напон односи а други на правац напона. Слика 3.6 приказује компоненте напона, које делују на елементарни делић.



Слика 3.6 Компоненте напона за осе х,у, z.

Нормални напон усваја се као позитиван када је у смеру затезања, односно када делује од површине на коју је нормалан. Тангенцијални напони у том случају делују у преостала два правца. Позитивни правци тангенцијалних напона дефинишу се на следећи начин: за површину чији је напон затезања у позитивном правцу одговарајуће осе, смичући напон ће бити позитиван када се поклапа са позитивним правцима остале две осе. Посматрајући равнотежу елементарног делића издвојеног из напрегнутог тела, са ивицама dx, dy, dz, може се увидети да је овај елемент оптерећен континуално распоређеним унутрашњим силама, док у појединим тачкама делују запреминске силе. Слика 3.7 приказује равнотежно стање елементарног делића, док је његов математички модел приказан једначинама у наставку [Динуловић, Крстић, 2017].





Из једначина равнотеже сила за х осу, следи да је:

$$\left(\sigma_{x} + \frac{\partial \sigma_{x}}{\partial x}dx\right)dydz - \sigma_{x}dydz + \left(\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}dy\right)dxdz - \tau_{yx}dxdz + \left(\tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}dz\right)dxdy - \tau_{zx}dxdy + Xdxdydz = 0$$

$$(3.4)$$

Односно после свођења једначине (3.4) на величине од значаја:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + X = 0$$
(3.5)

Израз за равнотежу момената око *x* осе:

$$\tau_{xy}dxdz\frac{dx}{2} + \left(\tau_{xy} + \frac{\partial\tau_{xy}}{\partial x}dx\right)dydz\frac{dx}{2} - \tau_{yx}dxdz\frac{dy}{2} + \left(\tau_{yx} + \frac{\partial\tau_{yx}}{\partial y}dy\right)dxdz\frac{dy}{2} = 0$$
(3.6)

Једначина (3.5) и једначина (3.6), након занемаривања чланова вишег реда, показују једнакост тангенцијалних напона за раван *x*, *y*.

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} \tag{3.7}$$

Равнотежа сила у у и z правцу на сличан начин доводи до једначина (3.8) и (3.9)

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + Y = 0$$
(3.8)

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + Z = 0$$
(3.9)

Односно равнотежа момената око у и *z* осе, показује да се компоненте тангенцијалних напона изједначавају:

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} \tag{3.10}$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} \tag{3.11}$$

Ове једначине су Навијеове (енг.*Navier*) једначине равнотеже елементарног дела. Да би се одредили напони, услови равнотеже нису довољни, па је потребно размотрити и деформације до којих долази услед дејства спољашњих сила. Почетне координате произвољне тачке пре деформације су *x*, *y*, и *z*, након дејства спољашњих сила почетне координате се трансформишу x+u,y+v и z+w, где u,v, и w означавају померања тачке у x, y и z правцу. Померања се изражавају у функцији померања x,y и z координата посматране тачке. Слика 3.8. приказује дводимензиону анализу за случај деформације.



Слика 3.8 Дводимензионални случај деформација [Реф. Универзитет у Београду ,Машински факултет, уџбеник Композитне конструкције]

Деформација, тачније кретање елемента приказано је следећим једначинама:

$$\varepsilon_x = \frac{A'B' - AB}{AB} = \frac{A'B' - dx}{dx}$$
(3.12)

$$(A'B')^{2} = [dx(1+\varepsilon_{x})]^{2} = \left(dx + \frac{\partial u}{\partial x}dx\right)^{2} + \left(\frac{\partial v}{\partial x}dx\right)^{2}$$
(3.13)

$$\varepsilon_x^2 + 2\varepsilon_x + 1 = 1 + 2\frac{\partial u}{\partial x} + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2$$
(3.14)

16

У случају појаве малих деформација, чланови вишег реда који представљају те деформације могу бити занемарени. Када се занемари појава малих деформација, аксијалне деформације у функцији померања, изражавају се:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \tag{3.15}$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \tag{3.16}$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \tag{3.17}$$

Деформације клизања се изражавају преко разлике углова, који елемент прави при једном померању. Једначина (3.18) приказује израз за деформацију услед клизања.

$$Y_{xy} = \beta_1 - \beta_2 \tag{3.18}$$

Када је реч о анализи малих деформација у материјалу, може се сматрати да је $\beta_1 = tan \beta_1$ односно $\beta_2 = tan \beta_2$, па су деформације клизања, изражене преко померања приказане у једначинама (3.19) и (3.20).

$$\beta 1 = \frac{(\partial v/\partial x)dx}{dx + (\partial u/\partial x)dx} = \frac{\partial v}{\partial x}$$
(3.19)

$$\beta_2 = -\frac{\partial u}{\partial y} \tag{3.20}$$

Деформације клизања у функцији померања дефинисане су следећим изразима:

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$
(3.21)

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}$$
(3.22)

$$\gamma_{zx} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}$$
(3.23)

Постављањем услова равнотеже за деформације за све осе, добија се систем парцијалних диференцијалних једначина, приказан једначином (3.24). Ове једначине се називају једначинама компатибилитета. Да би тело било идеално еластично, његови напони морају да буду линеарне функције деформација и обрнуто. Једначина (3.25) описује везу између напона и деформације код идеално еластичног тела.

$$\frac{\partial^{2} \varepsilon_{x}}{\partial y^{2}} + \frac{\partial^{2} \varepsilon_{y}}{\partial x^{2}} = \frac{\partial^{2} \gamma_{xy}}{\partial x \partial y}$$

$$\frac{\partial^{2} \varepsilon_{y}}{\partial z^{2}} + \frac{\partial^{2} \varepsilon_{x}}{\partial y^{2}} = \frac{\partial^{2} \gamma_{yz}}{\partial y \partial z}$$

$$\frac{\partial^{2} \varepsilon_{z}}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2} \varepsilon_{x}}{\partial z^{2}} = \frac{\partial^{2} \gamma_{zx}}{\partial z \partial x}$$
(3.24)

Једначина (3.25), приказује однос напона и деформација у напрегнутом еластичном телу за просторно напонско стање и дефинише Генералисани Хуков закон.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{x} &= C_{11}\sigma_{x} + C_{12}\sigma_{y} + C_{13}\sigma_{z} + C_{14}\tau_{xy} + C_{15}\tau_{zy} + C_{16}\tau_{zx} \\ \varepsilon_{y} &= C_{21}\sigma_{x} + C_{22}\sigma_{y} + C_{23}\sigma_{z} + C_{24}\tau_{xy} + C_{25}\tau_{zy} + C_{26}\tau_{zx} \\ \varepsilon_{z} &= C_{31}\sigma_{x} + C_{32}\sigma_{y} + C_{33}\sigma_{z} + C_{34}\tau_{xy} + C_{35}\tau_{zy} + C_{36}\tau_{zx} \\ \gamma_{xy} &= C_{41}\sigma_{x} + C_{42}\sigma_{y} + C_{43}\sigma_{z} + C_{44}\tau_{xy} + C_{45}\tau_{zy} + C_{46}\tau_{zx} \\ \gamma_{yz} &= C_{51}\sigma_{x} + C_{52}\sigma_{y} + C_{53}\sigma_{z} + C_{54}\tau_{xy} + C_{55}\tau_{zy} + C_{56}\tau_{zx} \\ \gamma_{zx} &= C_{61}\sigma_{x} + C_{62}\sigma_{y} + C_{63}\sigma_{z} + C_{64}\tau_{xy} + C_{65}\tau_{zy} + C_{66}\tau_{zx} \end{aligned}$$
(3.25)

Врста материјала одређује вредности C_{ij} и оне представљају еластичне константе (коефицијенте крутости). Генералисани Хуков закон може бити написан у функцији напона и одговарајућих деформација који описују тродимензионално напонско стање. Овај закон се најчешће приказује у матричном облику (Једначина (3.26)).

$$[\sigma_i] = [S_{ij}][\epsilon_i] \tag{3.26}$$

У анализи чврстоће композитних структура потребно је размотрити све компоненте напона. Свих шест компоненти, морају бити у функцији координата разматраног тела. Потребно је да услови равнотеже у свакој тачки тела буду испуњени. С обзиром на тродимензионо напонско стање где постоји шест компоненти напона у свакој тачки еластичног напрегнутог тела, потребно је увести додатних шест компоненти деформација у функцији померања. У том случају је Хуков закон применљив и за анализу напонско-деформационог стања структуре и потребне су следеће величине: Три компоненте померања и по шест компоненти напона и деформација. Хуков закон за танку ламину, чије се напонско стање које је удаљено од ивица разматра као раванско може бити написан у функцији деформације и линеарне функције напона, преко матрице еластичности [*Dong SB, Pister KS, Taylor RL,1962*]:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_1}{1 - v_{12}v_{21}} & \frac{v_{12}E_2}{1 - v_{12}v_{21}} & 0 \\ \frac{v_{12}E_2}{1 - v_{12}v_{21}} & \frac{E_2}{1 - v_{12}v_{21}} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_6 \end{bmatrix}$$
(3.27)

2.2 Критеријуми отказа композитних структура

Критеријуми отказа за композитне структуре представљају основу у процени понашања ових материјала под дејством различитих оптерећења. Прецизно дефинисани и усвојени у прорачуну омогућавају поузданост оваквих структура. Основни циљ критеријума отказа је проналажење тачака у структури, где може доћи до иницијације, пропагације или потпуног отказа материјала. У оквиру поставке критеријума, користе се разни утицаји као што су: напрезање, деформација, замор материјала, деламинација слојева и интеракција између слојева композита. Осим тога, потребно је узети у обзир и услове експлоатације: температуру, влажност , брзину дејства оптерећења и друге спољашње факторе који могу утицати на композитне материјале, тачније њихове механичке карактеристике. Кључни аспект у дефинисању и усвајању критеријума отказа је корелација између чврстоће и тежине структуре. Осим што је потребно осигурати што већу чврстоћу за што мању масу, важно је осигурати да структура буде довољно робусна и отпорна на отказ у различитим условима оптерећења.

А. Критеријум максималних напона

Сви напони који делују на слојеве могу се раздвојити на смичуће и нормалне напоне за локалне осе. Ако било који од ових напона постане једнак или близак одговарајућој крајњој вредности чврстоће ламине, отказ се може предвидети. Критеријум максималних напона је један од неинтерактивних критеријума отказа који се користи у анализи отказа композитних материјала. Овај критеријум је заснован на напонима, линеаран је, зависи од начина отказа и нема интеракцију напрезања. Максимални напон отказа претпоставља да до отказа ламината долази када било која компонента нормалног или смичућег напона постане једнака или прелази вредност одговарајуће чврстоће. Дакле, отказ настаје када напони у главном правцу материјала прелазе вредност чврстоће у истом правцу [*Vinson, Sierakowski, 1987*] и може се изразити помоћу једначине (3.28) [*Li, 2000*]:

$$f = max\left[\left|\frac{\sigma_1}{X}\right|, \left|\frac{\sigma_2}{Y}\right|, \left|\frac{\sigma_3}{Z}\right|, \left|\frac{\tau_{12}}{\tau_{12}^F}\right|, \left|\frac{\tau_{13}}{\tau_{13}^F}\right|, \left|\frac{\tau_{23}}{\tau_{23}^F}\right|\right]$$
(3.28)

$$X = \begin{cases} \sigma_{1}^{c}, \sigma_{1} < 0 \\ \sigma_{1}^{t}, \sigma_{1} \ge 0 \end{cases}$$

$$Y = \begin{cases} \sigma_{2}^{c}, \sigma_{2} < 0 \\ \sigma_{2}^{t}, \sigma_{2} \ge 0 \end{cases}$$

$$Z = \begin{cases} \sigma_{3}^{c}, \sigma_{3} < 0 \\ \sigma_{3}^{t}, \sigma_{3} \ge 0 \end{cases}$$
(3.29)
где је:

$$\sigma_{1}^{c} < \sigma_{1} < \sigma_{1}^{t} \text{ sa} \begin{cases} \frac{\sigma_{1}}{\sigma_{1}^{t}} \leq 1 \text{ aco je } \sigma_{1} \geq 0 \\ \mu \Lambda \mu \\ \frac{|\sigma_{1}|}{\sigma_{1}^{c}} \leq 1 \text{ aco je } \sigma_{1} < 0 \end{cases} \Longrightarrow \sigma_{1} \geq \begin{cases} \sigma_{1}^{t}(\sigma_{1} > 0) \\ |-\sigma_{1}^{c}|(\sigma_{1} < 0) \end{cases}$$
(3.30)

$$\sigma_{2}^{c} < \sigma_{2} < \sigma_{2}^{t} \operatorname{sa} \begin{cases} \frac{\sigma_{2}}{\sigma_{2}^{t}} \leq 1 \operatorname{ako je} \sigma_{2} \geq 0 \\ \text{или} \\ \frac{|\sigma_{2}|}{\sigma_{2}^{c}} \leq 1 \operatorname{ako je} \sigma_{2} < 0 \end{cases} \Longrightarrow \sigma_{2} \geq \begin{cases} \sigma_{2}^{t}(\sigma_{2} > 0) \\ |-\sigma_{2}^{c}|(\sigma_{2} < 0) \end{cases}$$
(3.31)

$$\sigma_{3}^{c} < \sigma_{3} < \sigma_{3}^{t} \operatorname{sa} \begin{cases} \frac{\sigma_{3}}{\sigma_{3}^{t}} \leq 1 \operatorname{ako je} \sigma_{3} \geq 0 \\ & \text{или} \\ \frac{|\sigma_{3}|}{\sigma_{3}^{c}} \leq 1 \operatorname{ako je} \sigma_{3} < 0 \end{cases} \Longrightarrow \sigma_{3} \geq \begin{cases} \sigma_{3}^{t}(\sigma_{3} > 0) \\ |-\sigma_{3}^{c}|(\sigma_{3} < 0) \end{cases}$$
(3.32)

И

$$|\tau|_{12} < |\tau|_{12}^{F} \Longrightarrow \frac{|\tau|_{12}}{|\tau|_{12}^{F}} \le 1$$
 (3.33)

$$|\tau|_{23} < |\tau|_{23}^{F} \Longrightarrow \frac{|\tau|_{23}}{|\tau|_{23}^{F}} \le 1$$
 (3.34)

$$|\tau|_{13} < |\tau|_{13}^{F} \Longrightarrow \frac{|\tau|_{13}}{|\tau|_{13}^{F}} \le 1$$
(3.35)

У складу са наведеним једначинама, компоненте су:

 σ_1^t је затезна чврстоћа у уздужном правцу (оса *x*), σ_1^c чврстоћа на притисак у уздужном правцу (оса *x*). σ_2^t је затезна чврстоћа у попречном правцу, дуж *y* осе, σ_2^c чврстоћа на притисак у попречном правцу, дуж *y* осе. σ_3^t гранична затезна чврстоћа у правцу *z* осе, σ_3^t чврстоћа на притисак у смеру *z* осе. τ_{12} је смичући напон у *xy* равни, уједно и максимални смичући напон у ламини, τ_{12}^F је гранична чврстоћа на смицање у *xy* равни. τ_{23} је гранична чврстоћа на смицање у равни *yz*, док је τ_{23}^F гранична чврстоћа на смицање у *yz* равни, τ_{13} гранична чврстоћа на смицање у *xz*, равни, $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ су максимални напони влакана у ламини и то су главни напони у *x*, *y*, *z* равни, респективно. Уколико је било који услов из наведених једначина испуњен, тачније да односи напона прелазе вредност 1, доћи ће до отказа у материјалу, у складу са правцем и компонентом напона који ту вредност прелази [*Li*, 2000]. У овој анализи важно је одредити вредност маргине сигурности МС, у чијој интерпретацији фигурише фактор сигурности и оптерећење које делује на структуру (једначина (3.36)).

$$MC = \left(\frac{1}{C\Phi \cdot F} - 1\right) \tag{3.36}$$

Где је СФ фактор сигурности, *F* сила задатог оптерећења. У складу са једначином (3.36), фактор сигурности се може изразити на следећи начин:

$$C\Phi = \frac{1}{F} \tag{3.37}$$

Апроксимацијом претходних једначина, узимајући у обзир карактеристику материјала, може се извести израз за фактор отказа. σ_{11} и σ_{22} су компоненте нормалног напона у равни, τ_{12} је компонента напона смицања у равни. Док су X_t и X_c компоненте чврстоће материјала у смеру затезања или сабијања(уздужна затезна и притисна чврстоћа), Y_t и Y_c су компоненте чврстоће материјала нормалне на правац влакана изложена затезању или притиску и S_L је уздужна смичућа чврстоћа [Li, Sitnikova, Liang, Kaddour, 2017].

Коефицијент отказа се може приказати следећом једначином:

$$FI = max \left[\frac{\sigma_{11}}{X}, \frac{\sigma_{22}}{Y}, \frac{\tau_{12}}{S}\right]$$
(3.38)
Где је $X = X_t$ и $X = X_c$ ако је $\sigma_{11} \ge 0$ или $\sigma_{11} < 0$.

У овој докторској дисертацији за решавање оптимизационог проблема, овај критеријум је интегрисан у структуру прорачунског дела алгоритма, тако да један од излаза буде напон оптимизоваан на основу овог критеријума.

В. ТсаиВу (енг. *TsaiWu*) критеријум отказа

ТсаиВу (енг. *TsaiWu*) критеријум отказа извео је 1970. (енг. Stephen W. Tsai и Edward M. Wu). Овај критеријум отказа је заснован на чврстоћи у анизотропним материјалима што га чини критеријумом применљивим на композитне ламинате . Осим тога, ТсаиВу узима у обзир укупну енергију деформације у сврху предвиђања отказа и може се користити за одређивање фактора сигурности ортотропних љуски. Детаљна студија и употреба ТсаиВу критеријума отказа објашњени су у истраживању Копонова и Голденблата [*Goldenblat, Kopnov, 1966*] и изражени у облику квадратне форме за напон у равни 2Д стања ($\tau_{23} = 0, \tau_{13} = 0, \sigma_3 = 0$). Општа форма овог критеријума изражена је у једначини(3.39):

$$f(\sigma_k) = F_i \sigma_i + F_{ij} \sigma_i \sigma_j \tag{3.39}$$

Где је $i, j = 1, 2 \dots 6$, F_i и F_{ij} су тензори чврстоће (енг. *Strength tensors*), док су σ_i и σ_{ij} тензори нормалних напона.

Ова једначина је инваријантна и свака компонента напона показује независну особину материјала. Независна природа критеријума отказа значи да компоненте не зависе међусобно.

 $\delta < 0$

С обзиром на то да су компоненте чврстоће приказане као тензори, овај критеријум омогућава њихову трансформацију на правце влакана за одређени слој. Једначина (3.40) се може представити у виду неједнакости:

$$F_{ii}F_{ii} - F_{ii}^{2} \ge 0 \tag{3.40}$$

Једначина (3.40) показује да поновљени индекси нису суме већ појединачни дијагонални чланови унутар тензорске матрице. Слика 3.9 илуструје неједнакост (јед.(3.40)). Овако дефинисана неједнакост осигурава да ће отказ пресећи сваку осу дијаграма смичућег напрезања без генерисања хиперболичке функције [Vinson, Sierakowski, 1987].



Слика 3.9 Тродимензиона анвелопа отказа за ТсаиВу критеријум отказа [Vinson, Sierakowski, 1987].

Поред тога што је тензор чврстоће позитиван, дефиницијом овог критеријума може се претпоставити да су тензори симетрични. Ова претпоставка смањује број независних чланова на шест и двадесет и један за F_i и F_{ij} респективно. Увођењем још једне претпоставке, да промена знака смичућег напона не утиче на отказ, додатно се редукује број независних чланова на три и девет за F_i и F_{ij} респективно. За композитне материјале, под претпоставком стања равног напрезања, тензори чврстоће се могу записати као:

$$F_i = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_6 \end{pmatrix} \tag{3.41}$$

$$F_{ij} = \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{16} \\ F_{12} & F_{22} & F_{26} \\ F_{16} & F_{26} & F_{66} \end{bmatrix} \end{pmatrix}$$
(3.42)

Обзиром на природу ортотропних материјала, где су $F_6 = F_{16} = F_{26} = 0$, број независних компоненти се редукује на шест. Уколико се све ове претпоставке имплементирају у једначину (3.39) следи поједностављени облик ТсаиВу критеријум отказа:

$$I_F = F_1 \sigma_{11} + F_2 \sigma_{22} + F_{11} \sigma_{11}^2 + F_{22} \sigma_{22}^2 + F_{66} \sigma_{12}^2 + 2F_{12} \sigma_{11} \sigma_{22} \le 1$$
(3.43)

где су:

$$F_{11} = \frac{1}{\sigma_1^t \sigma_1^c} \tag{3.44}$$

$$F_1 = \frac{1}{\sigma_1^t} - \frac{1}{\sigma_1^c}$$
(3.45)

$$F_{22} = \frac{1}{\sigma_2^t \sigma_2^c}$$
(3.46)

$$F_2 = \frac{1}{\sigma_2^t} - \frac{1}{\sigma_2^c}$$
(3.47)

$$F_{12} = -\frac{1}{2}\sqrt{F_{11}F_{22}} \tag{3.48}$$

$$F_{66} = \frac{1}{(\tau_{12}^{F})^2} = \frac{1}{\sigma_{12}^t \sigma_{12}^c}$$
(3.49)

Када се ови изрази уврсте у једначину (3.8) следи следећи израз:

$$\frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^t \sigma_1^c} + \frac{\sigma_2^2}{\sigma_2^t \sigma_2^c} + \frac{\tau_{12}^2}{(\tau_{12}^F)^2} + \sigma_1 \left(\frac{1}{\sigma_1^t} - \frac{1}{\sigma_1^c}\right) + \sigma_2 \left(\frac{1}{\sigma_2^t} - \frac{1}{\sigma_2^c}\right) + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2$$
(3.50)

где је F_{12} коефицијент, који се односи на главне напоне σ_1 , σ_2 и може се одредити експериментално, са тестирањем ламината у обе главне осе и мора бити у опсегу од -1 до 1 [*Sitnikova, Liang, Kaddour, 2017*]. Ако подаци нису доступни, вредност F_{12} може се наћи из следећег израза:

$$F_{12} \approx -\frac{1}{2}\sqrt{F_{11}F_{22}} = -\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{\sigma_1^t \sigma_1^c \sigma_2^t \sigma_2^c}}$$
(3.51)

Користећи карактеристике материјала, тачније компоненте затезне чврстоће за жељене правце, компоненте из једначине (3.43) се могу изразити на следећи начин:

$$F_{1} = \frac{1}{X_{t}} + \frac{1}{X_{c}}$$

$$F_{2} = \frac{1}{Y_{t}} + \frac{1}{Y_{c}}$$

$$F_{11} = \frac{-1}{X_{t}X_{c}}$$

$$F_{22} = \frac{1}{Y_{t}Y_{c}}$$

$$F_{66} = \frac{1}{S^{2}}$$
(3.52)

 X_t и X_c су карактеристике материјала на истезање и притисак у једном правцу дејства силе, док су Y_t и Y_c исте карактеристике у другом правцу. Ове вредности се могу пронаћи у доступној литератури, а могу се утврдити и експериментално, испитивањем епрувета за жељено слагање. Заменом изведених израза у једначину (3.43), F_{12} се може изразити на следећи начин:

$$F_{12} = \frac{1}{2\sigma_{biax}^2} \left[1 - \left(\frac{1}{X_t} + \frac{1}{X_c} + \frac{1}{Y_t} + \frac{1}{Y_c}\right) \sigma_{biax} + \left(\frac{1}{X_t X_c} + \frac{1}{Y_t Y_c}\right) \sigma_{biax}^2 \right]$$
(3.53)

или

$$F_{12} = f^* \sqrt{F_{11} F_{22}} \tag{3.54}$$

где је σ_{biax} еквивалентни напон за оба правца у отказу и $1 \ge f^* \le 1$. Еквивалентни напон у оба правца се користи уколико су познате карактеристике материјала и тада је анализа отказа доста прецизнија, у супротном користи се једначина (3.43).

4 Опис летелице чији елементи структуре се детаљније проучавају

Класификација беспилотних летелица (БПЛ) зависи од долета, дужине трајања лета, максималне масе на полетању, итд. Летелица са масом на полетању у распону од 25 kg до 630 kg је типичана БПЛ средњег долета , такође се назива "тактичка БПЛ".

БПЛ који је предмет овог истраживања, има масу на полетању једнаку 36 kg, док је максимална маса ове летелице 40 kg. Летелица има могућност вертикалног полетања и слетања, електричним моторима који су постављени у конфигурацију квадкоптера. Транзицију на режим крстарења прихвата пети мотор, смештен у задњем делу трупа. Овај мотор је такође електрични. Летелица је предвиђена за извиђачке мисије, аутономија лета је 3 сата. Максимални долет је ограничен радио-линком и износи 100 km. Најчешће је управљање комбиновано преко земаљске станице са даљинским преносом командног сигнала, док се појединим деловима трајекторије лети аутономно, по унапред задатим навигацијским подацима, односно тачкама. Командне површине на репу и на крилима служе за лет у авионском режиму, као и за извођење маневара у току мисије. То су обично скретање, ваљање и нагле промене висине.



Слика 4.1 Беспилотна летелица, чији се елемент структуре детаљно проучава

Табела 4.1 приказује значајне техничке карактеристике ове летелице. У процесу пројектовања се никада не могу узети у обзир сви могући случајеви оптерећења, али сама конфигурација летелице диктира случајеве које треба разматрати. Слика 4.1 приказује летелицу, чији се елемент структуре разматра, док је 3Д модел летелице приказан на слици 4.2.

Табела 4.1 Техничке карактеристике летелице

Техничке карактеристике БПЛ

Користан терет	6 kg
Маса на полетању	36 kg
Снага мотора за хоризонтални лет	5.5 kW
Минимална брзина	60 km/h
Брзина крстарења	100 km/h
Максимална брзина	120 km/h
Финеса	12
Површина крила	2.9 m^2
Распон крила	4.3 m



Слика 4.2 Приказ 3Д модела летелице са опремом

Структура ове БПЛ је дизајнирана у складу са свим установљеним инжењерским правилима и праксама, укључујући стандардне степене сигурности, користећи сву методологију за верификацију и пројектовање структура. Структура је од композитних материјала. С обзиром на иновативну природу и рану фазу развоја овог типа летелица, заиста нема много поузданих стандарда које је могуће користити. Ово указује на потребу за додатним будућим радом и истраживањем како би се развили и утврдили одговарајући стандарди и методологија. Део структуре који је детаљно проучаван је греда, која повезује репне површине са остатком летелице и носи електромоторе, потребне за вертикално полетање и слетање. На слици 4.3 може се уочити изглед греде и положај мотора на њој. Ова греда је једна од примарних структура на летелици, што значи да представља јако важан конструктивни елемент.



Слика 4.3 Елемент структуре, који се детаљно изучава

5 Преглед могућих случајева оптерећења и отказа подсистема беспилотне летелице

Идентификацијом потенцијалних извора оптерећења на различитим деловима летелице и анализом могућих отказа у подсистемима који би могли да се јаве током различитих операција, остварује се процена одређених степени сигурности у процесу пројектовања летелице. Позната/предвиђена оптерећења која се могу јавити укључују аеродинамичка оптерећења, која су последица кретања кроз ваздух, оптерећења услед рада мотора, као и последице нежељених кретања које могу изазвати грешке у системима навигације, управљања и комуникације, као и удари птица, грома, итд. Све ово у великој мери утиче на перформансе саме летелице, димензионисање њене структуре, а затим и на безбедност у подручју лета и руковања. Случајеви који се најчешће разматрају су:

а) Аеродинамичка оптерећења:

Поред сила и момената који се јављају као последица кретања летелице кроз ваздух, велики утицај на аеродинамичку шему имају временски услови, као што су јаки ветрови, киша, промене у температури. Најнеповољнији су бочни ветрови. Турбуленција и ветрови могу генерисати нежељена оптерећења по структуру летелице. Осим што могу утицати на стабилност и управљивост, могу изазвати и оштећења на структуралним деловима.

б) Механичка оптерећења:

Вертикално полетање, слетање и маневрисање могу генерисати механичка оптерећења на критичним деловима летелице, као што су греде, крила и реп, стајни трап. Притом, треба узети у обзир и честу употребу, тачније велики број циклуса изложености овој врсти оптерећења.

в) Отказ електронских компонената:

Неисправности у електричним системима, као што су кратки спојеви или прегревање компоненти, могу довести до непредвиђених кретања. Ово може укључивати губитак напајања, нефункционалност сензора или неисправности у управљању и комуникацији. Овакве врсте проблема, могу довести до пада летелице и озбиљних оштећења структуре.

г) Проблеми у управљању и навигацији:

Грешке у софтверским алгоритмима за управљање и навигацију могу довести до неочекиваних маневара или губитка контроле над летелицом. Ово може бити последица неисправности у сензорима, нетачности у програмском коду или интерференције са другим системима.Ове грешке су честе у фазама тестирања прототипа летелица, непредвидиве су и могу бити фаталне.

д) Утицај спољних фактора:

Различите спољне промене, као што су промене у температури, влажности ваздуха итд., могу утицати на рад летелице. На пример, високе температуре могу изазвати прегревање компоненти, док влажност може изазвати корозију металних делова и њихово оштећење, као и оштећење електронских делова. Ово је посебно важно за летелице на електрични погон.

Процес детаљног анализирања и прегледа ових случајева је кључан за разумевање потенцијалних ризика и развој ефикасних стратегија за превенцију и реаговање на могуће проблеме у раду беспилотних летелица. Током летних испитивања БПЛ (слика 4.1), дошло је до неочекиваног случаја оптерећења који је резултирао падом летелице. Тада су уочена одређена оштећења струкуре. Структура ове греде, дизајнирана је тако да издржи позната аеродинамичка оптерећења у лету, као и у току полетања и слетања, са одређеним степеном сигурности. У току летних испитивања, дошло је до проблема са системом вођења и управљања, што је довело до неконтролисаног понашања летелице, тачније неконтролисаног слетања. Последица овога је деловање масивног/удруженог оптерећења (знатно већег од предвиђеног), а резултат је отказ структуре греде. У овој докторској дисертацији биће представљена методологија у анализи отказа, у циљу редизајнирања греде, на основу непредвиђених оптерећења, која ће бити установљена детаљном анализом механичког модела. [*Kostic I, 2015; Pedro J Boschetti, Elsa M. Cardenas, Andrea Amerio, 2005; Torenbeek, E, 1982*]

5.1 Математички модел кретања летелице

Преглед аеродинамичког оптерећења за режим крстарења и оптерћења летелице у вертикалном лету дати су као упоредна анализа експлоатационог и ударног оптрећења. Удесно слетање, је последица отказа електромотора за вертикални лет. Математички модел кретања летелице, омогућава реконструкцију догађаја и апроксимацију оптерећења на равански и статички систем. Овај модел може бити врло сложен, јер се морају узети у обзир једначине аеродинамике, инертности летелице, начин управљања и спољни утицаји, попут ударних ветрова, нарочито бочних који су неповољни за овај тип летелице.

