

UNIVERZITET U BEOGRADU  
GRAĐEVINSKI FAKULTET

Ognjen I. Mijatović

**UTICAJ KONSTRUKCIJSKOG PRIGUŠENJA I  
HRAPAVOSTI ČELIČNIH POVRŠINA NA  
ODGOVOR KONSTRUKCIJE**

doktorska disertacija

Beograd, 2024



UNIVERSITY OF BELGRADE  
FACULTY OF CIVIL ENGINEERING

Ognjen I. Mijatović

**THE INFLUENCE OF STRUCTURAL  
DAMPING AND ROUGHNESS OF STEEL  
SURFACES ON THE STRUCTURAL  
RESPONSE**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2024.





Mentor:

dr Zoran Mišković  
vanredni profesor  
Univerzitet u Beogradu, Građevinski fakultet

Članovi komisije:

dr Ratko Salatić  
redovni profesor  
Univerzitet u Beogradu, Građevinski fakultet

dr Zlatko Marković  
redovni profesor  
Univerzitet u Beogradu, Građevinski fakultet

dr Aleksandar Borković  
vanredni profesor  
Univerzitet u Banjaluci, Arhitektonsko-građevinsko-  
geodetski fakultet

Datum odbrane: \_\_\_\_\_



**Mojoj dragoj supruzi Nadi**



## Zahvalnica

Ovim putem želim da izrazim zahvalnost ljudima bez kojih izrada ove disertacije ne bi bila moguća.

Prije svega, želio bih se zahvaliti prof. dr Zoranu Miškoviću na prihvatanju mentorskih obaveza i na nesebičnom zalaganju u cijelom procesu studiranja, prvo na master studijama i kasnije na doktorskim studijama. Pomoć, podrška i iskreni savjeti pruženi na svim poljima od strane prof. dr Zorana Miškovića su bili i više nego od značaja. Zahvaljujem se na dugim diskusijama o nauci i životu i iznad svega na prijatnom druženju.

Takođe želim da se najiskrenije zahvala prof. dr Ratku Salatiću na podršci i savjetima u ključnim trenucima dokorskog istraživanja, bez kojih je veliko pitanje da li bih danas bio ovdje gdje jesam. Takođe iskreno se zahvaljujem na posvećenom vremenu i šetnjama sa beskonačnim razgovorima o nauci, naučnim principima i filozofiji života.

Prof. dr Rastislavu Mandiću se zahvaljujem na pomoći i ozbiljnim diskusijama iz oblasti mehanike kontinuuma i kontaktne mehanike, bez koga razumijevanje i dublje shvatanje ovih oblasti bi bilo vrlo ograničeno.

Svakako želim da se zahvalim profesoru i prijatelju dr Aleksandru Borkoviću na podršci, vjeri u moje ideje i prisutnosti u svakom trenutku dokorskog istraživanja, te dugogodišnjoj saradnji, još od osnovnih studija.

Profesoru dr Zlatku Markoviću se iskreno zahvaljujem na prihvatanju odgovornosti člana komisije za ocjenu i odbranu moje doktorske disertacije, te na ohrabrujućim i prijatnim komentarima na temu mog dokorskog istraživanja.

Zahvaljujem se prof. dr Valentini Golubović-Bugarski na savjetima i predanosti u procesu ispitivanja različitih eksperimentalnih modela. Zahvalan sam na pomoći u pronalaženju dodatne opreme potrebne za doktorska istraživanja kojima sam se bavio, te na dugogodišnjoj saradnji i zajedničkim istraživanjima iz oblasti dinamičke i eksperimentalne analize konstrukcija.

Prijateljima Nikoli Sužnjeviću i Gabrijelu Relji se zahvaljujem na sveukupnoj podršci, diskusijama i vjeri da ću postavljeni plan istraživanja dovesti do kraja.

Matiji Guzijanu se zahvaljujem na priključivanju u istraživanju problema konstrukcijskog prigušenja i kontaktne mehanike generalno, na njegovom entuzijazmu i pravom naučno-istraživačkom duhu.

Izražavam svoju zahvalnost Nenadu Lujiću i Milanu Bijeljcu vlasnicima firme za mašinsku obradu materijala, na iskrenoj podršci tokom izrade eksperimentalnih modela i uzoraka.

Na kraju, ali ništa manje važnu, izražavam veliku zahvalnost svojoj porodici za podršku, vjeru i strpljenje za vrijeme dokorskog istraživanja i razumijevanje za moje odsustvo u toku pisanja doktorske disertacije. Najiskrenije vam hvala.



## Rezime

# UTICAJ KONSTRUKCIJSKOG PRIGUŠENJA I HRAPAVOSTI ČELIČNIH POVRŠINA NA ODGOVOR KONSTRUKCIJE

Mehaničke veze kao što su spojevi lopatica sa osovinom gasnih turbina i turbo mlaznih motora, spojnice i nastavci u automobilskoj industriji te različiti tipovi vijčanih veza prisutnih u svim konstrukcijskim sistemima i mehanizmima, imaju zajedničku osobinu disipovanja energije u procesu vibracija i pomjeranja. Disipacija energije koja nastaje kao posljedica relativnog pomjeranja između elemenata mehaničke veze uzrokuje nelinearan dinamički odgovor kompletne konstrukcije, što takođe nazivamo konstrukcijskim prigušenjem. Disipacija energije odnosno konstrukcijsko prigušenje je direktna posljedica trenja između kontaktnih površina mehaničke veze. Ono što predstavlja problem u matematičkom opisivanju konstrukcijskog prigušenja, jeste što je fundamentalna priroda trenja još uvijek slabo shvaćena. Kada počnemo razmatrati konstrukcijsko prigušenje sa stanovišta trenja, dolazimo do problema razmjere posmatranja ovog fenomena. Nelinearan dinamički odgovor mehaničkih veza može biti posmatran sa stanovišta makro i mikro pristupa. Makro pristup podrazumijeva proučavanje dinamičkog odgovora kompletne konstrukcije sa mehaničkim vezama, dok pod mikro pristupom se smatra analiziranje izolovane mehaničke veze ili samo dva elementa u kontaktu, gdje se u opticaj uzimaju svi fenomeni koji mogu uticati na kontaktnu interakciju između elemenata veze. Ponašanje kontaktne interakcije dva proizvoljna tijela može zavistiti od mnogih faktora uticaja od kojih su neki: adhezija, plastifikacija, podmazivanje, kapilarna vlaga, oksidacija i hrapavost. Kao što možemo vidjeti proučavanje konstrukcijskog prigušenja značajno se komplikuje sa smanjivanjem razmjere i predstavlja multidisciplinarnu oblast istraživanja. Problematika koja nastaje jeste, što sa stanovišta makro pristupa nije moguće u obzir uzeti efekte koji su direktno vezani za ponašanje kontaktne interakcije i koji se proučavaju u mikro razmjeri. Sa druge strane proučavajući ponašanje kontaktne interakcije na mikro nivou, nije moguće sagledati kakav će uticaj imati stanje interakcije na makro nivou. S tim u vezi, jasno se vidi velika nepovezanost između proučavanja konstrukcijskog prigušenja sa stanovišta makro i mikro razmjere.

Na osnovu svega što je navedeno, cilj doktorske disertacije jeste, koliko je moguće izvršiti sveobuhvatno sagledavanje problematike konstrukcijskog prigušenja. Iz tog razloga u doktorskoj disertaciji problematika se sagledava sa stanovišta makro i mikro razmjere.

Sa stanovišta makro razmjere posmatran je nelinearan dinamički odgovor konzolnog nosača sa vijčanom vezom montažnog nastavka IPE profila. Konačni cilj jeste formiranje numeričkog modela koji će precizno opisati nelinearan dinamički odgovor eksperimentalnog nosača sa vijčanom vezom. Na osnovu postavljenog cilja, prvo je izrađen eksperimentalni model konzolnog nosača, vodeći računa da stvarni uslovi oslanjanja budu što više u podudarnosti sa numeričkim graničnim uslovima. Tako da je kao prvi korak, bilo neophodno formirati (uslovno rečeno) idealno uklještenje eksperimentalnog modela. Nakon što je obezbijeđeno oslanjanje eksperimentalnog nosača, sledeći korak je bio definisati način pobude. Nakon sprovedene numeričke analize nekih od preliminarnih numeričkih modela, kao način pobude je usvojeno naglo otpuštanje opterećenja sa kraja konzolnog nosača, odnosno izazivanje impulsnog udara. Vijčana veza je postavljena na 250 mm od uklještenja, tako da primi najveće opterećenje nakon impulsnog udara. Eksperimentalnim ispitivanjem je razmatran dinamički odgovor konzolnog nosača za tri različite sile pritezanja u zavrtnjevima: 30%, 50% i 100% sile pritezanja u odnosu na maksimalnu dozvoljenu silu za primijenjene zavrtnjeve. Dinamički odgovor konzolnog nosača je sniman pomoću akcelerometra postavljenog na kraju konzolnog nosača. Po završetku eksperimentalnog istraživanja, izvršeno je poređenje numeričkih i eksperimentalnih rezultata. Definisane numeričkog modela je vršeno kroz niz iterativnih, kalibracionih i verifikacionih procesa. S obzirom na veliku osjetljivost numeričkog proračuna na promjene graničnih uslova uslijed promjena stanja u kontaktu, zalijepljenog stanja (stick state) i stanja

klizanja (slip state), za numeričku analizu nelinearnog odgovora vijčane veze je primijenjena eksplicitna procedura u softveru Abakus. U procesu modelovanja pored definisanja trenja i sile pritezanja u zavrtnejevima trebalo je izvršiti kalibraciju i verifikaciju sledećih nefizičkih parametara kao što su: vremenski inkrement, skaliranje mase (mass scaling), stepen numeričke integracije, određivanje vještačkog numeričkog prigušenja, zapreminska viskoznost (bulk viscosity), vrsta kontaktnog algoritma i diskretizacija kontakta. Kontrola i stabilnost numeričkog modela je izvršena proučavanjem i analizom izlaznih energija posmatranog modela, gdje je kao najvažniji parametar ustanovljena konstantnost ukupne energije i mali uticaj vještačke energije na unutrašnju energiju. Pored navedenog posebna pažnja je posvećena definisanju načina nanošenja i otpuštanja opterećenja. Dobijeni rezultati za 100 % sile pritezanja su pokazali jako dobru podudarnost sa eksperimentalnim rezultatima, takođe za 50 % i 30 % sile pritezanja u zavrtnejevima numerički odgovor prati eksperimentalne rezultate u vrlo razumnom opsegu. Detaljnijom analizom numeričkog modela ustanovljeno je, da je uzrok konstrukcijskog prigušenja efekat poznat pod nazivom mikro proklizavanje (micro slip). Ovaj efekat nastaje kada kontaktne površine u određenim zonama stoje fiksno vezane jedna za drugu što predstavlja zalijepljeni region (stick region) i obično se nalazi u blizini tijela zavrtnja. Dok dijelovi kontaktnih površina udaljeni od tijela zavrtnja, proklizuju jedna u odnosu na drugu, što se naziva region proklizavanja (slip region). Na kraju zaključujemo da nelinearan odgovor posmatrane konstrukcije nastaje zbog mikro proklizavanja unutar kontaktne interakcije vijčane veze reda veličine od nekoliko mikrona.

Sa ciljem temeljnijeg razumijevanja uzroka konstrukcijskog prigušenja, fenomen je posmatran sa stanovišta mikro pristupa. Za ovu svrhu osmišljen je jedinstven eksperiment pod nazivom Precizna presa sa lukovima. Kao što je već u tekstu navedeno postoje različiti faktori koji mogu uticati na stanje kontaktne interakcije dva tijela, od kojih je uticaj hrapavosti jedan od najznačajnijih. Osnovna ideja istraživanja sa stanovišta mikro pristupa jeste dovesti u zavisnost nivo hrapavosti kontaktnih površina sa ukupnom deformacijom posebno oblikovanih testnih uzoraka. Eksperimentalna postavka je osmišljena tako da omogućiti adekvatno postavljanje testnih uzoraka u preciznu presu i mjerenje željenih dilatacija i pomjeranja na tačno definisanim mjestima. Testni uzorci predstavljaju polukružne lukove koji se postavljaju u preciznu presu i deformišu pod pritiskom. Svaki testni luko je izrađen sa velikom preciznošću, gdje su formirane tri grupe uzoraka različite hrapavosti. Ispitivanjem i deformisanjem lukova različite hrapavosti kontaktnih površina u preciznoj presi, direktno u korelaciju je dovedena hrapavost kontaktnih površina lukova sa njihovom ukupnom deformacijom. Na opisan način je ispitan velik broj uzoraka gdje su poređene dilatacije i pomijeranja između tri grupe testnih uzoraka polukružnih lukova, različite hrapavosti. Analizom dobijenih rezultata ustanovljeno je da najmanja promjena hrapavosti polukružnih lukova na mikro i nano nivou, uzrokuje značajnu promjenu ukupne deformacije testnih uzoraka. Kao zaključak, dobijeni rezultati su pokazali da hrapavost ima jako veliki uticaj na ponašanje kontaktne interakcije posmatranih uzoraka.

**Ključne riječi:** Konstrukcijsko prigušenje, Kontaktna mehanika, Mehaničke veze, Vijčane veze, Hrapavost, Interakcija, Eksperimentalna analiza, Analiza konačnim elementa

**Naučna oblast:** Građevinsko inženjerstvo

**Uža naučna oblast:** Eksperimentalna analiza konstrukcija, Tehnička mehanika i teorija konstrukcija i Metalne konstrukcije

**UDK broj:**



**Abstract****THE INFLUENCE OF STRUCTURAL DAMPING AND  
ROUGHNESS OF STEEL SURFACES ON THE STRUCTURAL  
RESPONSE**

Mechanical connections such as blade attachments to the shaft in gas turbines and turbojet engines, couplings and joints in the automotive industry, and various types of bolted connections present in all structural systems and mechanisms share a common characteristic of dissipating energy during vibrations and movements. The dissipation of energy that occurs due to relative motion between the elements of a mechanical connection causes a nonlinear dynamic response of the entire structure, also referred to as structural damping. Energy dissipation or structural damping is a direct consequence of friction between the contact surfaces of the mechanical connection. One that poses a challenge in the mathematical description of structural damping is that the fundamental nature of friction is still poorly understood. When we begin to consider structural damping from the perspective of friction, we encounter a scale observation problem of this phenomenon. The nonlinear dynamic response of mechanical connections can be observed from both macro and micro approaches. The macro approach involves studying the dynamic response of the entire structure with mechanical connections, while the micro approach is considered the analysis of an isolated mechanical connection or only two elements in contact. In the micro approach, all phenomena that can affect the contact interaction between the elements of the connection are taken into account. The behavior of the contact interaction between two arbitrary bodies can depend on many influencing factors, including adhesion, plastification, lubrication, capillary moisture, oxidation, and roughness. As we can see, the study of structural damping becomes significantly complicated with reduction of the observation scale, representing a multidisciplinary area of research. The issue that arises is that, from the perspective of the macro approach, it is not possible to consider effects directly related to the behavior of contact interaction that are studied on a micro scale. On the other hand, by studying the behavior of contact interaction on a micro level, it is not possible to perceive the impact of the interaction state on the macro level. In this regard, there is a clear incoherence between studying structural damping from the macro and micro perspectives.

On the basis of everything that has been mentioned, the goal of the doctoral dissertation is to comprehensively examine the issue of structural damping. For this reason, in the doctoral dissertation, the problem is approached from both macro and micro approach.

From the macro approach, the nonlinear dynamic response of a cantilever beam with a beam bolted splice connection of an IPE profile was observed. The ultimate goal is to form a numerical model that accurately describes the nonlinear dynamic response of the experimental beam with a bolted connection. Based on the set aim, an experimental model of the cantilever beam was first created, ensuring that the actual clamped support conditions closely matched the numerical boundary conditions. Therefore, as a first step, it was necessary to establish the (conditionally speaking) ideal clamping of the experimental model. Once the support of the experimental beam was provided, the next step was to define the excitation method. After conducting numerical analyses of some preliminary numerical models, the chosen excitation method was the sudden release of the load from the end of the cantilever beam, causing an impulse loading condition. The bolted connection is positioned to receive the maximum load after the impulse load, placed at a distance of 250 mm from the clamping. Experimental testing considered the dynamic response of the cantilever beam for three different tightening forces in the bolts: 30%, 50%, and 100% of the tightening force relative to the maximum allowable tightening force for the applied bolts. The dynamic response of the cantilever beam was recorded by application of accelerometer placed at the end of the cantilever beam. After

completing the experimental research, a comparison of numerical and experimental results was conducted. The design of the numerical model was carried out through a series of iterative, calibration, and verification processes. Given the significant sensitivity of the numerical computation to changes in boundary conditions due to changes in the contact states, stick and slip state, an explicit procedure in Abaqus software was applied for the numerical analysis. In the modeling process, in addition to defining friction and tightening forces of the bolts, calibration and verification of the following non-physical parameters were required: time increment, mass scaling, order of numerical integration, determination of artificial numerical damping, bulk viscosity, contact algorithm type, and contact discretization. Control and stability of the numerical model were performed by studying and analyzing the output energies of the observed model, where the perseverance of the total energy and the small influence of artificial energy on internal energy were identified as the most important parameters. In addition, special attention was given to defining the method of applying and releasing the load. The obtained results for 100% of tightening force showed very good agreement with experimental results. Similarly, for 50% and 30% of tightening force in the bolts, the numerical response closely followed experimental results within a reasonable range. A detailed analysis of the numerical model revealed that the cause of structural damping is the effect known as micro-slip. This effect occurs when contact surfaces in certain zones remain fixed to each other, representing a stuck region, typically found near the bolt shank. Meanwhile, parts of the contact surfaces away from the bolt shank experience slipping relative to each other, forming a slip region. In conclusion, the nonlinear response of the observed structure arises due to micro-slip phenomena presented between contacting surfaces of the bolted connection, on the order of a few microns.

With the aim of a more thorough understanding of the causes of structural damping, the phenomenon was observed from the perspective of a micro approach. For this purpose, a unique experiment named Precision Press with Arches was devised. As already mentioned in the text, there are various factors that can influence the state of contact interaction between two bodies, where the influence of roughness is one of the most significant. The fundamental idea of research from a micro approach is to correlate the level of roughness of contact surfaces with the overall deformation of specially shaped test samples. The experimental setup is designed to allow the proper placement of test samples in a precision press and the measurement of desired strains and displacements at precisely defined locations. The test samples represent semi-circular arches that are placed in a precision press and deformed under pressure. Each test sample of the arch is made with great precision, where there formed three groups of samples with different roughness. By testing and deforming semicircular arcs with different surface roughness in the precision press, a direct correlation has been established between the roughness of the contact surfaces of the arcs and their overall deformation. A large number of samples were tested in the described manner, comparing the strains and displacements between three groups of test samples of semi-circular arcs with different roughness. The analysis of the obtained results revealed that even the smallest change in the roughness of semi-circular arcs at the micro and nano levels causes a significant change in the overall deformation of test samples. In conclusion, the results have shown that roughness has a highly significant impact on the behavior of the contact interaction of the observed samples.

**Keywords:** Structural damping, Contact mechanics, Mechanical joints, Bolted connection, Roughness, Interaction, Experimental analysis, Finite element analysis

**Scientific field:** Civil Engineering

**Scientific subfield:** Experimental analysis of structures, Engineering mechanics and theory of structures, and Metal structures

**UDC number:**



# Sadržaj

<b>Zahvalnica</b> .....	<b>i</b>
<b>Rezime</b> .....	<b>iii</b>
<b>Abstract</b> .....	<b>v</b>
<b>Sadržaj</b> .....	<b>viii</b>
<b>Spisak tabela</b> .....	<b>xiii</b>
<b>Spisak slika</b> .....	<b>xiv</b>
<b>Nomenklatura</b> .....	<b>xxi</b>
<b>1. UVOD</b> .....	<b>1</b>
1.1. Motivacija.....	1
1.2. Problem i predmet istraživanja.....	3
1.3. Ciljevi.....	4
1.4. Polazna hipoteza.....	4
1.5. Metodologija istraživanja.....	4
1.6. Struktura doktorske disertacije.....	5
<b>2. PRETHODNA ISTRAŽIVANJA</b> .....	<b>7</b>
2.1. Kontaktni problem u odnosu na razmjeru posmatranja.....	8
2.2. Eksperimentalno i numeričko određivanje konstrukcijskog prigušenja sa stanovišta makro razmjere.....	10
2.2.1. Prigušenje izolovane vijčane veze.....	10
2.2.2. Model sistema sa velikim masama.....	12
2.2.3. Model sa lancem vijčanih veza.....	14
2.2.4. Model kontinualno spojene grede iz dva jednaka dijela.....	15
2.2.5. Model Brejk-Rajsove grede (Brake-Reuß Beam).....	16
2.2.5.1. Dizajn Brejk-Rajsove (Brake-Reuß) grede.....	16
2.2.5.2. Varijabilnost Brejk-Rajsove (Brake-Reuß) grede.....	17
2.2.5.3. Uticaji eksperimentalne postavke na rezultate mjerenja.....	19
2.2.5.4. Uticaji stanja kontaktnih površina.....	20
2.3. Eksperimentalno i numeričko određivanje konstrukcijskog prigušenja sa stanovišta mikro razmjere.....	24
2.3.1. Gaulov rezonator (Gaul Resonator).....	24
2.3.2. Uređaj/aparat sa velikom masom (Big mass device).....	26
2.3.3. Eksperimentalne postavke Londonskog imperijalnog koledža (Imperial College London Rigs).....	27
2.3.3.1. Prva generacija eksperimentalne postavke (First Generation Rig).....	27

2.3.3.2.	Druga generacija eksperimentalne postavke (Second Generation Rig).....	29
2.4.	Zaključna razmatranja o prethodnim istraživanjima.....	32
<b>3.</b>	<b>UVOD U KONTAKTNU MEHANIKU.....</b>	<b>33</b>
3.1.	Osnovna postavka kontaktnog problema i Hercov kontakt (Hertz contact).....	34
3.1.1.	Jednostavan kontaktni problem paralelopipeda i krute ravni.....	34
3.1.2.	Kontakt između krutog cilindra i elastičnog polu-prostora.....	36
3.1.3.	Kontakt između krute sfere i elastičnog polu-prostora.....	36
3.1.4.	Teorija Hercovog kontakta.....	37
3.1.5.	Tangencijalni kontaktni problem .....	41
3.1.5.1.	Tangencijalni kontaktni problem bez proklizavanja.....	42
3.1.5.2.	Tangentni kontaktni problem sa proklizavanjem.....	44
3.1.6.	Kontakt između hrapavih površina.....	47
3.2.	Numerički pristup rješavanja kontaktnog problema.....	51
3.2.1.	Kontakt sistema tačkaste mase i krute ravni.....	51
3.2.1.1.	Normalni kontakt bez trenja.....	51
3.2.1.2.	Metoda Lagranžovih multiplikatora (Lagrange multipliers).....	54
3.2.1.3.	Metoda sa parametarskom oprugom (Penalty method).....	55
3.2.1.4.	Kontakt sa trenjem.....	56
3.2.2.	Kinematika i geometrija kontakta.....	58
3.2.2.1.	Normalni kontakt trodimenzionalnih tijela.....	58
3.2.2.2.	Tangencijalni kontakt trodimenzionalnih tijela.....	61
3.2.3.	Konstitutivne jednačine kontaktne interakcije.....	62
3.2.3.1.	Formulacija graničnih uslova za normalni kontakt.....	63
3.2.3.2.	Konstitutivne jednačine normalnog kontakta.....	65
3.2.3.3.	Konstitutivne jednačine Tangencijalnog kontakta.....	66
3.2.4.	Granični problem kontakta i slaba forma.....	68
3.2.5.	Detekcija kontakta.....	70
<b>4.</b>	<b>MAKRO PRISTUP – EKSPERIMENTALNO I NUMERIČKO PROUČAVANJE PRIGUŠENJA VIJČANE VEZE.....</b>	<b>74</b>
4.1.	Eksperimentalna postavka.....	75
4.1.1.	Generalna razmatranja.....	75
4.1.2.	Dizajn graničnog uslova uklještenja.....	76
4.1.3.	Model sa vijčanom vezom montažnog nastavka.....	77
4.1.4.	Model sa zavarenom vezom montažnog nastavka.....	78
4.2.	Eksperimentalni rezultati.....	79
4.2.1.	Model sa vijčanom vezom montažnog nastavka.....	79

