

**НАСТАВНО–НАУЧНОМ ВЕЋУ
ФАКУЛТЕТА ЗА ОБРАЗОВАЊЕ УЧИТЕЉА И ВАСПИТАЧА
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ**

На седници Наставно – научног већа Учитељског факултета, одржаној 22. 5. 2024. године, изабрани смо у Комисију за оцену и одбрану докторске дисертације *Стратегије множења у функцији развоја мултипликативног мишљења* кандидата Иване З. Веселиновић. Комисија је у саставу:

1. проф. др **Оливера Ј. Ђокић**, *председник*, ванредни професор за ужу научну област *Методика наставе математике*, Факултет за образовање учитеља и васпитача Универзитета у Београду;
2. проф. др **Јасмина Милинковић**, *члан*, редовни професор за ужу научну област *Методика наставе математике*, Факултет за образовање учитеља и васпитача Универзитета у Београду;
3. проф. др **Александра Михајловић**, *члан*, редовни професор за ужу научну област *Методика наставе математике*, Факултет педагошких наука у Јагодини Универзитета у Крагујевцу и
4. др **Милана Дабих Боричић**, *члан*, доцент за ужу научну област *Методика наставе математике*, Факултет за образовање учитеља и васпитача Универзитета у Београду.

Комисија је проучила поднету дисертацију и Већу подносимо следећи

ИЗВЕШТАЈ

1. Основни подаци о кандидату и дисертацији

Ивана З. Веселиновић је рођена 25. 9. 1994. године у Београду. Основну школу и средњу економску школу „Нада Димић” завршила је у Београду. Основне студије на Учитељском факултету у Београду, смер за образовање учитеља, уписала је академске 2013/2014. године и завршила их 2017. године са просечном оценом 9,60 (девет и 60/100). Након тога, 2017/2018. године, уписала је мастер студије на истом факултету, које је завршила 2018. године са просечном оценом 9,67 (девет и 67/100) и одбранила мастер рад на тему *Начини разумевања разломака од стране ученика четвртог разреда* под менторством проф. др Маријене Зељић. Тренутно ради у Основној школи „Бранко Радичевић” у Новом Београду и као Никола Тесла Центар (НТЦ) предавач и сарадник.

Докторске студије на модулу Методика наставе – Методика наставе математике на Учитељском факултету Универзитета у Београду уписује 2018/2019. године. Право да преда докторску дисертацију студент Иване З. Веселиновић стекла је полагањем свих испита и обављањем других наставних обавеза утврђених програмом и режимом докторских студија. Реч је о самосталном објављивању, у току докторских студија, најмање три научна рада у научном часопису или научном зборнику које издаје научна организација, из области којој припада тема докторске дисертације (рачунајући и рад наведен за пријаву докторске дисертације), од којих је један рад саопштење на научном

скупу, одржаном у организацији акредитоване научне установе, објављено у целини. Реч је о следећим радовима:

Радови у часописима

1. Веселиновић, И. (2020). Разумевање разломака ученика четвртог разреда основне школе. *Норма*, 25(2), 217–239. [0353-71292002217v.pdf \(ceon.rs\)](https://doi.org/10.3533-71292002217v.pdf)
2. **Веселиновић, И.** и Бркић, М. (2019). Математичке активности у функцији развоја почетних геометријских појмова. *Методичка теорија и пракса*, 19(1), 21–30. [METODICKA TEORIJA I PRAKSA 1 2019 II.docx \(metodicka.com\)](https://www.metodicka.com/pdf/METODICKA%20TEORIJA%20I%20PRAKSA%201%202019%20II.docx)
3. Веселиновић, И. (2018). Начини разумевања разломака у почетној настави математике. *Методичка теорија и пракса*, 18(1), 31–44. <http://www.metodicka.com/wp-content/uploads/mp-2018-01/09Veselinovic.pdf>

Скупови (саопштења штампана у целини)

4. Веселиновић, И. (2024). Примена НТЦ система учења у настави математике. У Р. Рајовић (ур.), 6. Међународна стручно-научна конференција *Нови изазови у едукацији: Школа и вртић будућности*“ (стр. 201–217). Нови Сад: Едукативни центар НТЦ. (ISBN: 978-86-88125-49-9)
5. Веселиновић, И. (2018). Утицај различитих наставних стратегија и контекста учења на развој математичке даровитости деце нижег школског узраста. У Г. Гојков и А. Стојановић (ур.), 24. Међународни округли сто о даровитости *Достигнућа и перспективе у образовању даровитих* (стр. 352–370). Вршац: Висока школа струковних студија за васпитаче „Михаило Палов“. (ISBN: 978-86-7372-270)