5.1.1 Аеродинамичко оптерећење летелице

Аеродинамичке карактеристике летелице, које се утврђују и за које се структура димензионише, су најчешће за случај полетања, крстарења, слетања и за маневре које се очекују да ће летелица имати у току своје мисије. Мисија летелице у авионском режиму приказана је на слици 5.1 а). У складу са тим претходно су извршене детаљне аеродинамичке анализе о којима се више може прочитати у [Anderson, J.,D, 1991; Roskam, J, 1987; M Milic, J Svorcan, 2023], док су у овој докторској дисертацији приказани само најзначајнији резултати. Аеродинамички деривативи апроксимирани су најједноставнијим аеродинамички моделима, полуемпиријским и емпиријским прорачунским методама на основу већ пројектоване аеродинамичке шеме летелице. Формирана је стварна геометрија и дефинисане су све потребне величине да се овај прорачун спроведе. Конвенција отклона командних површина и смерови аеродинамички углова приказани су на слици 5.1 б). Као што слика 5.1 б) показује, коришћен је координатни систем везан за летелицу. За потребе овог прорачуна вредности дериватива добијени су на основу геометрије летелице софтверски [DAR Corporation. Advanced Aircraft Analysis (AAA), 2024], а потом коришћени у стандардним једначинама за основно аеродинамичко оптерећење.



Слика 5.1 а) Мисија беспилотне летелице у авионском режиму б) Конвенција углова и смерова отклона командних површина за апроксимацију аеродинамичког оптерећења

5.1.2 Коефицијент узгона и сила узгона

Израз за израчунавање коефицијента узгона, зависи од утицаја нападног угла, утицаја отклона крмила висине, брзине лета и угаоне брзине пропињања. Ови коефицијенти учествују у формирању аеродинамичког модела летелице и одређују примарне врсте оптерећења за која се летелица димензионише у првим фазама пројектовања. Израз за израчунавање коефицијента узгона, дат је једначином (5.1), у наставку ове главе је објашњен сваки члан из једначине (5.1), као и његово израчунавање.

$$C_L = C_{L0} + \Delta C_L(\alpha) + \Delta C_L(\delta_e) + \Delta C_L(u) + \Delta C_L(\dot{\alpha}) + \Delta C_L(q)$$
(5.1)

I. Утицај нападног угла $C_{L0} + \Delta C_L(\alpha)$

Да би се утврдило како промена нападног угла утиче на коефицијент узгона, потребно је графички представити ову зависност и сагледати начин на који се та крива мења. Утицај нападног угла на коефицијент узгона (крива узгона) приказана је на слици 5.2. Линеарни део представља део за који се може планирати режим летења и домен брзина и жељених перформанси. Тачка преласка криве из растућег тренда у опадајући, представља ткз. тачку слома узгона. Након слома узгона, летлица више нема способности да се одржи у летном режиму. Код ове летелице максимална вредност коефицијента узгона је $C_{L_{max}} = 1.35$ при нападном углу $\alpha = 11$ [deg].



Слика 5.2 Крива узгона

Овај утицај нападног угла на коефицијент узгона, узимајући у обзир линеарни и нелинеарни део криве, може се приказати следећом једначином:

$$C_{L0} + \Delta C_L(\alpha) = \begin{cases} 0.0991\alpha + 0.4512, & \alpha \le 8.694^{\circ} \\ -0.0194\alpha^2 + 0.4385\alpha - 1.1156 & \alpha > 8.694^{\circ} \end{cases}$$
(5.2)

Трећи члан који формира једначину (5.1) је утицај отклона крмила висине.

II. Утицај отклона крмила висине $\Delta C_L(\delta_e)$

Крмило висине као део основне механизације ове летелице, има незанемарљив утицај у оваквим анализама. Утицај његовог отклона, приказан је на слици 5.3.



Слика 5.3 Утицај отклона крмила висине на коефицијент узгона.

Крива је апроксимирана вредностима добијених уз помоћ једноставних аеродинамичких модела и представља зависност коефицијента узгона од углова отклона крмила висине.Поред вредности приказаних кривама, истим моделима, полуемпиријски апроксимирани су и деривативи коефицијената, коришћени у овом поглављу. Ови деривативи директно зависе од аеродинамичке шеме летилице, њене геометрије и јединствени су за сваку летелицу.

Крива приказана на слици 5.3 може се апроксимирати следећим полиномом:

$$\Delta C_L(\delta_e) = 2.023 \cdot 10^{-9} \delta_e^5 - 5.133 \cdot 10^{-6} \delta_e^3 + 6.954 \cdot 10^{-3} \delta_e$$
(5.3)

Следећи члан који формира једначину (5.1) је дериватив коефицијента узгона при промени брзине летелице.

I. Утицај брзине лета $\Delta C_L(u)$

Овај коефицијент, представљен је изразом (5.4):

$$\Delta C_L(u) = C_{L_u} \frac{u}{V_1} \tag{5.4}$$

где V_1 представља брзину лета летелице у равнотежном стању, *u* је пертурбација брзине лета, док C_{L_u} представља дериватив коефицијента узгона по промени брзине летелице који износи: $C_{L_u} = 0.003$.

II. Утицај брзине промене нападног угла $\Delta C_L(\dot{\alpha})$

Утицај брзине промене нападног угла на коефицијент узгона добија се на следећи начин:

$$\Delta C_L(\dot{\alpha}) = C_{L_{-}\dot{\alpha}} \frac{c_{\text{mac}}}{2V_1} \dot{\alpha}$$
(5.5)

где $C_{L_{\dot{\alpha}}}$ представља дериватив коефицијента узгона по брзини промене нападног угла који износи $C_{L_{\dot{\alpha}}} = 1.4037 \text{ rad}^{-1}$ ($\dot{\alpha}$ [rad/s]). Последњи члан, који фигурше у једначини (5.1) је дериватив коефицијента узгона зависног од угаоне брзине пропињања.

III. Утицај угаоне брзине пропињања $\Delta C_L(q)$

Утицај угаоне брзине пропињања на коефицијент узгона може се приказати следећом једначином:

$$\Delta C_L(q) = C_{L_q} \frac{c_{\text{mac}}}{2V_1} q \tag{5.6}$$

где C_{L_q} представља дериватив коефицијента узгона по угаоној брзини пропињања који износи $C_{L_q} = 7.8478 \text{ rad}^{-1} (q[\text{rad/s}]).$

Уочава се директна зависност врености израза (5.2) и (5.4) од промене угла отклона крмила висине δ_e и нападног угла α . Током процеса пројектовања летелице разматране су све вредности ових углова и величина које директно зависе од њихове промене. У овој докторској дисертацији приказује се само случај крстарења и у складу са тим коефицијент узгона за вредности нападног угла у опсегу вредности: $\alpha = 1 - 3^{\circ}$ и угао отклона крмила висине $\delta_e = 10^{\circ}$ (углови су изабрани на основу претходног искуства у пројектовању и експлоатацији летелица исте категорије) узимајући у обзир једначину (5.1) следи:

Табела 5.1 Коефицијент узгона за могуће нападне углове на режиму крстарења

α [°]	C_L
1	0.4572
2	0.4590
3	0.4607

На основу добијених коефицијената узгона, густине на висини крстарења, која износи $\rho = 1.21913 \text{ kg/m}^3$, брзине лета $V_1 = 100 \text{ km/h}$ и површине крила $S = 2.9 \text{ m}^2$, следи:

Милица П. Милић

$$R_L = \frac{1}{2}\rho V_1^2 C_L S$$
(5.7)

α [°]	R_L [N]
1	589.24
2	591.47
3	593.70

Табела 5.2 Силе узгона за могуће нападне углове крстарења

Ова летелица има велику оквашену површину крила, што је повољан аспект за силу узгона.

5.1.3 Коефицијент отпора и сила отпора

Коефицијент отпора је веома значајан, јер као зависност нападног угла и отклона крмила висине фигурише у вредности силе отпора целе летелице. Ова сила делује у супротном правцу од правца кретања летелице и има незанемарљив утицај на структурални модел летелице. У складу са апроксимацијом силе узгона, израчунате су и вредности за силу отпора:

$$R_{D} = \frac{1}{2}\rho V_{1}^{2}C_{D}S$$
(5.8)

Табела 5.3 Зависност коефицијента отпора од нападног угла и отклона крмила висине за случај крстарења.

	$\delta_e[\text{deg}]$	-30	-20	-15	-10	-5	0	5	10	15	20	30
α[deg]												
1		0.0427	0.0414	0.0404	0.0389	0.0377	0.0372	0.0375	0.0384	0.0398	0.0407	0.0418
1.32		0.0426	0.0415	0.0405	0.0391	0.0380	0.0374	0.0377	0.0386	0.0399	0.0408	0.0419
2		0.0456	0.0444	0.0435	0.0422	0.0412	0.0409	0.0414	0.0426	0.0441	0.0451	0.0464
2.37		0.0455	0.0444	0.0436	0.0424	0.0414	0.0412	0.0416	0.0428	0.0444	0.0453	0.0466
3		0.0490	0.0480	0.0472	0.0460	0.0453	0.0453	0.0460	0.0474	0.0491	0.0502	0.0516
3.42		0.0489	0.0480	0.0472	0.0462	0.0455	0.0455	0.0462	0.0476	0.0493	0.0504	0.0518

Табела 5.4 Силе отпора за могуће нападне углове крстарења

α [°]	R_D [N]
1	49.55
2	54.92
3	61.08

5.1.4 Коефицијент момента пропињања и момент пропињања

Пропињање је такође веома важан део мисије летелице, повећава се нападни угао, као и отклон крмила висине у складу са аеродинамичким перформансама летелице, повећава се снага мотора и летелица трпи оптерећење од аеродинамичких компонената силе које имају корекцију за одређени угао. Моменти који се у том случају стварају, нису занемарљиви и морају се детаљно размотрити.

Израз за апроксимацију коефицијента момента пропињања је:

$$C_m = C_{m0} + \Delta C_m(\alpha) + \Delta C_m(\delta_e) + \Delta C_m(u) + \Delta C_m(\dot{\alpha}) + \Delta C_m(q) + C_{mT0}$$
(5.9)
+ $\Delta C_{mT}(\alpha)$

I. Коефицијент момента пропињања при нултом нападном углу *С*_{m0}

Вредност коефицијента момента пропињања, када је нападни угао једнак нули: $C_{m0} = 0.0188.$

II. Утицај нападног угла $\Delta C_m(\alpha)$

Утицај промене нападног угла на коефицијент момента пропињања, изражава се у функцији дериватива коефицијента момента *C_{m α}* пропињања по нападном углу *α*.

$$\Delta C_m = C_{m_{\perp}\alpha} \alpha \tag{5.10}$$

За изабране вредност нападног угла на режиму крстарења вредности ΔC_m , приказане су у табели 5.5, при чему је вредност $C_{m_{\alpha}} = -0.033 \text{deg}^{-1} (\alpha[\text{deg}])$.

	•	· ·	
Табела 5.5 Ут	ицај промене нападі	юг угла на коефицијент	момента пропињања

α [°]	ΔC_m
1	-0.0006
2	-0.0023
3	-0.0052

III. Утицај отклона крмила висине $\Delta C_m(\delta_e)$

Следећи члан у једначини (5.9) одређује утицај отклона крмила висине на коефицијент момента пропињања. Ова зависност одређује се на следећи начин:

$$\Delta C_m(\delta_e) = -8.023 \cdot 10^{-9} \delta_e^5 + 2.035 \cdot 10^{-5} \delta_e^3 - 2.757 \cdot 10^{-2} \delta_e$$
(5.11)



Слика 5.4 Утицај отклона крмила висине на коефицијент момента пропињања.

IV. Утицај брзине лета $\Delta C_m(u)$

Утицај брзине лета изражава се као функција брзине лета у равнотежном стању V_1 и претурбације брзине лета u. C_{m_u} је дериватив коефицијента момента пропињања по промени брзине.

$$\Delta C_m(u) = C_{m_u} \frac{u}{V_1} \tag{5.12}$$

 $C_{m_u} = 0.00051.$

V. Утицај брзине промене нападног угла $\Delta C_m(\dot{\alpha})$

Начин на који се остварује утицај брзине промене нападног угла и његов одзив на коефицијент момента пропињања изражава се у функцији дериватива коефицијента момента пропињања $C_{m_{\dot{\alpha}}}$ и брзине промене нападног угла:

$$\Delta C_m(\dot{\alpha}) = C_{m_{\dot{\alpha}}} \frac{c_{\text{mac}}}{2V_1} \dot{\alpha}$$
(5.13)

Где је $C_{m_{\dot{\alpha}}} = -5.6722 \text{rad}^{-1}$ ($\dot{\alpha}$ [rad/s]).

VI. Допринос угаоне брзине пропињања $\Delta C_m(q)$

На сличан начин, као у једначини (5.13), изражава се допринос угаоне брзине пропињања. С тим да је зависност изражена у функцији угаоне брзине а не нападног угла.

$$\Delta C_m(q) = C_{m_{-q}} \frac{c_{\text{mac}}}{2V_1} q \tag{5.14}$$

У једначини (5.14) C_{m_q} представља дериватив коефицијента момента пропињања по угаоној брзини пропињања и износи $C_{m_q} = -23.6885 \text{rad}^{-1} (q[\text{rad/s}]).$

VII. Коефицијент момента пропињања од утицаја погонске групе при нултом нападном углу C_{mT0}

Овај коефицијент износи: $C_{mT0} = 0.00111$, вредност је добијена на основу аеродинамичке шеме летелице, како је назначено на почетку овог поглваља у оквиру уводних разматрања.

VIII. Утицај погонске групе по нападном углу $\Delta C_{mT}(\alpha)$

Последњи члан у једначини (5.9) показује како се мења утицај погонске групе са променом нападног угла. То се може показати једначином (5.15)

$$\Delta C_{mT}(\alpha) = C_{mT_{\alpha}\alpha}$$
(5.15)

где је $C_{mT_{\alpha}}$ дериватив коефицијента момента пропињања од утицаја погонске групе по нападном углу и износи $C_{mT_{\alpha}} = -0.00028 \text{deg}^{-1} (q[\text{rad/s}]).$

Из једначине (5.9), вредности коефицијента момента пропињања C_m , приказане су у следећој табели:

Милица П. Милић

Табела 5.6 Коефицијент момента пропињања

α [°]	C_m
1	-0.0953
2	-0.1283
3	-0.1613

Момент пропињања летелице, је аеродинамички момент који настаје као последица промене нападног угла летелице. Овај момент може бити позитиван или негативан, у зависности од облика крила, површине крила итд. Када је момент пропињања позитиван, то значи да ће летелица подићи нос ка горе са повећањем нападног угла, док је код негативног момента пропињања, овај феномен је супротан. Момент пропињања у великој мери утиче на стабилност летелице, тако да уколико је овај момент негативан или има превелику позитивну вредност, може доћи до непожељних појава, које утичу на стабилност и управљивост. Овакве појаве, решавају се равнотежом између силе узгона и момента пропињања. Момент пропињања описан је једначином (5.16).

$$M = \frac{1}{2}\rho V_1^2 C_m S c_{mac} \tag{5.16}$$

Табела 5.7 Момент пропињања за различите нападне углове.

α [°]	<i>M</i> [Nm]
1	-50.69
2	-68.25
3	-85.82

5.1.5 Коефицијент бочне силе и бочна сила

Коефицијент бочне силе односи се на аеродинамички параметар који описује силу која делује бочно на летелицу, када је она у лету. Овај коефицијент се изражава преко следеће једначине:

$$C_{y} = \Delta C_{y}(\beta) + \Delta C_{y}(\delta_{r}) + \Delta C_{y}(\dot{\beta}) + \Delta C_{y}(p) + \Delta C_{y}(r) + \Delta C_{yT}(\beta)$$
(5.17)

I. Утицај угла клизања $\Delta C_{\nu}(\beta)$

Утицај угла клизања на коефицијент бочне силе представља функцију дериватива коефицијента бочне силе по углу клизања и представљен је једначином (5.18).

$$\Delta C_{y}(\beta) = C_{y_{\beta}}\beta \tag{5.18}$$

 $C_{y_{_}\beta}$ представља дериватив коефицијента бочне силе по углу клизања чија је вредност добијена прорачуном и износи $C_{y_{_}\beta} = -0.0077 deg^{-1}$.

II. Утицај отклона крмила правца $\Delta C_{v}(\delta_{r})$

Утицај отклона крмила правца на коефицијент бочне силе зависи од аеродинамичких карактеристика авиона и геометрије крмила. Када се крмило отклони, настаје бочна сила, која утиче на стабилност летелице. Смер отклона, као и многи други фактори утичу на вредност бочне силе.

Утицај отклона крмила правца на коефицијент бочне силе приказан је на слици 5.5.



Слика 5.5 Утицај отклона крмила правца на коефицијент бочне силе.

Крива приказана на слици 5.5 може се апроксимирати следећим полиномом:

$$\Delta C_y(\delta_r) = 6.047 \cdot 10^{-10} \delta_r^5 - 1.796 \cdot 10^{-6} \delta_r^3 + 2.732 \cdot 10^{-3} \delta_r$$
(5.19)

III. Утицај брзине промене угла клизања $\Delta C_{\nu}(\dot{\beta})$

Утицај брзине промене угла клизања на коефицијент бочне силе одређен је следећом једначином:

$$\Delta C_{\mathcal{Y}}(\dot{\beta}) = C_{\mathcal{Y}_{\perp}\dot{\beta}} \frac{b}{2V_{1}} \dot{\beta}$$
(5.20)

где $C_{y_{\dot{\beta}}}$ представља дериватив коефицијента бочне силе по брзини промене угла клизања који износи $C_{y_{\dot{\beta}}} = -0.0333 \text{ rad}^{-1}$ ($\dot{\beta}$ [rad/s]). Промена угла клизања, директно зависи од брзине крстарења и угла клизања.

IV. Утицај угаоне брзине ваљања $\Delta C_{y}(p)$

Утицај угаоне брзине ваљања на коефицијент бочне силе добија се на следећи начин:

$$\Delta C_{y}(p) = C_{y_{-}p} \frac{b}{2V_{1}}p \tag{5.21}$$

Где је C_{y_p} дериватив коефицијента бочне силе по угаоној брзини ваљања који износи $C_{y_p} = -3.52 \cdot 10^{-4} \text{ rad}^{-1}$.

V. Утицај угаоне брзине скретања $\Delta C_{v}(r)$

Утицај угаоне брзине скретања на коефицијент бочне силе приказан је једначином (5.22).

$$\Delta C_y(r) = C_{y_r} \frac{b}{2V_1} r \tag{5.22}$$

где C_{y_r} представља дериватив коефицијента бочне силе по угаоној брзини ваљања који износи $C_{y_r} = 0.2941 \text{rad}^{-1}$.

VI. Утицај погонске групе по углу клизања $\Delta C_{\rm yT}(\beta)$

Угао клизања представља угао између смера кретања летелице и смера ветра. Утицај погонске групе (мотора) на коефицијент бочне силе може бити значајан и зависи од различитих фактора, укључујући дизајн летелице, положај и нападни угао погонских елемента, итд. Када су мотори активни, утицај на коефицијент бочне силе може бити комплексан. Стога се утицај погонске групе по углу клизања изражава на следећи начин:

$$\Delta C_{yT}(\beta) = C_{yT_{\beta}}\beta \tag{5.23}$$

Где је $C_{yT_{\beta}}$ дериватив коефицијента бочне силе од утицаја погонске групе по углу клизања који износи $C_{yT_{\beta}} = -0.00035 \text{ deg}^{-1}$.

Након апроксимације свих коефицијената, који су потребни да се израчуна вредност бочне силе, она се изражава следећом једначином:

$$R_y = \frac{1}{2}\rho V_1^2 C_y S$$
(5.24)

Коефицијент бочне силе на основу једначине (5.17) износи $C_y = 0.03$, док вредност бочне силе апроксимативно изабрана за случај крстарења, при углу отклона крмила правца $\delta_r = -20^\circ$ и износи $R_y = 35.53$ N.

5.1.6 Коефицијент момента ваљања и момент ваљања

Коефицијент момента ваљања је аеродинамички параметар који описује генерисани момент ваљања (момент око подужне осе) на летелици. Овај параметар је битан за карактеризацију стабилности и управљивости летелице у кретању око сопствене осе. Овај коефицијент се изражава следећом једначином:

$$C_{l} = \Delta C_{l}(\beta) + \Delta C_{l}(\delta_{a}) + \Delta C_{l}(\delta_{r}) + \Delta C_{l}(\dot{\beta}) + \Delta C_{l}(p) + \Delta C_{l}(r)$$
(5.25)

I. Утицај угла клизања $\Delta C_l(\beta)$

Утицај угла клизања на коефицијент момента ваљања изражава се као зависност дериватива коефицијента момента ваљања *С*_{*l β*} од утицаја угла клизања.

$$\Delta C_l(\beta) = C_{l\ \beta}\beta \tag{5.26}$$

где је $C_{l \beta} = -0.000324 \text{ deg}^{-1} (\beta [\text{deg}]).$

II. Утицај отклона крилаца $\Delta C_l(\delta_a)$

Овај утицај приказан је на слици 5.6. Дијаграм је исти за свако крилце, коначан утицај се сабира.



Слика 5.6 Утицај отклона крилаца на коефицијент момента ваљања.

Крива приказана на слици 5.6. може се апроксимирати следећим полиномом

$$\Delta C_l(\delta_a) = 3.398 \cdot 10^{-10} \delta_a^5 - 1.037 \cdot 10^{-6} \delta_a^3 + 1.666 \cdot 10^{-3} \delta_a \tag{5.27}$$

III. Утицај отклона крмила правца $\Delta C_l(\delta_r)$

Утицај отклона крмила правца на коефицијент момента ваљања, приказан је на слици 5.7. Отклон крмила правца утиче на ваљање, тако што врши прерасподелу аеродинамичких сила на летелици.



Слика 5.7 Утицај отклона крмила правца на коефицијент момента ваљања Полином којим се апроксимира крива приказана на слици 5.7 је:

$$\Delta C_l(\delta_r) = 2.523 \cdot 10^{-11} \delta_r^5 - 7.491 \cdot 10^{-8} \delta_r^3 + 1.14 \cdot 10^{-4} \delta_r$$
(5.28)

IV. Утицај брзине промене угла клизања $\Delta C_l(\beta)$

Као што је наведено и код претходних израчунавања утицаја одређених углова на коефицијенте, за исте услове утицај брзине промене угла клизања, изражава се у функцији дериватива коефицијента момента ваљања по брзини промене угла клизања $C_{l_{\beta}} = -0.000552 \text{ rad}^{-1}$.

$$\Delta C_l(\beta) = C_{l_{-}\beta} \frac{b}{2V_1} \beta$$
(5.29)

V. Утицај угаоне брзине ваљања $\Delta C_l(p)$

Утицај угаоне брзине ваљања, израчунава се уз помоћ једначине (5.30):

$$\Delta C_l(p) = C_{l_p} \frac{b}{2V_1} p \tag{5.30}$$

где C_{l_p} представља дериватив коефицијента момента ваљања по угаоној брзини ваљања који износи $C_{l_p} = -0.5273 \text{ rad}^{-1}$.

VI. Утицај угаоне брзине скретања $\Delta C_l(r)$

Угаона брзина скретања представља брзину којом се летелица ротира око вертикалне осе. Ова брзина има значајан утицај на момент ваљања и утиче на способност летелице да реагује на спољне силе. Велики утицај на момент ваљања има и масено-инерциони модел летелице, чије карактеристике индиректно утичу на угаону брзину скретања. Овај утицај изражава се преко једначине:

$$\Delta C_l(r) = C_{l_r} \frac{b}{2V_1} r \tag{5.31}$$

Где је C_{l_r} дериватив коефицијента момента ваљања по угаоној брзини скретања и износи $C_{l_r} = 0.1317 \text{ rad}^{-1}$. Након апроксимације коефицијента момента ваљања преко коначне једначине (5.25), који износи $C_l = 0.0094$. Момент ваљања износи:

$$L = \frac{1}{2}\rho V_1^2 C_l S b = 59.19 \text{ Nm}$$
(5.32)

Где су *S* и *b* , површина и размах крила, респективно. Њихове вредности, приказане су у прегледу карактеристика летелице, табела 4.1.

5.1.7 Коефицијент момента скретања и момент скретања

Коефицијент момента скретања је важна карактеристика у пројектовању летелица, посебно за крила и репне површине, које су изложене торзионим силама у току лета. Ова карактеристика је јако важна за стабилност и управљивост летелице. Овај коефицијент је изражен следећом једначином:

$$C_n = \Delta C_n(\beta) + \Delta C_n(\delta_a) + \Delta C_n(\delta_r) + \Delta C_n(\dot{\beta}) + \Delta C_n(p) + \Delta C_n(r)$$
(5.33)

I. Утицај угла клизања $\Delta C_n(\beta)$

Утицај угла клизања изражава се у функцији дериватива коефицијента момента скретања у односу на угао клизања. Дериватив износи $C_{n_{\beta}} = 0.00245 \text{ deg}^{-1}$ (β [deg]).

$$\Delta C_n(\beta) = C_n \,_\beta \beta \tag{5.34}$$

II. Утицај отклона крилаца $\Delta C_n(\delta_a)$

Утицај отклона крилаца на коефицијент момента скретања рачуна се посебно за лево, а посебно за десно крилце. Коначан утицај се сабира. Утицај левог крилца и десног крилца, приказан је на слици 5.8 a) и 5.8 б) респективно.



Слика 5.8 а) Утицај отклона левог крилца на момент скретања б) утицај отклона десног крилца на момент скретања.

Утицај отклона левог крилца (слика 5.8 а.) апроксимира се следећим полономом:

$$\Delta C_n(\delta_{al}) = \begin{cases} -6.117 \cdot 10^{-6} \delta_{al}^2 + 2.457 \cdot 10^{-5} \delta_{al}, & \delta_{al} < 0 \\ -2.421 \cdot 10^{-6} \delta_{al}^2 - 2.859 \cdot 10^{-4} \delta_{al}, & \delta_{al} \ge 0 \end{cases}$$
(5.35)

Док се утицај отклона десног крилца (слика 5.8 б.) апроксимира следећим полономом:

Милица П. Милић

$$\Delta C_n(\delta_{ar}) = \begin{cases} -2.421 \cdot 10^{-6} \delta_{ar}^2 - 2.859 \cdot 10^{-4} \delta_{ar}, & \delta_{ar} < 0\\ -6.141 \cdot 10^{-6} \delta_{ar}^2 + 6.822 \cdot 10^{-6} \delta_{ar}, & \delta_{ar} \ge 0 \end{cases}$$
(5.36)

III. Утицај отклона крмила правца $\Delta C_n(\delta_r)$

Утицај отклона крмила правца на коефицијент момента скретања приказан је на слици 5.9.



Слика 5.9 Отклон крмила правца у зависности од коефицијента момента скретања

Приказана крива, апроксимира се полиномом:

$$\Delta C_n(\delta_r) = -2.395 \cdot 10^{-10} \delta_r^5 + 7.111 \cdot 10^{-7} \delta_r^3 - 1.082 \cdot 10^{-3} \delta_r$$
(5.37)

IV. Утицај брзине промене угла клизања $\Delta C_n(\dot{\beta})$

Утицај брзине промене угла клизања изражава се у функцији брзине промене угла клизања и дериватива коефицијента момента скретања $C_{n_{\dot{\beta}}} = -0.0121 \text{rad}^{-1}$.

$$\Delta C_n(\dot{\beta}) = C_{n_{-}\dot{\beta}} \frac{b}{2V_1} \dot{\beta}$$
(5.38)

V. Утицај угаоне брзине ваљања $\Delta C_n(p)$

Овај утицај представљен је једначином (5.39):

$$\Delta C_n(p) = C_{n_p} \frac{b}{2V_1} p \tag{5.39}$$

где C_{n_p} представља дериватив коефицијента момента ваљања по угаоној брзини ваљања који износи $C_{n_p} = -0.0541$ rad⁻¹.

VI. Утицај угаоне брзине скретања $\Delta C_n(r)$

Утицај угаоне брзине скретања,представља се следећим изразом:

$$\Delta C_n(r) = C_{n_r} \frac{b}{2V_1} r \tag{5.40}$$

где C_{n_r} представља дериватив коефицијента момента скретања по угаоној брзини скретања $C_{n_r} = -0.1135 \text{ rad}^{-1}$.

Након апроксимација свих коефицијента које чине једначину (5.33), вредност коефицијента момента скретања за случај крстарења износи $C_n = 0.010476$. Затим је могуће изразити момент скретања летелице, на основу укупног коефицијента момента скретања и карактеристика летелице које су наведене у табели 3.1.

$$N = \frac{1}{2}\rho V_1^2 C_n S b = 14.29 \text{ N}$$
(5.41)

Претходно представљено аеродинамичко оптерећење коришћено за пројектовање ове летелице, омогућило је неколико успешних налета без било каквих оштећења по структури. Аеродинамички прорачун односи се на хоризонтални лет БПЛ у авионском режиму летења. Поред анализе оптерећења у авионском режиму, од великог је значаја утврђивање оптерећења у хеликоптерском режиму, јер се удесно слетање догодило у том режиму. Овакав тип летелице, предвиђен је да више налета остварује у комбинованој мисији, тачније полетање и слетање у хеликоптерском режиму и крстарење. Са аспекта аеродинамичких сила, летелица је при полетању у хеликоптерском режиму, вертикално растерећена од додатних компоненти силе и момената, које су последица промене нападног угла. Непосредно пре удесног слетања, летлица се кретала свега пар секунди, трајекторија је приказана на слици 5.10.



Слика 5.10 Трајекторија кретања летел

Детаљна анализа кретања летелице непосредно пре удесног слетања, кључна је за разумевање динамике лета у овом режиму и утицаја оваквог слетања на структуру. Коришћењем телеметријских података, који садрже различите параметре лета, апроксимиране су величине од значаја за процену ударне силе која је довела до отказа структуре. Телеметрија пружа податке о промени убрзања, брзине и положаја летелице у току лета, омогућавајући процену интензитета и време трајања удара. На основу визуелне инспекције летелице и реконструкције кретања, претпоставља се место дејства силе, што омогућава процену кретања напона кроз структуру.

5.2 Једначине кретања за модел вертикалног лета

Један од основних закона који описује кретање летелице је Њутнов закон кретања, који се може применити на сваки део летелице, што даље имплицира да је летелица скуп система кретања. За летелице које имају више модела кретања, тачније вертикално полетање и слетање и транзицију у хоризонтални лет, у сваком сегменту мисије где се мења модел кретања мора се размотрити утицај свих сила, које настају као последица кретања. У глави 5.1.1 је дат преглед аеродинамичког оптерећења у циљу поређења интензитета оптерећења у односу на ударно, али с обзиром на то да се летелица кретала у хеликоптерском режиму (коришћењем четири мотора за вертикално пењање), оптерећење за тај случај лета је од значаја у овом истраживању, како би се утврдило да ли су постојале силе и моменти, који су додатно појачали интензитет удара, при удесном слетању.