4.2.2. Model sa zavarenom vezom montažnog nastavka.....	80
4.3. Obrada eksperimentalnih rezultata.....	82
4.3.1. Numerička integracija eksperimentalno dobijenog ubrzanja.....	82
4.3.2. Aproksimativno proračunavanje konstrukcijskog prigušenja.....	82
4.3.2.1. Eksperimentalno prigušenje konzole sa zavarenom vezom.....	83
4.3.2.2. Eksperimentalno prigušenje konzole sa vijčanom vezom.....	84
4.4. Numerička analiza.....	87
4.4.1. Uvod.....	87
4.4.2. Validacija numeričkog modela.....	88
4.4.2.1. Modalna analiza.....	88
4.4.2.2. Odgovor brzina u vremenu (Vremenski odgovor brzina).....	88
4.4.3. Numerički model.....	90
4.4.3.1. Mreža konačnih elemenata.....	90
4.4.3.2. Modelovanje kontakta.....	92
4.4.3.3. Definisiranje sile pritezanja u zavrtnjevima.....	94
4.4.4. Kalibracija i verifikacija numeričkog modela.....	95
4.4.4.1. Definisiranje funkcije otpuštanja opterećenja.....	95
4.4.4.2. Definisiranje funkcije nanošenja opterećenja.....	96
4.4.4.3. Primjena skaliranja masa (mass scaling).....	98
4.4.4.4. Zapreminska viskoznost i stepen numeričke integracije.....	99
4.4.4.5. Razmatranje energije VVMN modela.....	103
4.5. Diskusija.....	106
<b>5. MIKRO PRISTUP – PROUČAVANJE UTICAJA HRAPAVOSTI KONTAKTNIH POVRŠINA NA ODGOVOR KONSTRUKCIJE.....</b>	<b>111</b>
5.1. Ideja i polazna razmatranja u osmišljavanju Precizne prese sa lukovima .....	111
5.2. Izrada i priprema precizne prese sa lukovima.....	114
5.3. Priprema eksperimentalnih uzoraka i mjerenje hrapavosti.....	119
5.3.1. Priprema i isjecanje traka za formiranje polukružnih lukova.....	119
5.3.2. Proces formiranja željene hrapavosti kontaktnih površina.....	121
5.3.3. Mjerenje hrapavosti testnih uzoraka, osnoavni postupci i metode.....	123
5.3.3.1. Hrapavost i metode mjerenja hrapavosti.....	124
5.3.3.2. Mjerenje hrapavosti testnih uzoraka.....	127
5.3.4. Proces savijanja traka u polukružne lukove.....	134
5.3.5. Karakteristike usvojenih uzoraka za ispitivanje.....	136
5.4. Eksperimentalna postavka.....	138
5.5. Rezultati.....	141

---

5.5.1. Zaostale deformacije.....	150
5.6. Diskusija.....	152
<b>6. ZAKLJUČCI ISTRAŽIVANJA, MAKRO I MIKRO PRISTUPA.....</b>	<b>160</b>
<b>7. BUDUĆA ISTRAŽIVANJA.....</b>	<b>165</b>
<b>Reference.....</b>	<b>166</b>





## Spisak tabela

Tabela 1:	Vrijednosti sila pritezanja u zavrtnjevima za tri VVMN modela.....	78
Tabela 2:	Izmjerena hrapavost $R_a$ za glatke trake (lukove).....	131
Tabela 3:	Izmjerena hrapavost $R_a$ za glatke oslonačke ploče.....	131
Tabela 4:	Izmjerena hrapavost $R_a$ za hrapave trake (lukove).....	132
Tabela 5:	Izmjerena hrapavost $R_a$ za hrapave oslonačke ploče.....	132
Tabela 6:	Hrapavost, naziv i broj usvojenih eksperimentalnih uzoraka lukova.....	136
Tabela 7:	Način ispitivanja (mjerjenja) eksperimentalnih uzoraka lukova.....	136
Tabela 8:	Deformisani oblik lukova (A1, A5 i A3) na kraju procesa savijanja u preciznoj presi .....	149
Tabela 9:	Faktori razlike hrapavosti i relativna razlika pomjeranja uzoraka A1, A3 i A5.....	153

## Spisak slika

Slika 1:	Tipske mehaničke veze: (a) jednostavna veza na preklop sa regionom lijepljenja, proklizavanja i otvaranja, (b) veza montažnog nastavka kod čeličnih konstrukcija, (c) preklapljene veze u avio industriji, (d) veze lopatica turbine.....	7
Slika 2:	Šematski prikaz multifizičke prirode kontaktne interakcije dva tijela hrapavih površina od različitih materijala, izloženih različitim opterećenjima i uticajima: mehanički, termodinamički, električni i uticajima sredine.....	9
Slika 3:	Vijčana veza sa jednim M 10 vijkom, podloškom prečnika 20 mm ispod glave zavrtnja i navrtke. Dimenzije kontaktne površine komponenti veze su ograničene na širinu podloške.....	11
Slika 4:	Vijčana veza sa većim razmakom A-B između vijaka kako bi se razmotrio uticaj kontaktnih površina udaljenih od tijela vijka.....	11
Slika 5:	Eksperimentalna postavka sistema sa dvije mase i oprugom u sredini, sa lijeve i desne strane mogu biti po jedan ili po šest zavrtnjeva M10 u zavisnosti koji se eksperimentalni model proučava.....	12
Slika 6:	Akcelerografski zapis ispitivanog sistema sa pobudom koja prestaje nakon 5s.....	13
Slika 7:	Prigušenje sistema sa dvije vijčane veze (lijevo), prigušenje sistema sa dvanaest vijčanih veza (desno).....	13
Slika 8:	Lanac od 10 vijčanih veza povezan sa oprugom.....	14
Slika 9:	Rezultati prigušenja, sive linije prikazuju rezultate konstrukcijskog prigušenja od jedne do deset vijčanih veza, crvene linije prikazuju materijalno prigušenje opruge.....	14
Slika 10:	Greda kontinualno spojena zavrtnjevima.....	15
Slika 11:	Vrijednosti prigušenja za različita stanja kontaktne interakcije vijčane veze.....	15
Slika 12:	Brake-Reuß-ova greda sa vijčanom preklapljenom vezom na sredini.....	16
Slika 13:	Geometrija Brejk-Rajsovih greda: (a) monolitna greda, (b) monolitna greda sa rupama za zavrtnjeve, (c) greda sa vijčanom vezom od tri zavrtnja, (d) pogled odozgo na gredu sa vijčanom vezom sa prikazanim položajem igle pobuđivača i akcelerometrima.....	17
Slika 14:	FRF za gredu sa vijčanom vezom i silom pritezanja od 20 Nm. Različite boje linija odgovaraju različitom rasporedu pritezanja zavrtnjeva, dok pune i tačkaste linije označavaju iste grede sklopljene iz različitih dijelova, pod istim uslovima.....	17
Slika 15:	FRF grede sa vijčanom vezom i silom pritezanja od 40 Nm. Različite boje linija odgovaraju različitom rasporedu pritezanja zavrtnjeva, dok pune i tačkaste linije označavaju iste grede sklopljene iz različitih dijelova, pod istim uslovima.....	18
Slika 16:	Prikaz redoslijeda pritezanja zavrtnjeva.....	20
Slika 17:	Izmjerena distribucija kontaktnog pritiska vijčane veze u zavisnosti od: hrapavosti kontaktnih površina, momenta pritezanja zavrtnjeva i redoslijeda pritezanja zavrtnjeva. Crvena boja je indikator visokog a bijela niskog kontaktnog pritiska.....	21
Slika 18:	FRF odgovor za različite momente pritezanja zavrtnjeva vijčane veze sa hrapavim kontaktnim površinama: a) ukupan FRF odgovor, b) u blizini druge prirodne frekvencije, c) u blizini treće prirodne frekvencije.....	21

Slika 19:	FRF odgovor za različite momente pritezanja zavrtnjeva vijčane veze sa glatkim kontaktnim površinama visokog sjaja: a) ukupan FRF odgovor, b) u blizini druge prirodne frekvencije, c) u blizini četvrte prirodne frekvencije.....	22
Slika 20:	Primjeri različitih vijčanih veza i spojeva razvijenih za svrhu boljeg razumjevanja konstrukcijskog prigušenja prouzrokovanog trenjem.....	23
Slika 21:	Šematski prikaz Gaulovog rezonatora: a) sa kružnom i b) sa pravougaonom osnovom.....	24
Slika 22:	Šematski prikaz eksperimentalne postavke Gaulovog rezonatora sa pravougaonom osnovom.....	25
Slika 23:	Relativno pomjeranje uzoraka u zavisnosti od frekvencije oscilovanja sa odgovarajućim histerezisnim petljama za četiri različita nivoa oscilovanja, pri čemu je amplituda pobude 50 N i sila pritezanja u zavrtnjevima od 1500 N.....	25
Slika 24:	Eksperimentalna postavka eksperimenta sa velikom masom (Bigg mass experiment).....	26
Slika 25:	Prva eksperimentalna postavka FGR.....	27
Slika 26:	Tipična histerezisna petlja trenja, ispitivanih materijala.....	28
Slika 27:	Testni uzorci klinastog oblika: a) 3D model testnih uzoraka ortogonalno postavljenih jedan naspram drugog sa označenom kontaktnom površinom i pravcem kretanja pokretnog uzorka, b) prikazuje testni uzorak prije i posle visokocikličnog testa habnja, c) snimak kontaktne površine dobijen optičkim interferometrom.....	29
Slika 28:	Druga generacija eksperimentalne postavke (Second Generation Rig) sa šematskim prikazom, desno.....	30
Slika 29:	Promjena frekvencija oscilovanja uslijed promjene hrapavosti uzoraka SGR postavke: a) šematski prikaz SGR, ispitivanje modalnim čekićem, b) frekventni odgovor sistema za normalno opterećenje testnih uzoraka od 7 N, c) frekventni odgovor sistema za normalno opterećenje testnih uzoraka od 60 N.....	31
Slika 30:	a) Udar kamiona u noseći stub, b) vijčana veza, c) rotirajući disk i lopatice turbine, d) udar vozila u deformabilnu barijeru.....	33
Slika 31:	Različiti slučajevi definisanja kontakta dva proizvoljna tijela: a) kontakt bez trenja, b) razdvajanje kontaktnih površina, c) kontakt sa trenjem bez proklizavanja, c) kontakt sa proklizavanjem i prisutnim trenjem.....	34
Slika 32:	Kontakt između ortogonalnog paralelopipeda i glatke, krute ravni bez trenja.....	35
Slika 33:	Čvrstoća materijala po Brinelu.....	35
Slika 34:	Kontakt između krutog cilindra i elastičnog polu-prostora.....	36
Slika 35:	Aproksimacija Hercovog kontaktnog problema.....	37
Slika 36:	Hercov kontaktni napon pod uticajem normalne i tangencijalne sile.....	37
Slika 37:	Elastični polu-prostor opterećen proizvoljnim površinskim opterećenjem, koje je ograničeno konturom S.....	38
Slika 38:	Kontakt krute sfere i elastičnog polu-prostora.....	40
Slika 39:	Tangencijalni kontakt dva elastična tijela.....	41
Slika 40:	Normalni i smičući kontaktni napon za kontakt u potpuno zalijepljenom stanju.....	43
Slika 41:	Kontakt dva tijela sa definisanim regionom proklizavanja i lijepljenja.....	44

Slika 42:	Kontakt sfernih tijela sa međusobno paralelnim osama. Kriva $A$ predstavlja normalni napon $p$ , kriva $B$ opisuje slučaj potpuno zalijepljenog stanja unutar kontaktne interakcije. Kriva $C$ opisuje naponsko stanje u tangencijalnom pravcu.....	45
Slika 43:	Uvećan šematski prikaz kontakta dvije hrapave površine sa prikazanom stvarnom i vidljivom kontaktnom površinom.....	48
Slika 44:	Opisivanje kontakta stvarnih površina GW modelom.....	49
Slika 45:	Energija sistema mase i opruge.....	52
Slika 46:	Reakciona sila u odnosu na normalni zazor (normal gap).....	53
Slika 47:	Primjena Lagranžovih multiplikatora za sistem mase i opruge.....	54
Slika 48:	Primjena Penalti metode za sistem mase i opruge.....	55
Slika 49:	Sistem mase oslonjene preko opruge pod uticajem tangencijalnog opterećenja (slučaj kontakta sa uključenim trenjem).....	56
Slika 50:	Dijagram opterećenje – pomjeranje za kontakt sa trenjem.....	57
Slika 51:	Kontakt dva tijela pri konačnim deformacijama.....	58
Slika 52:	Deformisana konfiguracija tijela, definisanje minimalna razdaljina.....	59
Slika 53:	Izolovan lokalni slučaj dva kontaktna vrha.....	59
Slika 54:	Geometrijski problemi pri definsanju kontaktne površine: a) asimetrija najbliže tačke, b) nepostojanje nablize tačke, c) nepostojanje normalne projekcije – mrtvi ugao.....	60
Slika 55:	Putanja tačke $x^2$ u odnosu na primarnu površinu.....	61
Slika 56:	Sile između kontaktnih tijela (u kontaktnoh interakciji).....	64
Slika 57:	Kontaktni pritisak u odnosu na normalni razmak (normal gap).....	64
Slika 58:	Prikaz kontaktne zone $\Gamma_c$ , prije i posle deformacije.....	65
Slika 59:	Moguće stanje kontakta: a) zalijepljeno stanje, b) stanje klizanja.....	66
Slika 60:	Kulonov zakon trenja u zavisnosti od brzine.....	67
Slika 61:	Unilateralan kontakt elastičnog tijela.....	68
Slika 62:	Grafički prikaz diskretizacije kontaktnih površina.....	71
Slika 63:	Detekcija kontakta: a) slučaj pogrešnog izbora veličine $d_{max}$ , b) slučaj dobrog izbora veličine $d_{max}$ .....	72
Slika 64:	Šematski i stvarni prikaz eksperimentalne postavke.....	75
Slika 65:	Inicijalni numerički model. Konzolna greda sa projektovanim i idealnim graničnim uslovom uklještenja.....	76
Slika 66:	Eksperimentalna postavka. Stvarni i grafički prikaz ispitivanih veza: a) vijčana veza montažnog nastavka, b) zavarena veza montažnog nastavka.....	78
Slika 67:	Vijčana veza montažnog nastavka. Eksperimentalno dobijeni odgovori ubrzanja u vremenu i odgovarajuće anvelope za tri modela sa različitom silom pritezanja u zavrtnjevima.....	79
Slika 68:	Vijčana veza montažnog nastavka. Auto-spektralni odgovor.....	80

Slika 69:	Zavarena veza montažnog nastavka. Eksperimentalno i numerički dobijeni odgovori ubrzanja u vremenu i anvelopa linearnog sistema sa jednim stepenom slobode pomijaranja.....81
Slika 70:	Zavarena veza montažnog nastavka. Auto-spektralni odgovor za dva slučaja opterećenja.....81
Slika 71:	Zavarena veza montažnog nastavka. Numerički odgovor brzine u vremenu i brzina dobijena integraljenjem eksperimentalnog odgovora ubrzanja u vremenu.....82
Slika 72:	Zavarena veza montažnog nastavka: anvelope ubrzanja, diskretni koeficijent prigušenja i linearna aproksimacija koeficijenta prigušenja.....83
Slika 73:	Vijčana veza montažnog nastavka sa 100% sile pritezanja u zavrtnjevima. Aproksimacija prigušenja sa dvije opadajuće anvelope dinamičkog sistema sa jednim stepenom slobode pomijaranja.....84
Slika 74:	Anvelope brzine, diskretni koeficijent prigušenja i nelinearna funkcija koeficijenta prigušenja eksperimentalnog modela VVMN100.....85
Slika 75:	Anvelope brzine, diskretni koeficijent prigušenja i nelinearna funkcija koeficijenta prigušenja eksperimentalnog modela VVMN50.....85
Slika 76:	Anvelope brzine, diskretni koeficijent prigušenja i nelinearna funkcija koeficijenta prigušenja eksperimentalnog modela VVMN30.....85
Slika 77:	Poređenje prigušenja razmatranih eksperimentalnih modela: ZVMN, VVMN100, VVMN50 i VVMN30.....86
Slika 78:	Poređenje eksperimentalno i numerički dobijenih odgovora brzina u vremenu, vijčane veze montažnog nastavka sa 100% sile pritezanja u zavrtnjevima – VVMN100.....89
Slika 79:	Poređenje eksperimentalno i numerički dobijenih odgovora brzina u vremenu, vijčane veze montažnog nastavka sa 100% sile pritezanja u zavrtnjevima – VVMN50.....89
Slika 80:	Poređenje eksperimentalno i numerički dobijenih odgovora brzina u vremenu, vijčane veze montažnog nastavka sa 100% sile pritezanja u zavrtnjevima – VVMN30.....89
Slika 81:	Optimizacija mreže konačnih elemenata i redukcija numeričkog modela.....90
Slika 82:	Detaljan prikaz numeričkog Modela NUM3. Vrsta i približne veličine primijenjenih elemenata. Primjena potrebnih ograničenja pri povezivanju 2D elemenata ljuske sa 3D elementima (shell to solid coupling) i ograničenja pri povezivanju 3D elemenata (tie constraint).....91
Slika 83:	Odgovori brzina u vremenu numeričkih modela NUM1 i NUM4 dobijeni modalnom dinamičkom analizom.....92
Slika 84:	Proces temperaturnog pritezanja zavrtnjeva: a) model podloške i zavrtnja, prikaz temperaturnog koeficijenta širenja podloške, b) prikaz distribucije Mizesovih napona za metodu pritezanja zavrtnjeva silom (bolt force) i temperaturnom promjenom.....94
Slika 85:	Kalibracija funkcije otpuštanja opterećenja u odnosu na prvu amplitudu odgovora ubrzanja i brzina u vremenu: a) anvelope ubrzanja za različito vrijeme otpuštanja tereta (dužina trajanja impulsa) $\Delta t_{LR}$ , b) zapis ubrzanja u vremenu za $\Delta t_{LR} = 0.015$ s, zapis brzina u vremenu za $\Delta t_{LR} = 0.015$ s.....95
Slika 86:	Usvojene funkcije nanošenja i otpuštanja opterećenja. Odgovor brzina i pomijaranja u vremenu za usvojene funkcije opterećenja. Fizički i numerički VVMN model prije i nakon makro-slipa.....96

Slika 87:	Kalibracija funkcije nanošenja opterećenja za model VVMN100, odgovor brzina i pomijaranja u vremenu za dužine nanošenja opterećenja: $\Delta t_{LA} = 2.5 \text{ s}$ , $\Delta t_{LA} = 3.5 \text{ s}$ i $\Delta t_{LA} = 5.5 \text{ s}$ .....97
Slika 88:	Elementi koji ograničavaju vrijednost stabilnog vremenskog inkrementa, na kojima je primijenjena procedura skaliranja masa (mass scaling).....98
Slika 89:	Verifikacija procedure skaliranja masa: prikaz odgovora brzina u vremenu u zavisnosti od veličine stabilnog inkrementa. Promjena mase za tri modela sa različitim stabilnim vremenskim inkrementom $\Delta t$ .....99
Slika 90:	Uticaj stepena numeričke integracije na odgovor brzina u vremenu modela sa zavarenom vezom montažnog nastavka.....100
Slika 91:	Uticaj zapreminske viskoznosti (B) i redukovane integracije (R) na dinamički odgovor i distribuciju napona uz primjenu GC kontaktne formulacije: prikaz odgovora brzina u vremenu i distribucije napona na gornjoj podvezici prije otpuštanja opterećenja.....101
Slika 92:	Uticaj zapreminske viskoznosti (B) i redukovane integracije (R) na dinamički odgovor i distribuciju napona uz primjenu CP kontaktne formulacije: prikaz odgovora brzina u vremenu i distribucije napona na gornjoj podvezici prije otpuštanja opterećenja.....102
Slika 93:	Eksperimentalni i numerički odgovor brzina u vremenu sa izlaznim vrijednostima energija modela sa GC kontaktnom formulacijom.....103
Slika 94:	Eksperimentalni i numerički odgovor brzina u vremenu sa izlaznim vrijednostima energija modela sa CP kontaktnom formulacijom.....104
Slika 95:	Poređenje eksperimentalnog odgovora sa numeričkim odgovorima brzina u vremenu, modela sa GC i CP kontaktnom formulacijom.....105
Slika 96:	Vijčana veza montažnog nastavka sa 100% sile pritezanja. Prikaz brzina u vremenu za pet različitih vrijednosti koeficijenta trenja. Prikaz deformisane konfiguracije i distribucije napona gornje podvezice za vrijednost koeficijenta trenja $\mu = 0.155$ i $\mu = 0.5$ , u trenutku prije otpuštanja opterećenja.....106
Slika 97:	Prikaza razmatranog detalja veze, gorenje nožice sa podvezicama IPE-nosača, prije otpuštanja opterećenja. Prikazana je distribucija normalnih kontaktnih napona sledećih kontaktnih interakcija: glava zavrtnja/podloška, podloška/podvezica i podvezica/nožica. Prikaz šest odabranih tačaka N1-N6 unutar kontaktne interakcije vijčane veze.....108
Slika 98:	Relativna pomjeranja odabranih karakterističnih tačaka u kontaktnoj interakciji. Na donjoj slici je prikazano relativno pomjeranje u tački N5, dok su na gornjem dijelu slike prikazane razlike susjednih amplituda suprotnog znaka za sve posmatrane što predstavlja amplitude klizanja.....109
Slika 99:	Šematski prikaz Precizne prese sa lukovima sa osnovnim elementima.....112
Slika 100:	Osnovni elementi Precizne prese sa lukovima.....113
Slika 101:	Postavljanje i pripremanje elementa precizne prese na stolu četvoroosne CNC glodalice.....115
Slika 102:	Precizna presa sa lukovima: a) torzioni zglobovi i mjerna ćelija, b) detalj veze honovane vodilice i klizača sa bronzanim ležajem, c) čeljusti za prihvatanje testnog uzorka luka.....115