Скупови (апстрактни радова)

6. Веселиновић, И. (2018). Начини разумевања разломака у почетној настави математике. У Г. Мишчеви Кадијевић, Љ. Плазанић и Љ. Бојанић (ур.), Међународни научни скуп *Савремени приступи у професионалном развоју и раду васпитача и учитеља* (стр. 79). Београд: Учитељски факултет. (ISBN: 978-86-7849-253-2)

Овим је студент Ивана З. Веселиновић према *Правилнику о докторским студијама* на Универзитету у Београду (Гласник Универзитета бр.191/24. 5. 2016. године) и *Правилнику о докторским студијама* Учитељског факултета од 22. 5. 2017. године испунила захтеве за предају докторске дисертације.

Докторску дисертацију Иване З. Веселиновић *Стратегије множења у функцији развоја мултипликативног мишљења* чини: 160 страница основног текста, 10 страница литературе (209 библиографских јединица) и 37 страница прилога. Дисертација садржи *Сажетак* и *Кључне речи* на српском и енглеском језику. Основни текст структурисан је у пет целина: *Увод* (1); *Теоријски део истраживања* (4–50), који садржи следеће целине: Алгоритамски и креативни приступ настави математике (4–17), Ментална аритметика и стандардни алгоритми рачунања (17–22), Множење једноцифрених бројева (22–50); *Методолошки оквир истраживања* (50–60), који садржи следеће целине: Предмет истраживања (50–53), Циљ и задаци истраживања (53–55), Варијабле у истраживању (55), Методе, технике и инструменти истраживања (55–56), Узорак истраживања (56), Начин статистичке обраде података (57), Структура и садржај тестова знања (57–59), Организација и ток истраживања (59–60); *Анализа и интерпретација резултата*

истраживања (60–153), који садржи следеће целине: Инцијално тестирање и уједначавање група (60–61), Интуитивно разумевање значења множења (61–75), Утицај семантичке структуре на нивое разумевања множења и избор мултипликативних стратегија (75–90), Утицај инструкција заснованих на значењу аритметичких правила и на значењу појма множења и употреби репрезентација на развој мултипликативног мишљења (90–134), Утицај инструкција заснованих на значењу аритметичких правила и на значењу појма множења на развој менталних стратегија множења двоцифрених бројева (134–149), Способност ученика за решавање мултипликативних проблемских ситуација (149–153); *Закључак* (153–160).

2. Предмет и циљ дисертације

Предмет докторске дисертације Ивана З. Веселиновић је утврђивање и анализирање утицаја различитих приступа обради множења једноцифреним бројевима на разумевање значења множења, односно развој мултипликативног мишљења са акцентом на развој менталних стратегија множења.

Циљ истраживања јесте утврђивање и анализирање ефеката различитих модела обраде множења једноцифрених бројева на развој менталних стратегија множења и развој мултипликативног мишљења. Креирани модели разликовали су се у начину структурисања садржаја и коришћењу различитих репрезентација и процесу учења и поучавања. Модел 1 се заснивао на поучавању стратегија множења применом аритметичких правила, док се Модел 2 заснивао на поучавању стратегија употребом текстуалних и иконичких репрезентација, а аритметичка правила су уведена након обраде множења једноцифреним бројевима. Такође, овим истраживањем Ивана З. Веселиновић је утврђивала резилитетне стратегије множења као резултат систематског поучавања или њихов интуитивни развој применом задатака различите семантичке структуре (што указују резултати објављених истраживања). Циљ је операционализован кроз следеће задатке истраживања: 1) испитивање степена интуитивног разумевања значења појма множења од стране ученика 2. разреда пре увођења модела учења и поучавања; 2) испитивање менталних интуитивних стратегија множења које ученици користе пре увођења модела; 3) испитивање разумевања различитих семантичких структура задатака од стране ученика, као и утицаја примењених семантичких структура на избор менталних стратегија множења; 4) испитивање утицаја инструкција заснованих на разумевању и примени правила аритметике на развој флексибилних менталних стратегија множења једноцифрених бројева; 5) испитивање утицаја инструкција заснованих на значењу појма множења и употреба репрезентација на развој флексибилних менталних стратегија множења једноцифрених бројева; 6) испитивање утицаја примењених модела учења на развој менталних стратегија множења двоцифрених бројева једноцифреним бројем (испитивање трансфера знања); 7) испитивање утицаја примењених модела учења и поучавања на разумевање мултипликативних проблемских ситуација (испитивање трансфера знања).