У режиму вертикалног лета, механичка структура је са четири ротора, ткз. хеликоптерски модел кретања и по динамици БПЛ се може апроксимирати моделом на слици 5.11:



Слика 5.11 Конфигурација вертикалног лета БПЛ

На приказаној конфигурацији може се уочити координатни систем везан за тело у тачки $B: (O_b, x_b, y_b, z_b)$ и координатни систем у тачки W: (O, x, y, z) у односу на који се тело креће. С обзиром на то да летелица има шест степени слободе, једначине које ће бити приказане у наставку, описују позицију и висину летелице, обједињујући кинематске једначине са динамичким једначинама. Положај и линеарна брзина центра масе летелице у простору апроксимирани су следећим једначинама [Ilan K., Fritz P., Michael S., Peter K., Gary F., Shelley C., Tibor F., and Chad P.,2000; Courage A., 2015.]:

$$P = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, V = \dot{P} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix}$$
(5.42)

Висина и угаона брзина летелице у простору, приказане су једничином (5.43):

$$\alpha = \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix}, \omega = \dot{\alpha} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}$$
(5.43)

Где су ϕ , θ , ψ углови ваљања, пропињања и скретања, респективно.

Једначине трансформације угаоне и линеарне брзине између просторног координатног система и координатног система везаног за тело су:

$$V_b = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = T_{bw}(\phi, \theta, \psi) \cdot V$$
(5.44)

Где се *T_{bw}* (матрица трансформације) може приказати у функцији компонената аеродинамичке силе.

$$T_{bw}(\phi,\theta,\psi) = R_x(\phi)R_v(\theta)R_z(\psi)$$
(5.45)

$$\omega_b = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = E(\phi, \theta) \cdot \omega \tag{5.46}$$

$$E(\phi,\theta) \cdot \omega = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & \cos(\theta) & \sin(\phi)\cos(\theta) \\ 0 & -\sin(\theta) & \cos(\phi)\cos(\theta) \end{bmatrix}$$
(5.47)

Овај математички модел кретања, приказује стварање силе узгона, ротацијом четири пропелера. Од тога пропелери 1 и 4 се окрећу у смеру казаљке на сату и стварају обртне T_1 и T_4 , док пропелери 2 и 3 стварају обртне моменте T_2 и T_3 и смер кретања им је супротан од смера казаљке на сату. То је приказано на слици 4.10. Ова конфигурација поставке ротора се назива X конфигурација и на тај начин омогућава стварање подједнаке силе узгона. Летелица се креће дуж x-осе тако што се угао пропињања постигне смањењем силе узгона на моторима 1 и 2, а затим постизања исте силе на роторима 3 и 4. Кретање по *y* -оси, обезбеђује се ако се угао котрљања летелице промени било смањењем силе узгона које стварају ротори 2 и 4 или повећањем силе узгона које стварају ротори 1 и 3, за исте вредности. Угао скретања летелице контролише се мењањем силе узгона , као последицу ротирања пропелера из смера казаљке на сату у смер супротном од казаљке на сату или обрнуто. Динамичке једначине за силе и моменте који делују у тежишту летелице су [*Kaan T. Oner, Ertugrul Cetinsoy, Mustafa Unel, Mahmut F. Aksit, Ilyas Kandemir, Kayhan Gulez, 2008; Daniel M.,Vijay K.2011*]:

$$F_{tot}^{\nu} = M_b \dot{V_b} + \omega_b \times (M_b \cdot V_b)$$
(5.48)

где је

$$M_b = \begin{bmatrix} m & 0 & 0\\ 0 & m & 0\\ 0 & 0 & m \end{bmatrix}$$
(5.49)

$$M_{tot}^{\nu} = I_n \dot{\omega}_b + \omega_b \times (I_n \cdot \omega_b) \tag{5.50}$$

Момент инерције I_n у матрични облику је:

$$I_n = \begin{bmatrix} I_u & 0 & 0\\ 0 & I_v & 0\\ 0 & 0 & I_w \end{bmatrix}$$
(5.51)

 I_u , I_v и I_w су моменти инерције тела. Сума свих сила које делују у центру тежишта тела може се изразити као збир силе потиска F_{cg}^v , земљине теже F_g и аеродинамичке силе F_a^v , што је приказано изразима:

$$F_{tot}^{\nu} = F_{cg}^{\nu} + F_g + F_a^{\nu} \tag{5.52}$$

Где се сила потиска изражава преко својих компонената:

$$F_{cg}^{\nu} = \begin{bmatrix} F_{x}^{\nu} \\ F_{y}^{\nu} \\ F_{z}^{\nu} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -(F_{1} + F_{2} + F_{3} + F_{4}) \end{bmatrix}$$
(5.53)

$$F_{g} = \begin{bmatrix} -\sin(\theta) \\ \sin(\phi)\cos(\theta) \\ \cos(\phi)\cos(\theta) \end{bmatrix} \cdot mg$$
(5.54)

Након апроксимације силе, могу се одредити и моменти. Укупни момент у центру тежишта летелице је збир момента који праве мотори M_{cg}^{v} и момента који је последица дејства аеродинамичке силе M_{a}^{v} .

$$M_{tot}^{\nu} = M_{cg}^{\nu} + M_{a}^{\nu} \tag{5.55}$$

$$M_{cg}^{\nu} = \begin{bmatrix} M_x^{\nu} \\ M_y^{\nu} \\ M_z^{\nu} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_s & -I_s & I_s & -I_s \\ I_l & I_l & -I_l & -I_l \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_3 & \lambda_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{bmatrix}$$
(5.56)

 I_s и I_l су растојања ротора до центра тежишта летелице у x и y правцима. $T_i = \lambda_i F_i$ за i = 1,2,3,4 и збир обртних момента који стварају ротори чине момент скретања око осе z у вертикалном режиму лета:

$$M_z^v = \sum_i T_i \tag{5.57}$$

Величине од значаја за овај математички модел, дате су у табели 5.8:

Табела 5.8 Величине од значаја за одређивање динамике вертикалног лета БПЛ.

Величине	Опис	Вредност		
т	Maca	40 kg		
Is	Растојање центра ротора од центра тежишта дуж у осе	0.65 m		
I _l	Растојање центра ротора од центра тежишта дуж х осе	0.65 m		
I _u	Момент инерције	5.8 kgm ²		
I_v	Момент инерције	3.4. kgm ²		
I _w	Момент инерције	3.4 kgm ²		
$\lambda_{1,4}$	Однос момента и силе	0.026 Nm/N		
$\lambda_{2,3}$	Однос момента и силе	-0.026 Nm/N		

На основу података из табеле 5.8 и једначине 5.56., вредности обртних момената су:

$$\begin{bmatrix} M_x^v \\ M_y^v \\ M_z^v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [\text{Nm}]$$
(5.58)

Овај математички модел показује да је летелица стабилна при полетању и слетању, да место и начин поставке мотора за хеликоптерски режим, не уносе додатне компоненте сила и момената, већ се међусобно поништавају. Поремећаји у лету се контролишу уз помоћ погонске групе, тако да не дође до нестабилног понашања летелице [Aslihan V., Burak Y., Ugur O., Adil Y. Gokhan I., 2014]. С обзиром на то да пројектована шема није допринела нестабилности летелице, еволуција ударног оптерећења се може извршити само на основу раванског и статичког случаја удара дела структуре.

6 Еволуција ударног оптерећења

Након што је извршена анализа кретања летелице у хеликоптерском режиму, где је установљено и приказано на слици 5.10. да је лет трајао свега неколико секунди, извршена је детаљна анализа свих величина од значаја од почетног до крајњег тренутка удесног слетања. С обзиром да је тај тренутак јако кратак, извршена је апроксимација оптерећења на статичку силу удара. Ова методологија омогућава, да се у доменима статичке анализе добију конкретне вредности непредвиђеног оптерећења, које доводе до отказа структуре. Сила F је ударна сила и услед њеног дејства је дошло до отказа у структури. Тај отказ је на макромеханичком нивоу и видљив је голим оком. Претпостављени, упрошћени случај оптерећења (са ударном силом и тачком деловања) илустрован је на слици 6.1 а), уздужна x, бочна y и вертикална z-оса координатног система означене су у левом углу слике. У стварности, летелица је извела комплексни 3Д маневар са све три транслаторне и ротационе брзине. Међутим, најзначајније промене параметара лета забележене су у равни симетрије, што је омогућило да се изврши анализа раванског кретања и апроксимација оптерећења. Прва анализа обухвата посматрање летелице у равни xz. Поставка ударне силе F у тачки њеног дејства, а то је најистуренији део летелице (вертикални реп), којим је летелица након сложеног кретања ударила о земљу, омогућава да се израчуна вредност момента за тачку центра тежишта летелице у том тренутку. На слици 6.1 а) црвеном линијом обележено је место лома греде и место дејства силе F. Пошто се летелица кретала, неопходно је установити угаону брзину за у осу, угаона брзина ω око у осе мерена је жироскопом и добијена из записа о лету, слици 6.1 б)[Franke, F., Schwab, M., Burger, U., Hühne C, 2020; 2022].



Слика 6.1 a) Случај оптерећења са ударном силом, б) угаона брзина у снимљеном сегменту критичног дела лета, в) нормална расподела ударне силе

Конзервативни закон о моменту импулса, може се назвати момент количине кретања или угаони момент L заједно са вредностима угаоне брзине ω у времену t пада летелице користи се да се изведе ударна сила F у складу са једначином (6.1) [*Escobar-Ruiz A.G., Lopez-Botello O., Reyes-Osorio L., Zambrano-Robledo P., Amezquita-Brooks L., Garcia-Salazar O,2019.*].

$$M_y = dL_y/dt = I_y d\omega_y/dt, \qquad (6.1)$$

Где M_y означава обртни момент, а I_y је момент инерције БПЛ-а око y-осе. Једначина (6.1) описује кретање БПЛ у xz-равни. Апроксимацијом тренутка кретања непосредно пре и после пада летелице, трансформација једначине (6.1) је:

$$\Delta L_y = I_y \Delta \omega_y = I_y (\omega_{y2} - \omega_{y1}) = pl, \qquad (6.2)$$

Где су ω_{y2} и ω_{y1} вредности угаоне брзине непосредно пре и после пада летелице, *р* импулс и *l* растојање између центра тежишта летелице и тачке њеног додира са земљом.

Када је *р* израчунато, може се претпоставити да је ударна сила *F* пратила нормалну расподелу као што је приказано на слици 6.1 в). Две вредности ударне силе су карактеристичне, средња и максимална вредност, и могу се користити за накнадни прорачун конструкције и димензионисање.

За $I_y = 3.4 \text{ kgm}^2$, l = 1.5 m, $\Delta t = 0.05 \text{ s}$, и $\Delta \omega = 10 \text{ rad/s}$, средња вредност ударне силе је $F_{\text{avg}} = 500 \text{ N}$ док је максимална вредност $F_{\text{max}} = 1450 \text{ N}$.

Поређењем вредности обртног момента око у осе, који је последица дејства средње ударне силе и максималне силе удара и обртног момента за исту осу у вертикалном лету, долази се до следеће неједнакости:

$$M_y^v = 0 \text{ [Nm]} < M_y^{avg} = 750 \text{ [Nm]} < M_y^{max} = 2175 \text{ [Nm]}$$
 (6.3)

Обртни момент око у осе M_y^v (6.4), у току вертикалног лета у фази пројектовања летелице мора бити једнак 0, да би летелица била стабилна и управљива. Појава малих вредности услед разних поремећаја у току експлоатације, коригују се утицајем рада електромотора. Из једначине (6.5) може се закључити да моменти за исту осу, који су последица дејсва ударне силе имају значајно веће вредности. Ово говори да се овај ред величине вредности никада не може јавити у условима експлоатације и номиналним режимима рада за које је летелица пројектована. Вредности M_y^{avg} и M_y^{max} су последица ударне силе која се десила у кратком временском интервалу, услед великог убрзања. Из тог разлога оваква врста оптерећења се не разматра током процеса пројектовања оваквог типа летелица, јер изискују велики степен сигурности структуре што није увек повољно са аспекта масе.

У току апроксимације статичке силе удара (Гаусовом расподелом) није разматран утицај самог репа, који у односу на осу симетрије летелице генерише компоненту додатне силе од сопствене тежине (вертикални реп) и компоненту момента од тежине половине хоризонталног репа. Овај комплексни просторни случај своди се на равански случај статичког ударног оптерећења. Поставка проблема, детаљно приказује механички модел греде и приказана је на слици 6.2



Слика 6.2 Свођење сложеног просторног случаја оптерећења на равански.

 $F_{1=}F_2 = 330$ N су максималне вредности сила које генерише погонска група за вертикални лет, тежина вертикалног репа и једне половине хоризонталног репа, износи $m_{rep} = 1.95$ kg. У тачкама A и B, постављени су ослонци, који представљају везу греде и крила. За решавање овог проблема, најпре треба одредити момент од јединичне силе $S_1 = 1$. Поставка је приказана на слици 6.3.



Слика 6.3 Поставка проблема греде у општим бројевима, под дејством јединичне силе

$$\sum y_i = 0, \qquad -y_A + y_B - 1 = 0 \tag{6.6}$$

$$\sum M_A = 0, \qquad -1(b+c) + y_B \cdot b = 0 \tag{6.7}$$

Из једначине (6.7) следи:

$$y_B = \frac{b+c}{b} \tag{6.8}$$

На основу једначине (6.6) и (6.8), даље следи:

$$y_A = y_B - 1 = \frac{c}{b} \tag{6.9}$$

Моментни дијаграм који одговара претходним једначинама.



Слика 6.4 Дијаграм момената од јединичне силе



Слика 6.5 Поставка проблема греде у општим бројевима, под дејством силе F

Сила F, представља силу тежине вертикалног репа и износи 12.26 N.

$$\sum y_i = 0, \qquad -y_A + y_B - F = 0 \tag{6.11}$$

$$\sum M_A = 0, \qquad -F(b+c) + y_B \cdot b = 0 \tag{6.12}$$

Из једначине (6.12) следи:
Милица П. Милић

Докторска дисертација

$$y_B = \frac{F \cdot (b+c)}{b} \tag{6.13}$$

На основу једначине (6.11) и (6.12), даље следи:

$$y_A = y_B - F = \frac{F \cdot c}{b} \tag{6.14}$$



Слика 6.6 Дијаграм момената од силе F

$$M_{1} = 0$$

$$M_{2} = -z \frac{F \cdot c}{b}$$

$$M_{3} = -z \cdot F$$
(6.15)

Израз за угиб од силе F, може се представити на следећи начин:

$$fc = \frac{1}{EI} \int \sum_{i=1}^{z} \overline{M_i} \ M_i \, dz = \frac{1}{EI} \left(\int_0^b \frac{z \cdot c}{b} \cdot \frac{c \cdot F}{b} \cdot z \, dz + \int_0^c z \cdot F \cdot z \, dz \right)$$
(6.16)
$$fc(F) = \frac{F \cdot c^2 \cdot (b+c)}{3EI}$$
(6.17)

Након израза за угиб греде од силе F, коришћењем исте методологије апроксимира се угиб греде од момента. Поставка проблема је приказана на слици 6.7. Овај момент има вредност M = 8.15 Nm и представља момент који половина хоризонталног репа генерише у тачки C.



Слика 6.7 Поставка проблема греде у општим бројевима, под дејством момента М

$$\sum y_i = 0, \qquad -y_A + y_B = 0 \tag{6.18}$$

$$\sum M_A = 0, \qquad -M + y_B \cdot b = 0 \tag{6.19}$$

Из једначине (6.18) и (6.19) следи:



Слика 6.8 Дијаграм момената од момента М

$$M_1 = 0$$

$$M_2 = -\frac{z}{b} \cdot M$$

$$M_3 = -M$$
(6.21)

Израз за угиб од момента М, може се представити на следећи начин:

Докторска дисертација

$$fc(M) = \frac{1}{EI} \int \sum_{i=1}^{Z} \overline{M_i} \ M_i \ dz = \frac{1}{EI} \left(\int_0^b \frac{z \cdot c}{b} \cdot \frac{z}{b} \cdot M \cdot dz + \int_0^c z \cdot M \cdot dz \right)$$
(6.22)

$$fc(M) = \frac{M \cdot c}{EI} \cdot \left(\frac{b}{3} + \frac{c}{2}\right)$$
(6.23)

Замена момента са силом, из израза (6.17) и (6.23), односно из једнакост угиба следи израз за силу која мења момент.

$$fc(M) = fc(F) \tag{6.24}$$

$$\frac{M \cdot c}{EI} \cdot \left(\frac{b}{3} + \frac{c}{2}\right) = \frac{F^*}{3EI}(b+c)$$
(6.25)

Где је *F*^{*} сила која мења момент.

$$F_{1}^{*} = \frac{M \cdot (b + \frac{3}{2} \cdot c)}{c \cdot (b + c)} = 16.21 \text{ N}$$
(6.26)

Резултанта силе, коригована за силу која мења незанемарљив утицај половине хоризонталног репа је збир силе тежине вертикалног репа F и силе F^* .

$$F_R = F + F^* \tag{6.27}$$

Заменом бројних вредности са слике 6.2 ,a = 0.7116 m, b = 0.18336 m, c = 0.7739 m и F = 12.26 N и M = 8.15 N у једначину (6.26), добија се $F_R = 31$ N.

При чему се из једнакости угиба може одредити разлика када се не узима у обзир утицај половине хоризонталног репа F^* . Из једначине (6.17) следи:

$$fc(F) = 0.8337 \text{ mm}$$
 (6.28)

док је

$$fc(F_R) = 0.9378 \,\mathrm{mm}$$
 (6.29)

Затим је примењен приступ једнакости нагиба у тачки С. Уместо јединичне силе у тачки С поставља се јединични момент, како би се добили изрази за нагиб услед дејства силе и момента.



Слика 6.9 Поставка проблема греде у општим бројевима, под дејством јединичног момента.

$$\sum y_i = 0, \qquad -y_A + y_B = 0 \tag{6.30}$$

$$\sum M_A = 0, \qquad -1 + y_B \cdot b = 0 \tag{6.31}$$

Из једначине (6.30) и (6.31) следи:





$$\overline{M_1} = 0$$

$$\overline{M_2} = -\frac{z}{b}$$

$$\overline{M_3} = -1$$
(6.33)

Израз за нагиб од момента *M*, може се представити на следећи начин:

$$\varphi c(M) = \frac{1}{EI} \int \sum_{i=1}^{z} \overline{M_i} \ M_i \ dz = \frac{1}{EI} \left(\int_0^b \frac{z}{b} \cdot \frac{z}{b} \cdot M \cdot dz + \int_0^c M \cdot dz \right)$$
(6.34)

Докторска дисертација

Милица П. Милић

$$\varphi c(M) = \frac{M}{EI} \cdot \left(\frac{b}{3} + c\right) \tag{6.35}$$

У том случају нагиб од силе *F* може се написати у следећем облику:

$$\varphi c(F) = \frac{1}{EI} \left(\int_0^b \frac{c}{b} \cdot \frac{z}{b} \cdot F \cdot z \cdot dz + \int_0^c F \cdot z \cdot dz \right)$$
(6.36)

$$\varphi c(F) = \frac{F \cdot c}{EI} \cdot \left(\frac{b}{3} + \frac{c}{2}\right) \tag{6.37}$$

$$\varphi c(F^*) = \varphi c(F) + \varphi c(M) \tag{6.38}$$

Из једнакости нагиба следи:

$$\frac{F^* \cdot c}{EI} \cdot \left(\frac{b}{3} + \frac{c}{2}\right) = \frac{F \cdot c}{EI} \cdot \left(\frac{b}{3} + \frac{c}{2}\right) + \frac{M}{EI} \cdot \left(\frac{b}{3} + c\right)$$
(6.39)

$$F_{2}^{*} = F + \frac{M}{c} \cdot \frac{\left(\frac{b}{3} + c\right)}{\left(\frac{b}{3} + \frac{c}{2}\right)} = 31.84 \text{ N}$$
 (6.40)

Из једначине (6.27), следи да је $F_{R2} = 45.53$ N, одакле следи

$$fc(F_{R2}) = 0.9827 \text{ mm}$$

 $\varphi c(F_{R2}) = 0.002191 \text{ rad}$
(6.41)

Из израза (6.37) може се одредити нагиб од силе F и F_R .

$$\varphi c(F_R) = 0.002386 \text{ rad}$$

 $\varphi c(F) = 0.001858 \text{ rad}$
(6.42)

Све ове апроксимације оптерећења могу се извести и на основу једнакости површина са дијаграма момента. Из једначине (6.35), следи да је $F_{R3} = 43.52$ N, одакле следи:

$$A(F,M) = \frac{1}{2} [M + (M + F \cdot c] \cdot c + \frac{1}{2} \cdot b \cdot (M + F \cdot c)$$

$$A(F) = \frac{1}{2} F^* \cdot c^2 + \frac{1}{2} F^* - c \cdot b = \frac{1}{2} F^* - c \cdot (b + c)$$

$$A(F,M) = A(F)$$
(6.43)

$$F_{3}^{*} = F + \frac{2 \cdot M \cdot (c + \frac{b}{2})}{c \cdot (b + c)} = 31.26 \text{ N}$$

$$fc(F_{R3}) = 0.9648 \text{ mm}$$
 (6.44)

$$\varphi c(F_{R3}) = 0.002151 \text{ rad}$$
 (6.45)

Поређење вредности угиба добијеним различитим приступима представљено је у табели 6.1 Референтна вредност је fc(F) = 0.8337 mm.

Табела 6.1 Поређење угиба

Угиб [mm]	Процентуално одступање [%]
$fc(F_R) = 0.9378$	12.4865
$fc(F_{R2}) = 0.9827$	17.8721
$fc(F_{R3}) = 0.9648$	15.7251

Поређење резултата за нагиб добијеним различитим приступима представљено је у табели 6.2. Референтна вредност је $\varphi c(F) = 0.001858$ rad.

Табела 6.2 Поређење нагиба

Нагиб [rad]	Процентуално одступање [%]		
$\varphi c(F_R) = 0.002386$	28.41		
$\varphi c(F_{R2}) = 0.002191$	17.92		
$\varphi c(F_{R3}) = 0.002151$	15.77		

Пошто је циљ ове докторске дисертације оптимизација структуре за случај непредвиђеног оптерећења, сила апроксимирана само анализом удара, мора се кориговати за вредност силе која замењује утицај репа $F_{R2} = 45.53$ N. Из табела 5.1 и 5.2, установљено је да се најближе вредности добијају апроксимацијом угиба и нагиба преко јединичног момента у тачки С и из једнакости површина са моментног дијаграма за исти случај. Стога је изабрана сила F_{R2} као највећа вредност из ове апроксимације.

Овом претпоставком уводи се максимално могуће оптерећење које је у критичном тренутку деловало на греду.

Узимајући у обзир силе $F_{\text{avg}} = 500$ N и максималну вредност $F_{\text{max}} = 1450$ N, које треба кориговати за вредност изабране силе F_{R2} . Установљено оптерећење које је постојало у тренутку удара летелице је:

$$F_{R_{avg}} = F_{avg} - F_{R2} = 454.47 \text{ N}$$
(6.46)

$$F_{R_{max}} = F_{max} - F_{R2} = 1404.47 \text{ N}$$
(6.47)

7 Преглед, одабир и употреба одговарајућих нумеричких метода

7.1 Метода коначних елемената, теоријска разматрања

Метода коначних елемената (МКЕ) развила се у кључну, неопходну технологију у моделирању и симулацији напредних инжењерских система, у различитим областима попут грађевинарства, машинства, комуникација и других. При изградњи таквих напредних инжењерских система, инжењери и дизајнери пролазе кроз сложен процес моделирања, симулације, визуализације, анализе, израде прототипа, тестирања, и на крају, производње коначног облика изабраног инжењерског ситема. Да би се остварили одређени процеси, неопходно је обезбедити поузданост сваке фазе кроз коју се пролази. Алгоритам процеса је приказан у виду шематског дијаграма на слици 7.1. Овај процес често је итеративан. То значи да се неки од поступака понављају на основу резултата добијених у тренутној фази, у циљу постизања оптималних перформанси уз најниже трошкове за изградњу система. Стога, технике које се односе на моделирање и симулацију имају значајан утицај на ток пројекта. Када је реч о сложеним системима, какав је и елемент летелице који се разматра у овој докторској дисертацији, компјутеризована метода коначних елемената омогућава приступ решењима са мање утрошеног времена и више могућности за визуализацију и поновљивост. Интеграција више софтвера, омогућила је коришћење математичког и рачунарског моделирања, извођење рачунарских симулација у циљу решавања сложеног система. За решавање оваквих система, неопходно је правилно поделити рачунарски домен на довољан број елемената у коме се постиже конвергенција жељеног решења. Познати физички закони се примењују на сваки од елемената. Ови елементи обично имају једноставан геометријски облик. Решавањем линеарних алгебарских једначина за цео систем долази се до решења жељене променљиве. Успостављени алгоритам је применљив на већину инжењерских система [Sheng T.K., Esakki B., Ponnambalam A, 2020].



Слика 7.1 Алгоритам за израду сложеног инжењерског проблема

7.2 Примена методе коначних елемената на компјутерско моделовање проблема

Понашање одређених феномена унутар система зависи од геометрије или домена система, својстава материјала, као и постављених граничних услова и оптерећења. За инжењерске системе, геометрија или домен могу бити врло сложени. Такође, гранични и почетни услови могу бити комплексни или недовољно дефинисани.У овој докторској дисертацији приказана су два могућа решења, применом ове методе на исти елемент (греду). До разлике у решењу и различитој визуализацији истог, довело је другачије дефинисање граничних услова. Стога је јако важно напоменути, да је правилан одабир граничних услова кључан за добијање одговарајућих резултата. Због тога је, у општем случају, изузетно тешко решити скуп диференцијалних једначина (које описују проблем) аналитичким методама. У пракси, већина проблема се решава нумеричким методама, углавном дискретизацијом домена. Поступак рачунарског моделирања коришћењем МКЕ углавном се састоји од четири корака:

- 1. Моделирање геометрије.
- 2. Дефинисање мреже коначних елемента (дискретизација).
- 3. Дефинисање карактеристика материјала.
- 4. Постављање граничних, почетних и услова оптерећења.

а. Моделирање геометрије

Стварне структуре, компоненте или домени су врло комплексни и морају се апроксимирати у геометрију, на којој је могуће применити коначне елементе. То значи да геометрија која се разматра, тип анализе и материјал, индиректно одређују тип коначног елемента. Закривљене геометрије могу се моделирати користећи криве и закривљене површине. Геометрија се представља као скуп елемената, а криве и закривљене површине апроксимирају се прекинутим правим линијама или равним површинама, ако се користе линеарни елементи. Тачност приказа закривљених делова контролише се бројем коришћених елемената. Са више елемената, приказ закривљених делова помоћу правих ивица је равномернији и прецизнији. Нажалост, што је више елемената, то је дуже време рачунања потребно. Стога, због ограничења рачунарске опреме и софтвера, увек је потребно ограничити број елемената. Тада се праве компромиси како би се одлучило о оптималном броју коришћених елемената. Детаље геометрије треба моделирати само ако су врло прецизни резултати потребни за те регије и уколико су детаљи од велике вежности за коначне резултате. Да би се у софтверу добио жељени модел геометрије, основа сваког модела су тачке. Оне се могу креирати једноставно уношењем координата. Линије и криве се могу креирати повезивањем тачака или чворова. Површине се могу креирати повезивањем, ротирањем или транслирањем постојећих линија или кривих, а тела се могу креирати повезивањем, ротирањем или транслирањем постојећих површина. Графички интерфејси се често користе како би се помогло у креирању и манипулацији геометријским објектима. Постоји много софтверских пакета за компјутерски дизајн геометрије (CAD) који се користе за пројектовање, а који могу произвести документа који садрже геометрију дизајнираног инжењерског система. Ови документи се обично могу учитати у софтверске пакете за прорачун, што може знатно уштедети време при креирању геометрије модела. Међутим, у многим случајевима, комплексни објекти прочитани директно из САД документа могу захтевати модификацију и поједностављење пре формирања мреже или дискретизације.

У многим случајевима, детаљне геометрије имају занемарљиве ефекте на перформансе инжењерског система. Геометријски детаљи који нису од значаја се могу избрисати, поједноставити или занемарити одређеним командама у прорачуну.

б. Формирање мреже

Мрежирање се врши ради дискретизације креиране геометрије на мале делове, елементе. Дискретизација се врши да би се проблем решавања једначина по целом домену свео на домен који је подељен на елементе. Решење се тада тражи у сваком елементу и решава се систем алгебарских линеарних једначина. Генерисање мреже је веома важан задатак пред процес анализе. То може бити временски захтеван задатак, у зависности од сложености система. Домен мора бити правилно мрежиран у елементе специфичних облика као што су троуглови и четвороуглови. Такође треба обезбедити правилну конекцију између формираних елемената, да би се добили валидни резултати. Триангулација је најфлексибилнији и најразвијенији начин за креирање мрежа са троугаоним елементима. Оваква мрежа може у великој процентуалној већини бити потпуно аутоматизована за дводимензионалне (2Д) геометрије, а чак и тродимензионалне (3Д). Додатна предност коришћења троуглова је флексибилност моделирања сложене геометрије и њених граница. Мана је та што је тачност резултата симулације базирана на троугластим елементима често нижа него она добијена коришћењем правоугаоних елемената. Због тога је за анализе у овој дисертацији коришћен квадрилатерални елемент.

в. Карактеристике материјала

Многи инжењерски системи се састоје од више материјала. Својства материјала се могу дефинисати или за групу елемената или за сваки појединачни елемент, ако је потребно. За различите феномене који треба да се симулирају, потребни су различити скупови карактеристика материјала. На пример, за анализу напрезања чврстих тела и конструкција потребни су Јунгов (енг.Young's) модул еластичности и модул смицања, густина, док ће коефицијент топлотне проводљивости бити потребан за термалну анализу. Унос својстава материјала у препроцесору обично је једноставан. Постоје комерцијално доступне базе података о материјалима које се користе, али обично су потребни експерименти како би се тачно одредила својства материјала који ће се користити у анализама. То се обично постиже тестирањем епрувета од жељеног материјала, а затим се добијене карактеристике користе у анализама. Ова методологија добијања карактеристика материјала, коришћена је у овој докторској дисертацији. С обзиром на ограничења у тестирању епрувета, неке карактеристике су добијене експериментално, а неке су усвојене емпиријски.