Slika 103:	Veza gorenje i centralne ploče PPL-a preko torzionog zgloba i mjerne ćelije.....	116
Slika 104:	Detaljan prikaz centralne (pomične) ploče prese sa prikazanim detaljima veza i fiksiranja hvataljki, položaja centralne osovine i klizača sa bronzanim ležajevima..	116
Slika 105:	Fizički i šematski prikaz hvataljke za postavljanje luka u PPL, sa osnovni detaljima.....	117
Slika 106:	Šematski prikaz dijelova hvataljki za postavljanje testnog luka u PPL.....	117
Slika 107:	Razmak (prečnik) hvataljki polukružnog luka u toleranciji od pet stotih dijelova milimetra.....	118
Slika 108:	Paket za rezanje koji čine podložni (donji) čelični lim S235 debljine 3 mm, lim SS1.4301 debljine 0,8 mm, lim S235 debljine 0.8 mm i gornji čelični lim S235 debljine 1,5 mm.....	119
Slika 109:	Paket limova za rezanje, pritezanje limova na radni sto, isjecanje limova glodalom.....	120
Slika 110:	Paket limova nakon završenog rezanja na glodalici.....	120
Slika 111:	Ploča od čelika SS1.4301 sa različitim hrapavostima površina za svako od 5 polja na koje je podijeljena.....	122
Slika 112:	Ploča od nerđajućeg čelika sa različitim hrapavostima površina i vremenom tretiranja svakog polja.....	123
Slika 113:	Šematski prikaz strukture hrapave površine.....	125
Slika 114:	Prikaz procesa mjerenja profila hrapavosti profilometrom sa mjernom iglom.....	127
Slika 115:	Mitutoyo – Surfctest SJ310 i prikaz kalibracije instrumenta preko etalona standardne hrapavosti od 2.970 $\mu\text{m}$ .....	127
Slika 116:	Mjerenje hrapavosti na preciznom stolu.....	128
Slika 117:	Šematski prikaz mjerenja hrapavosti za trake od nerđajućeg čelika.....	128
Slika 118:	Šematski prikaz mjerenja hrapavosti za oslonačke ploče od nerđajućeg čelika.....	129
Slika 119:	Izmjerena hrapavost $R_a = 14$ nm poliranog uzorka.....	130
Slika 120:	Izmjerena hrapavost $R_a = 36$ nm fabričkog 2R uzorka.....	130
Slika 121:	Izmjerena hrapavost $R_a = 732$ nm hrapavog uzorka.....	130
Slika 122:	Profil hrapavosti i izmjerena vrijednost $R_a$ za tri mjerene tačke na uzorku glatke trake.....	133
Slika 123:	Profil hrapavosti i izmjerena vrijednost $R_a$ za tri mjerene tačke na uzorku hrapave trake.....	133
Slika 124:	Vizuelni prikaz različite hrapavosti površine za trake od nerđajućeg čelika.....	133
Slika 125:	Vizuelni prikaz različite hrapavosti površine za oslonačke ploče od nerđajućeg čelika.....	134
Slika 126:	Pripremanje valjaka za savijanje traka u lukove.....	135
Slika 127:	Faze savijanja trake u luk.....	135
Slika 128:	Poređenje savijenog luka sa šematskim prikazom nacrtanim u razmjeri 1:1.....	136
Slika 129:	Tri grupe polukružnih lukova formirane hrapavosti, pripremljeni za ispitivanje.....	137
Slika 130:	Tri grupe oslonačkih ploča formirane hrapavosti, pripremljene za ispitivanje.....	137

Slika 131:	Ekperimentalna postavka.....	138
Slika 132:	Dispozicija precizne prese sa mijernim instrumnetima.....	139
Slika 133:	Instalacija ugibomjera sa kupastim nastavkom. Ekperimentalni set (A1): glatki luk i glatka oslonačka ploča.....	139
Slika 134:	a) Označavanje pozicije mjernih traka, b) postavljanje mjernih traka.....	140
Slika 135:	Definisanje istih početnih uslova za svaki luk pomoću graničnika.....	140
Slika 136:	Početni i krajnji položaj centralne ploče u procesu ispitivanja lukova.....	141
Slika 137:	Testni uzorak luka na početku i na kraju procesa deformisanja u PPL-u.....	142
Slika 138:	Dijagram dilatacija središnjeg dijela luka, za tri testna uzorka glatkih lukova (A1)..	142
Slika 139:	Dijagram dilatacija središnjeg dijela luka, za tri testna uzorka 2R lukova (A5).....	143
Slika 140:	Dijagram dilatacija središnjeg dijela luka, za tri testna uzorka hrapavih lukova (A3).....	143
Slika 141:	Aritmetička srednja vrijednost (AS) izmjerenih dilatacija za glatke (A1), hrapave (A3) i 2R (A5) polukružne lukove.....	144
Slika 142:	Aritmetička srednja vrijednost dilatacija glatkih (A1) lukova, sa prikazanim fazama deformisanja. Za svaku fazu deformisanja prikazan je deformacijska konfiguracija luka.....	145
Slika 143:	Aritmetička srednja vrijednost dilatacija hrapavih (A3) lukova, sa prikazanim fazama deformisanja. Za svaku fazu deformisanja prikazan je deformacijska konfiguracija luka.....	145
Slika 144:	Ilustrativni prikaz uticaja talasastosti na stvarnu kontaktnu površinu glatkog i hrapavog profila u kontaktu sa krutom ravni.....	146
Slika 145:	Izmjerena pomjerenja za 11 uzoraka glatkih (A1) lukova.....	147
Slika 146:	Izmjerena pomjerenja za 6 uzoraka lukova hrapavosti 2R (A5).....	148
Slika 147:	Izmjerena pomjerenja za 11 uzoraka hrapavih (A3) lukova.....	148
Slika 148:	Aritmetička srednja vrijednost (AS) izmjerenih pomijeranja za glatke (A1), hrapave (A3) i 2R (A5) polukružne lukove.....	149
Slika 149:	Razlika u zaostalim deformacijama glatkog A1 i hrapavog A3 luka.....	150
Slika 150:	Razlika u zaostalim deformacijama glatkog luka (A1) i luka hrapavosti 2R (A5)....	150
Slika 151:	Razlika u zaostalim deformacijama luka hrapavosti 2R (A5) i hrapavog luka (A3)..	151
Slika 152:	Zaostale deformacije za 11 ispitanih glatkih lukova (A1).....	151
Slika 153:	Zaostale deformacije za 6 ispitanih lukova hrapavosti 2R (A5).....	151
Slika 154:	Zaostale deformacije za 11 ispitanih hrapavih lukova (A3).....	152
Slika 155:	Rabinovičev dijagram uticaja hrapavosti na koeficijent trenja.....	154
Slika 156:	Radiografsko ispitivanje uticaja hrapavosti bakarnih ploča u kontaktu na sile trenje i stvarnu kontaktnu površinu.....	156
Slika 157:	Samosličnost fraktalnih površina.....	158
Slika 158:	Profil hrapavosti stvarne (izmjerene) površine i profil hrapavosti dobijen pomoću W-M funkcije.....	159



## Nomenklatura

VVP	vijčana veze na preklop
VVMN	vijčana veza montažnog nastavka
MKE	metoda konačnih elemenata
FRF	funkcija frekventnog odgovora
FFT	brza Furijeova transformacija (Fast Fourier Transform)
ASR	auto-spektralni odgovor (Auto spectrum response)
ZVMN	montažni nastavak u zavarivanoj izradi
SSP	stepeni slobode pomjeranja
SVSS	sistema sa više stepeni slobode
GC	generalni/opšti kontaktni algoritam (General contact)
CP	algoritam kontaktnih parova (Contac pair)
PPL	Precizna presa sa lukovima
$d$	dubina penetracije
$F$	rezultujuća sila
$E$	modul elastičnosti
$A$	površina kontakta
$l$	dužina paralelopipeda
$D$	prečnik utiskivača
$F_N$	normalna sila
$A$	površina ispod kružnog tijela
$\sigma_0$	normalni napon
$a$	poluprečnik
$\varepsilon$	deformacija (dilatacija)
$R$	poluprečnik krute sfere
$F_z$	sila u pravcu Z ose (vertikalna sila)
$u_x$	pomjeranje u X pravcu
$u_y$	pomjeranje u Y pravcu
$u_z$	pomjeranje u Z pravcu
$p(\xi, \eta)$	normalni pritisak
$p(s, \phi)$	normalni pritisak u polarnim koordinatama
$F_x$	sila u X pravcu (tangencijalnom pravcu)
$\tau_x(\xi, \eta)$	tangencijalni napon
$\tau_y(\xi, \eta)$	napon u Y pravcu

$G$	modul smicanja
$k_x$	krutost kontakta u tangencijalnom pravcu
$G^*$	efektivni smičući modul
$\tau_{max}$	maksimalni statički kontaktni (smičući) napon
$\tau_k$	kinematički kontaktni napon
$\mu$	koeficijent trenja
$c$	poluprečnik zalijepljenog kontaktnog regiona
$z$	visine mikro vrhova
$\Phi(z)$	funkcija gustine vjerovatnoće
$N_0$	ukupan broj mikro vrhova u kontaktu
$l$	standardna devijacija Gauseove funkcije
$k$	krutost
$m$	masa
$\delta u$	varijacija od pomjeranja $u$
$v$	test funkcija
$R_N$	reakciona sila koja se javlja u kontaktu u normalnom pravcu
$c(u)$	normalno odstojanje u kontaktu
$\lambda$	Lagranžov multiplikator
$\epsilon$	Penali parametar
$F_T$	kontaktna sila u tangencijalnom pravcu
$R_T$	reakciona sila koja se javlja u kontaktu u tangencijalnom pravcu
$\Gamma_c$	dio konture preko koje deformabilna tijela dolaze u kontakt
$\Gamma_u^\alpha$	Dirikleov (Dirichlet) granični uslov na konturi tijela
$\Gamma_\sigma^\alpha$	Nojmanov (Neumann) granični uslov na konturi tijela
$X^\alpha$	vektor položaja nedeformisanog tijela (početna konfiguracija)
$\varphi(X^\alpha)$	vektor položaja deformisanog tijela (trenutna konfiguracija)
$\mathfrak{g}_T$	relativno pomjeranje u tangencijalnom pravcu
$\mathbf{t}$	Košijev vektor
$\boldsymbol{\sigma}$	Košijev tenzor
$\mathbf{T}$	prvi Piola-Kirhofov (Piola-Kirchhoff) vektor
$\mathbf{P}$	prvim Piola-Kirhofovim tenzor
$\mathbf{F}$	gradijent deformacije
$\boldsymbol{\tau}$	Kirhofov tenzor napona
$\mathbf{n}^\alpha$	normalni vektor u trenutnoj konfiguraciji
$\mathbf{N}^\alpha$	normalni vektor u početnoj konfiguraciji

$\mathbf{S}$	drugi Piola-Kirhofov tenzor
$\mathbf{t}_T$	relativno pomjeranje kontaktnih tijela u tangencijalnom pravcu, Kulonov zakon
$\mathbf{x}^\alpha$	vektor položaja deformisanog tijela (trenutna konfiguracija)
$\varphi^\alpha(B^\alpha)$	tijelo u trenutnoj konfiguraciji
$B^\alpha$	tijelo u početnoj konfiguraciji
$\hat{d}^1(\xi^1, \xi^2)$	minimum razdaljine dva trodimenzionalna tijela
$g_N$	funkcija normalnog kontakta
$J$	Jakobijeva determinanta
$\Delta t_{LR}$	vrijeme otpuštanja opterećenja
$\Delta t_{LA}$	vrijeme nanošenja opterećenja
$\Delta t$	vremenski inkrement
$E_{TOT}$	ukupna energija
$E_I$	unutrašnja energija
$E_A$	vještačka energija deformacije (artificial strain energy)
$E_{PW}$	rad izvršen putem kontakt Penalti metode (work done by contact penalties)
$R_a$	aritmetička vrijednost hrapavosti površine u odnosu na srednju (neutralnu) liniju (centre line average - CLA)
$R_q$	veličina mjere hrapavosti jeste kvadratni korijen srednje vrijednosti hrapavosti površine

# 1. UVOD

## 1.1. MOTIVACIJA

Bez obzira na granu industrije i vrstu primjene konstrukcije, vijčane veze koje spajaju dva elementa u jednu cjelinu predstavljaju najšire primjenjivane spojeve. Iz tog razloga trenutna istraživanja nekih od vodećih svjetskih institucija kao što su Sandija nacionalne laboratorije (Sandia National Laboratories) i Institut za mehaniku konstrukcija – Univerziteta u Štutgardu (Institute for structural mechanics - University of Stuttgart), su fokusirani prvenstveno na proučavanje čeličnih vijčanih veza i uopšte proučavanje čeličnih mehaničkih veza i sklopova. U okviru istraživanja naglasak se stavlja na visokovrijedne nerđajuće čelike kako bi se izbjegao uticaj korozije na kontaktnu interakciju. Jako korodirane čelične površine imaju i do 3 puta manji koeficijent trenja od potpuno čistih veza. U nekim slučajevima, zavisno od nivoa korozije i nastale hrapavosti, trenje može biti i veće nego kod čistih suvih površina. Svaka promjena hrapavosti i nečistoća kontaktnih površina vijčane veze značajno usložnjava analizu. Konstrukcijsko prigušenje koje se javlja kao direktna posljedica trenja između kontaktnih površina elemenata vijčane veze, predstavlja dominantno prigušenje u konstrukcijama. Proučavanje konstrukcijskog prigušenja, usložnjava pojava variranja veličine prigušenja za dvije generalno iste konstrukcije ili za dvije iste vijčane veze. Osjetljivost i nelinearnost kontaktne interakcije vijčane veze se ogleda u promjenljivosti odgovora sistema u pogledu prigušenja i prirodnih frekvencija, koji zavise od mnogih faktora: stanje kontaktnih površina (hrapavost, koroziju, podmazivanje, geometriju površine), globalna geometrija veze (zazori između kontaktnih površina i poravnanje elemenata veze), rezidualni naponi i veličina sile pobude.

Nelinearnosti svojstvene kod konstrukcija sa vijčanim vezama su nerazdvojive od uticaja graničnih uslova, vrste i načina pobude, opterećenja konstrukcije i načina na koji se izvršava eksperimentalno mjerenje. Male promjene u eksperimentalnoj postavci po bilo kom pitanju mogu značajno uticati na prirodne frekvencije, prigušenje i krutost vijčanih veza. Dosta poteškoća pri proučavanju nelinearnih sistema proizilazi iz slabog razumijevanja fundamentalne fizike nelinearnih problema, posebno u slučaju kontaktne interakcije dva i više tijela sa prisustvom trenja. Iz navedenih razloga, poznavanje fizičkih procesa unutar kontaktne interakcije dva tijela biće još duže vrijeme nepoznato. S tim u vezi, pitanja na koja treba dati odgovor su sledeća:

- Na koji način mehaničke veze utiču na krutost sistema?
- Na koji način mehaničke veze utiču na prigušenje u konstruktivnom sistemu?
- Na koji način se pomenute veličine mijenjaju sa promjenom stanja u kome se konstrukcija ili sama mehanička veza nalazi (amplituda sile, frekvencija, temperatura, agresivna sredina, podmazivanje i kvašenje, promjena hrapavosti i uticaji stranog tijela, itd.).

Konstrukcijsko prigušenje kao pojava i posljedica trenja u vijčanim veza jeste glavna nepoznata u dinamici konstrukcija. Direktno utiče i kontroliše nivo i amplitudu vibracija u konstrukcijama te predstavlja jedan od glavnih parametara koji je potrebno adekvatno modelovati u simulacijama. Kao što je već navedeno, problem predstavlja nedovoljno razumijevanje prirode trenja a samim tim i konstrukcijskog prigušenja. Prigušenje je opšti pojam karakterističan za dinamičke sisteme, gdje prilikom oscilovanja dolazi do gubitka energije iz sistema. Prilikom oscilovanja konstrukcije većina energije varira i prelazi iz potencijalne (obično elastičnog potencijala) u kinetičku energiju i obratno, dok jedan dio energije ostaje nepovratno izgubljen kroz deformaciju kontaktnih površina vijčanih veza ili konvertovan u toplotnu energiju koja se dalje izjednači sa temperaturom sredine. Dio izgubljene (disipovane) energije iz sistema nazivamo konstrukcijsko prigušenje. Kako bi uspješno analizirali konstrukcijsko prigušenje kao pojavu prvo je potrebno odrediti uzroke (izvore) pojavljivanja konstrukcijskog prigušenja. Generalno shvatanje problema nalaže da su glavni uzroci

konstrukcijskog prigušenja mehaničke odnosno vijčane veze. Problem se dalje komplikuje time što znamo da se različiti regioni vijčanih veza ponašaju na različite načine u zavisnosti od napona i stanja u kome se nalaze elementi kontaktne interakcije.

Od različitih tipova mehaničkih i vijčanih veza, najviše u primjeni su korištene veze montažnih nastavaka odnosno različite vrste preklapljenih veza. Važno je napomenuti da je proces disipacije energije, habanja i oštećenja izuzetno naglašen i važan u mehaničkim vezama lopatica turbine i nosećeg diska kod turbinskih motora. Generalno montažni nastavci i uopšte veze sa preklopima su projektovane tako da sa unošenjem dovoljno velike sile pritiska između elemenata u kontaktnoj interakciji sprječavaju makro proklizavanja i jednim dijelom mikro proklizavanja koja su uvijek manje ili više prisutna. Pojava mikro proklizavanja je karakteristična za dijelove kontaktne interakcije vijčane veze udaljene od tijela zavrtnja. Sa povećavanjem poremećajne sile i region mikro proklizavanja se širi prema tijelu zavrtnja sve dotle dok sila ne bude dovoljno velika da prouzrokuje makro proklizavanje jedene kontaktne površine u odnosu na drugu. Generalno posmatrajući, funkcija veza i preklopa jeste da prenesu opterećenje što je dobro definisano i jasno. Ono što predstavlja izazov i temu ovog istraživanja jesu sekundarne pojave koje se javljaju u vijčanim vezama i imaju izuzetan uticaj na dinamički odgovor konstrukcije. Nakon što pobudimo određenu konstrukciju dolazi do disipativnih procesa odnosno konstrukcijskog prigušenja koje zavisi od mnogih faktora opisanih ranije. Tako da problem kontakta dva tijela i opisivanje procesa koji se dešavaju u interakciji kontaktnih površina spada u izuzetno nelinearne dinamičke probleme za koje ne postoji jedinstveno i usaglašeno rješenje. Proučavanje konstrukcijskog prigušenja i generalno uticaja stanja kontaktne interakcije na odgovor konstrukcije, može se posmatrati sa više različitih nivoa. Može se posmatrati kompletan odgovor konstrukcije ili jedan njen dio, te na osnovu dobijenih rezultata izvršiti analizu i opisivanje određenih pojava, što spada pod makro pristup. Smanjivanjem razmjere, konstruktivno prigušenje će se posmatrati drugačije, gdje u korelaciju direktno dovodimo mikro i nano strukturu elemenata veze sa ponašanjem kontaktne interakcije posmatrane veze, što spada pod mikro pristup proučavanja konstrukcijskog prigušenja. Daljim smanjivanjem razmjere, prelazimo u posmatranje samo određenog regiona unutar kontaktne interakcije gdje se spuštamo na molekularni i atomski nivo posmatranja ovog fenomena. Kako bi se sagledala što kompletnija slika, u sklopu ove disertacije konstruktivno prigušenje i uticaj hrapavosti na odgovor konstrukcije je posmatrano sa stanovišta makro i mikro pristupa.

Cilj i želja predloženog doktorskog istraživanja jeste da se uključimo u rješavanje jednog od najmanje riješenih problema u mehanici deformabilnog tijela, odnosno rješavanja problema disipacije energije u mehaničkim vezama. Kao što je ranije navedeno, glavna hipoteza jeste da do prigušenja dolazi uslijed proklizavanja kontaktnih površina vijčane veze. Koji tačno regioni kontaktnih površina ostaju u stanju bez proklizavanja (stick state) a koji su u stanju sa proklizavanjem (slip state) i gdje je granica između faza bez proklizavanja i sa proklizavanjem (stick-slip), još uvijek ostaje pod znakom pitanja.

Ako posmatramo samo jedan zavrtnaj koji spaja dva elementa možemo zaključiti da postoje sledeće kontaktne zone:

- Kontakt glave vijka i podloške
- Podloška glave vijka i komponenta za spajanje
- Kontakt između kontaktnih površina komponenti za spajanje
- Podloška navrtke i komponente za spajanje
- Podloška navrtke i navrtka
- Kontakt navoja navrtke i navoja tijela zavrtnja

U okviru doktorske disertacije biće istražen odgovor vijčane veze montažnog nastavka I-nosača sa stanovišta makro pristupa, montažni nastavak I-nosača predstavlja jednu od najšire

primjenjivanih vijčanih veza u inženjerstvu. Pored proučavanja konstrukcijskog prigušenja sa stanovišta makro pristupa, izvršeno je istraživanje uticaja hrapavosti površina na odgovor konstrukcije sa stanovišta mikro pristupa, što će dalje u tekstu biti pojašnjeno.

Na osnovu istraživanja provedenih na Imperijalnom Londonskom koledžu (Imperial College London) 1990 godine, iz čega 1998 proizilazi eksperimentalna postavka pod nazivom (First-Generation Rig) i kasnije druga generacije eksperimentalne postavke (Second-Generation Rig) 2012 godine, dobijena je ideja da se u sklopu doktorskog istraživanja osmisli originalan eksperiment koji će se baviti proučavanjem uticaja kontaktne interakcije na odgovor konstrukcije sa stanovišta mikro pristupa. Pored navedenih istraživanja, proučavana su i ostala važna istraživanja o kojima će više biti govora u Poglavlju 2. Osmišljen je eksperiment pod nazivom Precizna presa sa lukovima (PPL). Ovaj eksperiment podrazumijeva izradu precizne prese čija bi preciznost izrade bila u toleranciji od 0.02 mm. U presu bi bili postavljeni polukružni lukovi od nerđajućeg čelika različite hrapavosti kontaktnih površina. Svaki luk bi imao sa unutrašnje strane (strane koja ne dolazi u kontakt sa površinom) postavljene po četiri mjerne trake koje bi mjerile dilataciju lukova na izabranim mjestima. Takođe bi bila postavljena i četiri ugibomjra koji bi mjerili ugib lukova i pomjeranja određenih komponenti precizne prese. Cilj je da se napravi veza deformacije polukružnih lukova i uslova u kojima se nalazi kontaktna interakcija luka i podloge od koju se luk deformiše/pritišće.

## 1.2. PROBLEM I PREDMET ISTRAŽIVANJA

Problem istraživanja jeste nelinearan dinamički odgovor konstrukcija sa vijčanim vezama, odnosno proučavanje konstrukcijskog prigušenja koje značajno zavisi od uslova u kojima se nalaze površine čeličnih elemenata vijčane veze koji dolaze u kontakt.

Predmet istraživanja predstavlja proučavanje i određivanje mogućnosti matematičkih modela i softvera na bazi konačnih elemenata za proračun i dobijanje nelinearnog dinamičkog odgovora sistema sa vijčanim vezama. Kompletan proces istraživanja nelinearnog dinamičkog odgovora vijčanih veza i konstrukcijskog prigušenja je podijeljen na makro i mikro pristup. Pod makro pristupom podrazumijevamo analizu dinamičkog odgovora globalnog sistema sa vijčanim vezama ili vijčanom vezom, bez uzimanja u obzir uticaje stanja u kojem se nalaze kontaktne površine elemenata vijčane veze. Pod mikro pristupom podrazumijevamo detaljno proučavanje uticaja stanja u kome se nalaze kontaktne površine na odgovor sistema.

U okviru makro pristupa pripremljen je eksperimentalni model konzole sa vijčanom vezom koji je pobuđen impulsnim udarom na slobodno oscilovanje, nakon čega je pomoću akcelerometara snimljen odgovor ispitivanog sistema. I ako je bio potreban veliki utrošak vremena za kalibraciju i proučavanje granica tačnosti proračuna nelinearnih dinamičkih sistema u Abakusu (Abaqus), dobijeni eksperimentalni odgovori globalnog sistema je pokazao dobro podudaranje sa odgovorom numeričkog modela.