3. Кратак опис садржаја дисертације

Прва целина докторске дисертације носи назив *Теоријски део истраживања* и састоји се из три поглавља. На основу релевантне литературе кандидат је у првој целини рада анализирао разлику између алгоритамског и креативног приступа настави математике, значај менталне аритметике и разумевање значења стандардног алгоритма, као и разумевање значења множења једноцифрених бројева уз акценат на развој мултипликативног мишљења. На основу систематског проучавања досадашњих

истраживања, као критичког осврта на њих, кандидат је теоријски засновао емпиријски део дисертације.

Поглавље *Алгоритамски и креативни приступ настави математике* има пет делова са следећим насловима: *Флексибилно и адаптивно резонување, Концептуално разумевање бројева, Процедурална флуентност, Стратегијске компетенције и Став о математици*. Алгоритамски и креативни приступ настави математике кандидат је представио са аспекта уочавања разлика између употребе стандардног алгоритма, који има својих предности, али и недостатака, и креативног приступа настави математике који подстиче развој математичке креативности која се огледа у способности проналажења нових решења на темељу постојећих знања. Ивана З. Веселиновић наводи да се у математици алгоритам посматра као низ појединачних корака који воде ка тачном решењу (Anderson et al., 2007), док се математичка креативност дефинише као откривање непознатих веза између математичких појмова, формирање математичких појмова и решавање задатака на другачији начин, као и откривање нечег новог у математичким идејама које су већ познате (Nadjafikhah et al., 2012). На основу разматрања наведених аспеката, кандидат је истакао да учење стандардног алгоритма без разумевања значења истог онемогућава разумевање значења аритметичких операција, те да је веома битно да усвајање алгоритма буде последица разумевања значења операција, месне вредности цифре. На такав начин ученици се оспособљавају да знања примењују и на другим математичким садржајима, што је у основи креативног приступа настави математике. За развијање менталних стратегија рачунања наведена је неопходност развоја математичке креативности, у чијој основи лежи индивидуално проналажење личних стратегија рачунања и способност успостављања веза између постојећих и нових знања. У складу са наведним приступима настави математике кандидат је истакао значај разумевања различитих стратегија решавања задатака и избор најприкладније стратегије која појединцу омогућава брзо, тачно и ефикасно решавање задатка у зависности од контекста задатка, као и бројева у задацима што је дефинисано као флексибилност и адаптивност математичког мишљења ученика. Како би се постигла флексибилност мишљења, кандидат је истакао важност развоја концептуалног разумевања бројева код ученика, које ствара основу за развој менталних стратегија рачунања. Концептуално разумевање броја у дисертацији је представљено као способност познавања својстава бројева и операција, те коришћење наведених својстава у различитим аритметичким операцијама у циљу што ефикаснијег рачунања, као и способност употребе различитих репрезентација за приказивање бројева. Све наведено захтева развијену осетљивост за број и ученичку способност процене. У овом поглављу кандидат је истакао кључне елементе неопходне за успешно формирање математичких појмова, пре свега менталних стратегија рачунања.

У поглављу *Ментална аритметика и стандардни алгоритам* истакнуте су кључне разлике између менталног рачунања и рачунања применом стандардног алгоритма. Рачунање применом стандардних алгоритама најчешће захтева коришћење папира и оловке за рачунање, а у свакодневном животу се често јавља потреба за усменим рачунањем које је у случају учења стандардног алгоритма тешко изводљиво без папира и оловке. У раду је кандидат нагласио значај менталног рачунања, који подстиче развој способности решавања проблема и способности процене а који доприноси концептуалном разумевању броја. Наведене су главне карактеристике менталног рачунања: рачунање са бројевима, а не цифрама, постојање више могућих поступака рачунања и мање ослањање на писане записе (Linsen et al., 2015). У складу са наведеним у докторској дисертацији је стављен фокус на испитивање развоја менталних стратегија множења, како интуитивних, тако и оних које су предмет поучавања, што је у складу са ранијим истраживањима. Једна група аутора (Sherin & Fuson, 2005) сматра да су менталне

стратегије множења једноцифрених бројева резултат систематског поучавања и заснивају се на примени правила аритметике. Друга група аутора (Kouba, 1989; Mulligan & Mitchelmore, 1997; Heirdsfield et al, 1999) истиче да увођење аритметичких правила пре развоја стратегија множења није нужно, већ да и млађи ученици могу (интуитивно) равијати стратегије на задацима различите семантичке структуре. У складу са наведеним, дисертацијом су обухваћена оба приступа.