г. Поставка граничних услова и оптерећења

Дефинисање ослонаца је најзначајније за добијање меродавних резултата. Потребно је дефинисати место њихове поставке и тип. Поред ослонаца такође је важно и правилно дефинисање оптрећења (место поставке, тип и вредност).

7.2.1 Тип елемента

Избор типа елемента је један од веома важних сегмената у алгоритму решавања сложених система. За анализе у овој докторској дисертацији изабран је елемент љуске (енг.shell). Овај елемент је погодан за анализу танких до умерено дебелих структура.

То је елемент са четири чвора и шест степени слободе у сваком чвору: транслације у правцима x, у и z и ротације око x, у и z-осе. У зависности од потребе прорачуна елемент може да има само степене слободе, који су везани за транслацију. Овај елемент се може користити као дегенерисани троугао, али је у том случају препоручљиво користити га као елемент пуњења у генерисању мреже. Елемент љуске је погодан за линеарне деформације, велике ротације и/или велике нелинеарне деформације. Промена дебљине љуске се узима у обзир у нелинеарним анализама. У домену елемената, подржане су потпуне и смањене интеграционе шеме. Најповољније је за прецизне прорачуне овај тип елемента користити за моделирање композитних слагања или сендвич конструкција. Тачност у моделирању композитних љуски је регулисана теоријом смицања-деформације првог реда (обично се назива Mindlin-Reissner теорија љуске). Формулација елемента је заснована на логаритамским деформацијама и правим мерама напрезања. Кинематика елемента дозвољава коначна напрезања мембране (истезање). Међутим, претпоставља се да су промене закривљености у временском прираштају мале. Теоријска разматрања овог елемента, представљена су као увод у нумеричко решавање комплексног система. Изабрани модел љуске израчунава понашање угиба оптерећења и комплексно тродимензионално напонско стање геометријских нелинеарних, еластопластичних, танкозидних, слојевитих љуски. Једначине и приступ су засновани на литератури [Gruttmann F, Knust G, WagnerW, 2017; Gruttmann F, Knust G, 2019; Gruttmann F, WagnerW, 2020]. За нумеричку анализу изабран је елемент SHELL181. Геометрија елемента приказана је на слици 7.2. Слика приказује геометрију, локацију чворова и координатни систем. Елемент дефинишу четири чвора (*I*,*J*, *K* и *L*).



Слика7.2 Геометрија елемента SHELL181. [Peф.https://mm.bme.hu/~gyebro/files/ans_help_v182/ans_elem/Hlp_E_SHELL181.html]

У нумеричкој поставци могуће је дефинисати слагање слојева материјала, са овим типом елемента. То омогућава одређивање дебљине сваког слоја, материјала, оријентације и броја тачака интеграције кроз дебљину слојева .Када се формира секција, током поставке је потребно изабрати број тачака интеграције (1, 3, 5, 7 или 9) и то кроз дебљину сваког слоја. Када је само један, тачка се увек налази на средини између горње и доње површине.

Ако су три или више тачака, две тачке се налазе на горњој и доњој површини респективно, а преостале тачке су распоређене на једнаком растојању између две тачке. Подразумевани број тачака интеграције за сваки слој је три.

Међутим, када се дефинише један слој и постоји пластичност, број тачака интеграције се мења на минимум пет тачака током решавања. За прорачун структуре греде изабране су три тачке интеграције. У складу са осама локалног координатног система, дефинише се смер оријентације влакана за сваки слој. Оријентација влакана утиче на расподелу механичких карактеристика сваког слоја.

7.3 Математички модел структуре епрувета и компаративна анализа резултата

Како су карактеристике материјала, од изузетног значаја за сваку анализу, као улаз у цео оптимизациони процес, из структуре која је претрпела оштећење при удесном слетању, исечене су три епрувете. Епрувете су тестиране на машини за испитивање епрувета на затезање. На основу тог испитивања, утврђене су тачне карактеристике материјала, које су упоређене са резултатима нумеричке симулације, да би се нумерички прорачун валидирао за будуће симулације, које су биле неопходне за ово истраживање. Често усвојена технологија производње диктира механичке карактеристике ламината и квалитет. Минимална количина заостале прашине, ваздуха итд. може утицати да ламинат нема униформне карактеристике дуж геометрије, као ни да се може сматрати да има идеално залепљене слојеве ткања, као што је то случај у нумеричком прорачуну. Ово је најчешће изражено код ручне ламинације. [*Zhennan H, 2020*].

7.3.1 Испитивање епрувета на затезање

Испитивање епрувета извршено је на машини за испитивање затезања SHIMADZU AGX-V максималног капацитета 100 kN и опсега испитивања од 10 kN. Тип хидрауличних хватаљки је H-MWG а тип екстензиометар је SIE 560. Испитивања се изводе при константној брзини попречне главе од 0.5 mm/min [*Nisar JA, Hashim SA, 2010; Guo B, Zhang W and Wang X,2014; He Y, Zhang X, Long S, 2016*]. Експериментални резултати испитивања епрувета на затезање приказани су у овој глави и упоређени са нумеричким резултатима, у циљу верификације нумеричког модела.





Слика 7.3 а) Епрувете, исечене из оштећене структуре б) Поставка епрувета на машини за испитивање затезања SHIMADZU AGX-V

б)

На слици 7.3 а) приказане су исечене епрувете, док је на слици 7.3 б) приказана њихова поставка на машини за испитивање затезања.

7.3.2 Нумеричка симулација испитивања епрувета на затезање

Након испитаних карактеристика стварног ламината, потребно је урадити нумеричку анализу, у складу са претходно одабраним слагањем са којим је структура греде и произведена. Ова нумеричка анализа показује корелацију између нумеричког модела и стварне структуре, дефинишући критичне слојеве. За развој модела коначних елемената епрувете, као и нумерички прорачун, користи се софтвер ANSYS APDL [ANSYS Inc. ANSYS Parametric Design Language (APDL), 2023.]. Овај софтвер омогућава параметарско моделирање. Модел епрувете је илустрован на слици 7.4 и представља параметризовани модел урађен у складу са димензијама епрувета исечених из структуре. Изглед епрувета је према препорукама за стандардно испитивање на затезање композитних епрувета. Укупна дужина узорка за испитивање је 250 mm, а ширина радног дела епрувете је прилижно 10 mm.



Слика 7.4 Модел епрувете.

Да би се добили жељени резултати затезне чврстоће и истезања, извршена је статичка анализа структуре епрувета. Тип изабраног коначног елемента је SHELL181. Овај елемент као и детаљни разлози за његово коришћење наведени су у глави 7.2.1. Студија конвергенције мреже спроведена је за неколико различитих величина елемента. Конвергенција резултата је постигнута за квадратне елементе величине ивице од 1 mm. Укупан број чворова је 5586, а број коначних елемената је 5293. Детаљ прорачунске мреже је приказан на слици 7.5 а) док слика 7.5 б) приказује оријентације слагања ламината. x оса је подужна оса која представља главни правац простирања унидирекционог ткања.



a)

б)

Слика 7.5 a) Детаљ мреже коначних елемената епрувете b) 3Д приказ ламината са обележеним главним правцима, слагања ламина.

Табела 7.1 показује својства коришћених материјала, укључујући смолу и ткање од угљеничних влакана. Ова својства су добијена од релевантних произвођача и података из литературе [Kassa MK, Singh LK and Arumugam AB, 2022; Hashim S, Berggreen C, Tsouvalis N, 2011], с обзиром на то да су примењена експериментална истраживања, која могу дати вредности модула еластичности и затезне чврстоће које су еквивалентни вредностима целог ламината, а не слоја засебно. Слагање слојева ламината, које одговара слици 7.5 а) приказано је у табели 7.2.

Табела 7.1 Механичке карактеристике материјала

	-	-			
Оријентација		0° слој	90° слој	±45° слој	Ероху смола Araldite LY3505
	E_{11}	139.40	7.66	9.85	
Young-ов модул еластичности (GPa)	E_{22}	7.66	139.40	9.85	3.50
	<i>E</i> 33	7.66	7.66	7.66	
Morris organou o (GPo)	G_{12}	3.680	3.680	7.070	1.296
модул смицања (Ога)	G_{13}	3.680	2.940	2.940	
	G_{23}	2.940	3.680	2.940	
Doisson kochumiaur	<i>v</i> ₁₂	0.260	0.014	0.340	0.250
гольсон коефицијент	V13	0.260	0.304	0.304	0.350
	V23	0.304	0.260	0.304	
Затезна чврстоћа (МРа)		1500	50	110	85
Чврстоћа на смицање (МРа)		86			

Ламина од угљеничних/карбонских влакана

У табели 7.2 θ представља оријентацију влакана унутар једне ламине, док је *t* њена дебљина ткања и смоле (у складу са примењеном технологијом производње). Укупна дебљина ламината је 1.85 mm. Главни правац оријентације композитног ламината је под углом од 0° у односу на подужну осу модела епрувете, што је назначено на слици 7.5 а). Такође је на основу затезних чврстоћа појединачних слојева, одређена затезна чврстоћа за глобални ламинат и она износи 331.6 MPa, ова вредност представља граничну вредност за цео ламинат у главном правцу простирања влакана. Вредност затезне чврстоће одређена је нумерички, на основу појединачних вредности карактеристика материјала за глобални ламинат.

Табела 7.2 Слагање слојева структуре ламината

	θ[°]	<i>t</i> [mm]	Затезна чврстоћа (МРа)
1	45	0.28	110
2	-45	0.28	110
3	90	0.28	50
4	0	0.45	1500
5	-45	0.28	110
6	45	0.28	110
	укупно:	1.85	331.6

Нумеричка симулација испитане епрувете изведена је са граничним условима који одговарају стварном експерименту (тест чистог затезања). Сила унета у чворовима мреже (енг. *nodal force*) у распону од 0 до 6000 N са кораком од 1000 N примењена је дуж једне чеоне ивице епрувете, док су сви степени слободе били ограничени дуж супротне ивице.

7.3.3 Поређење резултата нумеричке симулације и експерименталног испитивања

Прорачунати и измерени односи између силе и померања, напона и деформације су приказани на слици 7.6, док су одговарајуће вредности модула еластичности *E*, затезне чврстоће σ_{max} и максималног издужења ε_{max} дате у табели 7.4. Релативне разлике су израчунате у односу на нумеричке вредности добијене за симулацију истезања епрувете.



Слика 7.6 а) Однос сила-померање, б) Однос напон-деформациј

Епрувете	E [GPa]	δE [%]	$\sigma_{\rm max}$ [MPa]	$\delta\sigma_{ m max}$ [%]	ε_{\max} [%]	$\delta \varepsilon_{ m max}$ [%]
Test 1	31.5	1.25	357	3.51	1.10	5.17
Test 2	32.5	1.88	364	1.62	1.10	5.17
Test 3	31.7	0.63	355	4.05	1.22	5.17
Нумерика	31.9	0.00	370	0.00	1.16	0.00

Табела 7.3 Поређење података, добијених екеприментално и нумерички.

Може се приметити да је постигнута сасвим задовољавајућа поновљивост експерименталних резултата, као и веома добра кореспонденција између нумеричких и експерименталних података што имплицира да је усвојена адекватна нумеричка поставка. Релативне разлике наведене у табели 7.4 остају испод 2%, 4.5% и 5.5% за модул еластичности, затезну чврстоћу и максимално издужење, респективно. Сви композитни узорци се деформишу скоро линеарно до наглог лома. Неслагања између нумеричких и експерименталних података при већим силама могу се углавном приписати несавршеностима у производњи.

То значи да су на епруветама које су исечене из оштећене структуре уочене мале разлике у дебљини материјала, што је последица ручне ламинације. Прорачуната поља напона и померања при максималном оптерећењу су илустрована на слици 7.7. Плава боја означава минималне (нулте) вредности, док црвена одговара максималним вредностима (370 MPa и 3 mm за напон и померање, респективно). Као што се и очекивало, максимални напони се јављају у средњем, суженом делу плоче. Такође, максималне вредности издужења се јављају дуж слободне ивице епрувете.



Слика 7.7 а) Расподела напрезања на епрувети, б) Расподела померања у правцу деформације

За максималну силу од 6000 N, максимална вредност добијеног напона је 370 MPa. С обзиром на то да је прорачуната затезна чврстоћа разматраног ламината 331.6 MPa, може се закључити да је дошло до отказа на овом ламинату што је добро поклапање са експерименталним резултатима испитивања епрувета.

Докторска дисертација

7.4 Математички модел структуре греде и нумерички прорачун

7.4.1 Преглед оштећене структуре

Сегмент композитне греде на коме је дошло до отказа структуре, приказан је на слици 7.8. Општим прегледом напрслих површина утврђено је да су сви ломови настали на концентраторима напрезања, односно кружним рупама за причвршћивање мотора, који су се налазили на доњој површини греде. Овај лом се није догодио само због присуства ослабљеног пресека, већ због сложеног оптерећења и ограничења који се налазе на том делу греде. Механизам сложеног оптерећења, детаљно је објашњен у глави 6. Општи приступ или методологија према анализи отказа композита је сличан другим, на пример металним материјалима [*Wang G, Jia P and Huang T.,2019; Momčilović D, Odanović Z, Mitrović R, 2012*]. Различите карактеристике површине могу указивати на узрок отказа, попут деламинације, која може бити резултат удара мале брзине [*Guo H, Duan H, Lei J, 2021; Zimmermann N, Wang PH.,2020*]. Општи преглед зоне лома греде приказан је на слици 7.9.



Слика 7.8 Оштећена структура греде





72





Слика 7.9 Преломљена зона греде: а) Поглед спреда на ломљену површину; стрелице су усмерене ка пореклу лома – отвори за приступ носачу мотора, б) Поглед са стране на изломљену површину; Стрелица је усмерена ка уздужној пукотини као последица ударног оптерећења (удара о земљу), в) Доња страна зоне са прикључцима мотора, г) Горња страна зоне за носач мотора.

Резултати детаљнијих макро прегледа открили су специфичности лома, као што је приказано на слици 7.10 а), даљим прегледом откривене су карактеристике, као што је раслојавање (слика 7.10 а)) као и иницијација пукотина на рупама (слика 7.10 б)).



Слика 7.10 а) Деламинација композита у близини зоне лома, б) Увеличани приказ зоне у оквиру жутог правоугаоника са слике 7.9.

7.4.2 Нумеричка анализа греде

Како би методологија била верификована на моделу греде, након упоређивања карактеристика материјала и детаљне анализе места лома и уочених отказа, урађена је нумеричка нализа греде за слагање слојева прописано у фази пројектовања стварне греде, а чија је валидност утврђена експериментално-нумерички у глави 7.3. Коришћењем софтверског пакета *Ansys APDL*, као и за модел епрувета, параметарски је развијен модел љуске греде и он је приказан на слици 7.11. Параметарско моделирање сложених геометрија омогућава брзу измену димензија у каснијој оптимизацији. Греда има кружни попречни пресек, пречника 50 mm и укупне дужине 1670 mm. Ослабљени пресек се налази на два места на греди, растојање између осе пресека је 1300 mm и то је уједно и растојање између оса електромотора. Отвори на местима ослабљеног пресека су пролазне рупе за монтажу електромотора. По доњаци греде, рупе су пречника 6 mm, док су рупе на горњаци 2 mm и оне садрже навој. Тежина греде без мотора, са вертикалним репом и половином хоризонталног репа износ 3790 gr, док тежина само дела греде који се разматра износи 690 gr.



Слика 7.11 Развијени параметризовани модел греде

Методологија ове нумеричке анализе је иста као и методологија примењена код анализе епрувета. Греда је дискретизована на квадратне 6-слојне елементе љуске (чији је редослед слагања наведен у табели 7.2, где је главни правац слагања слојева 0° у односу на подужну осу греде (обележено на слици 7.11). Да би се осигурало да дискретизовани модел коначних елемената не утиче значајно на резултате, спроведена је студија конвергенције мреже. Неколико различитих величина елемената, у распону од 10 mm до 1 mm, испробано је под истим условима оптерећења. Поређене су вредности максималних напона у односу на величину елемената и вредности максималних напона у односу на број чворова, као што је илустровано на слици 7.12 а) и 7.12 б), респективно. Након студије конвергенције мреже, усвојена је величина елемената. Сегмент ове мреже је приказан на слици 7.13.



Слика 7.12 Студија конвергенције мреже: а) Максимални напон у односу на величину елемента, б) Максимални напон у односу на број чворова.



Слика 7.13 FEA мрежа

Код овакве геометрије, најпре је било потребно утврдити да ли је ослабљени пресек по доњаци греде у виду рупа, заиста критичан и погрешан у иницијалном дизајну или је узрок близина дејству сложеног оптерећења. У циљу утврђивања стварног стања око ослабљених и критичних делова греде, а пре свега оштећеног сегмента, у овој МКЕ анализи су коришћена два случаја граничних услова. Први случај уводи ослонце на месту где је греда причвршћена за крило БПЛ и вертикалну силу на месту удара греде о тло, ово илуструје слика 7.14 а). Претпостављено оптерећење је просечна вредност ударне силе , апроксимиране у глави 6.

У овом случају ефекти мотора су занемарени. Други случај задржава форму првог случаја уз додатна ограничења, вертикалних ослонаца. Ови ослонци уведени су на местима везе мотора и греде, како се њихов утицај не би занемарио.



Слика 7.14 а) Случај оптерећења I, б) Случај оптерећења II, в) Детаљ стварне структуре.

Нумеричка поставка за оба случаја у Ansys APDL софтверу изгледа идентично, осим што се примењују другачији контурни услови (слика 7.14 а) и 7.14 б)).

I. случај оптерећења

Нумеричка поставка приказана је на слици 7.15. Приказана нумеричка поставка представља контурне услове који одговарају, приказу на слици 7.14 а). Дакле, непокретни ослонци на местима везе крила и греде, представљају круту везу и апроксимирана ударна сила на крају греде (јед. 6.43).



Слика 7.15 Нумеричка поставка проблема.

Резултат ове анализе је напонско стање целе греде, где се вредности напона, које прелазе вредности затезне чврстоће за ламинат (табела 7.2) јављају на местима која указују на лом на стварној структури, иако није експлицитно издвојен сегмент греде који се разматра. Слика 7.16 приказује напонско стање целе греде у првом слоју. На одређеним местима на греди, уочавају се пикови напона. Визуелним прегледом утврђено је да на тим местима није дошло до отказа у структури. Разлог за појаву великих вредности напона, тачније сингуларитета у контексту коначних елемената у методи коначних елемената (МКЕ), је због начина апроксимације променљивих у моделима. Када модел садржи неке геометријске или структуралне неунеформности, проузроковане контурним условима, изменом материјала, прекидима у геометрији, или другим факторима који могу довести до неуниформности, може се доћи до неуспеле апроксимација предвиђања понашања система. Овакви недостаци називају се сингуларитети или пикови. То се односи на на нагло велике или нагло мале вредности неке променљиве на одређеном месту. Препознати сингуларитети се решавају редефинисањем мреже коначних елемената, променом типа елемента (елементи који би се адаптирали на геометријске неуниформности), коришћењем специјалних алгоритама за решавање сингуларних тачака, итд. У овом прорачунском проблему, сингуларитети су решени предефинисањем мреже и променом контурних услова. Слика 7.16 такође показује начин на који се греде деформисала при задатом оптерећењу. Визуелно се не појављује отказ у првом слоју, већ се максимални напони уочавају од другог слоја. Плава боја одговара минималној (0 MPa), а наранџаста до црвене боје до максималних (364.928 MPa) вредности напрезања. Пошто ова вредност напона премашује израчунату затезну чврстоћу ламината, може се закључити да је дошло до отказа, односно да се нумеричка поставка може ефикасно користити у процени отказа композитне структуре.

Приказана расподела је на основу задатог Тсаи Ву (енг. TsaiWu) критеријума, који на основу максималних напона из сваког слоја ламината одређује еквивалентни максималн напон за цео ламинат.



Слика 7.16 Расподела напона и деформација греде, случај оптерећења I.

Слика 7.17 приказује вредности степена сигурности према Тсаи Ву (енг. TsaiWu) критеријуму отказа. Коефицијент фактора отказа овог критеријума указује на делове структуре код којих при већем или тренутном оптерећењу долази до отказа. Код случаја оптерећења I, степен сигурности прелази граничну вредност (> 1) на месту савијања греде, тачније критичног пресека и износи 1.316.



Слика 7.17 Степен сигурности према Тсаи Ву (енг. TsaiWu) критеријуму отказа, случај оптерећења I

II. случај оптерећења

У другом случају оптерећења, представљеном на слици 7.15 б), уводе се вертикални ослонци на местима везе мотора и греде. Ови ослонци могу се разматрати и као концентрисана маса или као сила потиска, међутим, због малих вредности ових сила, еквивалентно је увести вертикална ограничења. МКЕ анализа је урађена на идентичном параметризованом моделу, са истом прорачунском мрежом. Вредност силе се такође не мења, као ни веза греда-крило, уводе се само додатни вертикални ослонци на местима качења електромотора. С обзиром на то да је увођењем додатног контурног услова, добијено детаљније напонско стање сегмента од значаја, његово напонско стање на коме се догодио отказ структуре, приказано је по слојевима на слици 7.18.



Слика 7.18 Расподела напона по слојевима у критичном пресеку, случај оптерећења II.

Напони по слојевима приказује појаву отказа, тачније појаву вредности напона већих од затезне чврстоће материјала на месту пресека који се разматра, што ближе одређује стварно стање. Црвено обојене зоне на обојеним контурама приказаним на слици 7.18 означавају максималне вредности напона. [Grbović A., Kastratović G., Božić Ž., Božić I., Obradović A., Sedmak A., Sedmak S., 2022; Wang G, Jia P and Huang T., 2020]. Међутим, да би прорачун био валидан и упоредив са експерименталним истраживањем, потребно је утврдити релације напон-деформација за цео ламинат. С обзиром да машина за испитивање епрувета на затезање, материјал разматра као изотропни и рачуна напон и деформацију на основу укупне дебљине, слика 7.19 показује еквивалентни максимални напон за цео ламинат и напрезање утврђено по истом критеријуму (Тсаи Ву).





Слика 7.19 a) Максимални напон и б) деформација на основу задатког Тсаи Ву критеријума отказа, случај оптерећења II.

У табели 7.4 сумирани су резултати постигнути нумеричким анализама у случају II, заједно са претходно наведеним експерименталним вредностима. С обзиром да су епрувете биле изложене чистом истезању, док је греда поднела сложено оптерећење (углавном савијање), од силе у кратком временском интервалу, подударност резултата се може сматрати сасвим задовољавајућом. Релативне разлике свих величина од значаја углавном остају испод 5%, осим релативних вредности за деформацију које остају испод 6.8%.

a)

б)

Епрувета	E [GPa]	δE [%]	$\sigma_{\rm max}$ [MPa]	$\delta\sigma_{ m max}$ [%]	ε_{\max} [%]	$\delta \varepsilon_{ m max}$ [%]
Test 1	31.5	1.83	357	2.19	1.10	6.78
Test 2	32.5	5.07	364	0.27	1.10	6.78
Test 3	31.7	2.48	355	2.74	1.22	3.34
Нумерика	38.4	0.00	365	0.00	0.95	0.00

Табела 7.4 Поређење измерених карактеристика епрувета са израчунатим карактеристикама греде.

Може се приметити веома добро слагање различитих скупова резултата, посебно када се узму у обзир напони који су се појавили на греди. Вредности ових напона превазилазе претпостављену вредност затезне чврстоће на месту где је лом стварно настао. Комбинација више фактора може објаснити разлике у нумеричким резултатима у односу на експериментално измерене податке. Један од главних разлога могу бити карактеристике ламината. Својства материјала усвојена у нумеричким моделима су добијена из литературе. У зависности од врсте производног процеса, очекује се да својства материјала варирају у својим номиналним вредностима, као што је документовано у доступној литератури [Kassa MK, Singh *LK and Arumugam AB.,2022*]. Статичком анализом лома греде приказаној у овој докторској дисертацији тачно је процењено место уоченог стварног отказа, у оба разматрана случаја оптерећења I и II, иако се значајно разликују у дефинисаним граничним условима (ограничењима за исто оптерећење). Међутим, случај оптерећења II је дао реалније вредности напрезања на разматраном сегменту јер укључује и ефекте уграђеног електромотора који додатно ограничава структуру греде. Такође, конструкција је подвргнута реалној вредности ударне силе јер се бар делимично узима у обзир временски променљив карактер оптерећења. Обзиром да је реконструкцијом догађаја утврђено да је вероватноћа да ће се овакви инциденти понављати у фазама развоја и тестирања, потребно је извршити оптимизацију структуре, како би уколико поново дође до удесног слетања могла да издржи овакву врсту оптерећења, а да се при том не наруши масено-инерциони модел летелице.

8 Преглед, одабир и употреба одговарајућих оптимизационих метода

Оптимизациони процес подразумева проналажење најбољег решења, усмереног на тражење минималне или максималне вредности неке функције под задатим условима. Оптимизациони процес је комплексан и састоји се из више фаза. Методологија која се углавном успоставља приликом неког оптимизационог процеса, обухвата следеће кораке: дефинисање и поставка проблема, интеграција алгоритма изабраног за постављени проблем, преглед, развој и валидација решења. С обзиром на то да не постоји развијени алгоритам по коме се сви оптимизациони проблеми могу лако решити, углавном се користе они алгоритми који су доступни у литератури [Simon, 2013.]. Истраживањем класе инжењерских проблема, развијени алгоритми који су примењени и доступни у литератури су углавном стохастички и детерминистички оптимизациони алгоритми. Разлика између ових алгоритама датира из начина проналаска оптималног решења. Стохастички алгоритми не гарантују конвергенцију ка истом оптималном решењу, док детерминистички увек воде ка истом оптималном решењу уколико се крене из идентичног решења. Када је реч о оптимизацији композитних материјала, код којих је све више потребно користити вишекритеријумску оптимизацију, бирају се механизми претраге засновани на природним системима. То су обично најзаступљенији алгоритми из класе стохастичких алгоритама и називају се метахеуристичким алгоритмима. С обзиром на податке из доступне литературе и развој великог броја различитих механизама и оптимизационих алгоритама, није могуће јасно одредити класификацију метахеуристичких алгоритама. [Bilal, Pant, Zaheer, Garcia-Hernandez, Abraham, 2020].

Главна подела се може извршити у зависности од жељеног броја решења у оквиру једног процеса, то су:

- Алгоритми који оптимално решење траже са једним решењем, тако што га на основу задатих механизама побољшавају и доводе до оптималног. Овакви алгоритми су метахеуристички алгоритми засновани на једном решењу (енг. *single solution based*).
- Група метахеуристика која се заснива на формирању оптималног решења на основу претраживања скупа решења (енг. *populations based*), је велики број алгоритама инспирисан природним процесима. Њима припадају еволутивни алгоритми, као што је нпр. генетски алгоритам.

Осим главне поделе, у литератури се могу пронаћи и друге класификације метахеуристичких алгоритама, које зависе од механизама који се интегришу и остварују током оптимизационог процеса. У наставку овог поглавља, приказан је еволутивни алгоритам, који је коришћен за решавање постављеног оптимизационог проблема ради избегавања отказа у композитној структури.

8.1 Генетски алгоритам

Генетски алгоритам је један од најпознатијих алгоритама из групе еволутивних алгоритама, чији се механизми претраге простора допустивих решења базирају на принципима еволуције и генетике. Процес оптимизације генетског алгоритма заснива се на формирању скупа произвољно одабраних решења која припадају допустивој популацији решења. Ова потенцијална решења кодирају се у бинарне низове фиксне дужине. Након тога, над овом иницијалном популацијом јединки примењују се генетички оператори, укључујући селекцију, укрштање парова јединки и мутацију. Ови оператори служе за случајно модификовање решења и истраживање оптимизационог простора. У контексту генетског алгоритма, потенцијална решења се често називају хромозомима, док су њихови делови познати као гени. Сваком хромозому се додељује квалитет који је пропорционалан критеријумској функцији посматраног оптимизационог проблема (енг. fitness function). У следећем делу овог поглавља биће представљени механизми на којима су базирани генетски оператори, као и процес оптимизације и услови за заустављање алгоритма. Овај генетски алгоритам се обично назива простим генетским алгоритмом. Његова главна особина је коришћење бинарне репрезентације, просте селекције, укрштање са једном тачком прекида функције и коришћење просте мутације. Иако се овај алгоритам сврстава у новије алгоритме, још увек има неке нерешене недостатке, као што је на пример: конвергенција функције ка решењу је спора, селекција је подложна утицају конвергирајућих популација које имају сличне вредности као функција циља.

У генетским алгоритмима, јединке представљају тренутне апроксимације решења проблема који се решава. Свака јединка се кодира, а њој се придружује одређена мера квалитета, која се одређује коришћењем функције циља. Приликом иницијализације, генерише се почетна популација. Обично се ова популација генерише случајним избором решења из домена улазних променљивих. Такође, допуштено је додавање почетног решења, добијеног неком другом методом оптимизације, у почетну популацију. Након тога, процес се понавља све док се не испуни одређени услов заустављања. Тај процес обухвата извођење генетских оператора селекције, укрштања и мутације. Све операције генетског алгоритма се примењују на кодиране јединке, осим оцене квалитета која се врши над сваком јединком. Кроз вишеструку примену оператора селекције, обично лоше јединке буду елиминисане, док боље преживљавају и учествују у укрштању у наредном кораку. Укрштање омогућава пренос особина родитеља на потомство. Мутација, с друге стране, доводи до случајних промена у генима, мењајући особине јединки. Овај процес омогућава да се квалитет популације повећава из генерације у генерацију.

Решавање проблема генетским алгоритмом обично се заснива на две кључне компоненте: кодирање проблема, тј. начин репрезентације решења, и функција циља. У првој фази развоја генетског алгоритма, доноси се одлука о начину генетског кодирања могућих решења проблема. То подразумева дефинисање јединки и њихово повезивање са потенцијалним решењима. Начин репрезентације решења може значајно утицати на ефикасност генетског алгоритма, па је стога избор одговарајуће репрезентације од суштинског значаја. Међутим, проналажење "праве" репрезентације за дат проблем представља један од најтежих изазова у развоју ефикасног генетског алгоритма. Често се ово решава праксом и дубоким разумевањем домена проблема.

Бинарни бројеви су често коришћени за репрезентацију решења, иако се понекад може показати кориснијим и једноставнијим користити реалне или природне бројеве.

У пракси се понекад користи више различитих репрезентација истовремено ради тестирања и упоређивања, како би се искористила природнија форма описивања и манипулисања решењем. Бинарна репрезентација је једна од најстаријих и најједноставнијих репрезентација која се користи. Њена једноставност чини је погодном за имплементацију. Јединка се обично представља низом бинарних цифара, а дужина овог низа зависи од специфичне примене. Дакле, јединка са к гена се представља вектором $(x_1, ..., x_k)$, где је сваки $x_i \in \{0,1\}$. Приликом избора функције кодирања за специфичан проблем, важно је осигурати да свака могућа јединка може да представља валидно решење проблема, и обрнуто, да свако валидно решење може бити репрезентовано. Док је за неке проблеме, попут проблема с логичким типом променљивих, природан избор бинарно кодирање, често се низ битова користи за кодирање информација које нису бинарне.