Kako bi sagledali kompletnu sliku vezanu za konstruktivno prigušenje koje je direktna posljedica trenja, odnosno stanja u kome se nalaze vijčane/mehaničke veze, osmišljen je još jedan eksperiment na osnovu mikro pristupa. U okviru ovog eksperimenta je osmišljena precizna presa koja je izrađena sa tolerancijom od 0.02 mm, u kojoj će pod pritiskom biti deformisani polukružni limeni lukovi od visokovrijednog nerđajućeg čelika sa tačno definisanom hrapavošću kontaktnih površina luka i oslonačke podloge. Svaki luk ima prečnik od 200 mm dok je debljina lima od koga je izrađen 0.8 mm, širina luka je 20 mm. Prije ispitivanja u preciznoj presi svaki luk je poliran i hrapavljen, specijalnim metodama gdje su postignuta tri nivoa hrapavosti odnosno tri različite vrste eksperimentalnih uzoraka, to su lukovi hrapavosti kontaktnih površina: približno 12 nm, 35 nm i 670 nm. Eksperimentalnim ispitivanjem su dobijeni dobri rezultati, čime je pokazano da najmanja promjena hrapavosti kontaktnih površina lukova reda veličina 10 do 20 nm, dovodi do značajne promjene deformacije kompletnog luka pod pritiskom u preciznoj presi.

### 1.3. CILJEVI

Konstruktivsko prigušenje kao fenomen, predstavlja multi-disciplinarni naučni problem. Disipacija energije u mehaničkim vezama i generalno nelinearan dinamički odgovor konstrukcije sa vijčanim vezama zavisi direktno od trenja. Sa druge strane poznato je da trenje još uvijek nije riješeno kao fundamentalan problem, koeficijent trenja je nestabilna veličina koja jako varira u zavisnosti od uslova u kojima se nalaze površine koje su u kontaktu. Sa stanovišta kontaktne mehanike jedan od osnovnih parametara koji je problematičan za opisivanje, jeste hrapavost kontaktnih površina a hrapavost ponovo predstavlja jedan od glavnih parametara koji utiču na trenje. Kulonov (Coulomb) model trenja važi samo u određenom izolovanom regionu, gdje možemo reći da je primjenjiv i da hrapavost, pritisak i brzina nemaju uticaj na trenje. Stvarnost i realni problemi sa kojima se naučna zajednica sreće u industriji i primjeni je znatno drugačija.

- Na osnovu svega što je navedeno prvi od ciljeva jest da se u sklopu ove disertacije napravi jasna slika o problematici i potrebi za proučavanjem konstruktivskog prigušenja i kontaktne mehanike.
- Da se odrede mogućnosti, tačnost i isplativost primjene nekog od najsavremenijih softvera za rješavanje problema nelinearnog dinamičkog odgovora sistema sa vijčanim vezama.
- Da se osmisli eksperimentalni model, jednostavan ali matematičke preciznosti, koji će omogućiti dublji i detaljniji uvid u problematiku i vezu uticaja hrapavosti kontaktnih površina na odgovor kompletnog sistema, generalno na ponašanje dva deformabilna tijela u kontaktu. Gdje bi eksperimentalni model i dobijeni rezultati poslužili kao referenta tačaka i osnova za dalji razvoj i pisanje vlastitog koda ili dopunjavanje već napisanih kodova i algoritama.

### 1.4. POLAZNA HIPOTEZA

Polazna hipoteza ovog istraživanja može se definisati na sljedeći način:

- Nelinearan dinamički odgovor konstrukcije odnosno konstruktivno prigušenje sistema sa vijčanim vezama zavisi od trenja, dok trenje kao fenomen zavisi direktno od uslova u kojima se nalaze kontaktne površine elemenata vijčane veze. Kao jedan od najdominantnijih efekata koji utiču na trenje odnosno na nelinearan odgovor konstrukcije jeste hrapavost kontaktnih površina.
- Prigušenje je posljedica mikro-proklizavanja kontaktnih površina vijčanih veza.

### 1.5. METODOLOGIJA ISTRAŽIVANJA

U okviru istraživanja provedene su različite eksperimentalne i numeričke metode:

- Analiza i proučavanje dosadašnjih istraživanja iz oblasti konstruktivskog prigušenja i kontaktne mehanike. Definisane ključnih problema i neistraženih oblasti u proučavanju vijčanih odnosno mehaničkih veza.
- Osmišljavanje i izrada dva različita eksperimenta kako bi u prvoj fazi bilo moguće detaljno proučiti nelinearan odgovor vijčave veze montažnog nastavka I-nosača sa stanovišta makro pristupa. U drugoj fazi je osmišljen inovativan eksperiment sa stanovišta mikro pristupa, koji je za cilj imao vezu deformacije testnih uzoraka od nerđajućeg čelika sa definisanom hrapavošću kontaktnih površina posmatranih uzoraka.

- Modelovanje 3D modela I-nosača sa vijčanom vezom montažnog nastavka sa definisanim parametrima dinamičkog opterećenja, sile pritezanja u zavrtnjevima i trenja između kontaktnih površina vijčane veze.
- Kalibracija i verifikacija numeričkog modela, poređenje dobijenih numeričkih rezultata nelinearnog odgovora konzolnog nosača sa eksperimentalno dobijenim rezultatima.
- Analiza dobijenih rezultata ispitivanjem deformacije testnih uzoraka u PPL-u u odnosu na hrapavost kontaktnih površina.

## 1.6. STRUKTURA DOKTORSKE DISERTACIJE

Preostali dio disertacije je organizovan na sledeći način:

**Poglavlje 2:** u poglavlju dva je izvršen detaljan pregled literature i istraživanja vezanih za proučavanje konstrukcijskog prigušenja sa stanovišta makro i mikro pristupa. Opisna je problematika kontaktne interakcije dva tijela sa svim efektima koji mogu imati uticaj na ponašanje dva tijela u kontaktu. Na osnovu prikazanih istraživanja, može se vidjeti da je problem konstrukcijskog prigušenja i nelinearan odgovor konstrukcija sa mehaničkim vezama još uvijek nedovoljno istražen i da postoji veliki broj pitanja na koja treba dati odgovor.

**Poglavlje 3:** u trećem poglavlju su date osnove kontaktne mehanike sa stanovišta analitičkog i numeričkog pristupa. Izvedeni su izrazi i prikazani osnovni koncepti analitičke kontaktne mehanike, prikazane su neke od metoda za opisivanje i proračunavanje kontakta između hrapavih površina. Definisana su kontaktna stanja, stanje lijepljenja (stick state) i stanje klizanja (slip state). Sa stanovišta numeričke analize kontakta dva deformabilna tijela, diskutovano je o problematici definisanja uslova ravnoteže i implementaciji kontaktnih graničnih uslova, metoda implementacije i diskretizacije kontakta.

**Poglavlje 4:** četvrto poglavlje se bavi proučavanjem konstrukcijskog prigušenja sa stanovišta makro pristupa. U ovom poglavlju je razmatran nelinearan dinamički odgovor konzolnog IPE80 nosača sa vijčanom vezom montažnog nastavka. Izvršena je detaljna eksperimentalna analiza odgovora konstrukcije uslijed naglo otpuštenog opterećenja na kraju konzole, pri čemu je odgovor sistema sniman akcelometrom postavljenim na kraju konzolnog nosača. U procesu ispitivanja testiran je uticaj tri nivoa sile pritezanja u zavrtnjevima: 100%, 50% i 30% sile pritezanja u odnosu na maksimalnu dozvoljenu silu pritezanja za primijenjene zavrtnjeve. Nakon što je završena eksperimentalna analiza i obrada rezultata, uslijedio je proces numeričkog modelovanja posmatranog eksperimentalnog modela. Prilikom numeričkog modelovanja otežavajući faktor je predstavljalo promjenjivo stanje graničnih uslova unutar kontaktne interakcije vijčane veze, što je dovodilo do divergencije proračuna primjeno implicitne integracije. Iz navedenog razloga, numerička analiza je izvršena primjenom eksplicitne numeričke procedure u programu Abakus. U procesu numeričkog modelovanja je izvršen niz iterativnih, verifikacionih i validacionih koraka kako bi se definisao efikasan i pouzdan numerički model. Rezultati konačno formiranog modela su verifikovani pomoću analiziranja izlaznih energija posmatranog numeričkog modela. Upoređivanjem numeričkih i eksperimentalnih rezultata dobijena je dobra saglasnost između eksperimentalnog i numeričkog modela sa 100% sile pritezanja, i razumno dobro podudaranje za model sa 50% i 30% sile pritezanja u zavrtnjevima. Detaljnijom numeričkom analizom kontaktne interakcije vijčane veze, ustanovljen je veliki značaj aktiviranja zona proklizavanja i lijepljenja unutar kontaktne interakcije.

**Poglavlje 5:** peto poglavlje, postavljeni problem posmatra sa stanovišta mikro pristupa. Detaljnim proučavanjem faktora koji utiču na ponašanje kontaktne interakcije, ustanovljeno je da hrapavost ima jedna od najvećih uticaja, tako da je uticaj hrapavosti detaljno razmatran u ovom



poglavljju. Glavni cilj jeste dovesti u vezu uticaj hrapavosti sa ukupnom deformacijom posebno osmišljenih eksperimentalni uzoraka. Na ovaj način će uticaj hrapavosti koji spada u mikro i nano efekte biti moguće sagledati preko globalne deformacije cijelog testnog uzorka. Za ovu svrhu osmišljena je jedinstvena eksperimentalna postavka pod nazivom Precizna presa sa lukovima. Opisana je detaljna izrada i principi rada precizne prese. Takođe detaljno je opisan proces izrade testnih uzoraka polukružnih lukova i definisanje zahtijevane hrapavosti kontaktnih površina. Formirane su tri grupe uzoraka polukružnih lukova sa različitim nivoima hrapavosti kontaktnih površina. Svaki od testnih uzoraka različite hrapavosti je deformisan u preciznoj presi, gdje su u procesu deformisanja, mjerene dilatacije i pomjeranje polukružnih likova na tačno definisanim mjernim tačkama. Analizom rezultata i dovođenjem u korelaciju hrapavosti kontaktnih površina sa deformacijama polukružnih lukova, ustanovljeno je da najmanja promjena hrapavosti ima vrlo značajan uticaj na ukupnu deformaciju testnog uzorka.

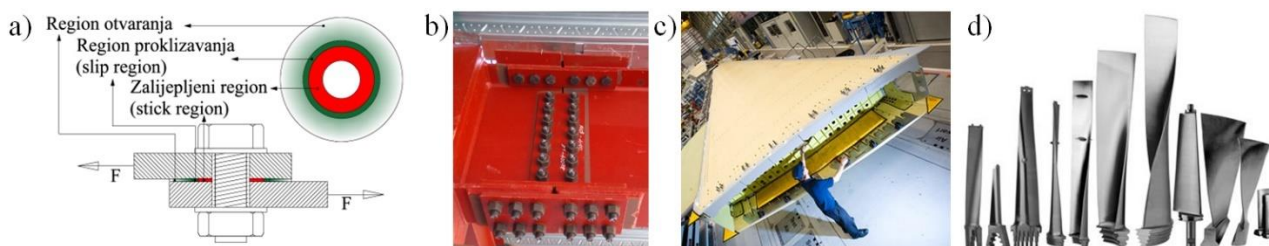
**Poglavlje 6:** u poglavljju šest su dati detaljni zaključci sa stanovišta makro i mikro pristupa. Takođe prikazana su razmatranja i proučavanja konstrukcijskog prigušenja generalno, sa stanovišta makro i mikro razmjere kao jedne cijele, sa svim problemima koji dolaze sa ovakvim gledištem na posmatrani problem.

**Poglavlje 7:** u poglavljju sedam su prikazani ciljevi i planovi za buduća istraživanja. Postavljeni su određeni pravci i ideje na koji način doprinijeti rješavanju problema kontaktne interakcije hrapavih površina.

## 2. PRETHODNA ISTRAŽIVANJA

Dizajn modernih čeličnih i aluminijumskih konstrukcija zahtijeva različite tipove mehaničkih veza. Jedan od najviše primjenjivanih mehaničkih veza jeste vijčana veza na preklop (VVP). Ovaj tip veze je ostvaren unošenjem velike sile pritezanja (pritiska) između elemenata vijčane veze koji dolaze u kontaktnu interakciju. Osnovna funkcija VVP-a je da poveže dva elementa i omogući prijenos sile između njih. Mehaničko ponašanje ovih spojeva igra važnu ulogu u ukupnom dinamičkom odgovoru složenih inženjerskih struktura. Tonovi oscilovanja i nelinearan odgovor konstrukcije uveliko zavise od kontaktnih interakcija u VVP-ima. Na primjer, raspodjela napona i pojava fenomena klizanja/lijepljenja (slip/stick phenomena) u vezama mogu uticati na krutost, plastičnost i prigušenje uslijed trenja, odnosno na konstrukcijsko prigušenje [1]. Fenomen klizanja i lijepljenja unutar veze, podrazumijeva određene regione unutar veze gdje je moguće pomjeranje između elemenata veze, za šta kažemo da je došlo do klizanja ili stanja proklizavanja (slip state). Sa druge strane za regione unutar veze gdje nije moguće klizanje između elemenata, gdje elementi ostaju u fiksnom stanju jedan u odnosu na drugi kažemo da je došlo do lijepljenja ili stanja lijepljenja (stick state), više u Poglavlju 3. Zbog svega navedenog, veliki broj postojećih istraživanja posvećen je razvoju tačnih, sveobuhvatnih i efikasnih proračunskih i eksperimentalnih modela struktura sa mehaničkim vezama [2], [3].

Različite vrste mehaničkih veza su prikazane na Slici 1. Veza prikazana na Slici 1a predstavlja osnovnu šemu (vijčane veze na preklop – VVP) sa označenim zonama klizanja, lijepljenja i otvaranja. Zbog sile pritezanja zavrtnjeva, zona lijepljenja se formira u blizini tijela zavrtnja, dok klizanje nastaje u zoni ruba odnosno prečnika podloške. Dalje od ruba podloške, kontaktni pritisak se smanjuje dok se relativno pomjeranje između spojenih elemenata povećava. To može dovesti do otvaranja vijčane veze, gdje kontaktni pritisak i klizanje nestaju. Slika 1b prikazuje karakterističnu vijčanu vezu montažnog nastavka I-nosača (VVMN) koja je jedan od najčešćih spojeva u inženjerskim konstrukcijama. Nadalje, na Slici 1c prikazani su različiti tipovi VVP veza koji se uglavnom koriste u avio industriji. Specijalne mehaničke veze između lopatica turbine i montažnog diska u oblik smreke kod kojih je prigušenje jako naglašeno, prikazane su na Slici 1d. Ove mehaničke veze zahtijevaju posebnu pažnju zbog složenosti procesa habanja, oštećenja i disipacije energije [4], [5].



Slika 1: Tipične mehaničke veze: (a) jednostavna veza na preklop sa regionom lijepljenja, proklizavanja i otvaranja, (b) veza montažnog nastavka kod čeličnih konstrukcija, (c) preklopljene veze u avio industriji, (d) veze lopatica turbine [6], [7].

Standardni numerički pristup za analizu i dizajn mehaničkih veza je metoda konačnih elemenata (MKE) [8]–[10]. Ova metoda omogućava procjenu tonova oscilovanja i deformacijsko-naponsko stanje sistema, što inženjerima omogućava da projektuju konstrukcije u skladu sa određenim kriterijumima i fizičko mehaničkim svojstvima materijala. Ono što preostaje kao izazov, jeste implementacija geometrijskih i materijalnih karakteristika kontaktnih površina mehaničkih veza u

MKE kodovima. To ostavlja problem tačnog i efikasnog modelovanja VVP veza tokom nelinearnih dinamičkih procesa i dalje otvorenim. Glavni problem predstavlja modelovanje konstrukcijskog prigušenja, koje čini dominantan mehanizam disipacije energije u mehaničkim vezama. Konstruktivno prigušenje značajno utiče na dinamički odgovor i tonove oscilovanja sistema, čineći proračun konstrukcija sa mehaničkim vezama visoko nelinearnim problemom. Uprkos izuzetnoj važnosti, ovaj fenomen još uvijek nije dovoljno shvaćen.

Konstruktivno prigušenje konstrukcija sa mehaničkim vezama uglavnom zavisi od svojstava površina u kontaktnoj interakciji i aktivaciji zona lijepljenja/klizanja tokom dinamičkog odgovora. Nakon što se pobudi konstrukcija, relativno kretanje između površina vijčane veze u kontaktu se prvo pojavljuje u malim zonama unutar kontaktne interakcije, dok većina kontaktne površine ostaje fiksirana jedna u odnosu na drugu. Oblasti gdje se pomenuti režimi pojavljuju se definišu kao zona klizanja (slip zone) i zona lepljenja (stick zone), redom. Fenomen relativnog kretanja na malim zonama unutar kontaktne interakcije naziva se mikro klizanje (micro slip), što podrazumijeva da određene zone unutar kontaktne interakcije su u zaljepljenom stanju (stick state) ili fiksnom stanju dok su određene zone u stanju proklizavanja (slip state). Kako intenzitet poremećajne sile raste, povećava se i zona klizanja, možemo reći da se zona proklizavanja produbljuje prema tijelu zavrtnja. U slučaju kada poremećajna sila pređe preko određene vrijednosti (praga), klizanje se širi na cijelu kontaktnu interakciju, ovaj fenomen se naziva makro klizanje (macro slip) [11]–[13]. Dobro osmišljena spojna veza sprječava makro klizanje, ali u realnim/radnim uslovima uvijek postoji određena količina mikro klizanja [2], [3].

U okviru pregleda dosadašnjih istraživanja, autor je prikazao neke od osnovnih i najznačajnijih eksperimentalnih modela vijčanih veza proučavanih sa stanovišta makro razmjere i neke od važnih modela u proučavanju kontaktne interakcije dva tijela sa stanovišta mikro razmjere.

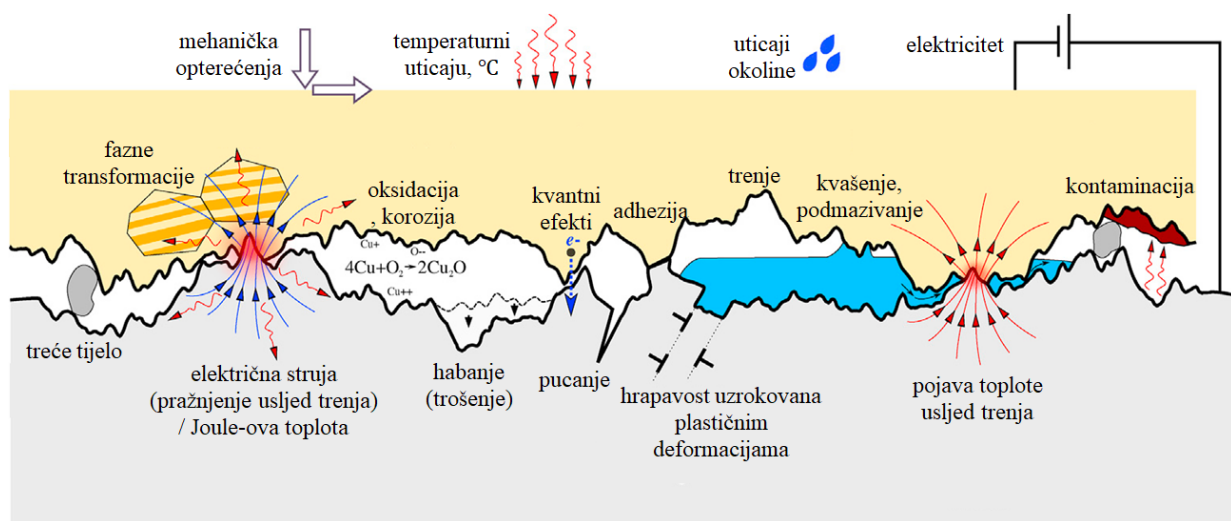
## 2.1. KONTAKTNI PROBLEM U ODNOSU NA RAZMEJRU POSMATRANJA

U ovom poglavlju ćemo razmotriti neke od glavnih faktora koji imaju uticaj na površine dva tijela u kontaktu. Potrebno je uzeti u obzir, da je problem kontaktne interakcije i trenja kompleksniji od standardnog modela opisanog Kulonovim (Coulomb) zakonom i koeficijentom trenja [14]–[18]. Dodatni parametri koji utiču na ponašanje kontaktne interakcije dvije površine uključuju promjene materijala, plastifikaciju i degradaciju [19]–[21]. Za tim dolaze nepredvidljive promjene vezane za ukupnu stvarnu površinu kontakta [22]–[26] i promjene vezane za zone lepljenja/klizanja [23], [27]. Jedan od važnijih uticaja i osobina predstavlja hrapavost kontaktnih površina, koja je ključna za mnoge inženjerske primjene [19], [28]. Jedna od osnovnih nepoznatih veličina u kontaktnoj interakciji jeste stvarna kontaktna površina, koja značajno zavisi od hrapavosti površina u kontaktu. Prilikom definisanja geometrije kontakta, često je primjenjivan Grinvud-Vilamsonov (Greenwood-Williamson) i Pirsonov (Persson) model [29]–[35]. Sa stanovišta matematičke formulacije kontakta dva tijela, geometrija i hrapavost kontaktnih površina značajno uslođavaju nelinearan kontaktni problem, što zahtijeva robustan i kompleksan proračunski algoritam [36]–[38]. Stoga, tačno modelovanje geometrije kontakta predstavlja izazovan zadatak, bez obzira na to da li se koriste eksperimentalni, analitički ili numerički pristupi [19], [20], [22], [23], [27], [33], [39]–[43]. Kompleksnost modelovanja kontakta povećava se sa smanjivanjem razmjere, dok istovremeno dobijamo fundamentalnije razumijevanje posmatranog fenomena. Kontaktna interakcija dva tijela na atomskom ili nano nivou predstavlja multidisciplinarni problem u kojem se prepliće nekoliko naučnih disciplina [44]–[48].

Fascinantno je da su praktično sve površine koje se nalaze u prirodi hrapave, osim nekih jedinstvenih materijala poput mica, koji ima glatku površinu na molekularnom nivou [49]. Segelman (Segelman) i Brejk (Brake) izvršili su niz istraživanja uticaja hrapavosti kontaktnih površina na ukupni makro odgovor vijčane veze [2], [3], [50]. U ovim studijama, autori naglašavaju uticaj

hrapavosti kontakta na odgovor konstrukcije sa vijčanim vezama i na samu raspodjelu kontaktnog pritiska na kontaktnim površinama prilikom pritezanja zavrtnjeva. Takođe, Fanteti (Fantetti) i saradnici su ispitivali uticaj suvog trenja kizanja između dva čelična klina od nerđajućeg čelika sa površinom kontakta od samo 1 mm<sup>2</sup> [51]. Uprkos izuzetno maloj površini kontakta, promjene hrapavosti na kontaktnim površinama uslijed trenja klizanja izazvale su značajne promjene u tonovima oscilovanja kompletne eksperimentalne postavke koja je imala masu od 22,4 kg! Ovaj eksperiment jasno ukazuje na značajan uticaj hrapavosti na dinamički odgovor kompletnog sistema.

Kada ograničimo istraživanje na suvo trenje, gdje za cilj imamo poređenje numeričkih i eksperimentalnih rezultata, trebamo razmotriti šta predstavlja suvo trenje i da li je moguće postići idealno suve i čiste metalne površine bez uticaja oksida i vlage [20], [21], [52]–[54]. Značajno je da čak i naizgled trivijalan fenomen, poput vlažnosti vazduha, može značajno uticati na trenje u spojevima [55], [56], pa samim tim i na konstrukcijsko prigušenje. Takođe, pojava oksida i vrijeme njihovog formiranja značajno utiču na trenje u mehaničkim vezama [19], [20], [57]. Fizičke i mehaničke osobine oksida i njihov uticaj na trenje i ukupan odgovor konstrukcije sa mehaničkim vezama još uvijek nisu potpuno shvaćene [20], [58], [59]. Različite eksperimentalne procedure su pokazale da nakon što debljina oksida pređe granicu od 5-10 nm, trenje između čeličnih površina opada zbog smanjenja adhezije [59], [60]. Za veoma čiste, glatke površine i testove provedene u vakuumu odmah nakon čišćenja, utvrđeno je da trenje može porasti za nekoliko redova veličina [57], [61]–[64]. Takođe, tokom visokofrekventnog mikro i makro klizanja pod velikim pritiskom, mikro vrhovi kontaktnih površina plastifikuju i tope se, što zahtjeva odgovarajuću termodinamičku formulaciju čime se dodatno komplikuje modelovanje kontakta suvog trenja. Proces lokalnog zagrijavanja i topljenja mikro vrhova poznat je pod nazivom (flash-heating) i utiče na smanjenje trenja [65], [66].