Поглавље *Множење једноцифрених бројева* представља осовину теоријског дела докторске дисертације. У овом делу рада кандидат указује на значај разумевања значења операције множења и различитих репрезентација математичких појмова, као и на развој флексибилних стратегија множења, а све посматрано заједно представља основу за развој мултипликативног мишљења ученика. Поглавље се састоји из 6 целина: *Мултипликативно мишљење, Значење операције множења, Семантичка структура текстуалних задатака множења; Менталне стратегије множења, Значај, улога и врсте репрезентација у обради множења једноцифреним бројем и Значај и улога аритметичких правила за разумевање стратегија множења једноцифреним бројем*. Сви наведени појмови су разматрани са становишта њиховог утицаја на развој мултипликативног мишљења ученика и представљају кључна питања којим се Ивана З. Веселиновић бавила у докторској дисертацији. Мултипликативно мишљење се одређује као способност препознавања и представљања различитих мултипликативних ситуација, разумевања операција множења и дељења, као и способност примене флексибилних стратегија множења и дељења (Siemon et al., 2005). У поглављу *Значење операције множења* истакнуте су четири важне теме које се односе на множење једноцифрених бројева, а то су: 1. репрезентације којима се представља значење множења, 2. семантичка структура задатака, 3. менталне интуитивне стратегије множења и стандардни алгоритми и 4. флексибилна и адаптивна примена стратегија множења (Sherin & Fuson, 2005). Даље, у овом делу рада дат је приказ теоријских истраживања бројних аутора (Anghileri, 1989; Greer, 1992; Mulligan & Mitchelmore, 1997; Vergnaud, 1983; Kouba, 1989), на основу којих је Ивана З. Веселиновић издвојила семантичке структуре текстуалних задатака које се односе на множење, а које су обухваћене дисертацијом. То су: 1. једнакобројни скупови, 2. проиизвод мера, 3. мултипликативно поређење, 4. пропорција, 5. правоугаоне схеме и 6. Декартов производ. Истакнуто је да је у наставној пракси најзаступљенија идеја једнакобројних скупова која се ослања на посматрање множења као поновљеног сабирања (Fischbein et al., 1985; Izsak, 2004, Watanbe, 2003), при чему таква идеја не ствара довољну основу за развој мултипликативног мишљења. У докторској дисертацији менталне стратегије множења су подељене у две групе: 1. менталне интуитивне стратегије и 2. менталне стратегије које су резултат поучавања. Менталне интуитивне стратегије се дефинишу као интерне менталне структуре које одговарају класи стратегија рачунања, те постоји директна веза између стратегија рачунања и семантичке структуре задатка (Mulligan & Mitchelmore, 1997). Уколико се стратегије заснивају на примени аритметичких правила или репрезентацији математичког појма, реч је о менталним стратегијама које су резултат поучавања (Bruner, 1960; Carpenter et al., 2003). Истраживања показују да је поучавање ученика стратегијама менталног рачунања ефикасније од прекомерног понављања алгоритма (Baroody, 1985; Smith & Smith, 2006; Woodward, 2006). Издвојене су следеће стратегије множења: 1. стратегије пребројавања (појединачно и ритмичко), 2. поновљено сабирање, 3. дуплирање, 4. мултипликативне стратегије које се заснивају на примени познатих производа и 5. неке од претходних стратегија, стратегије засноване на процени и примени аритметичких правила (Kouba, 1989; Mulligan & Mitchelmore, 1997; Sherin & Fuson, 2005; Downton & Sullivan, 2017).