8.1.1 Функција циља

Овај алгоритам као и други оптимизациони алгоритми захтевају меру исправности предложеног решења, односно неку кванитативну меру квалитета. Ова мера се остварује преко функције циља. (енг. *fitness function*). Овде је важно напоменути да се све операције генетског алгоритма изводе над јединкама, осим осене квалитета, која се мора израчунати над декодираним јединкама , односно потенцијалним решењима. Функција циља је кључни део генетског алгоритма. Она управља процесом селекције, одређујући које ће јединке бити елиминисане, а које ће остати у популацији. На основу ове функције се процењује прилагођеност сваке јединке. Јединке са већом адаптацијом имају већу вероватноћу преживљавања и обрнуто.

8.1.2 Генетски оператори

А. Селекција

Главни циљ селекције је очување и преношење повољних особина на наредну генерацију јединки. Селекцијом се врши одабир повољне јединке која ће се даље користити у укрштању. На тај начин, добри гени се одржавају и преносе на будуће популације, док неповољни одумиру. Овај процес селекције обично се постиже сортирањем и избором H - M најбољих јединки, где је H величина популације, а M је број јединки које ће бити елиминисане. Међутим, овакав приступ може имати неколико озбиљних недостатака. Прво, постоји ризик преране конвергенције генетског алгоритма, што значи да се процес оптимизације завршава већ након неколико итерација. Друго, овакав начин селекције може довести до губитка корисног генетског материјала, јер чак и лоше јединке могу садржати повољне особине. Како би се превазишли ови недостаци, неопходно је обезбедити и лошим јединкама неку малу вероватноћу преживљавања, која би осигурала да се оптимизациони процес одвије до краја конвергенције. Свакако треба обезбедити да добре јединке треба да имају већу вероватноћу преживљавања и већу вероватноћу укључивања у процес репродукције. На тај начин, омогућава се континуирани развој популације кроз генерације[Goldberg, 2005].

Оператор селекције је кључни корак у генетском алгоритму који се примењује на популацију хромозома како би се издвојила група хромозома са својствима која су корисна за решавање изабраног оптимизационог проблема. На групу хромозома, која показују одговарајући квалитет према критеријумској функцији, примењују се операције укрштања (репродукције) и мутације. У литератури, често коришћени оператор селекције је пропорционални (енг. *fitness-propotional selection*) [*Simon, 2013*]. Овај оператор бира хромозоме из тренутне популације на основу вероватноће пропорционалне вредности у односу на вредности критеријумске функције датог хромозома, односно, пропорционална је квалитету хромозома. Према томе, вероватноћа одабира *i*-тог хромозома *p_i* израчунава се према једначини (8.1):

$$p_{i} = \frac{f(x_{i})}{\sum_{i=1}^{N} f(x_{i})}$$
(8.1)

Где *N* означава тренутну величину популације хромозома.

В. Укрштање

Аналогно природном процесу укрштања код живих бића, укрштање (енг. *Crossover*) као примарни оператор у генетском алгоритму омогућава стварање нових јединки путем размене генетског материјала између две јединке. Укрштање је бинарни оператор који се примењује на две јединке, назване родитељи. Резултат укрштања су једна или две нове јединке, назване деца. Најбитнија карактеристика укрштања је да деца (јединке) наслеђују особине својих родитеља. Другим речима, ако су родитељи добри, веома је вероватно да ће и њихова деца бити добра, можда чак и боља. Постоје различите варијанте укрштања које се могу применити, а могу се дефинисати са различитим бројем прекидних тачака. Укрштање у једној тачки представља најједноставнији начин укрштања јединки. Случајно се бира целобројна вредност из интервала [0, l - 1], где је l дужина која представља јединке родитеља. Овај изабрани број означава тачку прекида на којој ће се вршити раздвајање генетског материјала родитеља. Ово укрштање прекида бинарни низ родитеља у једној тачки. Што је илустровано на слици 8.1. Позиција на којој се пресеца бинарни родитељски низ, преноси информације на исту позицију другог родитеља и обрнуто.



Слика 8.1 Оператор укрштања у једној тачки генетског алгоритма

Укрштање у две тачке представља оператор који пресеца бинарни низ родитеља на два насумично одабрана места. Након исецања, родитељски хромозоми међусобно размењују делове бинарног низа. Овај оператор је илустрован на слици 8.2.



Слика 8.2 Оператор укрштања у две тачке генетског алгоритма

Поред ова два оператора, постоји и оператор који се заснива на униформном укрштању. Код овог оператора, сваки бит у хромозомима родитеља омогућава вероватноћу у вредности 0.5 за наслеђивање нових хромозома из бинарног низа оба родитеља. Униформни оператор је илустрован на слици 8.3.



С. Мутација

Овај оператор је јако важан у оптимизационом процесу коришћењем генетског алгоритма, јер се његовом применом осигурава да неће доћи до ране конвергенције.Овај оператер извршава случајну промену гена и омогућава очување разноврсности популације. Дакле, омогућава се стварање нових решења, која не би била истражена да се овај оператор не примењује. На слици 8.4 је илустрован оператор мутације.



Слика 8.4 Оператор мутације генетског алгоритма

Овде се може уочити да оператор мења бит 1 у бит 0, на случајној позицији бинарног низа хромозома. Вероватноћа овог оператора је мала и опсег вероватноће је обично од 0,001% до 0.01%, да би се задржао квалитет у генетском материјалу бинарног низа.

Интеграцијом оператора селекције, укрштања и мутације, формира се итеративни процес на коме се генетски алгоритам заснива. Једна итерација у овом процесу назива се генерација. Постављањем критеријума заустављања или максималног броја итерација одређује се поновљивост операција.

8.2 Метода тежинских коефицијената

Иницијална математичка формулација оптимизационог проблема, може се изразити преко случаја минимизације, тачније заснована на вредности n- димензионог вектора, који се састоји из x променљивих. У том случају потребно је одредити екстремну вредност векторске функције циља f(x).

$$\min_{x \in D} f(x) = \min_{x \in D} [f_1(x), f_2(x), \dots, f_M(x)]$$
(8.2)

Потребно је задовољити следећу једнакости приказану изразом (8.3), односно нејднакост приказану изразом (8.4):

$$h_i(x) = 0 \ l = 1, \dots, L \tag{8.3}$$

$$g_k(x) \ge 0, k = 1, \dots, K$$
 (8.4)

Једначине (8.3) и (8.4) описују *l*- то ограничење једнакости и *k*-то ограничење неједнакости, респективно, док *L* и *K* означавају укупне бројеве ограничења.

Одакле се може формирати вишекритеријумски оптимизациони проблем:

$$\min f_m(x_i) \ m = 1, ..., M \ \land i = 1, ..., N$$
$$x_{i,j} \in [x_j^L, x_j^U] \ j = 1, ..., n$$
(8.5)

М број критеријумских функција, док су x_j^L и x_j^U доња и горња граница опсега променљивих, респективно. Из једначине (8.2) \mathbb{D} представља скуп, који задовољава све дефинисане оптимизационе услове ограничења. Назива се још и допустиви скуп, који је подскуп *n* реалног димензионог простора ($\mathbb{D} \subseteq \mathbb{R}^n$). Дакле $\mathbb{D} = \{x | g_k(x_i) \ge 0 \land h_i(x_i) = 0 \land x_{i,j} \in [x_i^L, x_j^U]\}$.

Метода тежинских коефицијената се примењује када је потребно вишекритеријумску оптимизацију трансформисати у једнокритеријумско решавање проблема[*Wang, Zhou, Ishibuchi, Liao, Zhang, 2018; Miettinen, 1998*]. Засебне критеријумске функције задатог оптимизационог модела, формирају једну функцију циља. Та функција се састоји из производа сваке функције циља са својим, одговарајућим тежинским коефицијентом.

Ако се почетна поставка оптимизационог проблема (једначина (8.2)) изрази преко производа конвексне критеријумске функције $f_i(x)$ и тежинских коефицијената w_i , трансформисана поставка оптимизационог проблема је:

$$\min_{x \in D} w_i f_i(x), \quad \forall_i = 1, \dots, M$$
(8.6)

Функција циља формирана за решавање оптимизационог проблема, приказаног у овој докторској дисертацији, је апроксимирана на основу методе тежинских коефицијената. Она је формирана тако да сваки сабирак функције буде приближно једнак 1. Део кода, који се односи на дефинисање функције циља, приказан је на слици 8.5. Да би се установила комбинација најбољих параметара за тачност оптимизације, испробана је функција циља као комбинација свих излаза (где је сваки сабирак приближно једнак 1), као и функција циља којом се тражи само минимална маса.

```
masa = A(1,1)*1e6;
                            % Mg -> g
    pomeranje = A(2,1);
                            % mm
    napon = A(3,1);
                            % MPa
    def = A(4,1);
                            % -
    % granicne vrednosti, oko 0.85%, + faktor sigurnosti
                            % 4 za dugotrajno staticko, 5 za ciklicno, 8 za udar
    defgr = 0.0085/4;
    if def < defgr
%
        f = masa/1000 + pomeranje/10 + napon/100 + fail; % kombinacija svih izlaza
        f = masa/1000; % samo masa
    else
        f = 10e3;
    end
else
    f = 10e3;
end
```

Слика 8.5 Део кода у матлабу који дефинише функцију циља.

Дефинисана је функција f која врши прорачун одговарајуће вредности излазних параметара: масе, померања, напона, деформације и коефицијента отказа, који се издвајају из матрице А. Вредности излазних параметара су максималне вредности. Вредност масе се добија из првог елемента матрице А множењем са 10^6 , да би се користила коначна вредност изражена у грамима. Вредност померања се узима из другог елемента матрице А, док се вредност напона добија из трећег елемента, а вредност фактора отказа из четвртог. Граничне вредности деформације, које се користе у прорачунима отказа структуре и дате у литератури [Mascarenhas, Ahrens, Ogliari .2003; Sharma, Hill, Perez, Rose, Lopez Jimenez, 2020;], у коду су дефинисане преко вредности def gr = 0.0085/4, при чему се фактор сигурности узима у обзир у складу са случајем оптерећења (4 за дуготрајно статичко оптерећење, 5 за циклично, 8 за ударно оптерећење). При чему је за даљу анализу, за разматрани случај оптерећења коришћен фактор сигурности који је једнак 4 (Летелице из ове категорије се не димензионишу за факторе сигурности већих од 5, у складу са до сада устаљеном поделом на категорије и искустава из експлоатације). У условној структури петље проверава се да ли је вредност максималне деформације мања од дефинисане границе defgr. Ако јесте, вредност ϕ ункције *f* се формира комбиновањем тежинских коефицијената масе, померања и напона. У супротном, вредност функције f се поставља на 10^4 . Поред овако дефинисаних услова, разматран је и услов да само маса изражена преко коефицијента формира услов функције f. Ова имплементација се може посматрати као метода тежинских коефицијената, када је реч о формирању функције. Сваки параметар (маса, померање, напон, фактор отказа) се множи одговарајућим тежинским коефицијентом, а затим се ти тежински коефицијенти сумирају како би се добио коначни резултат f. Ова методологија омогућава прилагодљиво моделирање у складу са жељеним доприносом крајњем резултату, узимајући у обзир наметнута ограничења.

8.3 Спроведена оптимизација и резултати

Након разматрања сложених случајева оптерећења, установљено је да се греда треба редизајнирати како геометријски тако и структурално. Веома је важно постићи оптимално слагање слојева ламината, како би се повећала отпорност на слична ударна/сложена оптерећења. Циљ спроведене оптимизације је да се одреди оптимално слагање слојева ламината, као и потребне геометријске измене без нарушавања постојећег масено инерционог модела греде. Улазни параметри ове оптимизације су: шест различитих дебљина, шест различитих оријентација и две величине отвора. Заправо, генетски алгоритам интегрисан са софтвером за МКЕ анализе треба да одреди комбинацију улазних променљивих на основу критеријума максималних напона и Тсаи Ву (енг. TsaiWu) критеријума отказа дефинисаног у одељку 3.3. У оваквим случајевима од великог је значаја да ламинат има бољу апсорпцију ударне енергије и отпорност на ударна оптерећења, без обзира што се оптерећење апроксимира као статичко. С обзиром на то да је циљна функција (енг. fitness function) описана у глави 8.2., а затим и критеријуми који су коришћени у овом оптимизационом алгоритму, имплементирана је основна оптимизација еволутивног алгоритма ca случајним претраживањем. Циљ је минимизација циљне функције са ограничењима постављеним у складу са наведеним критеријумима отказа структуре. Развијени алгоритам за оптимизацију структура изложених сложеним оптрећењима, приказан је на слици 8.7.



Слика 8.6 Развијени алгоритам оптимизације

Алгоритам приказује интеграцију два софтвера. У оквиру функције циља *Ansys APDL* параметарски на основу улазних параметара формира геометрију, генерише мрежу коначних елемената и поставља контурне услове, затим извршава статичку анализу и чува вредности масе, померања, напона, деформације и коефицијент отказа, према задатим критеријумима. У *Matlab*-у се дефинише број улазних параметара и границе за сваку променљиву.

Значајно за прорачун је дефинисање величине популације (енг. `popSize`), и максимални број генерација за сваку итерацију (енг. `maxGen`), код овог проблема коришћено је popSize = 100 и maxGen = 50. Иницијализација променљивих, које чувају најбоље пронађене резултате урађена је са наредбом бесконачно (енг. `Inf`), што значи да се свако валидно решење које алгоритам пронађе сматра боље од претходног. Резултати се бележе и чувају за сваку итерацију, да би се омогућила довољно велика база за тренирање неуронских мрежа у каснијој предикцији отказа.



Слика 8.7 Оптимизациони процес када је циљна функција маса а) осредњавање оптималног решења б) оптимално решење у генерацији.

Главна петља алгоритма покреће се преко *for* петљи које итерирају кроз генерације и кроз сваку јединку у популацији, случајно се формира само прва генерација, док се све следеће генерације формирају помоћу процеса селекције, укрштања и мутације, у складу са генетским алгоритмом. Излаз овог процеса је само једна оптимизована јединка. Разматрано је укупно 14 улазних параметара, структурних и геометријских, док је излаз формирало 6 параметара. Од излазнх параметара даље се формирају различите ф-је циља и ограничења.

8.3.1 Оптимално решење

Први случај оптимизације спроведен је за контурне услове апроксимиране у глави 6. Дакле сила је постављена под углом од 90° у односу на подужну осу греде, место дејства приказано на слици 7.15, вредност је дата изразом (6.43). Греда је у том случају ослоњена на месту везе са крилом. Излаз ове оптимизације је слагање слојева целе греде и пречници рупа на сегменту где се отказ појавио (слика 7.13).

Табела 8.1 Оптимално решење за силом под углом од 90°

Дебљина слоја [і сваког mm]	Оријен слоје	тација ва [°]	Пречник отвора на горњаци греде за монтажу мотора [mm]	Пречник отвора на доњаци греде за монтажу мотора [mm]
t_1	0.41	θ ₁ (°)	17.6	R_1	R_2
t_2	0.064	θ ₂ (°)	0	5.9	1.08
t ₃	0.28	θ ₃ (°)	74.93		
t_4	0.53	θ ₄ (°)	-1.87		
t5	0.37	θ ₅ (°)	0		
t ₆	0.34	θ_6 (°)	0		
Укупна вредност:	1.994				

Где су са t означена дебљина слоја, а са θ орјентација слоја, R_1 пречник отвора на горњаци греде на површини ослањања мотора и R_2 пречник отвора на доњаци греде.

Изабрани оптимални резултати приказани табелом 8.1, приказују вредности за оријентацију слојева у складу са главним правцима греде [0°/90°], јер задато оптерећење (апроксимирана сила удара на статичку силу) оптерећује греду на чисто савијање по подужном правцу. Тај подужни правац се поклапа са главном осом простирања влакана.

С обзиром на то да је греда била изложена дејству сложеног оптерећења и да су на њу деловале компоненте сила које су под одређеним углом (последица вертикалног и хоризонталног репа, итд.), треба предвидети оријентацију влакана која ће у редизајнираној структури омогућити одређени степен сигурности када дође до торзије. Статичка ударна сила, развијена у глави 6 омогућава да се кроз једноставније статичке анализе успостави методологија реконструкције догађаја и валидира МКЕ анализа. Да би редизајнирана структура задовољила све постављене критеријуме, оптимизација је урађена за исте услове, само је додата сила, која је постављена под углом од 60°(сила која мења утицај инерције вертикалног и половине хоризонталног репа, без свођења оптерећења на једну силу). Оптимални резултати за овако задату силу, приказани су у табели 8.2.
Табела 8.2 Оптимално решење са силом по удглом од 60°.

Дебљина слоја [сваког mm]	Оријентација слојева [°]		Пречник отвора на горњаци греде за монтажу мотора [mm]	Пречник отвора на доњаци греде за монтажу мотора [mm]
t ₁	0.36	θ_1 (°)	83.89	R ₁	R ₂
t_2	0.27	θ_2 (°)	2.55	4.17	1.06
t ₃	0.054	θ ₃ (°)	63.88		
t_4	0.56	θ ₄ (°)	2.43		
t ₅	0.25	θ ₅ (°)	82.86		
t ₆	0.05	θ_6 (°)	66.53		
Укупна вредност:	1.544				

Из добијених резултата може се закључити да доминантно оптерећење највише оптерећује греду на савијање и зато су оријентације усмерене у складу са главним правцем слагања, тј 0° у односу на подужну осу греде. Дебљине ламина у главном правцу слагања су повећане у односу на претходне анализе, јер је повећана и укупна сила (увођењем додатне компоненте). Након спроведене оптимизације са додатном компонентом силе под углом од 60°, поређењем оријентација слојева (табела 8.1 и 8.2) уочава се да додатна компонента силе има утицај на оријентације слојева. Оптимална решења (табела 8.2) показују да први и пети слој теже 90°, трећи и шести слој су приближно под углом од 60° у односу на подужну осу, док су други и четврти слој приближно 0° у односу на главни правац. Овим се уочава да оптимизациони процес правилно препознаје карактер оптерећења и његов утицај на структуру.

Табела 8.3 Оптимално решење са силом под углом од 45°.

Дебљина слоја [і	сваког mm]	Орије⊦ слоје	ітација ва [°]	Пречник отвора на горњаци греде за монтажу мотора [mm]	Пречник отвора на доњаци греде за монтажу мотора [mm]
t_1	0.12	θ_1 (°)	4.08	R_1	R_2
t_2	0.06	θ ₂ (°)	25.81	1.34	0.20
t_3	0.29	θ ₃ (°)	57.02		
t 4	0.56	θ ₄ (°)	-10.41		
t_5	0.13	θ ₅ (°)	0		
t ₆	0.12	θ ₆ (°)	1.34		
Укупна вредност:	1.28				

Наредна анализа извршена је за додатну компоненту силе под углом од 45°.Резултати оптимизације приказани су у табели 8.3. Овде се уочава да најприближније вредности углу 45° имају оријентације другог и трећег слоја (вредности најприближније 45°), остали слојеви су приближно 0° у односу на подужну осу греде.

Након спроведених оптимизација за више различитих комбинација поставке додатне компоненте силе (која замењује утицај вертикалног и хоризонталног репа), изабрано је оптимално слагање нове структуре и приказано у табели 8.4. Са аспекта технолошки изводљивог слагања слојева, оријентације и дебљине су изабране на основу оптимизованих вредности, које су приближне оним вредностима и типу материјала који се могу пронаћи у практичној примени. Оријентације су усклађене вредностима што приближнијим $0/90^{\circ}$ и $\pm 45^{\circ}$. Примећена је сличност теоријски добијених вредности са вредностима које се могу наћи у практичној примени. Изабрано оптимално слагање одређено је искуствено у складу са свим испробаним комбинацијама оптерећења. Поред дебљине и оријентације слојева, оптимизовани су отвори по горњаци и доњаци греде. Отвори на горњаци су рупе за везу електромотра са гредом, док су по доњаци били монтажни отвори.

Дебљина слоја [I	сваког mm]	Оријен слоје	тација ва [°]	Пречник отвора на горњаци греде за везу мотора и греде [mm]	Пречник отвора на доњаци греде за монтажу мотора [mm]		
t_1	0.23	θ ₁ (°)	45	R ₁	R_2		
t_2	0.23	θ ₂ (°)	-45	4	0		
t_3	0.23	θ ₃ (°)	90				
t_4	0.56	θ ₄ (°)	0				
t5	0.23	θ ₅ (°)	-45				
t ₆	0.23	θ_6 (°)	45				
Укупна вредност:	1.71						

Табела 8.4 Изабрано оптимално слагање структуре греде са параметрима за модификовану геометрију.

Отимизовано слагање задржава приближно исти масено инерциони модел греде. Оптимизована маса греде износи 554 gr, што је за око 19% мања маса од претходне, неоптимизоване структуре. Ова разлика је повољнија са аспекта експлоатације летелице, јер се постигао бољи однос масе и чврстоће. Пречник отвора за везу мотора и греде је остао непромењен и износи 4 mm, док је оптимизацијом добијена вредност за монтажне отворе око 1 mm. Ова вредност је постављена као доња граница у циљној функцији и заправо представља минимум, односно 0. Границе у оптимизационом алгоритму за величину рупа су постављене тако да све оптималне вредности које су ≤ 1 указују на то да тај отвор не треба да постоји. То додатно указује на неповољност постојања ослабљеног пресека по доњаци у случајевима дејства сложених ударних оптерећења (због карактера савијања греде). Дебљине слојева указују да је тип материјала карбон у епоксидној смоли, тип ткања преплет 160 gr/m² за слојеве 1,2,3,5 и 6, док 4. слој указује на збир два слоја 200 gr/m² унидирекционог карбона у епоксидној смоли.

9 Експериментална валидација оптималне структуре слагања слојева епрувета

9.1 Нумеричка анализа епрувете оптималне структуре

У циљу валидације оптимизационог алгоритма и изабраног оптималног слагања за сложено оптерећење греде, структура ламината примењена је на геометрију епрувете. Узорак је правоугаоног облика, дужине 250 mm и ширине 25 mm, израђен према стандарду (енг. *ASTM D3039/D3039M-14*), стандард представља процедуру за испитивање затезних карактеристика композитних материјала са полимеризованом матрицом. Епрувете рађене према овом стандарду заиспитивање механичких карактеристика материјала оптималне улазне структуре се разликују од епрувета исечених из структуре греде (слика 7.3 а)). Разлог је немогућност сечења епрувете према стандарду из елемента (греде) кружног попречног пресека. Параметарски модел епрувете приказан је на слици 9.1 а), док слика 9.1 б) показује детаљ мреже коначних елемената епрувете.



Слика 9.1 а) Модел епрувете, б) детаљ мреже коначних елемената епрувете

Конвергенција резултата је постигнута за квадратне елементе величине ивице од 1 mm. Укупан број чворова је 5586, а број коначних елемената је 5293.

Материјал за формирање модела епрувете чини слагање слојева добијено оптимизацијом, приказано у табели 8.4. С обзиром на тип ткања (карбон у епоксидној смоли) механичке карактеристике сваког слоја дате су у табели 7.1. Оптимално слагање слојева софтверски у параметризованом моделу, за произвољно изабрани елемент приказано је на слици 9.2.(Сви елементи имају исте карактеристике материјала и слагања). Слојеви произвољно изабраног коначног елемента су приказани у односу на укупну дебљину ламината по вертикалној оси y. Смер унидирекционог слоја је 0° у односу на подужну осу епрувете (z оса). На слици 9.1 а)зеленим правоугаоником обележен је коришћени координатни систем.



Слика 9.2 Оптимално слагање слојева, примењено на епрувете за валидацију



Слика 9.3 а) Задати контурни услови б) 2Д приказ чеоне површине, место уношења притиска

Нумеричка анализа извршена је на исти начин као у поглављу 7.3.2. Због специфичности проблема, да се што приближније апроксимира и симулира стварно тестирање епрувета на затезање, гранични услови у нумеричкој поставци су дефинисани како је приказано на слици 9.3 а).

Природа испитивања је таква да се сила на једном крају епрувете не уноси по линији, већ се распореди по одређеној површини (прихватној површини), док се са супротне стране епрувета непокретно држи по истој таквој површини. У нумеричкој поставци симулирани су случајеви за неколико вредности силе истезања, изражене преко притиска од минималне до максималне вредности силе (силе отказа). Површина по којој је задато оптерећење износи 42.75 mm² (слика 9.3 б)) и представља чеону површину епрувете изражену преко ширине епрувете и дебљине ламината. Други крај епрувете је ограничен ослонцима који спречавају увијање око подужне осе (осе Z) и истезање у главном правцу простирања влакана у ламинату (оса Z), као и померања и увијања у односу на друге две осе (осе X, Y) (позиција бр. 1 обележена на слици 9.1 б)). Позиција бр. 2 представља ослонце који онемогућавају ротацију прихватног дела епрувете око осе Z. Оптерећења су дата табеларно у табели 9.1. и унета су у виду притиска (слика 9.1. б, позиција бр. 3)), на овој позицији је такође ограничено увијање епрувете, чиме се симулира чисто истезање.

Сила [N]	Притисак [МРа]
1000	23.39
2000	46.78
3000	70.17
4000	93.57
5000	116.96
6000	140.35
7000	163.74

Табела 9.1 Гранични услови

Резултати напонског стања по слојевима за највећу вредност силе, почевши од првог слоја, приказани су на слици 9.4



a)



б)

B)



д)

ħ)

Слика 9.4 Напонско стање по слојевима епрувете а) први слој б) други слој в) трећи слој г) четврти слој д) пети слој ђ) шести слој

Имајући у виду да се резултати нумеричке анализе пореде са резултатима експерименталног испитивања на машини за испитивање затезањем, неопходно је утврдити максимални напон, померање и деформацију за цео ламинат. Ове вредности су утврђене дефинисаним критеријумима отказа. Критеријум максималних напона је метода која се користи у механици материјала да пронађе највишу вредност напона у материјалу и одреди да ли је материјал достигао своју границу издржљивости. Овај критеријум узима у обзир расподелу напона у материјалу и како та расподела утиче на појаву деформације. На тај начин, ТсаиВу критеријум отказа одређује под којим условима ће материјал почети да се деформише. Такође, ТсаиВу критеријум дефинише место појава максималних напона у материјалу, што је важно за предвиђање отказа у условима дејства оптерећења. Максимални напон у епрувети износи 160.43 MPa, максимално померање износи 0.475 mm и максимална деформација износи 0.4395 %. Графички приказ ових резултата је на слици 9.5, где је а) максимални напон, б) максимална деформација и в) максимално померање.



Слика 9.5 Нумеричка анализа епрувете а) максимални напон, б) максимална деформација и в) максимално померање.

9.2 Експериментално испитивање оптималне структуре

После спроведене детаљне нумеричке анализе, која је имала за циљ да утврди оптималне карактеристике материјала и његово понашање под различитим условима оптерећења, приступило се изради узорака. Циљ је био да се смање трошкови испитивања, али и да се обезбеди висока тачност и поузданост резултата. Уз помоћ параметризованог модела епрувете, који је резултат оптимизације слојева ламината, креирани су узорци који представљају реалне услове и карактеристике материјала.

Овај модел омогућава да се у обзир узму различити фактори који могу утицати на понашање материјала, као што су оријентација слојева, дебљина и својства појединачних ламина. Испитивање узорака вршено је на машини за испитивање затезањем SHIMADZU AGX-V. Ова машина је изабрана због своје способности да обезбеди високу прецизност мерења сила и тренутног издужења током тестирања. Поступак испитивања следио је детаљно описану процедуру у одељку 7.3.1, која обухвата припрему узорака, постављање у машину и извођење теста затезањем.

Израда узорака подразумевала је пажљиво резање и обликовање како би се осигурало да сви узорци имају идентичне димензије и облик. Ово је од суштинске важности за добијање репрезентативних резултата, јер свака неправилност може утицати на понашање узорка током тестирања. На слици 9.6 приказани су сви кораци припреме узорака и њихово постављање у машину за тестирање. Ова илустрација помаже у разумевању целокупног процеса и истиче важност пажљиве припреме за добијање тачних и поузданих резултата испитивања.



Слика 9.6 а) Израда епрувета б) Изглед епрувете за ново слагање в) Поставка експеримента на машини за испитивање

9.3 Поређење резултата нумеричке анализе и експерименталног испитивања епрувета

У овом одељку представљено је поређење нумеричких и експерименталних резултата како би се утврдила валидност примењених нумеричких модела и метода. Нумерички модели су развијени коришћењем софтвера за анализу методом коначних елемената (МКЕ), док су експериментални резултати добијени тестирањем узорака на машини за затезно испитивање SHIMADZU AGX-V. Нумерички резултати су добијени применом оптимизованог параметризованог модела епрувете од ламината, симулирајући затезне карактеристике узорака, укључујући напрезања и деформације под различитим условима оптерећења. Експериментални узорци су израђени по истим параметрима као и нумерички модел и испитани су на машини SHIMADZU AGX-V, у складу са процедуром описаном у одељку 7.3.1. У табели 9.2 су приказани упоредни резултати нумеричке и експерименталне анализе за кључне параметре: максимално напрезање, деформација при максималном напрезању и модул еластичности. На основу приказаних резултата, може се уочити да нумерички модели показују висок степен слагања са експерименталним подацима. Максимално напрезање израчунато помоћу МКЕ модела одступа испод 13% у односу на експериментално добијене вредности што указује на релативно малу грешку и високу прецизност модела. Слично томе, деформација при максималном напрезању и модул еластичности показују одступања од 17.8% и 6.25% респективно, што додатно потврђује поузданост нумеричке анализе. Мала одступања између нумеричких и експерименталних резултата могу се приписати различитим факторима, укључујући идеализацију у нумеричком моделу, варијације у својствима материјала и прецизност експерименталних мерења.

Упркос овим одступањима, нумерички модели пружају поуздану основу за предвиђање понашања материјала под оптерећењем, што омогућава њихову примену у даљим инжењерским анализама и оптимизацијама. На основу ових резултата, може се закључити да су примењени нумерички модели валидни и способни да репрезентују реалне услове са задовољавајућом тачношћу. Ово поређење омогућава додатну верификацију и калибрацију модела, чиме се постиже већа прецизност у будућим анализама и примењеним истраживањима.

Епрувете	E [GPa]	δE [%]	$\sigma_{\rm max}$ [MPa]	$\delta\sigma_{ m max}$ [%]	ε_{\max} [%]	$\delta \varepsilon_{\max}$ [%]
Епрувета 1	30.0	17.80	150	6.25	0.5	12.35
Епрувета 2	32.5	10.95	130	18.75	0.4	10.11
Епрувета 3	31.0	15.06	155	3.12	0.5	12.35
Епрувета 4	30.0	17.80	150	6.25	0.5	12.35
Нумерика	36.5	0.00	160	0.00	0.445	0.00

Табела 9.2 Упоредни приказ резултата.