Slika 2: Šematski prikaz multi-fizičke prirode kontaktne interakcije dva tijela hrapavih površina od različitih materijala, izloženih različitim opterećenjima i uticajima: mehanički, termodinamički, električni i uticajima sredine [67].

Kako bi bolje razumjeli izazov koji predstavlja definisanje i proučavanje kontaktnog problema, treba gledati širu sliku sa svim faktorima i parametrima koji mogu uticati na ponašanje kontaktne interakcije, Slika 2, [67]. Osim navedenih fenomena koji su uglavnom povezani sa suvim trenjem, mogu postojati dodatni parametri koji utiču na trenje uopšte: vrsta materijala [68]–[70], podmazivanje i prisustvo različitih fluida [71]–[73], kao i promjene u fazi i strukturi materijala izazvane zagrijavanjem ili zračenjem [74]. Ovaj kratak prijedlog glavnih parametara koji utiču na kontaktnu interakciju jasno ukazuje zašto je modelovanje veza u inženjerskim konstrukcijama

aktivno i izazovno područje istraživanja. U suštini, uticaji koji procesi na nano i atomskom nivou imaju na makro odgovor sistema su djelimično zbunjujući, što onemogućava definisanje tačnog i efikasnog mehaničkog modela [75]–[79].

Na osnovu svega možemo zaključiti da nema jedinstvenog rješenja ili saglasnosti kada je u pitanju proračunski model mehaničkih veza i konstrukcijskog prigušenja. Međutim, možemo razlikovati tri glavna pristupa proučavanju dinamike mehaničkih veza. Prvi pristup predstavlja pristup na mikro razmjeri (micro scale approach) [49], [70], [80]–[82], što predstavlja definisanje tačne fizike kontaktne interakcije unutar vijčave veze, podrazumijevajući posmatranje kontaktne interakcije površina na mikro nivou sa svim nesigurnostima koje mogu biti prisutne. Takođe potrebno je u obzir uzeti uticaj kontaktne geometrije i hrapavosti na odgovor vijčane veze ili u najjednostavnijem slučaju kontakt samo dvije površine pod pritiskom. Drugi pristup jeste proučavanje dinamike veze na makro razmjeri (macro scale approach) [12], [49], [83], [84], gdje se ne uzima u obzir opisivanje uticaja mikro efekata i geometrije na kontaktnu interakciju. Cilj makro pristupa čini proučavanje dinamičkog odgovora vijčane veze kao cjeline i identifikaciju ključnih parametara koji omogućavaju predviđanje odgovora konstrukcije. Na kraju, postoji pristup multi razmjere (multi-scale approach), koji prikuplja podatke sa mikro nivoua i primjenjuje ih putem odgovarajućih parametara na modele na makro nivou [67], [85]–[87]. Zanimljivo je pomenuti da fenomeni koji se dešavaju na nano i atomskom nivou imaju značajan uticaj na odgovor sistema na makro skali.

Iz svega navedenog vidimo da je potrebno izvršiti detaljno istraživanje i prije svega ispitivanje mehaničkih veza kako bi usvojili univerzalan eksperimentalni model na kome bi bio izgrađen prvi detaljan numerički kod koji bi omogućio predvidljivost visoko nelinearnog ponašanja mehaničkih u ovom slučaju vijčanih veza.

## **2.2. EKSPERIMENTALNO I NUMERIČKO ODREĐIVANJE KONSTRUKCIJSKOG PRIGUŠENJA SA STANOVIŠTA MAKRO RAZMJERE**

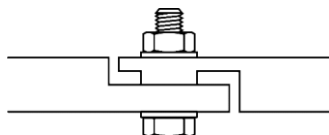
Pitanje na koje treba prvo odgovoriti jeste odakle dolazi prigušenje u vijčanoj vezi, odnosno koji regioni kontaktnih površina vijčane veze su više ili manje aktivni u procesu proklizavanja i trenja i time generišu veću disipaciju energije odnosno prigušenje, a koji regioni kontaktnih površina ostaju neaktivni i fiksirani. Kad budemo imali odgovor na postavljeno pitanje bićemo u mogućnosti da modelujemo i predvidimo konstruktivno prigušenje u konstrukcijama. Sa stanovišta makro razmjere posmatra se nelinearan odgovor kompletnog sistema, bez izolovanog posmatranja jednog dijela ili regiona vijčane veze. Kod usvajanja dinamičkog sistema, važno je osigurati da eksperimentalno uočena varijabla zavisi samo od modela koji ispitujemo a ne od kompletne eksperimentalne postavke i načina na koji je eksperiment pripremljen. Dinamički sistem mora biti nezavisan u odnosu na ispitivanja u različitim laboratorijama od strane različitih istraživača, za sada još uvijek postoje poteškoće oko usklađivanja rezultata iz različitih laboratorija. Što se tiče proučavanja prigušenja sa stanovišta makro razmjere postoji više metoda i pristupa koji problem definišu i rješavaju do određene granice [3], [13], [88]–[93], u ovim istraživanjima većinom su proučavane jednostavne veze sa preklapom. Svakako do sada nije ustanovljeno da postoji istraživanje neke od realnih i u industriji primijenjenih veza kao što je vijčana veza montažnog nastavka I-nosača koja je istražena ovom doktorskom disertacijom.

### **2.2.1. Prigušenje izolovane vijčane veze**

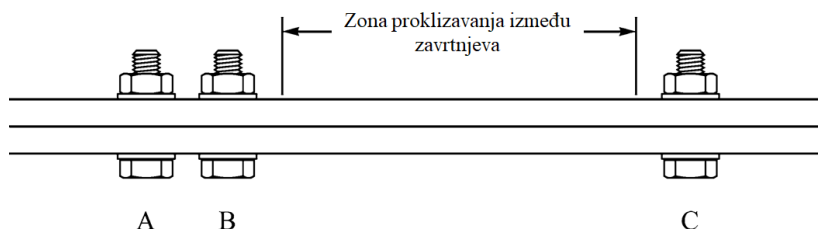
Većina trenutnih istraživanja je koncentrisana na proučavanje vijčanih veza sa suvim trenjem i uspostavljanjem adekvatnog numeričkog opisivanja nelinearnog odgovora, kako bi bilo moguće predviđanje konstrukcijskog prigušenja [2], [3], [94], [95]. Dakle, nakon što se pobudi konstrukcija

sa vijčanim vezama na oscilovanje, vrši se snimanje i obrada rezultata ubrzanja dobijenih pomoću akcelerometara, na osnovu čega se dobijaju vrijednosti konstrukcijskog prigušenja i prirodnih frekvencija. Kod analiziranja i poređenja eksperimentalnih i numeričkih rezultata postoji više problema, pobuđivanjem sistema se aktivira više frekvencija oscilovanja, što pravi problem oko izolovanja i analiziranja oscilacija za željenu frekvenciju. Takođe problem predstavljaju nelinearnosti koje se javljaju u procesu modalne analize što je značajna devijacija od standardne procedure modalne analize linearnih sistema. Pored navedenog, nije moguće dobiti proračunski nelinearan odgovor posmatrane konstrukcije sa vijčanom vezom. Iako se intenzivno radi na povećanju broja dobijenih parametara iz ispitivanja veza, još uvijek nije moguće dobiti tačne informacije o procesima unutar kontaktne interakcije, a da pri tome ne narušimo sistem.

Kao što je ranije navedeno, glavna hipoteza jeste da do prigušenja dolazi uslijed proklizavanja kontaktnih površina vijčane veze. Koji regioni kontaktnih površina ostaju fiksno vezani odnosno zalijepljeni (stick state) a koji međusobno proklizavaju (slip state) i gdje je granica između ovih zona (stick-slip) ostaje nepoznato. Za početak, biće razmatrane dvije različite vijčane veze Slika 3 i Slika 4, [2], [96]. Za najjednostavniju vijčanu vezu paket čine: vijak, podloška ispod glave vijka, podloška navrtke, navrtka i dvije komponente koje se spajaju vijčanom vezom.



Slika 3: Vijčana veza sa jednim M 10 vijkom, podloškom prečnika 20 mm ispod glave zavrtnja i navrtke. Dimenzije kontaktne površine komponenti veze su ograničene na širinu podloške [96].



Slika 4: Vijčana veza sa većim razmakom A-B između vijaka kako bi se razmotrio uticaj kontaktnih površina udaljenih od tijela vijka [2].

Na osnovu definisanih komponenti jednostavne vijčane veze prikazane na Slici 3, možemo zaključiti da postoje sledeće kontaktne zone:

- Kontakt glave vijka i podloške
- Podloška glave vijka i komponenta za spajanje
- Kontakt između kontaktnih površina komponenti za spajanje
- Podloška navrtke i komponente za spajanje
- Podloška navrtke i navrtka
- Kontakt navoja navrtke i navoja tijela vijka

Razmatrana su dva različita pristupa, izolovano posmatranje samo regiona kontaktnih površina u blizini tijela zavrtnja (površine ograničene prečnikom podloške) Slika 3 i drugi pristup koji podrazumijeva kontaktnu površinu udaljenu od tijela zavrtnja, Slika 4.

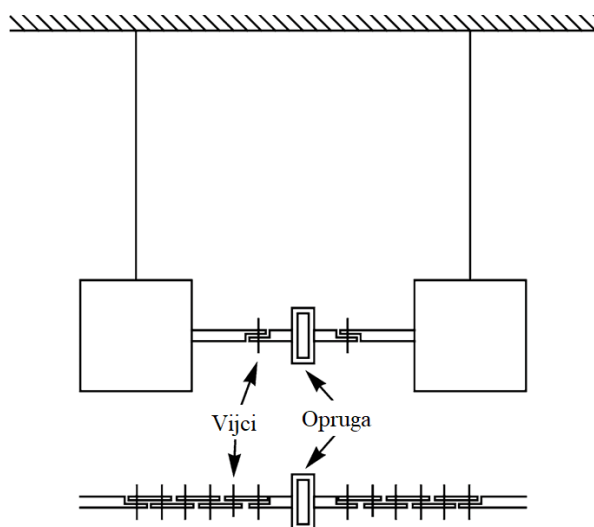


Kao što se može vidjeti na Slici 3, vijčana veza je modelovana tako što su formirane jednake kontaktne površine između spojnog sredstva i elemenata veze. Gornji element veze ima prečnik kontaktne površine jednak sa prečnikom podloške. U ovakvom tipu veze sa jednim zavrtnjem i ograničenom veličinom kontaktne interakcije na prečnik podloške, ne može doći do značajnog proklizavanja unutar kontaktne interakcije. Ograničavanjem kontaktnih površina dva elementa vijčane veze na prečnik podloške, kontaktna zona za pojavu proklizavanja je prilično ograničena, gdje se očekuje potpuno zaljepljeno/fiksno stanje između kontaktnih površina odnosno dva elementa veze. Kontaktne površine će ostati u stanju lijepljenja (stick state), što znači da neće doći do pojave konstrukcijskog prigušenja. U poređenju sa vijčanom vezom na Slici 4, kontaktna interakcija elemenata veze između tačke B i C je prilično velika te se mogu očekivati značajnija proklizavanja što bi prouzrokovalo i veće prigušenje u vezi. Posmatrajući kontaktnu interakciju između tačke B i C, problem koji ostaje neriješen, jeste u tome što još uvijek nije moguće odrediti gdje prestaje zona fiksnog/zalijepljenog kontakta i počinje zona proklizavanja. Još jedna otežavajuća okolnost u opisivanju kontaktne interakcije, proizilazi iz konstantnog mijenjanja mikro-strukture kontaktnih površina a time i do regiona koji su djelimično fiksni ili djelimično proklizavaju, o čemu je više rečeno u Poglavlju 2.1. Na osnovu prikazanih vijčanih veza može se zaključiti, da unutar zone gdje očekujemo proklizavanja, u stvari dolazi do naizmjeničnog fiksiranja i proklizavanja različitih dijelova kontaktne interakcije, što predstavlja mikro-proklizavanje. Mikro-proklizavanje i pojava konstrukcijskog prigušenja može biti očekivano za tip veze prikazan na Slici 4, dok mogućnost za pojavu konstrukcijskog prigušenja u vezi Slika 3 je znatno manja. Kako bi bolje razumjeli stanje klizanja i lijepljenja (stick-slip state) u Poglavlju 3 će biti definisani osnovni principi kontakta dva tijela.

### 2.2.2. Model sistema sa velikim masama

Procedura ispitivanja podrazumijeva pobuđivanje konstrukcije na vibriranje pobuđivačem-šejkerom, impulsnim udarom ili modalnim čekićem i potom mjerenje smirivanja vibracija. Idealno bi bilo omogućiti mjerenje pomjeranja i napona između kontaktnih površina vijčane veze što nije lak zadatak.

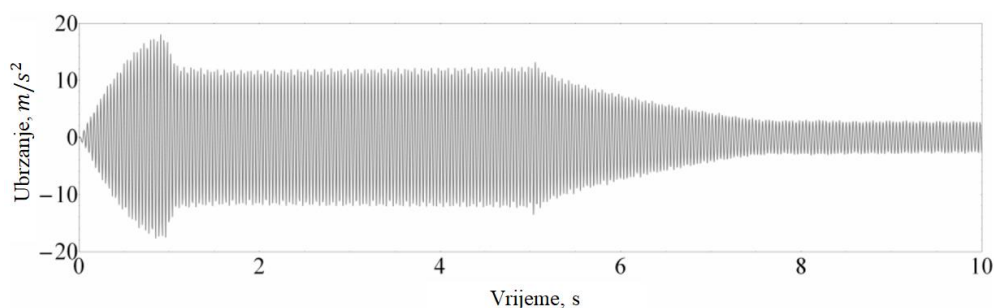
Na Slici 5 se može vidjeti eksperimentalna postavka osmišljena od strane Gojdera (Goyder), gdje su dvije mase povezane vijčanim vezama preko kvadratne opruge u sredini.



Slika 5: Eksperimentalna postavka sistema sa dvije mase i oprugom u sredini, sa lijeve i desne strane mogu biti po jedan ili po šest zavrtnjeva M10 u zavisnosti koji se eksperimentalni model proučava, [97].

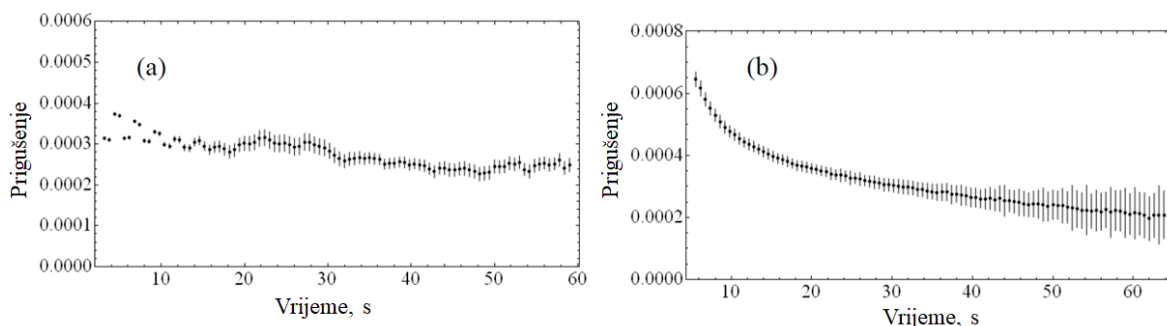
Ispitivana su dva modela, sistem sa po jednom vijčanom vezom sa lijeve i desne strane opruge i sistem sa po 6 vijčanih veza sa lijeve i desne strane opruge [96]–[98]. Kontaktne površine vijčanih veza su modelovane kao na ranije prikazanom modelu Slika 3 sa ograničenjem širine kontaktnih površina na prečnik podloške zavrtnja M10 kojim su elementi spojeni.

Cijeli eksperiment je osmišljen kako bi se povećala potencijalna energija sistema i smanjila frekvencija oscilovanja. Postavljanjem opruge između vijčanih veza povećana je fleksibilnost sistema i snižene frekvencije oscilovanja. Dodavanjem masivnih čeličnih blokova sa lijeve i desne strane vijčane veze značajno je povećana potencijalna energija sistema, čime je omogućeno intenzivnije pobuđivanje kontaktne interakcije sa manjom poremećajnom silom. Osim vijčanih veza sve ostale veze i spojevi su izvedeni zavarivanjem kako bi se izbjegli parazitski uticaji nekih od dodatnih veza u konstrukciji. Prirodna frekvencija oscilovanja ispitivanog sistema je 27 Hz, masa čeličnih blokova je 306 i 315 kg, moment pritezanja je 54.2 Nm. Sistem je okačen preko fleksibilnih užadi kako bi formirali slobodno oslonjenu gredu. Eksperimentalni model je pobuđivan pobuđivačem frekvencijom od 27 Hz u pravcu paralelnom sa ispitivanom gredom to jeste u prvom horizontalnom modu oscilovanja. Nakon što je posle 5 s postignuto ustaljeno vibriranje sistema, pobuđivač se odvaja od ispitnog modela nakon čega se prate slobodne prigušene oscilacije, Slika 6.



Slika 6: Akcelerografski zapis ispitivanog sistema sa pobudom koja prestaje nakon 5s, [96]

Na Slici 6 može se vidjeti nagli pad amplituda oscilovanja nakon prestanka pobude u petoj sekundi, što ukazuje da je za vrijeme pobuđivanja eksperimentalnog modela energija u modelu bila dovoljno velika da pobudi proklizavanje između kontaktnih površina vijčanih veza. Nakon prestanka pobude dolazi do opadanja energije što uzrokuje smanjivanje proklizavanja između kontaktnih površina i naglog opadanja amplituda oscilovanja. Ako se posmatra dio dijagrama od 5 do 8 sekunde, može se vidjeti da je opadanje amplituda slobodnih prigušenih vibracija linearno. Što pokazuje da u vijčanoj vezi nije došlo do dovoljnog mikro-proklizavanja kako bi se aktivirao nelinearan odgovor konstrukcije, odnosno konstruktivno prigušenje. Na osnovu posmatranog dijela dijagrama možemo zaključiti da je u sistemu prisutno samo materijalno prigušenje i da se kompletan sistem ponaša kao monolitna konstrukcija bez vijčanih veza.



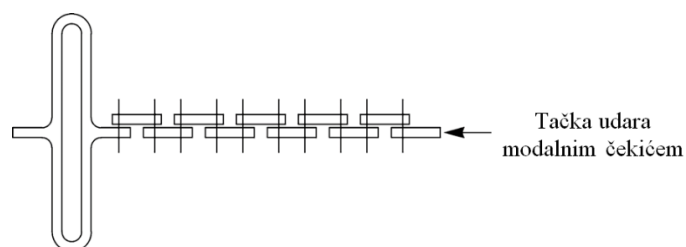
Slika 7: Prigušenje sistema sa dvije vijčane veze (lijevo), prigušenje sistema sa dvanaest vijčanih veza (desno), [98].



Da bi ustanovili koliki je uticaj broja vijčanih veza na konstruktivno prigušenje izvršeno je poređenje modela sa dvije vijčane veze i modela sa dvanaest vijčanih veza, Slika 5. Iz dobijenih rezultata prikazanih na Slici 7, vidi se prilično mala razlika prigušenja za sistem sa dvije i dvanaest veza što nije očekivano. U opticaj treba uzeti da su sve veze modelovane tako da se izbace površine koje su izvan zaljepljene zone u kontaktnoj interakciji, tako što su kontaktne površine ograničene veličinom prečnika podloške vijka M10.

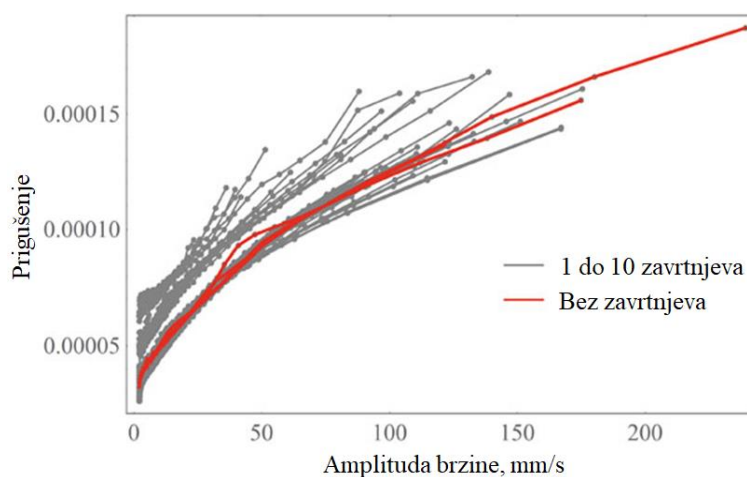
### 2.2.3. Model sa lancem vijčanih veza

Sledeći model koji je ispitivan jeste sistem vijčanih veza spojenih međusobno formirajući lanac povezan na kraju sa sfernom oprugom, Slika 8, [99]. Lanac je formiran od 10 vijčanih veza profilisanih kao što je opisano u Poglavlju 2.2.1, Slika 3. Opruga koja je spojena sa lijeve strane lanca istom vijčanom vezom kao i ostale u lancu je isječena iz jednog komada čelika kako bi izbjegli zavarivanje ili bilo kakva vid dodatnih veza u sistemu. Kompletan model je okačen elastičnim užetom za lijevi kraj opruge predviđenim za kačenje.



Slika 8: Lanac od 10 vijčanih veza povezan sa oprugom, [99].

Pobuđivanje testnog modela vrši se udarcem modalnog čekića na kraj lanca kao što je prikazano na Slici 8. Procedura eksperimenta je sledeća, nakon odgovarajuće pripreme vrši se mjerenje prigušenja testnog modela nakon čega se uklanja jedna vijčana veza i ponovo mjeri prigušenje modela sa preostalim vezama. Ova procedura se nastavlja sve dotle dok se sistematski ne ukloni svih 10 vijčanih veza i ne ostane samo opruga. Na ovaj način će biti provjeren uticaj broja vijčanih veza (od 10 do 1 veza) na konstrukcijsko prigušenje. Rezultati konstrukcijskog prigušenja sistema sa vijčanim vezama će biti poređeni sa prigušenjem same opruge koja ostane kada se ukloni posljednja vijčana veza.



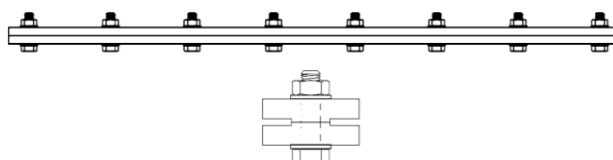
Slika 9: Rezultati prigušenja, sive linije prikazuju rezultate konstrukcijskog prigušenja od jedne do deset vijčanih veza, crvene linije prikazuju materijalno prigušenje opruge, [2], [99].

Dobijene vrijednosti prigušenja su prikazani na Slici 9. Iz dobijenih podataka može donijeti sličan zaključak kao i za prethodni slučaj prikazan na Slici 5, nivo konstrukcijskog prigušenja jako zavisi od amplitude vibracije odnosno od jačine pobude. Da bi se konstruktivno prigušenje manifestovalo neophodno je da dođe do mikro proklizavanja između kontaktnih površina vijčanih veza. Smanjivanje amplitude pobude uvijek prati i smanjivanje konstrukcijskog prigušenja sve dok ne dođe do fiksnog stanja u vijčanim vezama kada se konstruktivno prigušenje izjednači sa materijalnim. U ovom slučaju je jasno da pobuda relativno slabim udarcem modalnog čekića nije dovoljna da pokrene mikro proklizavanja u kontaktnoj interakciji vijčane veze. Iz rezultata prikazanih na Slici 9 vidimo da nema razlike da li se u lancu nalazi jedna ili deset vijčanih veza ili su sve vijčane veze uklonjene gdje imamo samo odgovor opruge.