Кандидат истиче значај употребе различитих иконичких репрезентација за представљање множења, које доприносе разумевању различитих значења множења и

развоју стратегија множења. У дисертацији су обухваћене репрезентације са декадном основом и правоугаоне схеме. Истакнуто је да је представљање множења преко правоугаоне схеме кључно за развој мултипликативног мишљења, јер омогућава представљање задатака различитих семантичких структура и подстиче развој различитих стратегија множења (Siemon et al., 2011; Young-Loveridge, 2005; Jacob & Mulligan, 2014), те је у складу са тим ова врста репрезентација и најзаступљенија у самом раду. Поред наведених репрезентација, у дисертацији су заступљене и репрезентације са декадном основом, које су у складу са нашим наставним програмом од 1. до 4. разреда (Pravilnik o programu nastave i učenja za prvi razred osnovnog obrazovanja i vaspitanja, 2017, Pravilnik o programu nastave i učenja za drugi razred osnovnog obrazovanja i vaspitanja, 2018, Pravilnik o programu nastave i učenja za treći razred osnovnog obrazovanja i vaspitanja, 2019, Pravilnik o programu nastave i učenja za četvrti razred osnovnog obrazovanja i vaspitanja, 2019), јер се скуп бројева до 10 упознаје кроз употребу ових репрезентација. У овом случају акценат се ставља на десетице, што је важно за разумевање стандардног алгорита за множење двоцифрених бројева (Марјановић, 1997). Кандидат истиче значај усвајања аритметичких правила за развој менталних стратегија множења, било да се стратегије множења развијају на основу научених правила аритметике или се аритметичка правила инуитивно развијају кроз развој стратегија множења, што истичу неки аутори (Larsson, 2015; Ambrose et al., 2003).

У другој целини рада под насловом *Методолошки оквир истраживања*, методологија научно-истраживачког рада је описана кроз поглавља: *Предмет истраживања*, *Циљ и задаци истраживања*, *Варијабле у истраживању*, *Методе, технике и инструменти истраживања*, *Узорак истраживања*, *Начин статистичке обраде података*, *Структура и садржај тестова знања* и *Организација и ток истраживања*.

У целини рада *Анализа и интерпретација резултата истраживања* представљени су резултати у вези са постигнућем ученика на иницијалном и завршним тестовима, који су интерпретирани према постављеним задацима истраживања и паралелно су изведени закључци истраживања према постављеним задацима.

У последњој целини наслова *Закључци* Ивана З. Веселиновић износи закључна разматрања с обзиром на добијене резултате истраживања у контексту аргумената према постављеним задацима истраживања и ранијим истраживањима из ове области.

4. Остварени резултати и научни допринос дисертације

Докторска дисертација *Стратегије множења у функцији развоја мултипликативног мишљења* представља допринос у области методичких наука са теоријског аспекта, јер садржи опсежно проучавање литературе која се односи на стратегије множења у функцији развоја мултипликативног мишљења. У раду кандидат Ивана З. Веселиновић указује на проблеме који се јављају у обради множења једноцифреним бројевима и који касније ограничавају развој мултипликативног мишљења. На основу проучене литературе изнете су теоријске основе које доприносе разумевању важних тема из методике наставе математике: алгоритамски и креативни приступ настави математике, ментална аритметика и стандардни алгоритми рачунања и множење једноцифрених бројева уз акценат на различита значења операције множења и флексибилне стратегије множења које воде развоју мултипликативног мишљења.

Практични значај докторске дисертације Ивана З. Веселиновић имају креирани модели који уважавају креативни приступ настави математике и савремена сазнања која доприносе разумевању различитих значења множења кроз текстуалне задатке различите семантичке структуре и иконичке репрезентације математичких појмова, као и развоју

менталних стратегија множења, а чија је ефикасност емпиријски проверавана.

У дисертацији је испитиван утицај два модела у две експерименталне групе чији се рад заснивао на: 1) поучавању стратегија множења једноцифреним бројевима применом аритметичких правила и 2) применом текстуалних задатака различите семантичке структуре и иконичких репрезентација. Ефекти два модела испитивани су поређењем добијених резултата са контролном групом која је множење једноцифреним бројевима усвајала кроз адитивни приступ. Утврђено је да наведени модели позитивно утичу на развој флексибилних стратегија рачунања. Испитивање је изведено у циљу утврђивања утицаја наведених модела на развој флексибилних стратегија множења, које су у функцији развоја мултипликативног мишљења.