Докторска дисертација

На основу уочавања места појаве отказа и поређењем вредности може се сматрати да нумерички модел валидно представља стварне услове понашања материјала. Слика 9.5 б) представља карактер отказа у нумеричкој анализи. Црвена боја на скали означава појаву максималног коефицијента отказа за цео ламинат на основу постављеног ТсаиВу критеријума отказа. Ова визуелизација је од велике важности за разумевање где се ламинат највише оптерећује и где ће највероватније доћи до отказа у структури. Валидирани нумерички модели су од изузетног значаја у предикцији понашања материјала, омогућавајући нам идентификацију потенцијалних тачака отказа. На слици 9.7 уочава се карактер отаказа.



Слика 9.7 Појава отказа на узорцима, након дејства максималног оптерећења.

Поређење резултата који су приказани у табели 9.2, приказано је граички у виду дијаграма на слици 9.8 a) и б). Дијаграм на слици 9.8 a) приказује зависност напона и деформације експериментално добијених вредности и нумеричких вредности . С обзиром на карактеристику нумеричког модела (где се сматра да је постигнуто идеално спајање слојева ламината) однос напона и деформације је линеаран, док се за епрувете та карактеристика разликује од узорка до узорка. Ове карактеристике се уочавају и на дијаграму на слици 9.8 б), где је померање на нумеричком моделу , линеарно у односу на повећање вредности силе истезања, што указује да технологија израде у великој мери утиче на механичке карактеристике ламината.



a)

б)

Слика 9.8 а) Расподела напрезања на епрувети б) Расподела померања у правцу деформације

На основу поређења дијаграма напон-деформација и сила-померање за експерименталне узорке и нумерички модел, може се закључити да постоји виши степен сагласности између резултата. Експериментални подаци добијени на машини SHIMADZU AGX-V показали су специфичне тачке попуштања и максималних напрезања које су у доброј корелацији са нумеричким предвиђањима добијеним методом коначних елемената. Карактер овог материјала је такав да има већу жилавост него претходна комбинација слагања (табела 7.2). Такве механичке карактеристике материјала су повољније са аспекта ударног оптерећења и апсорбовања велике кинетичке енергије која настаје при сложеном ударном оптерећењу у кратком временском интервалу.

10 Експериментална валидација оптималне структуре слагања слојева греде

Након поновног валидирања поступка експерименталним и нумеричким моделом епрувета, утврђено је да слагање, које је добијено применом оптимизационих метода, показује задовољавајуће и у неким аспектима унапређене механичке карактеристике у односу на претходно. Сходно томе, приступило се конструкцији нове оптимизоване греде. На греди је осим структуралне измене, урађена и геометријска измена, која обухвата затварање рупа по доњаци греде. Изазов представља чињеница да услед недостатка опреме и ресурса није могуће извршити експериментално тестирање греде под максималним оптерећењем и оптерећењем таквог карактера, каквом је греда била изложена у експлоатацији.

Стога, изведено је статичко испитивање целе греде под оптерећењем, чија вредност одговара силама потиска од мотора, са утицајем репа. Ова експериментална валидација урађена је као поновни поступак верификовања нумеричког модела и методологије рада. Ново слагање греде резултовало је побољшањем механичких карактеристика, конкретно у погледу максималних напона по слојевима и за укупни ламинат, и снижењем масе греде, што представља додатни бенефит овог поступка. Оптимизацијом дебљине материјала и оријентације влакана, доказано је да структура може имати мању масу и бити димензионисана тако да испуни захтеве за вишим степеном сигурности, уз промене у типу материјала. За потребе израде греде, пре свега су израђени алати за технологију ручне ламинације и вакум поступка. Алати су израђени од медијапана на 3-осној нумерички управљаној глодалици и приказани су на слици 10.1.



Слика 10.1 Алати за редизајнирану греду

У ручном процесу ламинације, процес слагања слојева у алат је битан корак који захтева прецизност и вештину.

Први корак у овом процесу обично укључује припрему алата, што укључује чишћење и наношење подмазивача или раздвајајућег средства како би се спречило лепљење материјала за алат. Затим следи постављање првог слоја материјала у калуп. Овај корак захтева прецизност у постављању, како би се остварила жељена структура и квалитетна спољна површина. Након тога, постављају се остали прописани слојеви. На слици 10.2 а) је приказан слој унидирекционог карбона (слој 4. табела 8.4), док је на слици 10.2 б) приказано преплетено ткање [$\pm 45^{\circ}$] које формира остале слојеве. Код оваквог процеса јако је битно у што већој мери осигурати чисту средину и равномерно наношење смоле (матрице), да би се добиле очекиване механичке карактеристике готове структуре. Након постављања свих слојева, поставља се фолија и памучна тканина. Алати су израђени техником вакумске инфузије где се квалитет импрегнације и одговарајуће расподеле смоле у ламинама обезбеђује вакумом (приближно 0.08 – 0.1MPa) и температуром у опсегу 45 – 50°С (Слика 10.2 в) и г)). Када се заврши процес темперирања, алат се затвара и врши се спајање горњаке и доњаке. На крају се врши финална обрада у виду одсецање вишкова, полирања, бушење рупа итд. На слици 10.2 д) приказана је крајња структура оптимизоване греде.



д)

Слика 10.2 Производни процес оптимизоване греде.

10.1 Експериментално испитивање оптималне структуре греде

Представљено експериментално испитивање греде обухвата статичко оптерећење, мерено мерним тракама на одабраним локацијама за угиб при сваком појединачном случају оптерећења Поређење резултата фокусирано је на угибе на местима поставке мерних трака и релативну грешку у односу на нумерички модел. Испитивање је обављено са силама мотора од 20 N, 60 N, 80 N, 110 N и 130 N, примењеним паралелно на местима уградње мотора. Такође, узета је у обзир константна маса од 3.1 kg ,тег је постављен преко котура, како би се добио утицај половине тежине хоризонталног репа. Слика 10.3 илуструје пројектовану експерименталну поставку и жутим квадратом обележено је место ослањања греде и симулирање везе крило-греда, плавим квадратом обележено је место уношења силе.





При испитивању су коришћени мерни инструменти (мерне траке) произвођача TML са ознаком PLA 10-11, док је за бележење података коришћен модуларни систем HBM Quantum MX840B. Овај вишенаменски модуларни систем користи се за прецизно мерење различитих физичких величина. За очитавање података коришћен је софтвер *CatmanEasyAP*. Како би се обезбедила одговарајућа тачност података, коришћени су атестирани уређаји и извршена је калибрација сензора/поставке пре експеримената.



a)

б)





Слика 10.4 Експериментална поставка греде

Сила на репу у експерименталној поставци унета преко котураче, у нумеричком моделу је апроксимирана преко одговарајућег елемента за пренос оптерећења ради веродостојније нумеричке симулације. Генерисање мреже, избор типа коначног елемента и дефиниција материјала су идентични као детаљно описани у глави 7.4.2. Према позицијама на греди, мерна места одређена су и у нумеричком моделу како би се очитале вредности потребне за упоредну анализу. Мерна места су нумеричка од краја греде (веза реп-греда) према врху, односно другом крају греде. Мерна места 1 и 2 налазе се непосредно испод и изнад места где је дошло до отказа и на слици 10.4 а) обележена су правоугаоником плаве боје, мерна места 3 и 4 обележена су жутим правоугаоником, док су мерна места 5 и 6 обележена правоугаоником зелене боје. Поређење резултата нумеричке анализе и експерименталног испитивања греде приказано је у наставку.

Први случај поређења резултата, нумеричких и експериментално добијених вредности је случај несиметричног оптерећења греде. Симулира се сила потиска од 60 N на десном мотору, док је леви мотор искључен (Смерови лево и десно, означавају положаје мотора на греди, када се греда гледа бочно). У овој експерименталној поставци утицај репа се не занемарује, већ се уноси преко додатног тега у вредности вертикалног репа и половине хоризонталног (3.1 kg).Упоредни приказ вредности је у табели 10.1, док је графички приказ у виду дијаграма на слици 10.5. С обзиром на то да су мерна места 5 и 6 у близини десног мотора, примећује негативна вредност деформације на мерном месту 6, што указује на то да су влакна притиснута у односу на осу греде која у овом случају представља неутралну линију.

Табела 10.1 Случај оптерећења: леви мотор 0 kg + десни мотор 6 kg + реп

	Експерименталне вредности (µm/m)	Нумеричке вредности (µm/m)
Мерно место 1	-96.64 ± 10.00	-67.4600
Мерно место 2	26.93 ± 10.00	31.0600
Мерно место 3	-140.71 ± 10.00	-96.2700
Мерно место 4	0.64 ± 10.00	5.3580
Мерно место 5	131.89 ± 10.00	96.8300
Мерно место 6	-63.14 ± 10.00	-73.2200



Слика 10.5 Графичко поређење резултата приказаних у табели 10.1

Други приказани случај оптерећења греде, представља поређење вредности код симетричног оптерећења. Симулира се сила потиска од приближно 32.5 N по мотору, са утицајем репа, чија се тежина не мења. Измерене експерименталне вредности као и нумерички добијене вредности приказане су у табели 10.2 и дате графички у виду дијаграма на слици 10.6. У овом случају уочава се мања деформција мерног места 3 и 5, услед прерасподеле оптерећења у односу на први случај. Мерна места 1 и 2 су се деформисала у приближно истом опсегу као у претходном случају, јер се ту углавном манифестује растерећење греде од утицаја тежине репа.

Табела 10.2 Случај оптерећења: леви мотор 3.25 kg + десни мотор 3.25 kg + реп.

	Експерименталне вредности (µm/m)	Нумеричке вредности (µm/m)
Мерно место 1	-96.8388 ± 10.00	-63.4600
Мерно место 2	28.6630 ± 10.00	31.1900
Мерно место 3	-109.9668 ± 10.00	-68.5000
Мерно место 4	0.2166 ± 10.00	1.2890
Мерно место 5	86.8038 ± 10.00	52.1100
Мерно место 6	-41.1240 ± 10.00	-39.7400



Слика 10.6 Графичко поређење резултата приказаних у табели 10.2

Трећи случај оптерећења греде је симетричан првом случају. На месту левог мотора (мотора ближе репу) симулира се сила потиска од 60 N, са утицајем тежине репа, док је место десног мотора неоптерећено.

У овом случају еластична линија деформисања греде мења свој облике, јер се извршила концентрација оптерећења на једној страни греде, на шта указују мерна места 1,2 и 3. Мерно место 4 је у близини везе (греда-крило) и налази се у домену малих деформација због начина ослањања греде. Мерно место 5 и 6 показују мале вредности деформација, што потврђује карактер деформације греде у складу са унетим оптерећењем.

	Експерименталне вредности (µm/m)	Нумеричке вредности (µm/m)
Мерно место 1	106.9572 ± 10.00	-60.0700
Мерно место 2	28.9504 ± 10.00	31.3000
Мерно место 3	-96.7540 ± 10.00	-44.9400
Мерно место 4	0.7184 ± 10.00	-2.1500
Мерно место 5	3.0298 ± 10.00	-0.2952
Мерно место 6	-3.1072 ± 10.00	-0.1477

Табела 10.3 Случај оптерећења: леви мотор 6 kg + десни мотор 0 kg + реп.



Слика 10.7 Графичко поређење резултата приказаних у табели 10.3

Следећи случај представља несиметрични случај оптерећења, симулира се 130 N потисне силе на левом мотору, док на десном остаје мања вредност потисне силе и износи 50 N, такође уз присутан утицај тежине репа. Код овог случаја је добро приметити, да без обзира на разлике у вредностима унетог оптерећења, мерно место 1 и мерно место 5 имају приближно исте вредности, а другачији смер деформисања.

То је последица уношења веће силе ближе репу, јер у том случају сила тежине репа и сила од левог мотора (силе су истог правца, али супротног смера) имају резултанту приближне вредности сили која замењује утицај десног мотора Поређење експериментално и нумерички добијених вредности за овај случај оптерећења приказано је у табели 10.4 и граички у виду дијаграма на слици 10.8.

	Експерименталне вредности (µm/m)	Нумеричке вредности (µm/m)
Мерно место 1	-105.8838 ± 10.00	-51.3500
Мерно место 2	27.4984 <u>+</u> 10.00	31.5900
Мерно место 3	-26.0652 ± 10.00	15.5500
Мерно место 4	0.7820 ± 10.00	-11.1900
Мерно место 5	105.8076 ± 10.00	77.5300
Мерно место 6	-51.3814 ± 10.00	-62.8600

Табела 10.4 Случај оптерећења: леви мотор 13 kg + десни мотор 5 kg + реп.



Слика 10.8 Графичко поређење резултата приказаних у табели 10.4

Последњи случај оптерећења греде је симетрични случај са симулирањем две потисне силе од 130 N (иста вредност на месту левог и десног мотора) уз утицај репа. Резултати поређења вредности приказани су у табели 10.5, док је графички приказ илустрован сликом 10.9.

Вредности добијени на мерним местима 1, 5 и 6 који су на најудаљенијим тачкама греде, указују на то да је без обзира на симетрично унете силе , утицај тежине репа незанемарљив и да мења карактер деформисања целе греде.

Експерименталне	Нумеричке
вредности (µm/m)	вредности (µm/m)
-108.1474 ± 10.00	-51.3500
28.3260 ± 10.00	31.5900
-31.2116 ± 10.00	15.4900
0.3396 <u>+</u> 10.00	-11.3100
283.0372 ± 10.00	205.8000
-133.9242 ± 10.00	-162.2000
	Експерименталне вредности (µm/m) -108.1474 ± 10.00 28.3260 ± 10.00 -31.2116 ± 10.00 0.3396 ± 10.00 283.0372 ± 10.00 -133.9242 ± 10.00

Табела 10.5 Случај оптерећења: леви мотор 13 kg + десни мотор 13 kg + реп.



Слика 10.9 Графичко поређење резултата приказаних у табели 10.5

Извршена валидација заснива се на мерењу еластичних деформација.Поређене вредности, како се може уочити на дијаграмима имају исти тренд кретања вредности, за сваки појединачно разматрани случај оптерећења и углавном остају у домену апсолутне мерне грешке. Ово указује на конзистентност у смеру одступања, што може бити резултат утицаја различитих фактора као што су: осетљивост мерних инструмената на мале деформације, квалитет израде мерних уређаја итд.

Такође одступање у вредностима између нумеричких и експерименталних вредности праве позиције очитавања вредности које су дале мерне траке и нумеричког чвора за који је извучена нумеричка вредност. Осим позиције очитавања вредности утицај на неслагање вредности има и деформација саме мерне траке. Сходно томе разлике су прихватљиве.

11 Развој алата за предикцију отказа

У раним фазама пројектовања како научних тако и инжењерских проблема, кључно је идентификовати жељене механичке карактеристике материјала, у различитим условима експлоатације у што краћем времену. Ово захтева пуно итеративних процеса, због великог броја комбинација микро и макро структура материјала, физичких својстава, спољашњих услова итд. Експериментална истраживања сваког идејног пројекта била би изузетно захтевна, ако не и немогућа. Стога, с обзиром на базу података тестираних модела концептуалних дизајна и материјала, технике машинског учења могу се користити за издвајање из базе података квалитативног односа (модела) између структуре материјала и његових механичких карактеристика у задатим условима. Што даље омогућава предвиђања комбинација слагања материјала унутар жељене геометрије, које дају оптимална механичка својства и дизајн. Када је реч о ламинираним ваздухопловним структурама, предвиђање отпорности на отказ је кључно за идентификацију оптималних структура. Проучавање интерламинарних напона (изузимајући напоне σ_{33}, σ_{13} и σ_{23}) који постоје на површинама између слојева, омогућава одређивање отказа у структури, уз интеграцију апроксимације сложеног оптерећења на статички лом. Присуство ових напона узрокује раслојавање на међуслојној површини, уколико је вредност тих напона већа од затезне чврстоће материјала [Furtado, Pereira, Tavares, Salgado, Otero, Catalanotti, Arteiro, Bessa, Camanho, 2021]. Дакле, одговарајућа процена ових напона и њихова интеграција у модел машинског учења, доводи до тачног предвиђања механизма отказа у композитним структурама за задате услове.

11.1 Примена машинског учења на композитне материјале

Један од очекиваних исхода ове докторске дисертације је развијање методологије до крајњег алгоритма заснованог на машинском учењу, који омогућава предвиђање могућег отказа у композитним слојевима, узимајући у обзир оријентацију, дебљину слојева и напоне у равни (σ_{11} , σ_{22} , σ_{12}). Ово се постиже интеграцијом два софтверска алата. Предпроцес је анализа чврстоће заснована на методи коначних елемената. Затим се добијени подаци користе за обуку постојећег модела машинског учења за предвиђање могућег отказа у структури, где су оријентација, дебљина слојева, пречници рупа, маса, напон, померање и коефицијент фактора сигурности улазни параметри за тренирање модела. Улазни подаци су добијени великим бројем понављања структуралних прорачуна над случајно формираним јединкама/могућим решењима (20000 понављања) и формирани су на основу више десетина случајних комбинација улазних параметра. Главна петља алгоритма покреће се преко for петљи које итерирају кроз генерације и кроз сваку јединку у популацији. За сваку јединку генеришу се случајне вредности променљивих унутар дефинисаних граница. Ове вредности променљивих прослеђују се функцији у оквиру које циљна функција на основу задатих критеријума враћа вредности. Након сваке евалуације, обнављају се вредности најбољих решења, ако су тренутни резултати бољи од претходно забележених, нови резултати замењују старе. Најбоље изабрано решење, чува се у txt. фајлу. Дакле, спроводи се оптимизација заснована на случајној претрази, унутар дефинисаних граница променљивих.

У доступној литератури, од које се издваја [Furtado, Pereira, Tavares, Salgado, Otero, Catalanotti, Arteiro, Bessa, Camanho, 2021], коришћене су четири технике машинског учења (енг. XGBoost, Random Forests, Gaussian Processes and Artificial Neural Networks) како би се предвидела затезна чврстоћа код отказа првог и последњег слоја ламината, са различитим оријентацијама ($0^{\circ}/90^{\circ}/\pm45^{\circ}$). Показано је да најбоље перформансе имају вештачке неуронске мреже за веће скупове података и одабране су као најпогодније за дизајн композитних структура.

Алат за предикцију отказа у ваздухопловним композитним структурама, заснован на вештачкој интелигенцији тј., алгоритма машинског учења има следећи редослед:

- 1. Дизајн или увоз геометрије, формирање вишеслојног композитног ламината оптимизационим процесом, коришћењем генетског алгоритма. Овај процес обављен је формирањем кода у софтверу ANSYS APDL и Matlab за аутономно генерисање вишеструких симулација, које имају за циљ карактеризацију механичког понашања геометрије под различитим улазним параметрима. Ова прва фаза није неопходна за формирање модела машинског учења у општем случају. У овој докторској дисертацији спроведени оптимизациони поступак интегрисан је у модел машинског учења, ради унапређења ефикасности алата и бржег проналаска оптималног решења. Ово је такође директно утицало на упрошћавање описане МКЕ анализе (глава 7).
- 2. Развој базе података која упарује сваки скуп улазних параметара (дескриптора) са одговарајућим излазним параметрима, и подела скупа података на скупове података за обуку, валидацију и тестирање (70% + 15% + 15%), респективно.Спроведен је велики број различитих структуралних прорачуна (20 000), од којих је 18 000 било погодно за даљу анализу, док је 2000 како геометријских, тако и структуралних прорачуна било одбачени као невалидни.
- Формирање алгоритма, подразумева тренирање вештачких неуронских мрежа из чега се може извести модел коришћењем креираног скупа података. Модел мора да омогући предвиђање укупне дебљине ламината, масу, напон, померање, деформацију и критеријум лома за задате улазне параметре.
- 4. Идентификација улазних параметара који одговарају оптималном дизајну композитне структуре и верификација таквог дизајна МКЕ анализом.
- Брза процена појединачних решења у овом случају: предвиђање масе, померања, максималног напона и коефицијента отказа, на основу дефинисаних улазних параметара.

Након оптимизационог процеса, спроведеног у глави 8, развијена је база података са параметрима од интереса ,тако што је у сваком кораку оптимизације за унете контурне услове (параметараски) бележена дебљина слојева, орјентација слојева, пречници задатих рупа, а потом за случајно одабране комбинације слагања одрђени су: маса, померање, максимални напон и коефицијент фактора отказа према задатим критеријумима. Ове променљиве одговарају улазном скупу к. База података чини скуп података за обуку и валидацију на који је примењен алгоритам машинског учења $\{(x_j^{(1)}, q_i^{(1)}), (x_j^{(2)}, q_i^{(2)}), \dots, (x_j^{(S)}, q_i^{(S)})\}$ за $j = 1, \dots, n$ и $i = 1, \dots, m$. Где *m* одговара броју излазних величина од значаја *q* [*Chen,Gu*, 2019].

Одређивање жељених параметра за сваку конфигурацију структуре греде путем појединачних *ANSYS* симулација је временски захтевно. Интеграцијом кодова, петље су коришћене за MKE анализе да би се добио широк спектар улазних променљивих и одговарајућих величина од значаја које се користе као скупови података за обуку и валидацију. *Matlab* формирани код аутоматски генерише и чува резултате за шест слојева слагања. Вектори тачака података из завршених серија су сачувани у документ по завршетку.

11.1.1 Модел машинског учења

Након формирања базе података, модел који обухвата утицај улазних променљивих на излазне механичке особине је развијен кроз методе машинског учења. Сврха модела је да предвиди могући отказ структуре формиране од композитних ламина, на основу задатих критеријума, масу, померање и коефицијент фактора отказа под задатим условима оптерећења, којима ће геометрија (греда) бити изложена.

У овој докторској дисертацији модел машинског учења је неопходан за излаз функције $f: Rn \rightarrow Rm$ да би се предвиделе одређене нумеричке вредности на основу задатих улаза. Дакле, тип задатка је регресија. Квантитативна мера перформанси модела је дизајнирана за процену способности алгоритма на неразматраним током тренирања подацима. Стога, независни скуп података за тестирање се користи за процену перформанси алгоритма коришћењем функције перформанси средње квадратне грешке (енг. *Mean Squared Error -MSE*) ,која је дефинисана на следећи начин [*Chen,Gu, 2019*].:

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (y_i - \hat{y})^2$$
(11.1)

Где је:

N укупан број улазних вектора у скупу података за валидацију;

і пример који се разматра;

у циљна вредност;

 \hat{y} предвиђена вредност модела y;

Скуп података је подељен пре процеса учења на скуп обуке (70% од укупног скупа података), валидација (15% скупова података) и скупови тестирања (15% скуп података). Сет за тренирање се користи за обуку изабраног модела, док је скуп за проверу валидности употребљен за обуку хипер-параметара и процене грешке у генерализацији током или после тренинга. Сет за тестирање се користи за тестирање тачности модела. Употребљени су следећи хипер-параметри:

1. број неурона;

- 2. број мрежних слојева;
- 3. преносна функција;
- 4. опсег учења;

11.2 Неуронске мреже

У оквиру најразличитијих метода развоја модела, вештачке неуронске мреже су оптималне за примену на овакву врсту проблема [*Bessa, Bostanabad, Liu, Hu, Apley, Brinson, Chen, Liu, 2016; Goodfellow, Bengio, Courville, 2016*]. Оне имају више слојева, што омогућава интеграцију више неурона у одређену архитектуру неуронске мреже. Под претпоставком да сваки излазни параметар од значаја q, настаје из примене функције трансформације за линеарну комбинацију улазних променљивих неурона x.

Једначина (11.2) представља релацију између улазних и излазних параметара:

$$h_0 = x$$

 $h_i = g(W_i h_{i-1} + \omega_{i0}) \quad i = 1, 2, \dots, L$
(11.2)

x је вектор који представља улазне променљиве, L број слојева, W_i представља матрицу чија је *j*-та врста вектор вредности параметра јединице *j* у слоју *i*, ω_{i0} је вектор слободних чланова, линеарних комбинација *i*-тог слоја које израчунавају , док је *g* нелинеарна активациона функција. На основу представљене формулације у једначини (11.2) структура неуронске мреже, приказана је на слици 11.1 [*Николић*, Зечевић, 2019].



Слика 11.1 Структура неуронске мреже, која је потпуно повезана. Реф (Младен Николић, Анђелка Зечевић, Уџбеник Машинско учење, Београд 2019)



На слици 11.2, приказан је алгоритам процеса машинског учења, неуронским мрежама.

Слика 11.2 Алгоритам процеса машинског учења

Креирани модел неуронских мрежа састоји се из шест одвојених делова (појединачним неуронским мрежама са 1 излазом), сваки део је дизајниран тако да предвиђа једну од шест циљних променљивих: укупна дебљина, маса, померање, напон, деформација и коефицијент фактора отказа структуре. Свака појединачна мрежа има улазни слој са 14 неурона, који одговарају броју улазних променљивих. Ова мрежа има два скривена слоја, број неурона у првом скривеном слоју је 15, док је у другом скривеном слоју је 10. Оваква архитектура неуронске мреже омогућава да мрежа научи комплексне везе између улазних и излазних променљивих. Подаци су подељени на тренинг, валидацију и скупове за тестирање на 70, 15, 15, респективно. Овим се обезбеђује адекватна евалуација перформанси. Осим овакве поделе, мреже су тестиране за различите комбинације поделе. На крају, резултати се израчунавају кроз један излазни неурон за сваку излазну променљиву. Архитектура неуронских мрежа, коришћених у овој докторској дисертацији приказана је на слици 11.4.



Слика 11.3 Архитектура вештачких неуронских мрежа са 14 улаза и 1 излазом, који формира 6 посебно тренираних мрежа

Ова неуронска мрежа представља вишеслојне неуронске мреже, где се подаци пропагирају кроз више слојева неурона, укључујући улазне слојеве, скривене слојеве и излазни слој. Скривени слој има више неурона који обрађују улазне податке пре него што се проследе следећем слоју. Када је реч о преносној функцији, аутоматски се бира прикладна активацијска функција за сваки слој неуронске мреже, то су најчешће сигмоидне функције хиберболичког тангенса (енг. The Hyperbolic Tangent Sigmoid function) или линеарних функција. Тип мреже која се користи је (енг.feed-forward backpropagation) која се одвија уназад од завршног слоја до првог слоја мреже и израчунава градијент функције грешке за један тежински коефицијент по правилу ланца. За разлику од изворног директног приступа израчунавању градијента сваког слоја засебно, овај ток информација о грешкама дозвољава да се ефикасно израчуна градијент за један по један слој. Преносне функције израчунавају излаз слоја на основу његовог мрежног улаза. Ова функција прима као улаз матрицу M димензија $S \times Q$ (где је S број неурона у слоју, а Q број променљивих), која представља векторе мрежног улаза. Преносна функција трансформише сваки елемент матрице M тако да резултат буде у опсегу од -1 до 1. [Bessa, Bostanabad, Liu, Hu, Apley, Brinson, Chen, Liu, 2016; Goodfellow, Bengio, Courville, 2016]. Функција за тренирање мреже је заснована на ЛМ (енг. Levenberg-Marquardt) алгоритму јер је стабилан и треба му мање времена за конвергенцију решења. Овај алгоритам обезбеђује нумеричко решавање проблема минимизирањем нелинеарне функције. ЛМ алгоритам је интерполација Гаус-Њутн (енг. Gauss-Newton) методе и најстрмијих алгоритама спуштања, комбинујући предности брзине претходних са стабилношћу наредног. Главни концепт ЛМ алгоритама је да изведе комбиновани процес тренирања мрежа где се најстрмији алгоритам спуштања користи око области са сложеном закривљеношћу док закривљеност не буде довољно стабилнаа за извођење квадратне апроксимације (Гаус-Њутн Алгоритам) [Pathan, Ponnusami, Pathan, Pitisongsawat, Erice, Petrinic, Tagarielli, 2019; Mozaffar, Bostanabad, Chen, Ehmann, Cao, Bessa, 2019]. На слици 11.4, приказан је дијаграм тока формирања модела неуронских мрежа.



Слика 11.4 Дијаграм процеса формирања модела вештачке неуронске мреже

11.2.1 Перформансе вештачких неуронских мрежа

Модел неуронске мреже коришћен је за успостављање корелације између улазних променљивих и излазних, које су циљеви и ограничења. Један од главних параметара за процену квалитета неуронске мреже је средња квадратна грешка током процеса успостављања модела. На слици 11.5 приказан је дијаграм кретања средње квадратне грешке кроз епохе.



Best Validation Performance is 0.0050302 at epoch 179

Слика 11.5 Средња квадратна грешка модела неуронских мрежа

Овај дијаграм показује, да се вредност грешке смањује са порастом броја епоха. Ниже вредности средње квадратне грешке указују на високе предиктивне способности неуронске мреже уједно наглашавајући ефикасност у повезивању улазних променљивих са њиховим одговарајућим излазима. Најбоља вредност средње квадратне грешке је 0.0050302 добијена кроз 185 епоха. Поред тога до прихватљиве вредности грешке дошло се варирањем броја неурона у скривеним слојевима, број скривених слојева, као и броја решења (из формиране базе података) предвиђених за тренирање, валидацију и тестирање. Поред оцене средње квадратне грешке, потребно је размотрити регресију модела. Регресија модела вештачких неуронских мрежа приказана је на слици 11.6.



Слика 11.6 Однос стварних и циљних вредности предвиђени неуронским мрежама.

Коефицијент детерминације R^2 коришћен да се процени модел вештачке неуронске мреже. Квадратне вредности овог коефицијента теже јединици ($R^2 \rightarrow 1$), што указује на блиску кореспонденцију између предвиђања мреже и улазних податка који су добијени понављањем МКЕ прорачуна у одељку 8.3.1, пуна линија указује на најбољу линеарну регресију између излазних и циљних вредности. Сложеност модела такође утиче на предиктивне способности неуронских мрежа, али се разматрањем средње квадратне грешке и коефицијента детерминације (које су у задовољавајућим ганицама) потврђује висока тачност предвиђања предложеног модела.

Величина градијента, обнављање момента (M_u) и број провера валидације у односу на епохе, чине приказ напретка процеса тренирања неуронских мрежа (слика 11.7). M_u је параметар прилагођавања који користи процес оптимизације, заснован на машинском учењу приликом израчунавања параметара да би се избегао проблем локалног минимума. На дијаграму M_u у односу на епохе указује на стабилизацију модела током учења. Градијент доста осцилује током учења, али са повећањем броја епоха губици се смањују. Скупови података за тренинг, тестирање и валидацију представљају добру корелацију пошто су вредности на дијаграмима тестирања у складу са вредностима у постојећој литератури [Sahib, Kovacs, 2024].