Kao zaključak možemo donijeti da način opisanih ispitivanja nije u potpunosti adekvatan za određivanje konstrukcijskog prigušenja. Veze su oblikovane tako da se kompletna kontaktna interakcije nalazi u zaljepljenom stanju time što su profilisane na širinu prečnika podloške. Poremećajna sila nije dovoljno velika kako bi pobudila proklizavanja unutar kontaktne interakcije vijčanih veza i aktivirala pojavu konstrukcijskog prigušenja, što je uzrokovalo da posmatrani sistemi sa vijčanim vezama osciluju u opsegu materijalnog prigušenja.

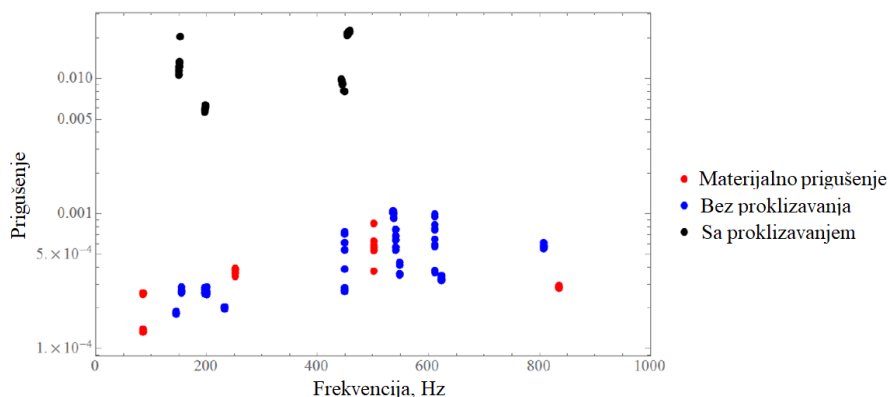
#### 2.2.4. Model kontinualno spojene grede iz dva jednaka dijela

Sledeći model koji će biti proučavan, napravljen je sa ciljem analiziranja uticaja kontaktnih površina udaljenih od zone oko tijela vijka, odnosno kontaktne površina za koje se pretpostavlja da su izvan fiksne zone kontakta. Eksperimentalni model je formiran od dvije identične čelične grede spojene vijcima po cijeloj dužini, Slika 10, korišteni su M 10 vijci kao i u ranijim eksperimentima. Dimenzije spojene grede su 750 mm x 50 mm x 11.76 mm. Potrebno je naglasiti da je širina površine preko koje grede dolaze u kontakt ograničena na isti način kao u ranijim eksperimentima, na prečnik podloške zavrtnja M 10, to jeste na 20 mm, [91], [100], pogledati Sliku 3.



Slika 10: Greda kontinualno spojena zavrtnjevima.

Ako uzmemo u obzir da je ukupna širina grede 50 mm, vidimo da u kontaktnoj interakciji učestvuje samo 40 % ukupne površine grede, tako da ako bi usvojili dovoljno gustu raspodjelu zavrtnjeva kompletna kontaktna interakcija bi bila u zaljepljenom stanju bez mogućnosti proklizavanja.



Slika 11: Vrijednosti prigušenja za različita stanja kontaktne interakcije vijčane veze, [100].

Grede su spojene sa ukupno 29 zavrtnjeva raspoređenih na međusobnom razmaku od po 25 mm. Sukcesivnim uklanjanjem zavrtnjeva sa ukupno 29 na konačnih 3 zavrtnja ispitan je uticaj broja zavrtnjeva na konstruktivno prigušenja i aktivaciju kontaktne interakcije na proklizavanje.

Na Slici 11 imamo prikazane vrijednosti prigušenja posmatrane grede u zavisnosti od različitog broja zavrtnjeva odnosno od aktiviranja mikro proklizavanja u kontaktnoj interakciji. Jasno se vidi da u slučaju kada nema proklizavanja, kada su grede pritegnute sa većim brojem zavrtnjeva, kontaktna interakcija se nalazi u fiksnom stanju, konstruktivno i materijalno prigušenje je jednako, [100]. Sa smanjivanjem broja zavrtnjeva povećava se udio površina na kojima može doći do proklizavanja i aktiviranja mikro proklizavanja i sam tim do povećavanja konstrukcijskog prigušenja u vijčanoj vezi.

### 2.2.5. Model Brejk-Rajsove grede (Brake-Reuß Beam)

Jedno od značajnijih istraživanja konstrukcijskog prigušenja i hipoteza vezanih za varijabilnost i ponovljivost vijčanih veza izvršeno je primjenom modela Brake-Reuß-ove grede, [50], [101]. Model i rješenje je predloženo od strane Sandija nacionalne laboratorije za nelinearnu mehaniku i dinamiku (Sandia National Laboratories - Nonlinear Mechanics and Dynamics). Do sada najviše prihvaćen sistem sastoji se od tri nezavisne grede (punog kvadratnog poprečnog presjeka) koje čine Brejk-Rajsove (Brake-Reuß) grede: monolitna greda, monolitna greda sa izbušenim rupama za vijke na mjestu veze, greda sa preklopljenom vezom povezana sa tri vijka [102]. Rezultati mjerenja funkcije frekventnog odgovora (FRF) su pokazali da su savijajući modovi osjetljivi na rezidualne napone u sistemu, odnosno na rezidualne napone unutar kontaktne interakcije prouzrokovane pritezanjem zavrtnjeva. Torzioni modovi su pokazali veliku osjetljivost na stanje kontaktnih površina, uticaj rezidualnih napona je takođe prisutan ali ga nije moguće posmatrati odvojeno od uticaja kontaktnih površina. Eksperimentalna postavka Brejk-Rajsove grede sa vijčanom vezom je prikazana na Slici 12.

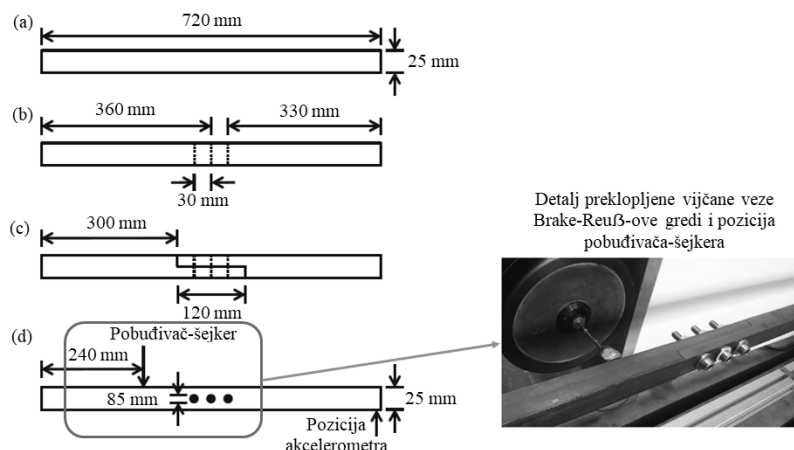


Slika 12: Brejk-Rajsovea greda sa vijčanom preklopljenom vezom na sredini [103]

#### 2.2.5.1. Dizajn Brejk-Rajsove (Brake-Reuß) grede

Geometrijske karakteristike Brejk-Rajsovih greda su prikazane na Slici 13: monolitna greda, monolitna greda sa rupama za vijke na sredini grede, greda koja se sastoji iz dva dijela povezana vezom preklopa sa tri zavrtnja u sredini grede [102].

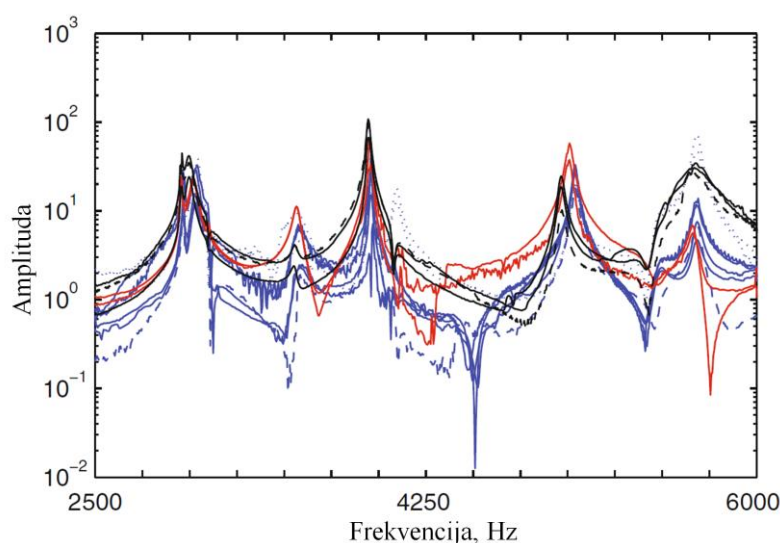
U sva tri slučaja grede su dužine od 720 mm i kvadratnog poprečnog presjeka 25 x 25 mm. Rupe za zavrtnjeve su prečnika 8.5 mm sa pozicijom na podužnoj osi grede. Za spajanje su korišteni M8 visko-vrijedni zavrtnjevi. Ispod glave zavrtnja i navrtke ubacivane su podloške debljine 2 mm, prečnika 21 mm sa otvorom rupe za zavrtnj od 8.5 mm. Grede su izrađene od visoko-vrijednog čelika EN1.4301.



Slika 13: Geometrija Brejk-Rajsovih greda: (a) monolitna greda, (b) monolitna greda sa rupama za zavrtnjeve, (c) greda sa vijčanom vezom od tri zavrtnja, (d) pogled odozgo na gredu sa vijčanom vezom sa prikazanim položajem igle pobuđivača i akcelerometrima [102].

#### 2.2.5.2. Varijabilnost Brejk-Rajsove (Brake-Reuβ) grede

Osnovni ili referentni model Brejk-Rajsovih greda jeste monolitna greda čije su prirodne frekvencije i prigušenje nezavisni od nivoa i intenziteta pobude. Za sisteme koji se sastoje od dva elementa spojenih vijčanom vezom, prirodne frekvencije i prigušenje variraju u zavisnosti od: sile pritezanja u zavrtnjevima, redoslijeda pritezanja zavrtnjeva, jačini poremećajne sile i ostalih geometrijskih i mehaničkih promjena u sistemu [101], [102], [104]–[106]. Odgovor sva tri sistema je izmjeren akcelerometrom postavljenim na kraj grede, tako da je maksimalno udaljen od igle pobuđivača. Kako bi bio određen adekvatan položaj igle pobuđivača, greda je pobuđena modalnim čekićem na 52 različita mjesta čime je određena pozicija igle pobuđivača na mjestu gdje nema čvornih (nultih) tačaka za prvih 13 tonova oscilovanja. Igla pobuđivača je postavljena na 240 mm od kraja grede kao što je prikazano na Slici 13. Svaki model od navedenih greda je oslonjen preko elastičnih užadi čime su obezbjeđeni slobodni granični uslovi oslanjanja, ovim je minimalizovana disipacija energije kroz noseće konstrukcije.



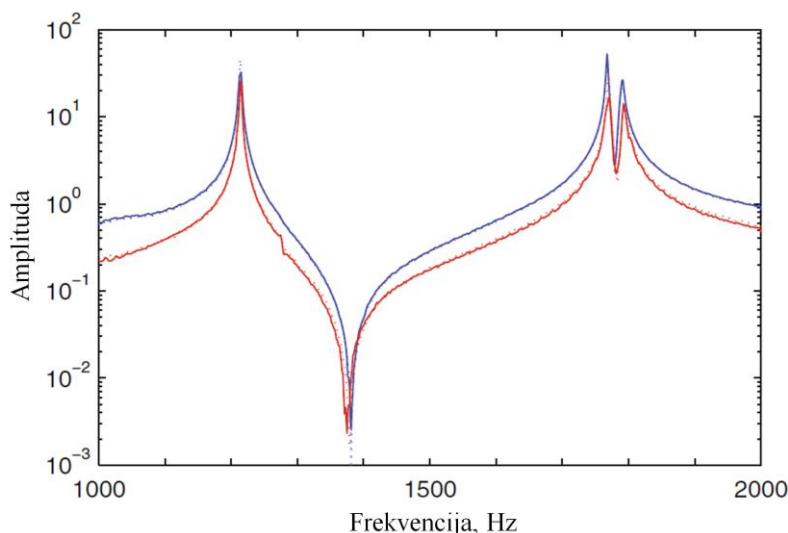
Slika 14: FRF za gredu za vijčanom vezom i silom pritezanja od 20 Nm. Različite boje linija odgovaraju različitim rasporedima pritezanja zavrtnjeva, dok pune i tačkaste linije označavaju iste grede sklopljene iz različitih dijelova, pod istim uslovima [107].

Iako se radi o monolitnim gredama sa i bez zavrtnjeva, u njima postoje male razlike u FRF odgovoru, pogotovo za više frekvencije, šesti ton oscilovanja monolitne grede je na 4385.4 Hz dok je šesti ton monolitne grede sa zavrtnjevima na 4281.5, [107]. Još primjetnija razlika je kod torzionih modova gdje imamo drugi torzioni mod monolitne grede na 4093 Hz a za monolitnu gredu sa zavrtnjevima na 3799.1 Hz. Ustanovljeno je da prisustvo rupa i zavrtnjeva u monolitnoj gredi smanjuje prirodnu frekvenciju od 1 do 3.5 % u odnosu na monolitnu gredu bez rupa za zavrtnjeve. Monolitne grede sa zavrtnjevima nisu pokazale značajne nelinearnosti i odstupanja u odnosu na monolitne grede u zavisnosti od nivoa pobude.

Ispitivanja greda sa preklopljenom vijčanom vezom su pokazala visok stepen varijabilnosti što je pokazatelj jake nelinearnosti sistema, Slika 14. Eksperimentalni model je pobudivan silom od 0.1 N, moment pritezanja zavrtnjeva je 20 Nm za svaki vijak u svakom od ponovnih rastavljanja i sastavljanja modela grede i pripreme za novi test. Određene varijacije su primjećene u zavisnosti od sile i redoslijeda pritezanja zavrtnjeva. Modovi savijanja imaju relativno konstantne varijacije oko frekvencija od 3000, 4000 i 5000 Hz, dok torzioni modovi imaju veće varijacije rezultata koje se kreću oko karakterističnih frekvencija od 3500, 4200 i 5700 Hz bez obzira na redoslijed pritezanja zavrtnjeva.

Na osnovu navedenih rezultata možemo zaključiti da su savijajući modovi znatno osjetljiviji na redoslijed pritezanja zavrtnjeva odnosno na rezidualne napone i samo poravnanje dva elementa u vezi. S druge strane torzioni modovi koji su se pokazali kao nezavisni od načina pritezanja zavrtnjeva pokazali su veliku zavisnost od stanja u kome se nalaze kontaktne površine vijčane veze. Značajno odstupanje za savijajuće modove je primjetno na frekvenciji od 5000 Hz a za torzione modove na frekvencijama od 4200 i 5700 Hz, Slika 14. U slučaju smanjivanja sile pritezanja u zavrtnjevima svi pomenuti fenomeni bi došli značajnije do izražaja.

Povećanjem momenta pritezanja u zavrtnjevima na 40 Nm što predstavlja predviđenu silu za visko vrijedne M8 zavrtnjeve, primjećeno je da prirodna frekvencija i koeficijent prigušenja ostaju približno isti posle više uzastopnih testova rastavljanja i sastavljanja vijčane veze, bez obzira na redoslijed pritezanja zavrtnjeva, Slika 15.



Slika 15: FRF grede sa vijčanom vezom i silom pritezanja od 40 Nm. Različite boje linija odgovaraju različitom rasporedu pritezanja zavrtnjeva, dok pune i tačkaste linije označavaju iste grede sklopljene iz različitih dijelova, pod istim uslovima [107].

Ovo implicira da je tangencijalni napon unutar kontaktne interakcije kao posljedica velike normalne sile unesene pritezanjem zavrtnjeva dovoljno veliki u odnosu na silu pobude i da sprječava

mikro proklizavanja između kontaktnih površina, tako da se kompletan sistem ponaša kao monolitna greda. Pitanje koje se postavlja na koji način adekvatno sprovesti ispitivanje vijčanih veza kako bi ispitivanje bilo vjerodostojno realnim stanjima i situacijama za koje se eksperiment i ispitivanje veze izvršava.

### 2.2.5.3. Uticaji eksperimentalne postavke na rezultate mjerenja

Kako bi ustanovili koliki je uticaj eksperimentalne postavke na dinamički odgovor mehaničke veze, potrebno je izvršiti ispitivanje na linearnom uzorku. Na ovaj način promjene do kojih eventualno dođe u odgovoru linearnog testnog uzorka znamo da dolaze zbog uticaja eksperimentalne postavke a ne zbog promjena koje se eventualno dešavaju u samom uzorku. Kao eksperimentalni uzorak je usvojena monolitna greda opisana na Slici 13a, izrađena od viskovrjednog čelika EN1.4301. Ispitivanja su izvršena u dvije faze, prvo je izvršeno ispitivanje modalnim čekićem a nakon toga ispitivanje pobuđivačem. Prvim ispitivanjem je određeno prvih osam prirodnih frekvencija i modova oscilovanja, test je izvršen na način da je monolitna greda pobuđena udarcima modalnog čekića na 58 različitih tačaka sa fiksnom pozicijom akcelometra težine 1g na kraju grede [2], [108].

Opisanim eksperimentom su ispitani sledeći uticaji:

- Uticaj vrha modalnog čekića (plastični ili metalni vrh);
- Uticaj jačine udara (amplituda udarne sile);
- Dužina fleksibilnih užadi za kačenje testnog uzorka (318mm i 584 mm)
- Pozicija elastičnih užadi (unutra, na 102 mm od centra grede za svako uže, na krajevima grede ili po 572 mm od krajeva grede)
- Način montiranja akcelometra na gredu (epoksidno ljepilo, ljepilo na bazi voska)
- Pozicija kablova akcelometra
- Veličina akcelometra (1g i 10.5 g)
- Broj akcelometara postavljenih na gredi

Svaki test je proveden jednim udarcem modalnog čekića na mjestu određenom za priključivanje igle pobuđivača kao što je prikazano na Slici 13. Nakon izvršenog testiranja za različite dužine i položaje kačenja fleksibilnih užadi za monolitnu gredu, ustanovljeno je da bez obzira na dužinu i položaj kačenja fleksibilna užadi uticaj na dinamički odgovor monolitne grede je minimalan. Takođe uticaj kablova za povezivanje akcelometara i mjerne stanice nisu imali uticaj na promjenu odgovora grednog uzorka.

Jedino od značaja na ispitivanje i dinamički odgovor monolitne grede imao je broj i težina akcelometara. Kao što je pretpostavljeno uticaj jednog akcelometra sa težinom od 5g nije od značaja, pošto težina akcelometra čini 0.1% težine monolitne grede. Sa druge strane, testni model ispitan modalnim čekićem, sa ekcelometrom težine 10.5g ima u prosjeku 2 do 4 Hz pomjerene frekvencije u poređenju sa frekvencijama referentnog modela monolitne grede sa dva akcelometra na kraju sa težinom od po 1g.

Nakon završene prve faze ispitivanja modalnim čekićem, nastupila je druga faza ispitivanja koja podrazumijeva pobuđivanje monolitne grede pobuđivačem-šejkerom. Cilj ispitivanja jeste proučiti uticaje sledećih efekata:

- Vrsta igle pobuđivača-šejkera
- Amplituda pobude
- Vrsta signala
- Pravac rasta amplitude signala (sweep direction)
- Mjerna oprema (poređenje Doplerpvih vibrometara (LDV) sa akcelometrima)

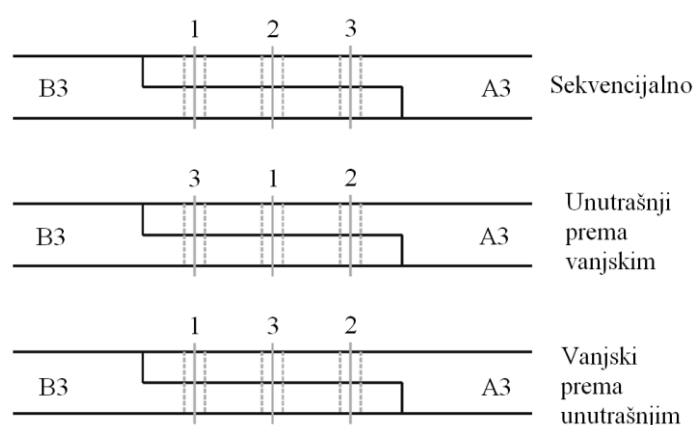


Kao što je očekivano, navedeni efekti većinom nisu imali značajn uticaj na promjenu odgovora ispitivanog sistema u poređenju sa već dobijenim rezultatima ispitivanja modalnim čekićem. Iгла pobuđivača je pričvršćena na monolitnu gredu kao što je ranije opisano i prikazano na Slici 13. Kao moguć značajan izvor nelinearnosti prvo je ispitivan uticaj različitih igala pobuđivača. Ustanovljeno je da tanke žičane igle imaju značajan uticaj na odgovor sistema. Pomenute igle pobuđuju i torzione modove oscilovanja što ne bi trebao biti slučaj s obzirom na položaj igle na gredi. Razlog aktiviranja torzionih modova jeste nedovoljna krutost igli, prilikom procesa pobude odnosno oscilovanja dolazi do blagog savijanja igle pod pritiskom pobuđivača što dovodi do izbacivanja monolitne grede iz ravnotežnog položaja i rotacije oko podužne ose, čime bivaju pobuđeni torzioni modovi.

#### 2.2.5.4. Uticaji stanja kontaktnih površina

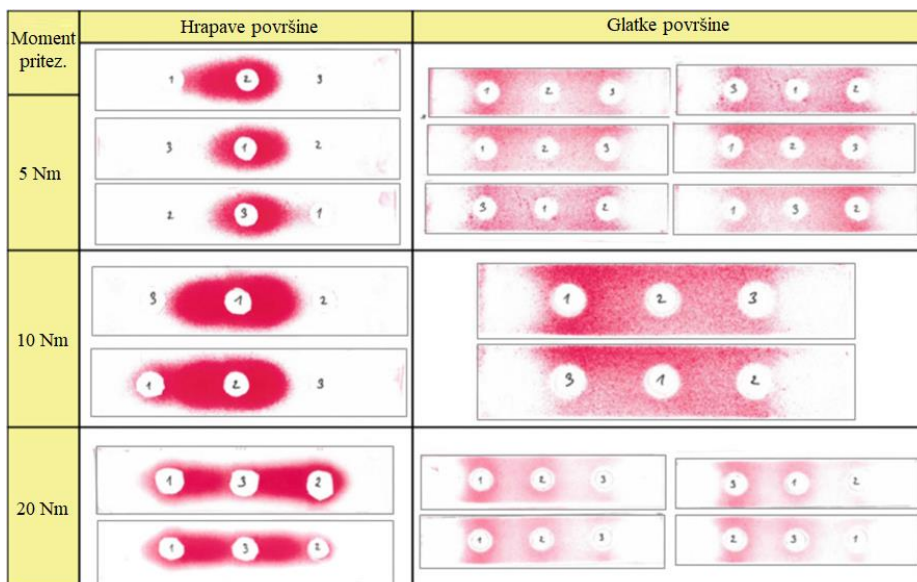
Ustanovljeno je da svaka promjena stanja kontaktnih površina direktno utiče na odgovor kompletnog sistema [3], [50], [109]–[111]. Problematika jeste u tome što promjene unutar kontaktne interakcije nisu direktno mjerljive, dešavaju se na mikro i nano nivo, a opet mogu značajno uticati na makro nivo i odgovor ukupne konstrukcije [23], [26], [112], [113]. Promjena geometrije i oblika vidljivih kontaktnih površina, dovodi do promjene stvarnih kontaktnih površina koje ostvaruju kontakt na velikom broju kontaktnih tačaka, možemo reći preko velikog broja mikro vrhova [24], [114]–[116]. Mijenjanjem površine stvarnog kontakta dolazi do promjena kontaktnog pritiska i vodi do mijenjanja tangencijalnog napona unutar kontaktne interakcije, što direktno utiče na promjenu konstrukcijskog prigušenja. Ovdje je jasno opisana lančana reakcija uticaja mikro na makro strukturu, odnosno prelazak sa mikroskopskih na makroskopske uticaje.