На основу добијених резултата истраживања, у делу рада *Резултати истраживања*, као и у поглављу *Закључци* дате су препоруке да употреба различитих иконичких и текстуалних задатака, односно примена два различита модела у обради множења једноцифрених бројева позитивно утиче на концептуално разумевање множења једноцифрених бројева, јер представљају пример добро структурисаног садржаја неопходног за разумевање значења множења и развој менталних стратегија множења. Мултипликативно мишљење обухвата широк спектар математичких знања и способности, који се у другом разреду основне школе конструишу и развијају, али се проширују у наредним разредима. Из наведених разлога садржаји (задаци и примери наставних јединица) коришћени у докторској дисертацији јесу пример како се може развити концептуално разумевање множења, а касније и дељења, као и развој менталних стратегија рачунања, те се подстаћи и развој мултипликативног мишљења.

Наводимо основне резултате истраживања докторске дисертације Иване З. Веселиновић:

1. Испитивање интуитивног разумевања мултипликативних ситуација и рачунања производа пре систематске обраде множења једноцифрених бројева показује да ученици пре систематске обраде множења једноцифрених бројева препознају мултипликативне ситуације и успешно записују изразе са множењем. Преко 65% ученика препознаје мултипликативне ситуације исказане иконичким репрезентацијама, а показују најбоље постигнуће у разумевању декадних репрезентација. Истраживање је показало да ученици на интуитивном нивоу не користе флексибилне стратегије рачунања производа, те да већина ученика за множење једноцифрених бројева користи поновљено сабирање, што показује да се ученици налазе на нивоу адитивног мишљења. Иницијално тестирање је показало да ученици не развијају интуитивне менталне стратегије множења, што одступа од резултата у објављеној литератури.
2. Испитивање способности ученика за разумевање различитих семантичких типова текстуалних задатака, као и њиховог утицаја на примену стратегија рачунања показује да ученици другог разреда показују највећи ниво постигнућа на задацима који се односе на идеју једнакобројних скупова. На задацима типа правоугаоне схеме ученици су постигли нешто нижа постигнућа, а на задацима типа Декартовог производа најнижа постигнућа. Након примене два креирана модела ученици из експерименталних група показују повећање нивоа разумевања текстуалних задатака различите семантичке структуре и показују најбоље разумевање задатака типа правоугаоне схеме, што се огледа у њиховим постигнућима на Завршном тесту 1. Између експерименталних група нису уочене веће разлике, што показује да без обзира да ли се обрада множења једноцифрених бројева заснива на значењу операције и примени репрезентација или на примени аритметичких правила уз примену различитих текстуалних задатака, ученици обе експерименталне групе разумеју различите мултипликативне ситуације, што је вађ карактеристика мултипликативног

мишљења. Насупрот експерименталним групама, контролна група ученика је показала слабије разумевање задатака са правоугаоном схемом, што показује да пренаглашеност адитивног мишљења не подстиче развој мултипликативног мишљења. Све три групе ученика на свим тестовима знања (иницијални и два завршна теста знања) показују најслабије разумевање задатака типа Декартовог производа, али поредећи међусобно групе испитаника можемо закључити да експерименталне групе показују значајно боље разумевање ове семантичке структуре задатака наком примене модела. Када је у питању множење двоцифрених и једноцифрених бројева, између експерименталних група су уочене мање разлике, што се огледа у томе да експериментална група 1 најбоље показује разумевање правоугаоне схеме, а експериментална група 2 разумевање идеје једнакобројних скупова. Резултат за експерименталну групу 1 може да буде последица коришћења правоугаоне схеме за обраду аритметичких правила. Ученици из контролне групе показали су недовољно разумевање иконичких репрезентација, као и текстуалних задатака који се односе на Декартов производ и правоугаону схему, што је последица заступљености једне врсте задатака и једног типа иконичких репрезентација при обради садржаја и уџбеника по коме уче, а што може да блокира развој мултипликативног мишљења.

3. Испитивање усмерено на анализу стратегија множења показује да ученици експерименталних група након обраде множења једноцифрених бројева користе флексибилније стратегије множења у односу на контролну групу ученика, која у већини случајева за множење једноцифрених бројева користи знање чињеница, што показује да је учење у контролној групи усмерено на меморисање производа без разумевања значења операције множења. Ученици контролне групе нису показали флексибилност и адаптивност стратегија множења, што указује на недовољно развијено мултипликативно мишљење. Експерименталне групе након примене модела примењују флексибилније стратегије множења, а у највећој мери користе различите мултипликативне стратегије које се заснивају на разумевању структуре израза и примени аритметичких правила. Употреба ових стратегија показује разумевање значења операције множења, те да експерименталне групе имају развијену флексибилност у мишљењу које се огледа у начину на који ученици који припадају овим групама врше одабир менталних стратегија множења, прилагођавајући их у највећој мери структури бројева у задацима, својим индивидуалним карактеристикама, а у нешто мањој мери и контексту задатка, односно семантичкој структури задатака. Експериментална група 2 је у задацима са иконичким репрезентацијама користила стратегије које одговарају структури репрезентације, успостављајући директну везу између репрезентације и бројева у изразу. На основу резултата истраживања на Завршном тесту 1 (множење једноцифрених бројева) кандидат уочава различите стратегије које ученици експерименталних група користе у зависности од структуре израза. Стратегије које су препознате и које су издвојене јесу следеће:

- при множењу бројевима 2 и 4 у највећој мери ученици су користили стратегије дуплирања и дуплирања са поновљеним сабирањем;
- при множењу бројем 3 ученици су користили стратегије поновљеног сабирања или мултипликативне стратегије;
- при множењу бројем 5 ученици су користили ритмичко пребројавање или знање чињеница;
- при множењу бројевима 6, 7 и 9 ученици су користили мултипликативне стратегије;
- при множењу бројем 8 ученици су користили мултипликативне стратегије, дуплирање и дуплирање са поновљеним сабирањем и

- при множењу бројем 10 ученици су користили знање чињеница које је у функцији одређивања других производа, јер представља аутоматизовано знање.

Између експерименталних група примећена је разлика у начину примене аритметичких правила на којима се заснивају стратегије множења, и то: ученици из експерименталне групе 1 правила примењују поступно и најчешће кроз записивање или усмено објашњавање целог поступка узимајући у обзир структуру бројева, док ученици из експерименталне групе 2 аритметичка правила примењују интуитивно и у већој мери стратегије прилагођавају структури иконичких репрезентација. На основу резултата истраживања кандидат закључује да без обзира да ли се обрада множења заснива на примени аритметичких правила или на значењу операције множења, правилан одбир и структурисање садржаја позитивно утиче и подстиче развој менталних стратегија множења, које се огледају у флексибилном одабиру стратегија. Све ово представља једну од најзначајнијих претпоставки развоја мултипликативног мишљења и основу за разумевање значења операције множења, а касније и стандардног алгоритма рачунања. Резултати су показали да након примене модела ученици експерименталних група показују висок степен разумевања задатака различите семантичке структуре, а посебно разумевање задатака типа правоугаоне схеме.

4. Испитивања трансфера знања које дају примењени модели су показала да ученици експерименталних група након обраде множења једноцифрених бројева веома успешно множе једноцифрене и двоцифрене бројеве, пре њихове систематске обраде, примењујући флексибилне стратегије множења. Ови резултати показује да ученици показују трансфер стратегија множења једноцифрених бројева на стратегије множења двоцифрених и једноцифрених бројева. Ученици експерименталних група показали су висок ниво флексибилности мишљења, који се огледа у употреби мултипликативних стратегија које прилагођавају структури израза (бројева). Контролна група ученика за множење двоцифрених и једноцифрених бројева претежно је користила поновљено сабирање, а у нешто мањој мери мултипликативне стратегије. Експерименталне групе ученика за множење једноцифрених и двоцифрених бројева, су користили следеће стратегије: мултипликативне стратегије (множење бројевима 5, 6, 8 и 9); дуплирање са поновљеним сабирањем (множење бројем 4 и 6), а у нешто мањој мери поновљено сабирање (множење бројем 3). Контролна група је доминантно користила поновљено сабирање.
5. Анализа грешака које су ученици другог разврста правили на свим тестовима знања показала је присуство три типа грешака када је у питању множење једноцифрених бројева и множење једноцифрених и двоцифрених бројева, то су: 1. мешање рачунских операција, 2. грешке у рачуну и 3. неразумеваче структуре репрезентације. Ученици који су правили грешке у рачуну показали су да се налазе у фази развоја мултипликативног мишљења, док су преостале грешке показале одсуство истог. Ученици из експерименталних група су најчешће правили грешке у рачуну, док се нешто већи проценат неразумевача структуре репрезентација јавио у контролној групи, а у задацима са Декартовим производом код свих група ученика.
6. Испитовање утицаја примењених модела на способност решавања проблемских задатака који се односе на мултипликативне ситуације показало је да ученици експерименталних група након примене модела показују боље разумевање различитих проблемских мултипликативних задатака, а нарочито оних које се односе на задатке типа правоугаоне схеме у односу на контролну групу ученика. Овакви

резултати последица су примене наведених модела, а представљају важну компоненту мултипликативног мишљења.