Слика 11.7 Ток процеса тренирања

Превремено заустављање (енг. *Early stopping*) је техника која се користи да би се избегло претренирање модела машинског учења (енг. *Overfitting*). Током тренирања, перформансе модела се редовно проверавају на валидационом скупу. Ако се перформансе не побољшају током одређеног броја епоха, тренинг се зауставља раније. На дијаграму који показује валидацију, може се видети да ће тренинг бити заустављен ако се метрика валидације не побољша током последњих 6 епоха. Ако се перформансе на валидационом скупу нису побољшале у последњих 6 епоха, то може значити да је модел достигао своје оптималне перформансе и да даље тренирање може довести до претренирања.

Грешка између циљних вредности и предвиђених вредности након обуке вештачке неуронске мреже за један излаз (који чине 6 независних мрежа) приказан је на слици 11.8. Вредности грешке показују како се предвиђене вредности разликују од циљне вредности жељених параметара. Вертикална оса (инстанца) представља број узорака скупа података. Вертикална линија нулте грешке одговара вредности нулте грешке на x оси. Линија нулте грешке на дијаграму се налази у околини вредности -0.01613. Уочава се да постоји добра корелација између предвиђања и циља. Дијаграм грешке доказује да су операције пре обраде извршене на скупу података уз изабрани модел обуке биле добро прилагођене разматраном проблему у овој докторској дисертацији.



Слика 11.8 Дијаграм грешке процеса

11.3 Резултати и дискусија

11.3.1 Алат за предикцију отказа

Проучавана методологија показуіе ефикасност развијеног мултилисциплинарног оптимизационог модела коришћењем генетског алгоритма (енг. GA) и вештачке неуронске мреже (енг. ANN) у постизању побољшаних перформанси, временској уштеди у раним фазама пројектовања и смањење потребе за великим компјутерским ресурсима. Главни допринос овог приступа огледа се у предикцији отказа композитне структуре на основу ефикасно развијеног модела машинског учења. Овај модел је обучен да прецизно предвиђа понашање изузетно различитих композитних структура при дефинисаном најнеповољнијем/граничном случају оптерећења. Такође, смањује потребу за скупим и временски захтевним анализама. Генетски алгоритам успешно извршава оптимизациони процес на основу формирања параметарског модела и задавањем улазних променљивих и контурних услова, међутим алатом за предикцију омогућено је брже извршавање ових анализа и на основу истренираних мрежа проналажење оптималног резултата. Сходно томе ,ова иновативна процедура оптимизације (интеграција модела машинског учења и генетског алгоритма) представља метод за решавање комплексних проблема оптимизације у дизајну композитних структура, изложених сложеним оптерећењима. Развијени алат, на основу улазних података одређених оптимизацијом, даје излаз који предвиђа шест жељених излаза. Пример предвиђања за вредности улазних параметара добијених за силу додатну под углом од 60° (табела 8.2), приказан је на слици 11.9.

Ulazni pod	laci:												
tl	01	t2	82	t3	03	t4	θ4	t5	05	t6	96	r1	r2
0.36	83.89	0.27	2.55	0.054	63.88	0.56	2.43	0.25	82.86	0.05	66.53	4.17	1.06
Predviđeni Ukupna	izlazi: debljina	[mm]	Masa [g]	Pon	eranje [mm]	Nar	oon [MPa]	Defo	ormacija	Fail			
	1.5436		577.32		22.411	3	317.24	0.0	018351	0.89487			

Слика 11.9 Предвиђање карактеристика композитне конструкције за оптимално слагање из табеле 8.2.

Да би се валидирао овај модел машинског учења, урађена је статичка анализа МКЕ методом и поређење резултата са излазима добијеним предикцијом. Користи се развијени параметризовани модел греде (одељак 7.4.2), контурни услови у виду ограничења и мрежа остају непромењени у односу на инцијалне анализе греде, коришћене у оптимизационом алгоритму. Оптерећење је некоригована статичка ударна сила (F_{avg}) по вертикалном правцу дејства (оса z) и сила која замењује утицај репа (F_{R2}), правац дејства под углом од 30° у односу на вертикални правац. Резултат МКЕ анализе је приказан на слици 11.10.



Слика 11.10 а) Максимални напон за цео ламинат на основу критеријума отказа (горњака греде), б) доњака греде, са оптимизованим величинама отвора, в) померање греде, г) коефицијент фактора отказа за целу греду д) деформација греде (горњака), ђ) деформација греде (доњака)

На слици 11.10 а) кружницом је обележен сингуларитет. Ту се јавља максимална вредност напона, која је последица оштре контуре и недовољно фине мреже. Ако се погледа скала, остали напони у близини тог елемента су на око 311.70 МРа. Максимална вредност деформације такође се уочава око истих елемената, па се за вредност померења ван сингуларитета може сматрати вредност око 0.20 %. Поред тога примећује се и повољније напонско стање по доњаци греде, чијем побољшању је допринело смањивање отвора за монтажу са 8 mm на 1 mm. Слика 11.11 приказује вредност масе греде из софтвера коришћеног за МКЕ анализу, за предвиђени случај слагања слојева.

```
TOTAL MASS = 0.57681E-03
The mass principal axes coincide with the global Cartesian axes
CENTER OF MASS (X,Y,Z)= 826.18 -0.35413E-03 -1.9768
```

Слика 11.11 Маса греде за случај слагања слојева, добијених предикцијом.

Релативне разлике између излазних величина добијених предикцијом и МКЕ анализом дати су табеларно, у табели 11.1, а затим и дијаграмом (слика 11.12).

Табела 11.1 Поређење резултата модела машинског учења и МКЕ анализе

	Вредности предикције	Вредности МКЕ анализе	Релативне разлике [%]
Maca [g]	577.32	576.81	0.09
Померање [mm]	22.41	25.33	11.53
Напон [МРа]	317.24	311.70	1.78
Коеф. фактора отказа	0.894	0.976	8.40
Укупна дебљина [mm]	1.54	1.54	0.00
Деформација [%]	0.19	0.21	9.52



Слика 11.12 Релативне разлике вредности предикције и МКЕ анализе

Алат за предикцију је развијен као предпроцес за пројектовање неке композитне структуре. Релативне разлике су у прихватљивим границама, с обзиром на то да су улазне променљиве за овај случај предикције теоријске вредности добијене оптимизационим процесом. Вредности релативних разлика за масу, напон и укупну дебљину остају испод 2%, за коефицијент отказа, померање и дерормацију испод 12%. Овим поређењем модел вештачких неуронских мрежа је валидиран.

11.3.2 Алат за предикцију материјала

Након интеграције два софтверска алата и развоја валидираног алата за предикцију отказа, коришћењем исте методологије генетског алгоритма развијен је алат за оптимизацију композитне структуре греде. Односно, на основу тренираног модела машинског учења, постављањем жељених ограничења у функцији која се позива у оптимизационом процесу, предвиђа се слагање слојева ламината, њихова оријентација и пречници рупа по горњаци и доњаци греде на критичном пресеку, разматраном у оквиру ове докторске дисертације.

Функција циља, модификована је тако да уместо покретања подпроцеса МКЕ анализе за сваку итерацију у оквиру оптимизационог процеса, позива вештачке неуронске мреже. Део функције циља, приказан је на слици 11.3. Приказана ограничења односе се на предвиђање на основу масе и деформације и задатих граничних услова за деформацију према одабраном критеријуму.

```
% Učitavanje mreža, posebna za svaki izlaz
load net1.mat
net1 = net;
load net2.mat
net2 = net;
% Predviđanje vrednosti pomoću neuronskih mreža
masa = net1(x'); % Predikcija mase [g]
                     % Predikcija deformacije [-]
def = net2(x');
% Granica za deformaciju
defgr = 0.0085 / 5;
% Provera uslova i izračunavanje izlazne funkcije
if (masa > 0) && (def > 0) && (def < defgr)
   f = masa / 1000; % Masa u [g] ako su uslovi zadovoljeni
else
   f = 10e3;
                     % Velika vrednost ako uslovi nisu zadovoljeni
end
end
```

Слика 11.13 Функција циља за предикцију материјала

Постављањем функције на овај начин и коришћењем истренираног модела неуронских мрежа, постиже се велика временска уштеда за извршење процеса оптимизације и смањење потребних компјутерских ресурса. За услове масе и деформације наведене у функцији , оптимизациони процес генетским алгоритмом урађен је за 100 популација и 50 генерација (претходно описаном (у глави 8) оптимизационом процесу) и приказан је на слици 11.14.
Важно је нагласити да оптимизациони процес за исте услове без коришћења модела вештачких неуронских мрежа, траје до неколико дана (чак и дуже), док са коришћењем модела траје свега неколико минута.



Слика 11.14 Оптимизациони процес вештачким неуронским мрежама

Излаз из оптимизације су дебљине слојева, оријентација слојева у ламинату и пречници отвора на горњаци и доњаци греде. Резултати предиктивне оптимизације приказани су у табели 11.2. Са дијаграма тока оптимизационог процеса може се закључити да је генетски алгоритам најбоље решење (најбољу вредност функције циља) пронашао у 31. генерацији. Након те генерације, функција циља остаје константна што указује да се решење није побољшавало. Просечна вредност функције циља постала је стабилна са одређеним бројем генерација, што указује на конвергенцију решења.

Дебљина сваког слоја [mm]		Оријентација слојева [°]		Пречник отвора на горњаци греде за монтажу мотора [mm]	Пречник отвора на доњаци греде за монтажу мотора [mm]
t_1	0.20	θ ₁ (°)	89.90	R_1	R_2
t_2	0.27	θ ₂ (°)	24.44	1.97	0.01
t ₃	0.24	θ ₃ (°)	37.82		
t_4	0.45	θ ₄ (°)	-1.37		
t ₅	0.18	θ ₅ (°)	88.17		
t_6	0.12	θ_6 (°)	68.38		
Укупна дебљина:	1.46				

Табела 11.2 Вредности добијене предикцијом

Слагање слојева по дебљинама ткања указује на претходно изабрано оптимално слагање. Оријентације слојева, проналазе углове који теже $[0^{\circ}/90^{\circ}]$, што објашњава последице од доминантног оптерећења на главне правце ламината. Са ограничењем деформације, пречници отвора на горњаци су мањи, а по доњаци не постоје, што одговара стварном редизајну и претходно оптималним резултатима. Након извршених детаљних анализа и валидације уочава се изузетна успешност модела машинског учења за потребе брзе предикције у раним фазама дизајна и редизајна сложено оптерећених ваздухопловних структура.

12 Закључак

Истраживање представљено у овој докторској дисертацији приказује анализу појаве отказа на композитном елементу (греди) беспилотне летелице (БПЛ), кроз приказ израчунатог и предвићеног оптерећења, узетог у обзир у првим фазама пројектовања летелице. Може се закључити да, поред конвенционалних анализа и верификација делова и елемената ваздухопловних структура, додатни преглед, прорачуни и тестирања у стварним радним условима треба да се обаве када структуре садрже места са било каквим концентраторима напона (геометријским или у материјалу). Појава концентрације напона може довести до деламинације композитне структуре као и отказа у одређеном елементу. Један такав елемент, композитна греда, која носи електромоторе за вертикално полетање и слетање БПЛ је разматрана у овој докторској дисертацији са становишта развоја алата за предикцију отказа и њене оптимизације еволутивним оптимизационим алгоритмом (генетским алгоритмом). Након удесног слетања, уочен је отказ на структури греде у сегменту, отворима ослабљеним пресеком. Развијена је методологија реконструкције догађаја, ради успостављања механичког модела греде и апроксимације просторног оптерећења на равански случај. Еволуција ударног оптерећења, омогућила је каснију уштеду у времену и смањење компјутерских ресурса у нумеричким прорачунима. Анализа отказа према интегрисаним критеријумима максималних напона и ТсаиВу критеријума отказа у параметарско моделираном математичком моделу греде, валидирана је експерименталним испитивањем. Обухваћени су детаљни МКЕ прорачуни и одређени улазни и излазни параметри за оптимизациони алгоритам. Оптимизациони процес, коришћењем генетског алгоритма, спроведен је за 14 улазних променљивих (структурних и геометријских). Излаз оптимизације чини 6 излаза (напон, маса, деформација, померање, коефицијент отказа и укупна дебљина ламината). Резултат оптимизације је геометријски редизајн по доњаци греде, у виду затварања отвора за монтажу мотора, као и оптимално слагање слојева и оријентација глобалног ламината за апроксимирано сложено ударно оптерећење. Оптимално слагање, валидирано је испитивањем композитних епрувета на машини за испитивање на силу затезања. Модел греде, чије структурне и геометријске измене cv добијене оптимизацијом, експериментално је испитан. Коресподенција поређења нумеричких и експерименталних резултата је на задовољавајућем нивоу, с обзиром на технологију израде греде и немогућности израде идеалног модела, какав је нумерички. Такође на резултате мерења утицала је деформација саме мерне траке, као и осетљивост мерне траке и позиција мерења вредности у односу на позицију нумеричког чвора. Резултати добијени понављањем нумеричких прорачуна структуре (око 20000 пута), коришћени су за формирање базе података и формулисање модела машинског учења, тачније модела вештачких неуронских мрежа. Модел је показао врло високе предиктивне способности. Коресподенција између предвиђених и нумеричких резултата остаје испод 15%, што се сматра задовољавајућим процентом. Модел је способан да предвиђа механичко понашање греде, према критеријуму отказа ТсаиВу и да предвиђа оптимално слагање структуре глобалног ламината (дебљина и оријентација слојева). Овим је омогућена уштеда у времену у процесу пројектовања, јер би комплексни нумерички прорачуни трајали данима, у односу на предикцију развијеним алатом, која траје неколико минута.

С обзиром на услове експлоатација беспилотних летелица и потребама за уштедом у маси, без нарушавања масено-инерционог модела, препоруке за будући рад су разматрање побољшања перформанси алата, са аспекта предвиђања отказа и механичких карактеристика материјала за било која сложена оптерећења и било коју геометрију.

Литература

Ajay H. Sharma, Seth A. Hill, Riley Perez, TJ Rose and Francisco Lopez Jimenez, *Tensile fiber failure on High Strain Composites*. Orlando, FL. 2020. https://doi.org/10.2514/6.2020-0208.

Altenbach, H., Altenbach, J., & Kissing, W. (2018). *Mechanics of composite structural elements*. Springer Nature, Singapore.

Anderson, J., D., Fundamentals of Aerodynamics, McGraw-Hill, Inc., (1991).

Ashton, J. E., & Whitney, J. M. (1970). *Theory of laminated plates*. Technomic Publishing, Stamford.

Aslihan Vuruskan1, Burak Yuksek2, Ugur Ozdemir3, Adil Yukselen4 Gokhan Inalhan, *Dynamic Modeling of a Fixed-Wing VTOL UAV*, 2014 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), (2014). Orlando, FL, USA

Bessa, M., Bostanabad, R., Liu, Z., Hu, A., Apley, D., Brinson, C., Chen, W. and Liu, W., 2016. *A framework for data-driven analysis of materials under uncertainty: Countering the curse of dimensionality*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 320, pp.633-667.

Bilal, Millie Pant, Hira Zaheer, Laura Garcia-Hernandez, and Ajith Abraham. Differential Evolution: *A review of more than two decades of research*. EngineeringApplications of Artificial Intelligence, 90: 103479, April 2020. ISSN 0952-1976. doi:10.1016/j.engappai.2020.103479.

Chen C., Gu G.: *Machine learning for composite materials*, – MRS Communications, Vol 9, No 2, 2019, pp. 556-566. <u>https://doi.org/10.1557/mrc.2019.32</u>

Courage Agho: *Dynamic Model and Control of Quadrotor in the Presence of Uncertainties*, University of South Carolina, Scholar Commons, (2015)

Dan Simon. John Wiley & Sons, 2013. Evolutionary optimization algorithms.

Daniel Mellinger and Vijay Kumar. *Minimum snap trajectory generation and control for quadrotors*. Deep learning predicts path-dependent plasticity. Proceedings of the National AcademyDeeplearningbook.org. Available at: https://www.deeplearningbook.org

Dinulovic, M., Krstic, B. (2017). Kompozitne konstrukcije. Masinski fakultet, Univerzitet u Beogradu.

Dong, S. B., Pister, K. S., & Taylor, R. L. (1962). On the theory of laminated anisotropic shells and plates. Journal of Aerospace Sciences, 29, 696–975.

Escobar-Ruiz A.G., Lopez-Botello O., Reyes-Osorio L., Zambrano-Robledo P., Amezquita-Brooks L., Garcia-Salazar O.: *Conceptual Design of an Unmanned Fixed-Wing Aerial Vehicle Based on Alternative Energy* – International Journal of Aerospace Engineering, 2019, pp. 8104927. <u>https://doi.org/10.1155/2019/8104927</u>

Franke, F., Schwab, M., Burger, U., Hühne C.: *An analytical model to determine the impact force of drone strikes*, – CEAS Aeronautical Journal, Vol 13, 2022, pp. 69–84. <u>https://doi.org/10.1007/s13272-021-00552-4</u>

Franke, F., Schwab, M., Burger, U., Hühne, C.: *An analytical approach to determine the impact force of small unmanned aerial vehicle collisions with rigid and elastic targets*. In: CEAS (ed.) Aerospace Europe conference 2020. Aerospace Europe conference, Bordeaux, 25.-28.02.2020 (2020)

Furtado, C., Pereira, L.F., Tavares, R.P., Salgado, M., Otero, F., Catalanotti, G., Arteiro, A., Bessa, M.A., Camanho, P.P., *A methodology to generate design allowables of composite laminates using machine learning*, International Journal of Solids and Structures (2021), doi: https://doi.org/10.1016/ j. ijsolstr.2021.111095

Goldberg DE. *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning*. India: Pearson Education, Inc.; 2005.

Goodfellow, I., Bengio, Y. and Courville, A. (2016). Deep Learning. [online]

Grbović A., Kastratović G., Božić Ž., Božić I., Obradović A., Sedmak A., Sedmak S.: *Experimental and numerical evaluation of fracture characteristics of composite material used in the aircraft engine cover manufacturing*, – Engineering Failure Analysis, Vol 137, 2022, pp. 106286. <u>https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2022.106286</u>

Gruttmann F, Knust G (2019) A shell element for the prediction of residual load-carrying capacities due to delamination. Int J Numer Methods Eng 118:132–158

Gruttmann F, Knust G, Wagner W (2017) *Theory and numerics of layered shells with variationally embedded interlaminar stresses.* Comput Methods Appl Mech Eng 326:713–738

Gruttmann F, WagnerW (2020) *On an improved 3D stress analysis for elastic composite shells.* Comput Struct 231:106172

He Y, Zhang X, Long S, et al. *Dynamic mechanical behavior of foam-core composite sandwich structures subjected to low-velocity impact*. Arch Appl Mech 2016; 86: 1605–1619. doi: 10.1007/s00419-016-1138-4

I.I. Goldenblat and V. A. Kopnov, "Strength of Glass Reinforced Plastic in the Complex Stress State," Polymer Mechanics, vol. 1, no. 2, pp. 54-59, 1966. [Online]. Available:doi:10.1007/BF00860685

J. R. Vinson, R. L. Sierakowski, "Strength and Failure Theories". The Behavior of Structures Composed of Composite Materials, Solid Mechanics and Its Applications (SMIA, volume 105), 2008.

Kaan T. Oner, Ertugrul Cetinsoy, Mustafa Unel, Mahmut F. Aksit, Ilyas Kandemir, Kayhan Gulez: *Dynamic Model and Control of a New Quadrotor Unmanned Aerial Vehicle with Tilt-Wing Mechanism*, World Academy of Science, Engineering and Technology International Journal of Aerospace and Mechanical Engineering, Vol:2, No:9, (2008), DOI: doi.org/10.5281/zenodo.1074431

Kassa MK, Singh LK and Arumugam AB. Numerical and experimental investigation of first ply failure response of multi-walled carbon nanotubes/epoxy/glass fiber hybrid laminated tapered curved composite panels. P I Mech Eng C-J Mec 2022; 236: 8481–8496. doi:10.1177/09544062221085896

Kostic I.: *Aerodynamic constructions*, Bachelor academic studies, Faculty of Mechanical Engineering, University of Belgrade (2015).

M Milic, J Svorcan: *Preliminary Full Configuration Drag Estimation of Fixed-Wing UAV Using Analytical Aerodynamics* International Symposium on Aviation Technology, MRO, and Operations, 305-310,(2023)

Milic, M., Svorcan, J., Zoric, N., Atanasovska, I., Momcilovic, D.: Mathematical modeling and experimental investigation of a composite beam failure - Case study, – *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. 238, no. 3, pp. 654-665, 2023 (IF2022 = 2.0) (ISSN 0954-4062) (https://doi.org/10.1177/09544062231179078)

Momčilović D, Odanović Z, Mitrović R, et al. *Failure analysis of hydraulic turbine shaft*. Eng Fail Anal 2012; 20: 54–66. doi: 10.1016/j.engfailanal.2011.10.006

Mortda Mohammed Sahib ,Gyorgy Kovacs: *Multi-objective optimization of composite sandwich structures using Artificial Neural Networks and Genetic Algorithm*, 2024, https://doi.org/10.1016/j.rineng.2024.101937

Mozaffar, M., Bostanabad, R., Chen, W., Ehmann, K., Cao, J. and Bessa, M.A. (2019). *The mesicopter: A miniature rotorcraft concept phase ii interim report.* Stanford university, of Sciences, [online] 116(52), pp.26414–26420.Operations Research & Management Science. Springer US, 1998. ISBN 978-0-7923-Partridge.

Pathan, M.V., Ponnusami, S.A., Pathan, J., Pitisongsawat, R., Erice, B., Petrinic, N. And Pedro J Boschetti, Elsa M. Cardenas, Andrea Amerio: *Aerodynamic Optimization of an UAV Design, 5th Aviation Technology Integration and Operation* At: Arlington, Virginia (2005), https://doi.org/10.2514/6.2005-7399

R. Le Riche, R.T. Haftka : Improved genetic algorithm for minimum thickness composite laminate design,2022, https://doi.org/10.1016/0961-9526(95)90710-S.

Register J.: Artificial Intelligence based Aerospace Composite Design, – Individual project, City, University of London, 2021. <u>https://doi.org/10.13140/RG.2.2.21648.74248</u>

Roskam, J.: Airplane Design I-VIII. Roskam Aviation and Engineering Corporation, Ottawa (1987)

Rui Wang, Zhongbao Zhou, Hisao Ishibuchi, Tianjun Liao, and Tao Zhang. *Localized Weighted Sum Method for Many-Objective Optimization*. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 22 (1): 3–18, February 2018. ISSN 1089-778X, 1089-778X, 1941-0026. doi: 10.1109/TEVC.2016.2611642. URL http://ieeexplore.ieee.org/- document/7572016/

S. Li, "*The Maximum Stress Failure Criterion and the Maximum Strain Failure Criterion:* Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, vol.102, pp. 207-217, 2017.

S. Li, E. Sitnikova, Y. Liang, A-S. Kaddour, "*The Tsai-Wu failure criterion rationalised in the context of UD composites*", Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, vol.102, pp. 207-217, 2017. [Online]. Available: doi: 10.1016/j.compositesa.2017.08.007

Sheng T.K., Esakki B., Ponnambalam A.: *Finite Element Analysis of Amphibian UAV Structure*, – In: Li C., Chandrasekhar U., Onwubolu G. (eds) Advances in Engineering Design and Simulation. Lecture Notes on Multidisciplinary Industrial Engineering, 2020. Springer, Singapore. <u>https://doi.org/10.1007/978-981-13-8468-4_24</u>

Skarka W., Jałowiecki A.: Automation of a Thin-Layer Load-Bearing Structure Design on the Example of High Altitude Long Endurance Unmanned Aerial Vehicle (HALE UAV), – Applied Sciences, Vol 11, No 6, 2021, pp. 2645. <u>https://doi.org/10.3390/app11062645</u>, structures composed of composite materials, 1st edition. Dordrecht, Netherlands: Springer, 1987,pp.209-238.

Tagarielli, V.L: *Predictions of the mechanical properties of unidirectional fibre*. Their Unification and Rationalization", Journal of Composite Science, vol. 4, no. 4, p. 157-161Torenbeek, E. An appreciation of subsonic engine technology. Synthesis of Subsonic Airplane Design, 97–139. https://doi.org/10.1007/978-94-017-3202-4_4, (1982).

W.N. Mascarenhas, C.H. Ahrens , A. Ogliari : Design criteria and safety factors for plastic components design,2003, doi:10.1016/j.matdes.2003.10.003.

Wang G, Jia P and Huang T. *Numerical modeling of shear nonlinearity and failure analysis for composite laminates*. P I Mech Eng C-J Mec 2019; 233: 6616–6625. doi: 10.1177/0954406219863079

Wang Y., Soutis C., Ando D., Sutou Y., Narita F.: *Application of deep neural network learning in composites design*, – European Journal of Materials, Vol 2, No 1, 2022, pp. 117-170. https://doi.org/10.1080/26889277.2022.2053302

Zhennan H.: Analysis of After Impact Characteristics and Structural Optimization of CFRP Composite Plate, – MSc Thesis, Embry-Riddle Aeronautical University, 2020.

Zimmermann N., Wang P.H.: A review of failure modes and fracture analysis of aircraft composite materials, – Engineering Failure Analysis, Vol 115, 2020, pp. 104692. https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2020.104692

Младен Николић, Анђелка Зечевић: Уџбеник, Машинско учење, Београд 2019

ANSYS Inc. ANSYS Parametric Design Language (APDL), 2023. https://www.ansys.com/products/structures/ansys-apdl

DARCorporation.AdvancedAircraftAnalysis(AAA),2024.https://shop.darcorp.com/index.php?route=product/product&product_id=70

Прилози

Прилог А

```
% autor: Milica Milic, 2024
%Kod za crtanje uporednih rezultata
%dijagram napon-deformacija
%dijagram sila-pomeranje
```

```
% Učitavanje datoteka
data_1 = load('epruveta_1.txt');
data_2 = load('epruveta_2.txt');
data_3 = load('epruveta_3.txt');
data_4 = load('epruveta_4.txt');
data_5 = load('numerika.txt');
```

```
% Ekstrakcija potrebnih kolona za svaku datoteku za odnos napon-
deformacija
napon 1 = data_1(:, 5);
deformacija 1 = data 1(:, 8);
napon_2 = data_2(:, 5);
deformacija_2 = data_2(:, 8);
napon_3 = data_3(:, 5);
deformacija 3 = data 3(:, 8);
napon_4 = data_4(:, 5);
deformacija 4 = data 4(:, 8);
napon 5 = data 5(:, 2);
deformacija_5 = data_5(:, 3) ;
% Ekstrakcija potrebnih kolona za odnos sile i pomeranja
sila_1 = data_1(:, 2);
sila 2 = data 2(:, 2);
sila 3 = data 3(:, 2);
sila 4 = data 4(:, 2);
sila 5 = data 5(:, 1);
pomeranje 1 = data 1(:, 4);
pomeranje_2 = data_2(:, 4);
pomeranje 3 = data 3(:, 4);
pomeranje 4 = data 4(:, 4);
pomeranje_5 = data_5(:, 4);
```

```
% Dijagram napon-deformacija
figure;
plot(deformacija 1, napon 1, '-', deformacija 2, napon 2, '-',
deformacija_3, napon_3, '-', deformacija_4, napon_4, '-', deformacija_5,
napon 5, 'x','LineWidth', 2.5);
xlabel('Deformacija [%]');
ylabel('Napon [MPa]');
legend('Epruveta 1', 'Epruveta 2', 'Epruveta 3', 'Epruveta 4',
'Numerika');
% Dijagram sila-pomeranje
figure;
plot(pomeranje 1, sila 1, '-', pomeranje 2, sila 2, '-', pomeranje 3,
sila 3, '-', pomeranje_4, sila_4, '-', pomeranje_5, sila_5,
'x','LineWidth', 2.5);
xlabel('Pomeranje [mm]');
ylabel('Sila [N]');
legend('Epruveta 1', 'Epruveta 2', 'Epruveta 3', 'Epruveta 4',
'Numerika');
% Pronalaženje maksimalnih vrednosti napona i deformacije za svaku
epruvetu
[max napon 1, index max napon 1] = max(napon 1);
[max deformacija 1, index max deformacija 1] = max(deformacija 1);
[max napon 2, index max napon 2] = max(napon 2);
[max_deformacija_2, index_max_deformacija_2] = max(deformacija_2);
[max napon 3, index max napon 3] = max(napon 3);
[max_deformacija_3, index_max_deformacija_3] = max(deformacija_3);
[max_napon_4, index_max_napon_4] = max(napon_4);
[max deformacija 4, index max deformacija 4] = max(deformacija 4);
[max_napon_5, index_max_napon_5] = max(napon_5);
[max deformacija 5, index max deformacija 5] = max(deformacija 5);
% Izračunavanje odnosa maksimalnog napona i deformacije za svaku epruvetu
% (Moduo elasticnosti [MPa]
odnos_1 = max_napon_1 / max_deformacija 1;
odnos 2 = max napon 2 / max deformacija 2;
odnos_3 = max_napon_3 / max_deformacija_3;
odnos_4 = max_napon_4 / max_deformacija_4;
odnos 5 = max napon 5 / max deformacija 5;
```

```
% Ispis rezultata
fprintf('Moduo Elasticnosti za Epruvetu 1: %.2f MPa\n', odnos_1);
fprintf('Moduo Elasticnosti za Epruvetu 2: %.2f MPa\n', odnos_2);
fprintf('Moduo Elasticnosti za Epruvetu 3: %.2f MPa\n', odnos_3);
fprintf('Moduo Elasticnosti za Epruvetu 4: %.2f MPa\n', odnos_4);
fprintf('Moduo Elasticnosti za Numeriku: %.2f MPa\n', odnos_5);
```