U ograničeno kontrolisanim uslovima, sa optimalnom temperaturom bez naglih promjena, bez pojačane vlage ili bilo kakvih vremenskih ili drugih uticaja koji mogu dovesti do korozije ili onečišćenja, sproveden je eksperiment za različito pripremljenim kontaktnim površinama Brejk-Rajsovih greda [50], [102], [110], [117]. S obzirom da su grede izrađene od čelika EN1.4301 i eksperiment se vrši u kontrolisanim uslovima isključena je pojava korozije i onečišćenja, pažnja je usmjerena na geometriju kontaktnih površina, odnosno na hrapavost. Razmatrane su dvije različite završne obrade površina. U prvom slučaju uzorak grede sa hrapavim kontaktnim površinama izrađen je primjenom CNC električnog rezanja žicom (EDM), dok uzorak sa površinama visokog sjaja je izrađen primjenom laserskog rezanja i preciznog poliranja.



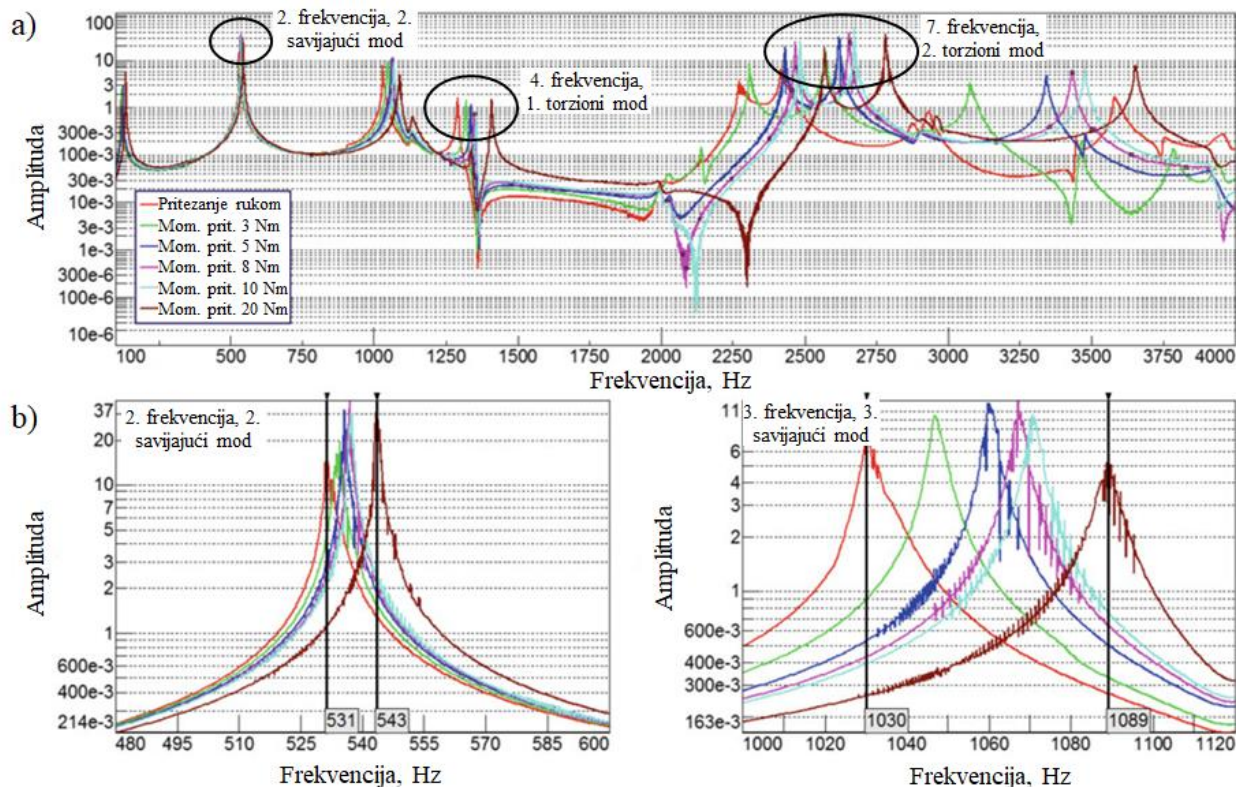
Slika 16: Prikaz redoslijeda pritezanja zavrtnjeva [117].

Kako bi ustanovili distribuciju pritiska odnosno dijelova kontaktnih površina koje su se dodirnule primijenjeni su foto-filmovi za registrovanje raspodjele pritisaka. Vijčana veza preklopa povezana sa tri vijka je testirana za tri slučaja momenta pritezanja u zavrtnjevima: 5, 10 i 20 Nm. Veza je ispitana i za različit redoslijed pritezanja zavrtnjeva prikazanom na Slici 16.



Slika 17: Izmjerena distribucija kontaktnog pritiska vijčane veze u zavisnosti od: hrapavosti kontaktnih površina, momenta pritezanja zavrtnjeva i redosljeda pritezanja zavrtnjeva. Crvena boja je indikator visokog a bijela niskog kontaktnog pritiska [117].

Kako bi se postiglo ravnomjerno nalijeganje kontaktnih površina za svaku seriju pritezanja, vijci su pritezani prvo do pola vrijednosti momenta a potom na puni eksperimentom predviđen moment pritezanja. Rezultati ispitivanja testom mjerenja kontaktnog pritiska su pokazali da su uzorci sa hrapavim površinama zavisni od redosljeda pritezanja zavrtnjeva u vezi, dok glatke površine visokog sjaja nisu pokazale zavisnost od redosljeda pritezanja zavrtnjeva, Slika 17.

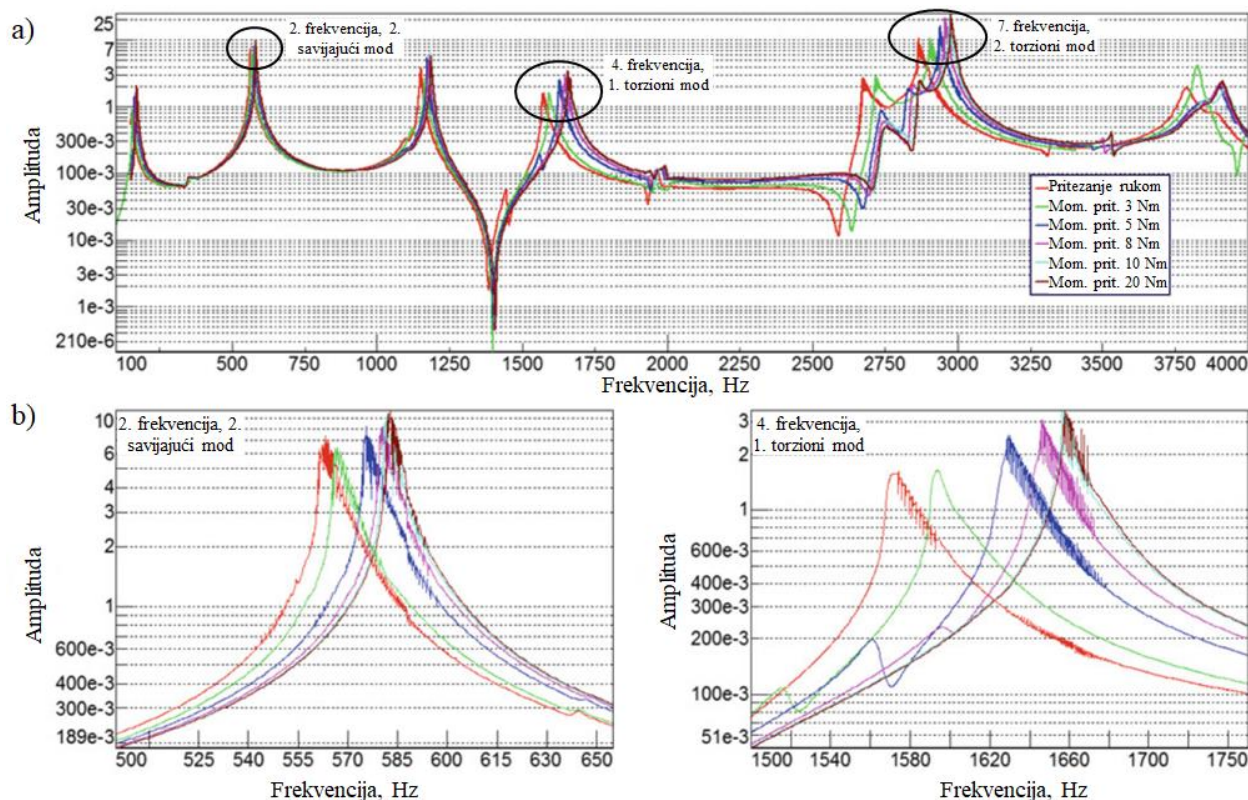


Slika 18: FRF odgovor za različite momente pritezanja zavrtnjeva vijčane veze sa hrapavim kontaktnim površinama: a) ukupan FRF odgovor, b) u blizini druge prirodne frekvencije, c) u blizini treće prirodne frekvencije [2].



Niz testova pobuđivačem-šejkerom sa sinusnom pobudom konstantnog postepenog rasta (sweep up sine force control signal) je izvršen na vijčanoj gredi hrapavih i glatkih kontaktnih površina, kako bi se ustanovio uticaj redoslijeda pritezanja zavrtnjeva i sile pritezanja u zavrtnjevima. U prvom slučaju, kada je u pitanju uticaj redoslijeda pritezanja zavrtnjeva na odgovor vijčane grede je ustanovljeno da odgovor grede sa hrapavim kontaktnim površinama zavisi od redoslijeda pritezanja zavrtnjeva. Za gredu sa glatkim kontaktnim površinama visokog sjaja nije primjećena razlika u odgovoru grede u zavisnosti na različit redoslijed pritezanja zavrtnjeva. Kao što je ranije već uočeno, značajnije promjene frekvencija imamo za više modove oscilovanja, posebno za torzione modove.

Kao drugi slučaj je ispitan efekat momenta pritezanja zavrtnjeva na dinamički odgovor grede, za hrapavu i glatku završnu obradu kontaktnih površina, Slika 18 i Slika 19. Eksperiment je izvršen za šest različitih vrijednosti momenta pritezanja: pritezanje rukom, pritezanje moment ključem na 3, 5, 8, 10 i 20 Nm, pri čemu je redoslijed pritezanja za svaki test bio isti. Vođeni logikom, očekivani rezultati bi bili da sa povećanjem sile pritezanja u zavrtnjevima u jednom trenutku nakon što je dostignuta dovoljno velika sila, vijčana greda počinje ponašati kao monolitna. FRF odgovor vijčane grede sa hrapavim kontaktnim površinama je pokazao divergenciju prirodnih frekvencija u zavisnosti od sile pritezanja u zavrtnjevima. Odgovor vijčane grede prvo pokazuje zasićenje (konvergenciju) za vrijednost momenta pritezanja od 10 Nm gdje vidimo sve manje i manje pomjeranje frekvencija prema većoj vrijednosti sa povećanjem momenta pritezanja zavrtnjeva, Slika 18. Daljim povećanjem momenta pritezanja ne dolazi do očekivane konvergencije već dolazi do ponovnog pomjeranja frekvencija prema većim vrijednostima što ukazuje da tačka zasićenja još uvijek nije postignuta. Značajno i jasno vidljivo pomjeranje frekvencije vidimo kod torzionih modova, Slika 18 i 19. Na isti način proveden je test na vijčanim gredama sa glatkim kontaktnim površinama visokog sjaja, gdje je konvergencija odnosno tačka zasićenja primjećena već na momentu pritezanja od 8 Nm. Bez obzira na dalje povećanje momenta pritezanja na 10 i 20 Nm nije došlo do promjene u prirodnim frekvencijama oscilovanja.

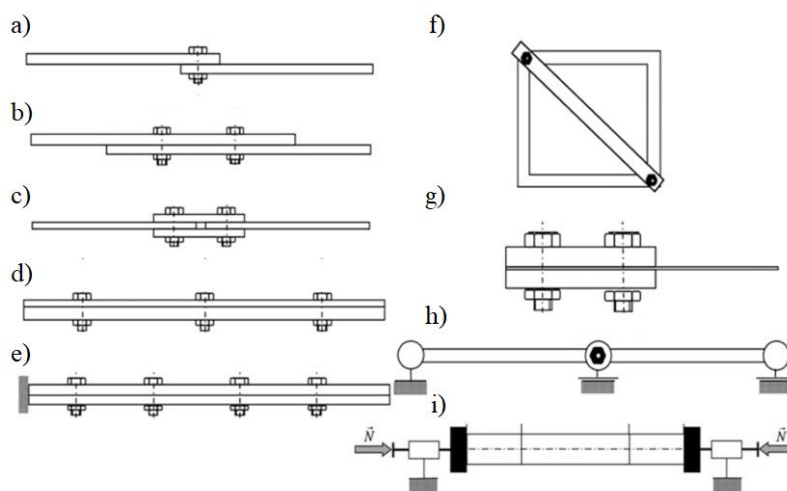


Slika 19: FRF odgovor za različite momente pritezanja zavrtnjeva vijčane veze sa glatkim kontaktnim površinama visokog sjaja: a) ukupan FRF odgovor, b) u blizini druge prirodne frekvencije, c) u blizini četvrte prirodne frekvencije [2].

Također posmatranjem frekvencija drugog torzionog moda jasno vidimo da se frekvencije za gredu sa hrapavim površinama kreću od 1039 do 1089 Hz, Slika 18, dok za gredu sa glatkim kontaktnim površinama u rasponu od 1570 do 1660 Hz, Slika 19. Ovim eksperimentom smo dodatno potvrdili ranije pomenute poteškoće koje se javljaju pri mjerenju dinamičkih karakteristika konstrukcija sa vijčanim vezama. Prirodna frekvencija i prigušenje ne samo što zavise od vrste i jačine opterećenja, hrapavosti kontaktnih površina, nego takođe se mijenjaju u zavisnosti od vrlo varijabilnih efekata kao što su redosljed i sila pritezanja zavrtnjeva.

Sa stanovišta numeričke analize većina modela Brejk-Rajsovih greda je analizirana primjenom Ivanove (Iwan) metode [118] na osnovu čega je formiran Ivanov četvoro parametarski i sedmo parametarski konačni element [117]–[120]. Primjenom Ivanovih elementa djelimično je opisan nelinearan odgovor Brejk-Rajsovih greda. Problematika koja proizilazi iz primjene Ivanovih četvoro parametarskih elemenata jeste u tome što je potrebno eksperimentalno odrediti četiri parametra koja definišu konačni element a time i kontaktnu interakciju za svaku vijčanu vezu. U nekim slučajevima moguće je određenim numeričkim procedurama dobiti potrebne parametre Ivanovog elementa. Primjenom Ivanovog elementa kompletna kontaktna interakcije između dva segmenta vijčane veze opisana je samo jednim konačnim elementom (Ivanovim elementom), što onemogućava bilo kakvu analizu stanja kontaktnih površina kao što je promjena napona i pomjeranja unutar kontaktne interakcije. Osim opisanog pristupa primjenom Ivanovog elementa, postoje različite implicitne i eksplicitne dinamičke metode koje su formirane za svrhu opisivanja nelinearnog dinamičkog odgovora vijčanih veza [42], [90], [123]–[126]. Sve opisane metode većinom se zasnivaju na proučavanju jednostavnih vijčanih preklapljenih veza. U literaturi je rijetko istražen problem neke od realnih i u industriji primjenjivanih vijčanih veza što je dodatno motivisalo autora da u sklopu disertacije izvrši istraživanje vijčane veze montažnog nastavka I-nosača (VVMN) [127]–[129].

Pored navedenih eksperimenata i predloženih sistema za ispitivanje i proučavanje ponašanja vijčanih veza potrebno je spomenuti i ostale prijedloge i manje ili više uspješne eksperimentalne modele. Na Slici 20 su šematski prikazani još neki od eksperimentalnih modela osmišljenih kako bi se poboljšalo razumijevanje konstrukcijskog prigušenja.



Slika 20: Primjeri različitih vijčanih veza i spojeva razvijenih za svrhu boljeg razumjevanja konstrukcijskog prigušenja [1].

Sistem prikazan pod (a) predstavlja gredu spojenu jednostavnom vijčanom vezom sa samo jednim vijkom, predloženo od Ahmedijana i Dzelalija (Ahmadian and Jalali) 2007 godine [130], pod (b) imamo sistem predložen 1968 od Meterela i Ditera (Metherell and Diller) [131] i dorađen 2000-te

godine od strane Estbana i Rodzera (Estban and Rogers) [132]. Pod (c) Song je 2004 godine predložio gredu sa vijčanom vezom jednostavnog montažnog nastavka [133]. Sistem pod (d) je proučavan od strane Helera (Heller) 2009 godine [134]. Ranije ispitivan sistem 1956 godine je prikazan pod (e) od strane Gudmana i Klampera (Goodman and Klumpp) [135] koji nije pokazao značajan rezultat u eksperimentalnoj primjeni, modifikovan je od strane Nanda i Behera (Nanda and Behera) 1999 [136] a potom ponovo Nanad 2006 godine [137]. Bards i Viliams (Beards and Williams) su razvili ramovski sistem sa vijčanom vezom 1977 godine [138] (f). Gaul i Niče (Gaul and Nitche) 2000 godine su razvili model grede sa vijčanom vezom (zglobom) na sredini grede sa slobodnom rotacijom (h) [139]. Dalje su predložena dva modela za proučavanje isključivo mikro-proklizavanja, 2008 od strane Nojera (Nouira) (g) [140] i 2010 od strane Pejerta (Peyret) (j) [141].

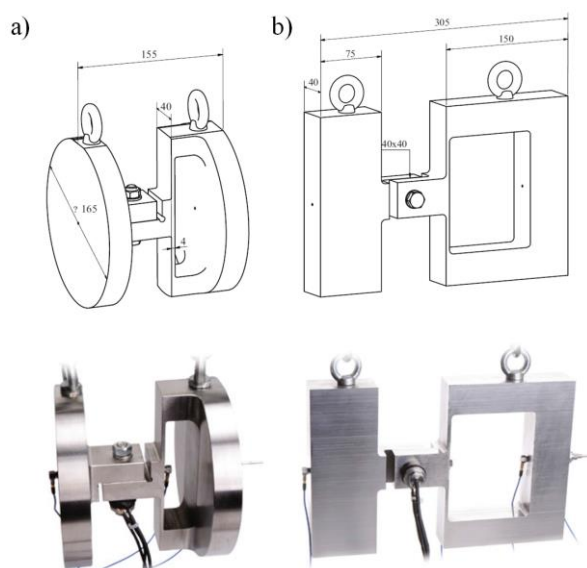
### 2.3. EKSPERIMENTALNO I NUMERIČKO ODREĐIVANJE KONSTRUKCIJSKOG PRIGUŠENJA SA STANOVIŠTA MIKRO RAZMJERE

Proučavanje disipativnih procesa u vijčanim vezama sa stanovišta mikro pristupa vezan je za istraživanje kontaktne mikro strukture i uzimanja u obzir svih parametara mikro kontakta koji mogu uticati na makro odgovor cijelog sistema. U okviru mikro pristupa detaljno se izučavaju jednostavne veze preklopa sa jednim zavrtnjem ili preklopljene veze bez zavrtnja gdje se sila pritezanja unosi preko određenih mehanizama. Mikro pristup podrazumijeva proučavanje dva tijela u kontaktu u širem kontekstu sa svim uticajima koji mogu biti od značaja na ponašanje dva tijela u kontaktu: kontaktna površina [24], [142], hrapavost [143], [144] i generalno proučavanje statičkog i kinetičkog trenja [145]–[148].

#### 2.3.1. Gaulov rezonator (*Gaul Resonator*)

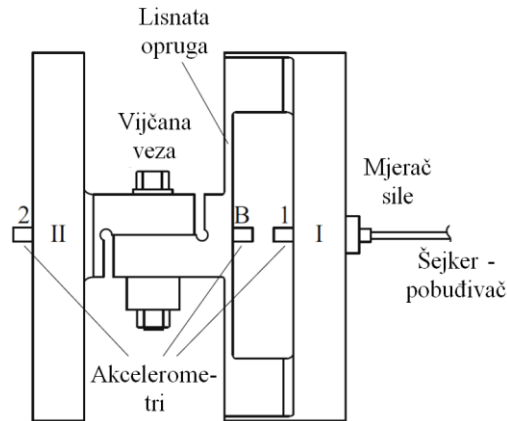
Prilikom mjerenja i proučavanja ponašanja konstrukcija sa vezama izuzetno teško je izolovano posmatrati nelinearno ponašanje jedne veze, bez uticaja drugih elemenata i veza u konstrukciji. Iz pomenutih razloga bilo je neophodno razviti sistem za izolovano proučavanje jedne jednostavne vijčane veze.

Potrebno je bilo osmisliti sistem dovoljno jednostavan za izradu, dovoljno fleksibilan i prihvatljiv po pitanju dobijanja čistog nelinearnog odgovora posmatrane vijčane veze, bez parazitskih efekata. Za svrhu različitih procedura ispitivanja formirani su Gaulovi rezonatori sa kružnom i pravougaonom osnovom, Slika 21a i 21b.



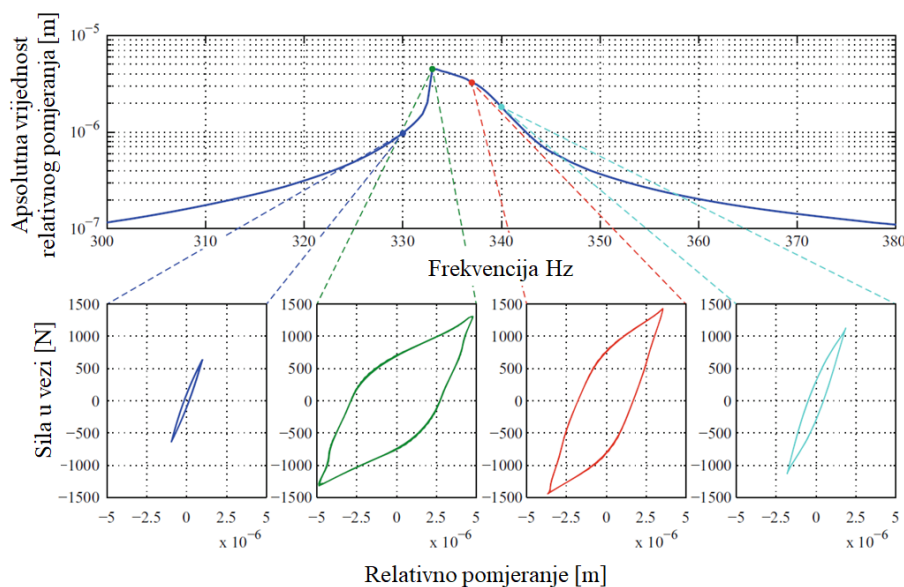
Slika 21: Šematski prikaz Gaulovog rezonatora: a) sa kružnom, b) sa pravougaonom osnovom [1].