Занимљиво је истаћи да су све групе показале нижи ниво пропорционалног резоновања, али генерално гледано резултати показују да се ученици из експерименталних група налазе у почетним фазама развоја мултипликативног мишљења, што је очекивано с обзиром на узраст испитаника.

На основу рада и проучавања литературе, кандидат предлаже и отворена питања за даља истраживања. Прво питање се односи на испитивање ефикасности коришћених модела на развој флексибилних стратегија дељења у скупу бројева до 100. Друго питање се односи на испитивање ефикасности коришћених модела на развој флексибилних стратегија множења и дељења вишецифрених бројева у скупу природних бројева. Треће питање се односи на дугорочно испитивање утицаја наведених модела на флексибилност и адаптивност квантитативног мишљења, што би обухватило праћење и испитивање истог узорка ученика кроз наредне разреде на садржајима у које је имплементирано мултипликативно мишљење. Наведена питања имплицирају потребу осмишљавања и примене иновативних начина обраде наведених математичких садржаја (множење и дељење) у свим разредима основне школе. Кандидат предлаже да треба више пажње посветити пажљивом структурисању математичких садржаја и употреби различитих иконичких и текстуалних реперезнтација, које за циљ имају развој концептуалног разумевања бројева и аритметичких операција, а све заједно доприноси развоју способности менталног рачунања и развијању флексибилности и адаптивности математичког мишљења.

Питања на која будућа истраживања треба да одговоре односе се на развијење способности концептуалног разумевања множења и дељења од стране ученика, што се огледа у способности решавања проблема и проналажењу флексибилних и ефикасних начина решавања задатака, а пре свега примени флексибилних стратегија рачунања.

О уоченим пропустима и аспектима могућег побољшања рада у његовом даљем уобличавању и штампању биће постављена питања на самој одбрани докторске дисертације.

5. Закључак

Докторска дисертација Иване З. Веселиновић *Стратегије множења у функцији развоја мултипликативног мишљења* је добро организован текст који карактеришу прегледност и јасноћа и тако представља вредан допринос методици наставе математике. Дисертација садржи оригиналне идеје које могу послужити као основа за другачији, креативни приступ садржајима из наставе математике који се односе на множење једноцифрених бројева, али и као полазиште за креирање разноврснијих математичких садржаја из области множења и дељења у уџбеницима за млађе разреде основне школе. Ивана З. Веселиновић је анализирао обимну литературу, што чини дисертацију корисном при упознавању и разумевању поменутих тема у методици наставе математике. Посебну вредност ове дисертације представљају њене импликације за образовну праксу. Истраживачки утемељени и компетентно протумачени налази емпиријског дела рада од значаја су за образовну праксу. Сматрамо да је овим радом понуђено једно од могућих решења у структури и разради математичких садржаја из области множења једноцифрених бројева, које би могло да помогне ученицима (и учитељима) да развијају мултипликативно мишљење кроз разумевање различитих значења операције множења и развој флексибилних стратегија множења.

Дисертација је подвргнута поступку провере оригиналности. Извештај указује на оригиналност докторске дисертације кандидата Иване З. Веселиновић под називом *Стратегије множења у функцији развоја мултипликативног мишљења*, те се прописани поступак припреме за њену одбрану може наставити.

На основу свега изнетог, Комисија сматра да докторска дисертација *Стратегије множења у функцији развоја мултипликативног мишљења* кандидата Иване З. Веселиновић представља резултат оригиналног научног рада и предлаже Наставно–научном већу Факултета да **одобри** њену јавну одбрану пред истом комисијом.

У Београду, 12. 6. 2024. године

Комисија у саставу:

Проф. др **Оливера Ј. Ђокић**, *председник*,
ванредни професор, Факултет за образовање
учитеља и васпитача Универзитета у Београду

Проф. др **Јасмина Милинковић**, *члан*,
редовни професор, Факултет за образовање
учитеља и васпитача Универзитета у Београду

Проф. др **Александра Михајловић**, *члан*,
редовни професор, Факултет педагошких
наука у Јагодини Универзитета у Крагујевцу,

Др **Милана Дабић Боричић**, *члан*,
доцент, Факултет за образовање учитеља и
васпитача Универзитета у Београду