Прилог Б

```
%autor: Milica Milic, 2024
%Kod za crtanje uporednih rezultata
%Relativne razlike
% Vrednosti predikcije
predikcija_masa = 577.32;
predikcija_pomeranje = 22.41;
predikcija_napon = 317.24;
predikcija_fail = 0.894;
predikcija_debljina = 1.54;
predikcija_deformacija=0.19;
```

```
% Vrednosti MKE analize
```

```
mke_masa = 576.81;
mke_pomeranje = 25.33;
mke_napon = 311.70;
mke_fail = 0.976;
mke_debljina = 1.54;
mke_deformacija=0.21;
```

```
% Izracunavanje relativnih razlika
```

```
relativna_razlika_masa = abs((predikcija_masa - mke_masa) / mke_masa) *
100;
relativna_razlika_pomeranje = abs((predikcija_pomeranje - mke_pomeranje)
/ mke_pomeranje) * 100;
relativna_razlika_napon = abs((predikcija_napon - mke_napon) / mke_napon)
* 100;
relativna_razlika_fail = abs((predikcija_fail - mke_fail) / mke_fail) *
100;
relativna_razlika_debljina = abs((predikcija_debljina - mke_debljina) /
mke_debljina) * 100;
relativna_razlika_deformacija = abs((predikcija_deformacija -
mke_deformacija) / mke_deformacija) * 100;
```

```
% Prikaz rezultata
fprintf('Relativne razlike:\n');
fprintf('Masa: %f%%\n', relativna_razlika_masa);
fprintf('Pomeranje: %f%%\n', relativna_razlika_pomeranje);
```

```
fprintf('Napon: %f%%\n', relativna razlika napon);
fprintf('Koef. faktora otkaza: %f%%\n', relativna razlika fail);
fprintf('Ukupna debljina: %f%%\n', relativna razlika debljina);
fprintf('Deformacija: %f%%\n', relativna razlika deformacija);
% Skladištenje relativnih razlika u vektor
relativne razlike = [relativna razlika masa, relativna razlika pomeranje,
relativna_razlika_napon, relativna_razlika_fail,
relativna razlika debljina, relativna razlika deformacija];
nazivi = {'Masa', 'Pomeranje', 'Napon', 'Koef. faktora otkaza', 'Ukupna
debljina', 'Deformacija'};
% Kreiranje linijskog grafika sa markerima
figure;
plot(relativne razlike, '-o', 'MarkerSize', 8, 'LineWidth', 2);
set(gca, 'XTick', 1:length(nazivi), 'XTickLabel', nazivi,
'XTickLabelRotation', 90); % Promena ovde
ylabel('Relativna razlika (%)');
title('Relativne razlike između vrednosti predikcije i MKE analize');
grid on;
% Dodavanje oznaka za svaku tačku
for i = 1:length(relativne razlike)
    text(i, relativne razlike(i), sprintf('%.2f%%',
relativne razlike(i)), 'VerticalAlignment', 'bottom',
'HorizontalAlignment', 'center');
end
```

Прилог В

```
%autor: Milica Milic, 2024
% izračunavanje relativnih razlika epruveta optimalnog slaganja
E_test = [30, 32.5, 31.0 30.0];
sigma_max_test = [150, 130, 155 150];
epsilon_max_test = [0.5, 0.4, 0.5 0.5];
sigma_max_greda = 160;
epsilon_max_greda = 0.44;
E_greda = (sigma_max_greda/epsilon_max_greda)/10;
% Računanje relativnih razlika u procentima
delta_E = (((E_test - E_greda) ./ E_greda) * 100);
delta_sigma_max = (((sigma_max_test - sigma_max_greda) ./
sigma_max_greda) * 100);
delta_epsilon_max = (((epsilon_max_test - epsilon_max_greda) ./
epsilon_max_greda) * 100);
```

```
disp('Apsolutne vrednosti relativnih razlika delta E (%):');
disp(delta_E);
```

```
disp('Apsolutne vrednosti relativnih razlika delta sigma max (%):');
disp(delta_sigma_max);
disp('Apsolutne vrednosti relativnih razlika delta epsilon max (%):');
disp(delta_epsilon_max);
```

Прилог Г

```
!/BATCH
/UNITS, MPA
/autor: Milica Milic, 2024
/Formiranje numerickog proracuna
! ulazne promenljive
t1 = 0.28
th1 = 45.00
t2 = 0.28
th2 = -45.00
t3 = 0.28
th3 = 90.00
t4 = 0.45
th4 = 0.00
t5 = 0.28
th5 = -45.00
t6 = 0.28
th6 = 45.00
r1 = 4.00
r2 = 8.00
y1 = 10
y^{2} = -10
d = -50 !duzina cilindra
x1 = 150
x2 = 200
x3 = 1350
x4 = 1400
ae = 5
! za izlazne parametre
*DMAT,rez,d,alloc,1,4
/PREP7
! geometrija, uvoz
! catia model
~CATIAIN, 'greda', 'model',,,,0
```

! catia CATPart !~CAT5IN, 'greda', 'CATPart', '.', SURFACES,0 ! dodatni otvor/cilindar CYL4,x1,y1,r1, , , ,-d CYL4,x2,y1,r1, , , ,-d CYL4,x1,y2,r1, , , ,-d CYL4,x2,y2,r1, , , ,-d ASBV,5,all CYL4,x3,y1,r1, , , ,-d CYL4,x4,y1,r1, , , ,-d CYL4,x3,y2,r1, , , ,-d CYL4,x4,y2,r1, , , ,-d ASBV,7,all !cilindri za rupe po donjaci CYL4,x1,y1,r2, , , ,d CYL4, x2, y1, r2, , , , d CYL4,x1,y2,r2, , , ,d CYL4,x2,y2,r2, , , ,d CYL4,x3,y1,r2, , , ,d CYL4, x4, y1, r2, , , , d CYL4,x3,y2,r2, , , ,d CYL4,x4,y2,r2, , , ,d !isecanje ASBV,9,all ! materijal Epoxy Carbon UD (230 GPa) Wet MPTEMP,,,,,,,, MPTEMP,1,0 MPDATA, EX, 1, , 123340 MPDATA, EY, 1,,7780 MPDATA, EZ, 1,, 7780 MPDATA, PRXY, 1,, 0.27 MPDATA, PRYZ, 1,, 0.42 MPDATA, PRXZ, 1,, 0.27 MPDATA, GXY, 1,, 5000 MPDATA, GYZ, 1,, 3080 MPDATA, GXZ, 1,, 5000 MPDATA, DENS, 1, , 1.518E-9 ! materijal Epoxy Carbon Woven (230 GPa) Wet MPTEMP,,,,,,,, MPTEMP,1,0 MPDATA, EX, 2,, 59160 MPDATA, EY, 2,, 59160

```
MPDATA, EZ, 2,, 7500
MPDATA, PRXY, 2,, 0.04
MPDATA, PRYZ, 2,, 0.30
MPDATA, PRXZ, 2,, 0.30
MPDATA, GXY, 2, ,17500
MPDATA, GYZ, 2,, 2700
MPDATA, GXZ, 2,, 2700
MPDATA, DENS, 2, , 1.451E-9
! element
ET,1,SHELL181
! redjanje, debljina, mat, ugao, br. tacaka
sect,1,shell,,redjanje1
secdata, t1,2,th1,3
secdata, t2,2,th2,3
secdata, t3,2,th3,3
secdata, t4,1,th4,3
secdata, t5,2,th5,3
secdata, t6,2,th6,3
secoffset,MID
seccontrol,,,, , , ,
! lokalni koordinatni sistem
LOCAL, 11, 0, , , , 0, 0, 0
! dodeljivanje redjanja povrsinama i mesiranje
TYPE,
        1
MAT,
            1
REAL,
ESYS,
             11
SECNUM,
           1
LESIZE,1,ae/2,
LESIZE,2,ae/2,
LESIZE, 3, ae/2,
LESIZE,4,ae/2,
LESIZE, 5, ae/2,
LESIZE,6,ae/2,
LESIZE,7,ae/2,
LESIZE,8,ae/2,
LESIZE,9,ae/2,
LESIZE,10,ae/2,
LESIZE,11,ae/2,
LESIZE, 12, ae/2,
LESIZE,13,ae/2,
LESIZE,14,ae/2,
```

LESIZE, 15, ae/2, LESIZE, 16, ae/2, LESIZE, 17, ae/2, LESIZE,18,ae/2, LESIZE, 19, ae/2, LESIZE, 20, ae/2, LESIZE,21,ae/2, LESIZE,22,ae/2, LESIZE,23,ae/2, LESIZE, 24, ae/2, LESIZE,25,ae/2, LESIZE, 26, ae/2, LESIZE,67,ae/2, LESIZE,68,ae/2, LESIZE,69,ae/2, LESIZE,70,ae/2, LESIZE,71,ae/2, LESIZE, 72, ae/2, LESIZE,73,ae/2, LESIZE,74,ae/2, LESIZE,75,ae/2, LESIZE,76,ae/2, LESIZE,77,ae/2, LESIZE,78,ae/2, LESIZE,79,ae/2, LESIZE,80,ae/2, LESIZE,81,ae/2, LESIZE,82,ae/2, LESIZE, 123, ae/2, LESIZE, 124, ae/2, LESIZE,125,ae/2, LESIZE, 126, ae/2, LESIZE, 127, ae/2, LESIZE, 128, ae/2, LESIZE,129,ae/2, LESIZE,130,ae/2, LESIZE,131,ae/2, LESIZE,132,ae/2, LESIZE, 133, ae/2, LESIZE,134,ae/2, LESIZE, 135, ae/2, LESIZE,136,ae/2, LESIZE,137,ae/2, LESIZE,138,ae/2,

AESIZE,ALL,ae,

!SMRTSIZE,6 AMESH,ALL	
CSYS,0 !/PSYMB,esys,1 !EPLOT	! crta orijentaciju elemenata mreze
! analiza /SOLU ANTYPE,0	
<pre>! ukljestenje DL,18,,ALL,0 DL,19,,ALL,0 DL,20,,ALL,0 DL,21,,ALL,0 DL,22,,ALL,0 DL,23,,ALL,0 DL,24,,ALL,0 DL,25,,ALL,0</pre>	! Ukljestenje, po linijama
! sila FK,11,FZ,250 FK,12,FZ,250	
SOLVE	
! ukupna masa *GET,P1,ELEM,,MTOT,X rez(1,1)=P1	
/POST1 NSORT,U,SUM,0,1 *GET,P2,SORT,0,MAX rez(1,2)=P2	
NSORT,S,EQV,0,1 *GET,P3,SORT,0,MAX rez(1,3)=P3	
NSORT,EPEL,X, *GET,P4,SORT,0,MAX rez(1,4)=P4	
! dodatak za Failure	criteria

```
RSYS, SOLU
                            ! Show results in 'solution' reference system
! Failure criteria definition, mat.1
FC,1,s,xten, 1632
FC,1,s,xcmp, -704
FC,1,s,yten, 34
FC,1,s,ycmp, -68
FC,1,s,zten, 34
FC,1,s,zcmp, -68
FC,1,s,xy, 80
FC,1,s,yz, 55
FC,1,s,xz, 80
FC,1,s,XYCP, -1
FC,1,s,YZCP, -1
FC,1,s,XZCP, -1
! Failure criteria definition, mat.2
FC,2,s,xten, 513
FC,2,s,xcmp, -437
FC,2,s,yten, 513
FC,2,s,ycmp, -437
FC,2,s,zten, 50
FC,2,s,zcmp, -150
FC,2,s,xy, 120
FC,2,s,yz, 55
FC,2,s,xz, 55
FC,2,s,XYCP, -1
FC,2,s,YZCP, -1
FC,2,s,XZCP, -1
!LAYER,0
!NSORT, FAIL, TWSR
                           ! Tsai-Wu criterion, moze i SMAX - Max.
Stress
!*GET,P4,SORT,0,MAX
                            ! Maksimalni kriterijum loma, [mm]
!rez(1,4)=P4
*print,rez,rez.txt
/SOLU
LSCLEAR, all
FINISH
Прилог Д
% autor Milica Milic, 2023
% Funkcija cilja
```

```
% 14 ulaznih promenljivih, zapisanih vektorski
% Izlaz: napon, masa, ukupna debljina, pomeranje, deformacija, kriterijum
loma
function [ t, masa, pomeranje, napon, def, fail ] = fja2(x)
t1 = x(1); th1 = x(2);
t2 = x(3); th2 = x(4);
t3 = x(5); th3 = x(6);
t4 = x(7); th4 = x(8);
t5 = x(9); th5 = x(10);
t6 = x(11); th6 = x(12);
r1 = x(13); r2 = x(14);
t = t1 + t2 + t3 + t4 + t5 + t6;
fid = fopen('prvi.txt', 'w');
fprintf(fid, '!/BATCH \n');
fprintf(fid, '/UNITS, MPA \n\n');
fprintf(fid, '! ulazne promenljive \n');
fprintf(fid, 't1 = %4.2f \n', t1);
fprintf(fid, 'th1 = %6.2f \n', th1);
fprintf(fid, 't2 = %4.2f \n', t2);
fprintf(fid, 'th2 = \%6.2f \n', th2);
fprintf(fid, 't3 = %4.2f \n', t3);
fprintf(fid, 'th3 = %6.2f \n', th3);
fprintf(fid, 't4 = %4.2f \n', t4);
fprintf(fid, 'th4 = %6.2f \n', th4);
fprintf(fid, 't5 = %4.2f \n', t5);
fprintf(fid, 'th5 = %6.2f \n', th5);
fprintf(fid, 't6 = %4.2f \n', t6);
fprintf(fid, 'th6 = %6.2f \n', th6);
fprintf(fid, 'r1 = %4.2f \n', r1);
fprintf(fid, 'r2 = %4.2f \n', r2);
fclose(fid);
dos('copy prvi.txt+drugi.txt radni.txt');
dos('"C:\Program Files\ANSYS Inc\v162\ansys\bin\winx64\ANSYS162" -b -i
radni.txt -np 1 -o pr1.out');
delete('file.db');
delete('file.BCS');
delete('file.err');
delete('file.esav');
delete('file.full');
delete('file.log');
delete('file.mntr');
```

delete('file.rst');

```
delete('file.stat');
delete('greda.anf');
delete('greda.ans_log');
delete('greda.log');
delete('pr1.out');
delete('prvi.txt');
delete('radni.txt');
% cita rez
fid = fopen('rez.txt');
if fid ~= -1
    tline = fgetl(fid);
    tline = fgetl(fid);
    tline = fgetl(fid);
    A = sscanf(tline, '%*s %f %*s %f %*s %f %*s %f %*s %f');
    fclose(fid);
    delete('rez.txt');
                         % Mg -> g
    masa = A(1,1)*1e6;
    pomeranje = A(2,1);
                           % mm
    napon = A(3,1);
                            % MPa
    def = A(4,1);
                           % -
    fail = A(5,1);
                           % -
else
    masa = -1;
    pomeranje = -1;
    napon = -1;
    def = -1;
    fail = -1;
end
end
Прилог Ђ
% GA optimizacija
%ponavljanje velikog broja simulacija
%formiranje baze podataka sa izlazima, svake simulacije
clear all, clc
% broj ulaza
nVar = 14;
% granice domena ulaznih promenljivih, jedan ili dva materijala
tmin = 0.05; tmax = 0.60;
```

```
1b = [0.05, 0, 0.05, 0, 0.05, 0, 0.05, -90, 0.05, 0, 0.05, 0, 0, 0];
ub = [tmax, 90, tmax, 90, tmax, 90, tmax, 90, tmax, 90, tmax, 90, 6, 8];
% populacija i generacije
popSize = 100;
maxGen = 200;
% otvori datoteku za pisanje
fid = fopen('rez01.txt', 'w');
% ponavljaj proracune
for i = 1:maxGen
    for j = 1:popSize
        x = zeros(1, nVar);
        x(1) = tmin + rand*(tmax-tmin); x(2) = rand*(90-0);
        x(3) = tmin + rand*(tmax-tmin); x(4) = rand*(90-0);
        x(5) = tmin + rand*(tmax-tmin); x(6) = rand*(90-0);
        x(7) = tmin + rand*(tmax-tmin); x(8) = -90 + rand*(90+90);
        x(9) = tmin + rand*(tmax-tmin); x(10) = rand*(90-0);
        x(11) = tmin + rand*(tmax-tmin); x(12) = rand*(90-0);
        x(13) = rand^{*}(6-0); x(14) = rand^{*}(8-0);
        [ t, masa, pomeranje, napon, def, fail ] = fja2(x);
        fprintf(fid, '%4.2f %6.2f %4.2f %6.2f %4.2f %6.2f %4.2f %6.2f
%4.2f %6.2f %4.2f %6.2f %4.2f %4.2f %4.2f %8.4f %8.4f %8.4f %8.6f
%6.4f\r\n', ...
            x(1), x(2), x(3), x(4), x(5), x(6), x(7), x(8), x(9), x(10),
x(11), x(12), x(13), x(14), ...
            t, masa, pomeranje, napon, def, fail);
    end
end
fclose(fid);
```

Прилог Е

```
%autor: Milica Milic, 2024
%funkcija u alatu za predikciju
```

```
function [ f ] = fja3(x)
```

```
t1 = x(1); th1 = x(2);
t2 = x(3); th2 = x(4);
t3 = x(5); th3 = x(6);
t4 = x(7); th4 = x(8);
t5 = x(9); th5 = x(10);
t6 = x(11); th6 = x(12);
r1 = x(13); r2 = x(14);
t = t1 + t2 + t3 + t4 + t5 + t6;
% ucitavanje mreze
load net.mat
% predvidjanje mrezom
y = net(x');
masa = y(1);
                    % [g]
             % [-]
fail = y(2);
failgr = 1.0; % granicna vrednost
if (masa > 0) && (fail < failgr)</pre>
    f = masa/1000;
else
    f = 10e3;
end
end
Прилог Ж
% optimizacioni fajl
% Funkcija cilja @fja3 za predvdjanje mrezama
clear all, clc
% fia
fun = @fja3;
% broj ulaza
nVar = 14;
% granice domena ulaznih promenljivih, jedan ili dva materijala
% lb = [0.05, -90, 0.05, -90, 0.05, -90, 0.05, -90, 0.05, -90, 0.05, -90,
0, 0];
lb = [0.05, 0, 0.05, 0, 0.05, 0, 0.05, -90, 0.05, 0, 0.05, 0, 0, 0];
tmax = 0.60;
ub = [tmax, 90, tmax, 90, tmax, 90, tmax, 90, tmax, 90, tmax, 90, 6, 8];
```

```
% populacija i generacije
popSize = 100;
maxGen = 50;
% opt options
options = gaoptimset('PopulationSize', popSize, ...
    'Generations', maxGen, ...
    'PlotFcns', @gaplotbestf, ...
    'Display', 'iter');
% poziv opt fje
[x, fval] = ga(fun, nVar, [], [], [], [], lb, ub, [], options);
% optimum
disp(x)
% Prikaz rezultata
optimizedT1 = x(1);
optimizedTH1 = x(2);
optimizedT2 = x(3);
optimizedTH2 = x(4);
optimizedT3 = x(5);
optimizedTH3 = x(6);
optimizedT4 = x(7);
optimizedTH4 = x(8);
optimizedT5 = x(9);
optimizedTH5 = x(10);
optimizedT6 = x(11);
optimizedTH6 = x(12);
optimizedR1 = x(13);
optimizedR2 = x(14);
optimizedFitnessf = fval;
disp(['Optimized T1: ', num2str(optimizedT1)]);
disp(['Optimized TH1: ', num2str(optimizedTH1)]);
disp(['Optimized T2: ', num2str(optimizedT2)]);
disp(['Optimized TH2: ', num2str(optimizedTH2)]);
disp(['Optimized T3: ', num2str(optimizedT3)]);
disp(['Optimized TH3: ', num2str(optimizedTH3)]);
disp(['Optimized T4: ', num2str(optimizedT4)]);
disp(['Optimized TH4: ', num2str(optimizedTH4)]);
disp(['Optimized T5: ', num2str(optimizedT5)]);
disp(['Optimized TH5: ', num2str(optimizedTH5)]);
disp(['Optimized T6: ', num2str(optimizedT6)]);
disp(['Optimized TH6: ', num2str(optimizedTH6)]);
```

```
disp(['Optimized R1: ', num2str(optimizedR1)]);
disp(['Optimized R2: ', num2str(optimizedR2)]);
disp(['Optimized Fitness: ', num2str(optimizedFitnessf)]);
```

Прилог З

```
% autor: Milica Milic,2024
% formiranje mreza za svaki izlaz
%t,masa,pomeranje,napon, deformacija,fail
clear all, clc
load rez01.txt
N = size(rez01, 1);
% brisanje "losih" podataka
masa = rez01(:, 16);
k = find(~(masa==-1));
rez01 = rez01(k,:);
% ulaz
inputs = rez01(:,1:14)';
% Kreiranje mreža za svaki izlaz
hiddenLayerSize = [15,10];
% Treniranje mreže za masu
targets masa = rez01(:,15)';
net masa = fitnet(hiddenLayerSize);
net masa.divideParam.trainRatio = 70/100;
net masa.divideParam.valRatio = 15/100;
net masa.divideParam.testRatio = 15/100;
[net_masa, ~] = train(net_masa, inputs, targets_masa);
% Treniranje mreže za pomeranje
targets pomeranje = rez01(:,16)';
net pomeranje = fitnet(hiddenLayerSize);
net pomeranje.divideParam.trainRatio = 70/100;
net_pomeranje.divideParam.valRatio = 15/100;
net pomeranje.divideParam.testRatio = 15/100;
[net_pomeranje, ~] = train(net_pomeranje, inputs, targets_pomeranje);
% Treniranje mreže za napon
```

```
targets_napon = rez01(:,17)';
net_napon = fitnet(hiddenLayerSize);
net_napon.divideParam.trainRatio = 70/100;
net_napon.divideParam.valRatio = 15/100;
```

```
net napon.divideParam.testRatio = 15/100;
[net_napon, ~] = train(net_napon, inputs, targets_napon);
% Treniranje mreže za ukupnu debljinu
targets t = rez01(:,18)';
net t = fitnet(hiddenLayerSize);
net_t.divideParam.trainRatio = 70/100;
net t.divideParam.valRatio = 15/100;
net t.divideParam.testRatio = 15/100;
[net t, ~] = train(net t, inputs, targets t);
% Treniranje mreže za deformaciju
targets deformacija = rez01(:,19)';
net deformacija = fitnet(hiddenLayerSize);
net deformacija.divideParam.trainRatio = 70/100;
net deformacija.divideParam.valRatio = 15/100;
net deformacija.divideParam.testRatio = 15/100;
[net deformacija, ~] = train(net deformacija, inputs,
targets deformacija);
% Treniranje mreže za fail
targets fail = rez01(:,20)';
net fail = fitnet(hiddenLayerSize);
net fail.divideParam.trainRatio = 70/100;
net fail.divideParam.valRatio = 15/100;
net fail.divideParam.testRatio = 15/100;
[net fail, ~] = train(net fail, inputs, targets fail);
% Čuvanje svih mreža u jednu .mat datoteku
save net.mat net_masa net_pomeranje net_napon net_t net_deformacija
net_fail
Прилог И
```

```
% Učitavanje podataka iz najbolje_rešenje.txt datoteke
data = load('najbolje_rešenje.txt');
% Ulazni podaci (prvih 14 kolona)
inputs = data(:, 1:14);
% Učitavanje unapred obučenih mreža iz jedne .mat datoteke
load('net.mat'); % Pretpostavlja se da net.mat sadrži net_masa,
net_pomeranje, net_napon, net_t, net_deformacija, net_fail
% Predviđanje izlaza za svaki red u ulaznim podacima
y masa = abs(net masa(inputs'));
```

```
y pomeranje = abs(net pomeranje(inputs'));
y napon = abs(net napon(inputs'));
y t = abs(net t(inputs'));
y deformacija = abs(net deformacija(inputs'));
y fail = abs(net fail(inputs'));
% Pisanje rezultata u datoteku
fid output = fopen('rezultati predvidjanja.txt', 'w');
for i = 1:size(data, 1)
    fprintf(fid output, '%f %f %f %f %f %f %f %f \n', inputs(i,:), y masa(i),
y_pomeranje(i), y_napon(i), y_t(i), y_deformacija(i), y_fail(i));
end
fclose(fid output);
% Prikaz rezultata u konzoli sa lepšim formatom
for i = 1:size(data, 1)
    fprintf('Ulazni podaci za red %d:\n', i);
    for j = 1:14
        if mod(j, 2) == 0
            fprintf('0%d: %f\n', j/2, inputs(i, j));
        else
            fprintf('t%d: %f\n', (j+1)/2, inputs(i, j));
        end
    end
    fprintf('Predvideni izlazi:\n');
    fprintf('Masa: %f g\n', y masa(i));
    fprintf('Pomeranje: %f mm\n', y pomeranje(i));
    fprintf('Napon: %f MPa\n', y_napon(i));
    fprintf('Ukupna debljina: %f mm\n', y t(i));
    fprintf('Deformacija: %f\n', y_deformacija(i));
    fprintf('Koef. faktora otkaza: %f\n', y_fail(i));
    fprintf('\n');
end
% Alternativni način prikaza sa tabelarnim formatom
fprintf('Ulazni podaci:\n');
ulazna imena = {'t1', '01', 't2', '02', 't3', '03', 't4', '04', 't5',
'05', 't6', '06', 'r1', 'r2'};
disp(array2table(inputs, 'VariableNames', ulazna imena));
fprintf('Predvideni izlazi:\n');
predicted_results = table(y_masa', y_pomeranje', y_napon', y_t',
y_deformacija', y_fail', ...
    'VariableNames', {'Ukupna debljina [mm]', 'Masa [g]', 'Pomeranje
[mm]', 'Napon [MPa]', 'Deformacija', 'Fail'});
disp(predicted_results);
```

Прилог Ј

```
% Postavi osnovne parametre mreže
numInputs = 14;
numHiddenNeurons1 = 15;
numHiddenNeurons2 = 10; % Broj neurona u drugom skrivenom sloju
numOutputs = 6;
numNetworks = 1;
% Kreiraj dijagram za prikaz i centriraj je na sredini ekrana
fig = figure('Position', [100, 100, 1000, 800]);
movegui(fig, 'center');
hold on;
axis off;
% Definiši pozicije slojeva
layerX = [1, 2, 3, 4, 5];
inputY = linspace(-1, 1, numInputs);
hiddenY1 = linspace(-1, 1, numHiddenNeurons1);
hiddenY2 = linspace(-1, 1, numHiddenNeurons2); % Pozicije za drugi
skriveni sloj
outputY = linspace(-1, 1, numOutputs);
finalOutputY = 0; % Pozicija za finalni izlaz
% Nacrtaj ulazne neurone i oznake
inputLabels = { 't1', 't2', 't3', 't4', 't5', 't6', '\theta1', '\theta2',
'\theta3', '\theta4', '\theta5', '\theta6', 'r1', 'r2'};
for i = 1:numInputs
    plot(layerX(1), inputY(i), 'bo', 'MarkerSize', 10, 'MarkerFaceColor',
'b');
    text(layerX(1) - 0.1, inputY(i), inputLabels{i},
'HorizontalAlignment', 'right');
end
% Nacrtaj prvi skriveni sloj neurona i oznake
for i = 1:numHiddenNeurons1
    plot(layerX(2), hiddenY1(i), 'ro', 'MarkerSize', 10,
'MarkerFaceColor', 'r');
    text(layerX(2), hiddenY1(i) - 0.1, ['H1' num2str(i)],
'HorizontalAlignment', 'center', 'VerticalAlignment', 'top');
end
```

% Nacrtaj drugi skrivenи sloj neuroнa i oznake

```
for i = 1:numHiddenNeurons2
    plot(layerX(3), hiddenY2(i), 'ro', 'MarkerSize', 10,
'MarkerFaceColor', 'r');
    text(layerX(3), hiddenY2(i) - 0.1, ['H2' num2str(i)],
'HorizontalAlignment', 'center', 'VerticalAlignment', 'top');
end
% Nacrtaj izlazne neurone i oznake
outputLabels = {'Ukupna debljina', 'Masa', 'Pomeranje', 'Napon',
'Koeficijent faktora otkaza', 'Deformacija'};
for i = 1:numOutputs
    plot(layerX(4), outputY(i), 'go', 'MarkerSize', 10,
'MarkerFaceColor', 'g');
    text(layerX(4) + 0.1, outputY(i), outputLabels{i},
'HorizontalAlignment', 'left', 'Interpreter', 'none', 'FontSize', 8);
end
% Nacrtaj konačni izlazni neuron
plot(layerX(5), finalOutputY, 'mo', 'MarkerSize', 10, 'MarkerFaceColor',
'm');
text(layerX(5) + 0.1, finalOutputY, 'Alat', 'HorizontalAlignment',
'left', 'Interpreter', 'none', 'FontSize', 8);
% Poveži ulazne slojeve sa prvim skrivenim slojem
for i = 1:numInputs
    for j = 1:numHiddenNeurons1
        plot([layerX(1) layerX(2)], [inputY(i) hiddenY1(j)], 'k');
    end
end
% Povezi prvi skriveni sloj sa drugim skrivenim slojem
for i = 1:numHiddenNeurons1
    for j = 1:numHiddenNeurons2
        plot([layerX(2) layerX(3)], [hiddenY1(i) hiddenY2(j)], 'k');
    end
end
% Povezi drugi skriveni sa izlaznim slojem
```

```
for k = 1:numOutputs
    for j = 1:numHiddenNeurons2
        plot([layerX(3) layerX(4)], [hiddenY2(j) outputY(k)], 'k');
    end
end
% Povezi sve izlazne neurone u jedan
for k = 1:numOutputs
    plot([layerX(4) layerX(5)], [outputY(k) finalOutputY], 'k');
end
% Dodaj oznake slojeva
text(layerX(1) - 0.1, mean(inputY), 'Input Layer', 'HorizontalAlignment',
'right');
text(layerX(2) - 0.1, mean(hiddenY1), 'Hidden Layer 1',
'HorizontalAlignment', 'right');
text(layerX(3) - 0.1, mean(hiddenY2), 'Hidden Layer 2',
'HorizontalAlignment', 'right');
text(layerX(4) + 0.1, mean(outputY), 'Output Layer',
'HorizontalAlignment', 'left');
text(layerX(5) + 0.1, finalOutputY, 'Final Output',
'HorizontalAlignment', 'left');
```

% Naslov dijagrama

title('Neural Network Architecture with Two Hidden Layers and a Single
Final Output', 'FontSize', 14, 'FontWeight', 'bold');

hold off;

Биографија

Милица Милић рођена је 27. јануара 1994. године у Смедеревској Паланци. По завршетку Ваздухопловне академије у Београду са одличним успехом (носилац је Вукове дипломе), уписала је Машински факултет у Београду 2013. године. Основне академске студије завршила је са просечном оценом 8,50 2016. године. Мастер академске студије завршава 2018. године при Катедри за ваздухопловство са просечном оценом 9,36 одбранивши мастер рад под називом Компаративна анализа структуралних и аероеластичних појава алуминијумског и композитног крила са "Split" винглетима. Исте године уписује и Докторске студије. Све време студија показује склоност ка научно-истраживачком раду као и велику самосталност у истраживању. Своју прву праксу обавља у ЈАТ Техници, где након завршене праксе своје прво радно искуство стиче у истој компанији у сектору за анализу кварова. Тренутно је запослена у компанији *EDePro* као руководилац сектора за развој, производњу беспилотних летелица и управљање подсистемима. Током Докторских студија активно учествује на међународном пројекту COST ACTION – СА18203 у радној групи за дизајн, оптимизацију и интеграцију. Резултат учешћа на овом пројекту су радови излагани на међународним конференцијама и учешће у летњој школи на националном институту INSA у Француској одржаној 2023. године. Течно говори енглески језик, а споразумева се и на шпанском и француском. Успешно се служи следећим инжењерским софтвером и алатима: CATIA, ANSYS, MATLAB, FEMAP NX NASTRAN, FTOOL, ADOBE Photoshop, Microsoft Office, LaTeX, AUTOCAD, итд. као и програмским језицима C/C++, Fortran.