Gaulov rezonator sa kružnom osnovom sastoji se od dvije kružno oblikovane mase koje se spajaju preklopljenom vezom sa jednim zavrtnjem na sredini [13], [92], [139]. Jedna strana veze je monolitna sa krutom masom dok je druga strana povezana sa masom preko fleksibilne opruge kako bi se snizile frekvencije oscilovanja. Sistem je osmišljen tako da ima radnu tačku u okolini rezonantne frekvencije. Na sličan način je formiran i rezonator sa pravougaonom osnovom. Kako su od interesa pomjeranja (proklizavanja) u horizontalnom pravcu, treća rezonantna frekvencija oscilovanja od 339.7 Hz je odabrana kao odgovarajuća za ispitivanje Gaulovog rezonatora, što predstavlja prvi horizontalni mod. Kako bi se dobili što čistiji rezultati, Gaulov rezonator je oslonjen pomoću fleksibilnih užadi, što simulira slobodne granične uslove, dok je pobuđivač priključen na komponentu (I) Slika 22 i 21.



Slika 22: Šematski prikaz eksperimentalne postavke Gaulovog rezonatora sa pravougaonom osnovom [2].

Dinamički odgovor sistema je mjereno pomoću tri akcelerometra postavljena u tačkama (1), (B) i (2), Slika 22. Sila pritezanja zavrtnja odnosno normalna sila kontaktne interakcije dva elementa je mjerena pomoću mjerne sonde postavljene na osovinu vijka između navrtke i elementa za stezanje.



Slika 23: Relativno pomjeranje uzoraka u zavisnosti od frekvencije oscilovanja sa odgovarajućim histerezisnim petljama za četiri različita nivoa oscilovanja, pri čemu je amplituda pobude 50 N i sila pritezanja u zavrtnjevima od 1500 N [2].

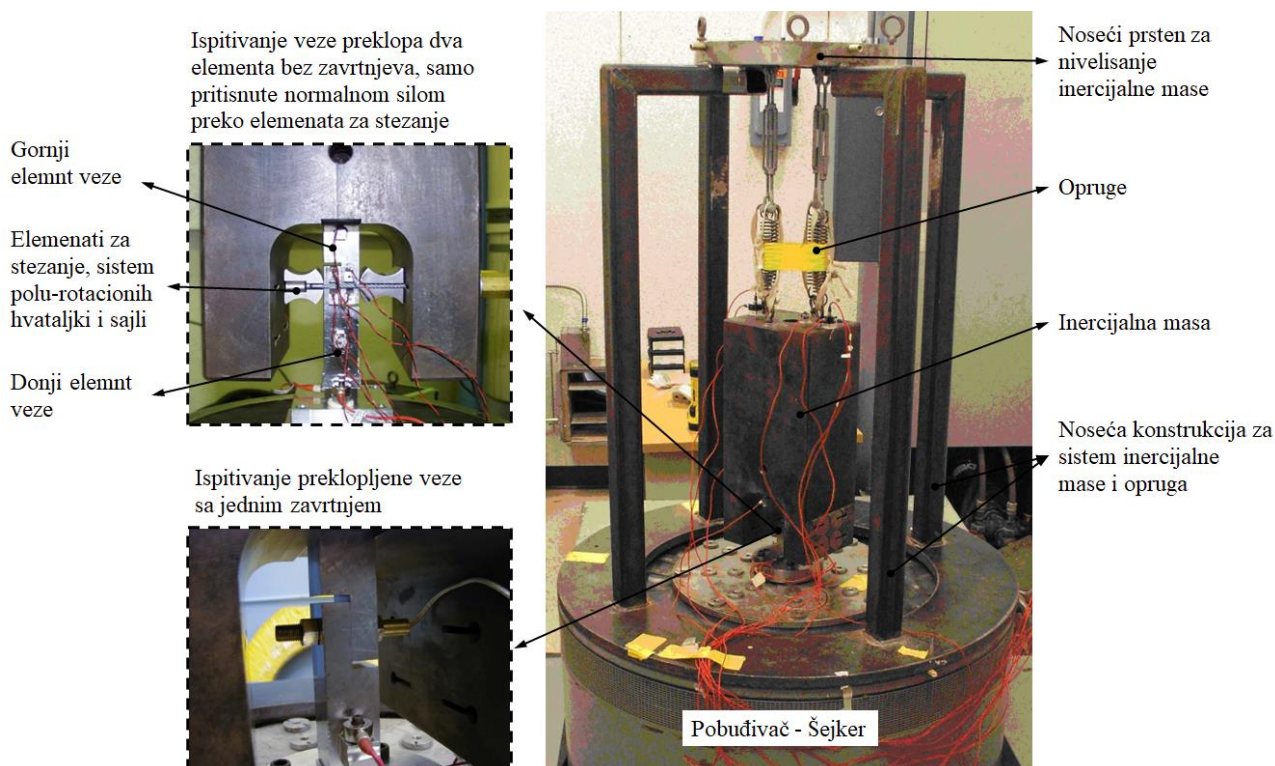


Različito ponašanje vijčane veze u zavisnosti od blizine frekvencije pobude rezonantnoj frekvenciji sistema možemo vidjeti na Slici 23. Svaka histerezisna petlja odgovara jednom nivou pobude, može se vidjeti kako se povećava površina histerezisnih petlji kako se frekvencija pobude približava rezonantnoj frekvenciji sistema. Takođe na dijagramu se može vidjeti da frekvencija dobijena u okviru nelinearnog odgovora sistema je niža od frekvencije dobijene ispitivanjem modalnim čekićem. Razlika u frekvencijama oscilovanja je očekivana s obzirom da prilikom pobude Gaulovog rezonatora pobuđivačem dolazi do aktiviranja vijčane veze i do mikro-proklizavanja između kontaktnih površina elemenata vijčane veze [149]. Možemo reći da dolazi do omekšavanja veze odnosno do gubitka krutosti, što kao direktnu posljedicu ima snižavanje prirodnih frekvencija oscilovanja. Za razliku od pobude modalnim čekićem koja nema dovoljno veliki intenzitet kako bi aktivirala mikro-proklizavanja unutar kontaktne interakcije vijčane veze čime se kompletan sistem ponaša kao monolitan sa čime raste krutost sistema a samim tim i prirodne frekvencije oscilovanja.

### 2.3.2. Uređaj/aparat sa velikom masom (Big mass device)

U izučavanju konstrukcijskog prigušenja konstrukcija sa vijčanim vezama, od velikog značaja su istraživanja Sandija nacionalne laboratorije, izvršena na eksperimentu zvanom Eksperiment velike mase (Big mass experiment) [3], Slika 24.

Osnovni eksperimentalni slučaj za proučavanje konstrukcijskog prigušenja sadrži samo dva elementa u preklapljenjima bez zavrtnjeva. Sila normalnog pritiska je unesena preko elemenata za stezanje odnosno sistema polu-rotacionih hvataljki i sajli koje omogućavaju adekvatno stezanje dva elementa veze preklopa sa mogućnošću preciznog poravnavanja elemenata i hvataljki međusobno. Sila kojom se stežu elementi veze se mjeri pomoću mjernih sondi. Sistem polu-rotacionih hvataljki izrađen je sa velikom preciznošću te obezbjeđuje idealno uklapanje i funkcionisanje sa minimalnim proklizavanjem, zanemarljivim u poređenju sa proklizavanjima koja se mjere unutar kontaktne interakcije preklapljenjima veze.



Slika 24: Eksperimentalna postavka eksperimenta sa velikom masom, (Big mass experiment) [3].

Koko bi se omogućio dovoljno veliki intenzitet poremećajne sile, preklopljena veza i sistem hvataljki za pritezanje su ugrađeni u masivan čelični blok težine 93 kg, kao što je prikazano na Slici 24. Ako posmatramo orijentaciju na Slici 24, gornji element veze preklopa je kruto vezan sa masivnim čeličnim blokom, dok je donji element veze kruto povezan sa pobuđivačem.

Ono što je predstavljalo izazov kod ovakvog eksperimenta jeste na koji način omogućiti adekvatno oslanjanje čeličnog bloka za koji je vezan gornji element veze i pri tome izvršiti precizno poravnanje oko sve tri ose sa donjom vezom koja je kruto vezana za pobuđivač. Problem je riješen tako što je čelični blok vertikalno okačen pomoću elastičnih opruga i noseće konstrukcije. Noseći ram je kruto povezan sa pobuđivačem. Na vrhu rama je pričvršćen prstenasti nosač kojim je omogućeno precizno nivelisanje i podešavanje čeličnog bloka.

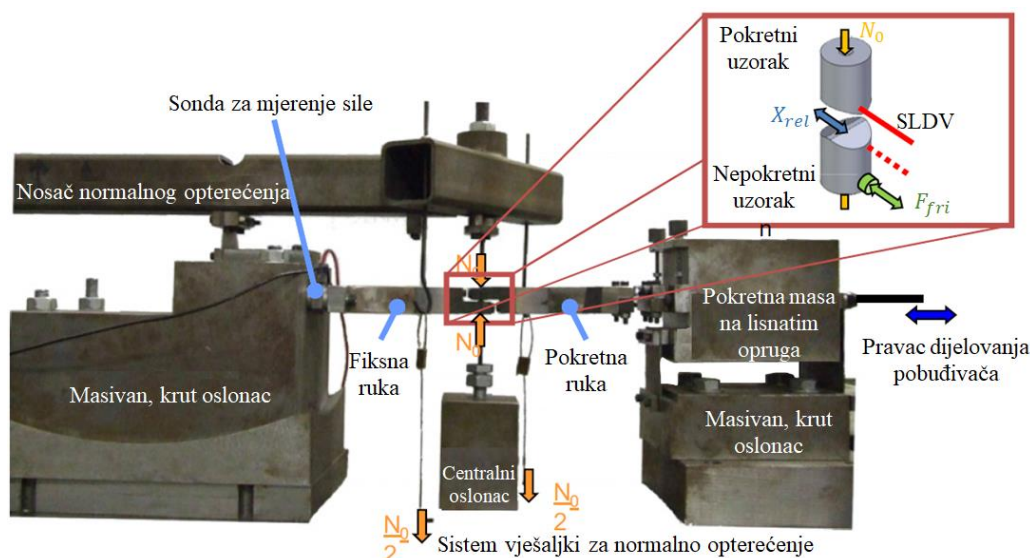
Opisanim sistemom je ispitan širok spektar različitih uzoraka preklopljenih veza sa i bez zavrtnja. Varijacije testnih uzoraka sastojale su se u sledećem: različitim načinima pripreme hrapavosti kontaktnih površina, ukupnoj površini kontakta, različitoj geometriji i zakrivljenosti preklopljenih veza, različitoj sili normalnog pritiska unesenog preko elemenata za stezanja, različitoj sili pritezanja zavrtnja kod testnih uzoraka sa zavrtnjem itd. [3].

### 2.3.3. Eksperimentalne postavke Londonskog imperijalnog koledža (Imperial College London Rigs)

Eksperimentalne postavke (rigs) Londonskog imperijalnog koledza predstavljaju dvije generacije eksperimentalnih postavki za ispitivanje i proučavanje trenja i efekata koji mogu uticati na promjenu koeficijenta trenja [68]. Nakon što je problem definisan, postavljen je plan za analiziranje ponašanja koeficijenta trenja u zavisnosti od vrste materijala i uslova u kojima se materijal nalazi kao što su: pritisak, temperatura, brzina klizanja i hrapavost kontaktnih površina. Pristupljeno je izradi prve eksperimentalne postavke (First Generation Rig) o kojoj ćemo govoriti u narednom poglavlju, dok druga eksperimentalna postavka (Second Generation Rig) predstavlja poboljšanu i značajno unaprijeđenu verziju prve postavke.

#### 2.3.3.1. Prva generacija eksperimentalne postavke (First Generation Rig)

Prvi pokušaji izrade i primjene pomenute eksperimentalne postavke na Imperijalnom Londonskom koledžu su započeti 1990 iz čega je 1998 proizašao (First Generation Rig - FGR) [68]. Osnovna ideja eksperimentalne postavke jeste izraditi mehanizam koji će omogućavati oscilatorno kretanje dva elementa u kontaktu jedan u odnosu na drugi, Slika 25.

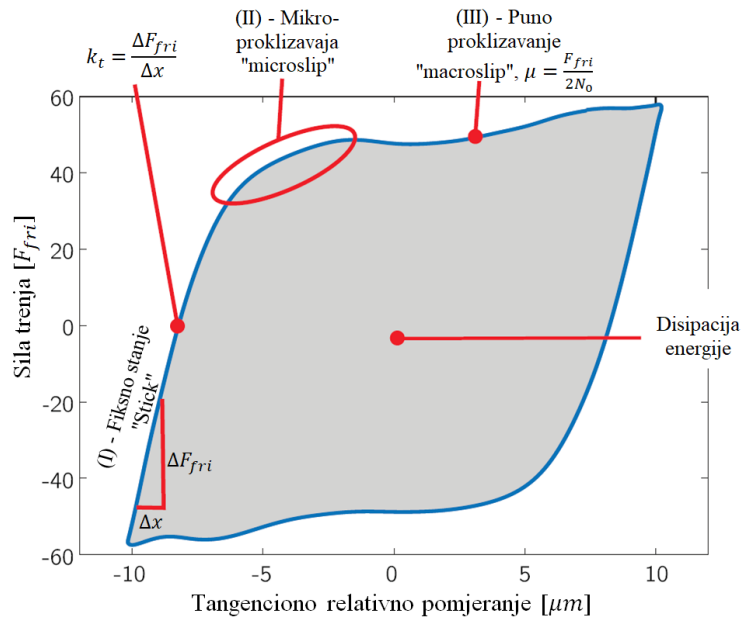


Slika 25: Prva eksperimentalna postavka FGR [68]

Što znači, potrebno je obezbijediti jednodimenzionalno horizontalno relativno kretanje klizanja  $X_{rel}$  između dva uzorka sa poznatom normalnom silom koja djeluje na kontaktnu interakciju  $N_0$ . Simultano mjerenje rezultujućeg relativnog pomjeranja i sile trenja  $F_{fri}$  (registrovane pomoću sonde za mjerenje sile), možemo dobiti osnovne parametre kontaktne interakcije dva tijela tj. koeficijent trenja  $\mu$  i tangencijalnu krutost kontakta  $k_t$ .

Na Slici 25 je prikazan eksperimentalni sistem i detalj klinasto oblikovanih ispitnih uzoraka. Širina zaravnjenog vrha klina je 1 mm, što znači kada su uzorci ortogonalno postavljeni jedan naspram drugog formira se kontaktna površina od  $1 \text{ mm}^2$ . Donji uzorak je fiksiran i povezan je punim nosačem (fiksnom rukom) za masivan krut oslonac za koji smatramo da je apsolutno krut. Drugi uzorak je pokretan u horizontalnom pravcu te je povezan punim nosačem (pokretnom nosećom rukom) za pokretnu masu koja je lisnatim oprugama povezana za krut čelični oslonac. Na opisan način je omogućeno horizontalno pomjeranje pokretne mase i pokretne noseće ruke. Za pokretnu masu je povezan pobuđivač kako bi bilo omogućeno pobuđivanje uzoraka na oscilovanje željenom frekvencijom u horizontalnom pravcu. Amplituda relativnog pomjeranja se kreće u rasponu od 20 do  $40 \text{ }\mu\text{m}$ , dok su testni uzorci pritisnuti normalnom silom preko nosača normalnog opterećenja u rasponu od 5 do 75 N. Relativno pomjeranje  $X_{rel}$  između klizajućih kontaktnih površina je mjereno Doplerovim skenerskim laserskim vibrometrom (Scanning Laser Doppler Vibrometer - SLDV) a sila trenja je mjerena pomoću mjerne sonde postavljene između fiksne ruke i krutog oslonca.

Iscrtavanjem sile trenja  $F_{fri}$  u odnosu na relativno pomjeranje  $X_{rel}$  dobijena je histerezisna petlja koja opisuje ponašanje kontaktne interakcije dva ispitivana uzorka kao što je prikazano na Slici 26. Na histerezisnoj petlji se mogu razlikovati tri faze kretanja unutar kontaktne interakcije. (I) - faza se odnosi na sam početak procesa proklizavanja, gdje se kontaktna interakcija nalazi u zalijepljenom stanju (stick state). Horizontalna sila pobude još uvijek nije dovoljno velika da izazove plastične deformacije mikro vrhova kontaktnih površina i time izazove proklizavanje.



Slika 26: Tipična histerezisna petlja trenja, ispitivanih materijala

Svi deformacioni procesi se odvijaju u okviru elastičnih deformacija mikro vrhova kontaktnih površina. U prvoj fazi kontaktnu interakciju dvije površine možemo posmatrati kao krutu vezu što odgovara krutosti kontaktne interakcije  $k_t$ . U (II) - fazi proklizavanja dolazi do mikro-proklizavanja (micro-slip) što predstavlja prelaznu fazu sa fiksne faze na fazu u kojoj ćemo imati potpuno proklizavanje. Faza mikro-proklizavanja je generalno najmanje shvaćena u okviru kontakta dva tijela.

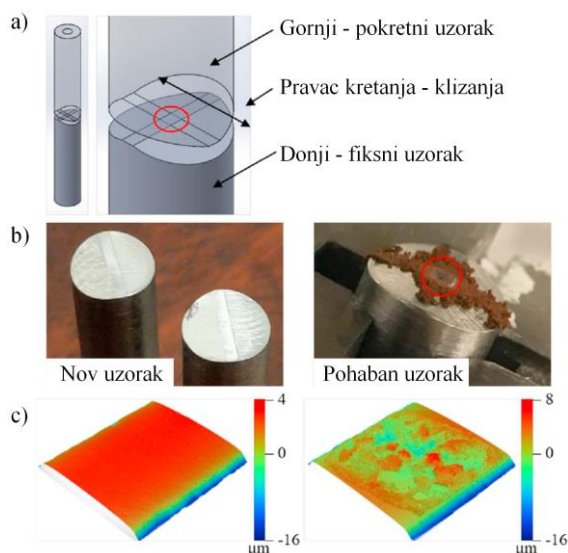
U procesu mikro proklizavanja nemamo potpuno klizanje jedne površine u odnosu na drugu, već dok jedni dijelovi kontaktnih površina međusobno proklizavaju drugi dijelovi su fiksno vezani odnosno zalijepljeni, gdje imamo naizmjenično mijenjanje površina koje su u fiksnom stanju i površina koje su u stanju proklizavanja. U (III) - fazi sa povećanjem horizontalne sile raste i tangencijalni napon unutar kontaktne interakcije gdje nakon prekoračenja maksimalnog tangecijalnog napona dolazi do punog proklizavanja u kontaktnoj interakcije makro proklizavanje (macro-slip), nakon čega koeficijent trenja ostaje otprilike konstantan.

Kao što se može vidjeti na histerezisnoj petlji, dok je kontaktna interakcija u zalijepljenom stanju moguće je odrediti tangencijalnu kontaktnu krutost  $k_t$  gdje deformaciju  $\Delta x$  smatramo kao elastičnu deformaciju kontakta. Ukupna površina formirana konturama histerezisne petlje predstavlja disipovanu energiju kontakta u jodneom ciklusu dok razdaljina horizontalnih linija histerezisne petlje predstavlja koeficijent trenja  $\mu$ .

Poređenjem i testiranjem 15 različitih materijala otpornih na visoke temperature je ustanovljeno određeno variranje koeficijenta trenja u zavisnosti od normalnog pritiska i temperature u kojoj je eksperiment izveden. Na zahtjev Rols Rojsa (Rollce Roys) kao investitora projekta, vrste materijala ispitanih u sklopu ovog eksperimenta nisu objavljene.

### 2.3.3.2. Druga generacija eksperimentalne postavke (Second Generation Rig)

Prva generacija eksperimentalne opreme za ispitivanja trenja je bila u upotrebi na Imperijalnom Londonskom koledzu 10 godina. U tom periodu je urađen značajan broj eksperimenata iz čega su uočene određene greške i nedostaci postojeće opreme za ispitivanje. Dobijanje pouzdanih rezultata je zahtijevalo veliko iskustvo onoga ko rukuje opremom i adekvatnu pripremu eksperimenta, što je dovelo do početka razvoja druge generacije eksperimentalne postavke (Second Generation Rig - SGR) [51].



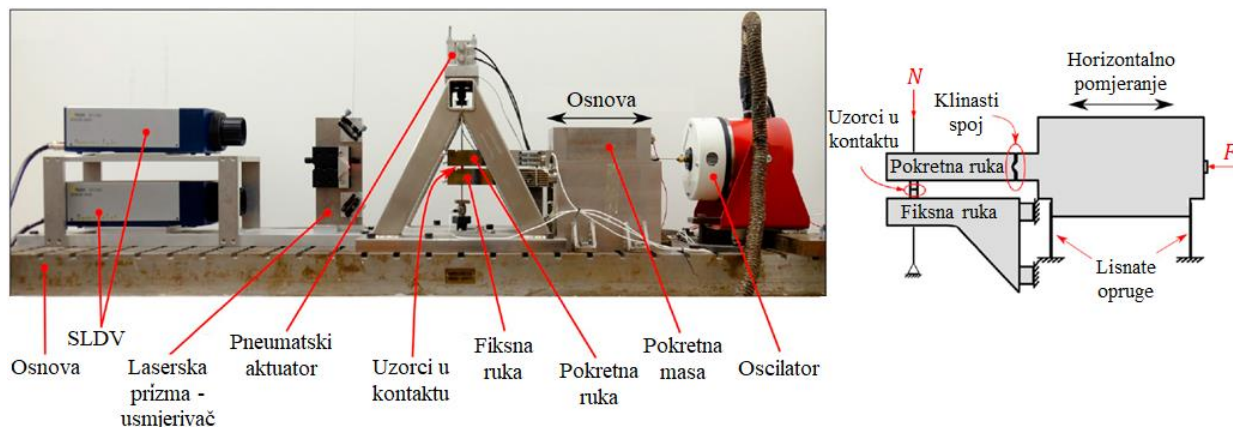
Slika 27: Testni uzorci klinastog oblika: a) 3D model testnih uzoraka ortogonalno postavljenih jedan naspram drugog sa označenom kontaktnom površinom i pravcem kretanja pokretnog uzorka, b) prikazuje testni uzorak prije i posle visoko-cikličnog testa habanja, c) snimak kontaktne površine dobijen optičkim interferometrom [51].

Druga generacija eksperimentalne postavke (SGR) se zasniva na istim jednostavnim klinasto oblikovanim cilindričnim uzorcima, sa ravnim kontaktnim površinama ortogonalnim jedna naspram druge čime formiraju kontaktnu interakciju površine  $1 \text{ mm}^2$ . Na Slici 27a prikazan je 3D model testnih uzoraka sa označenom zonom kontaktne interakcije i pravcem kretanja pokretnog uzorka.



Također su prikazani testni uzorci izrađeni od visoko vrijednog čelika EN1.4301 prije i nakon izvršenog visoko-cikličnog testa habanja, Slika 27b. Skeniranjem kontaktnih površina optičkim interferometrom jasno se vidi habanje materijala i povećanje hrapavosti kontaktnih površina nakon većeg broja ciklusa horizontalnog kretanja pri suvom trenju između kontaktnih površina, Slika 27c.

Glavna namjena nove postavke je ista kao kod eksperimentalne postavke prve generacije, to jeste precizno mjerenje koeficijenta trenja  $\mu$  i kontaktne krutosti  $k_t$  za širok spektar različitih materijala koji se najčešće koriste u gasnim turbinama i mlaznim motorima. Cilj je povećati kapacitet eksperimentalne opreme sa maksimalnom frekvencijom od 200 Hz i normalnim pritiskom od 500 MPa, poboljšati preciznost i nezavisnost od pripreme i istraživača koji vrši eksperiment.

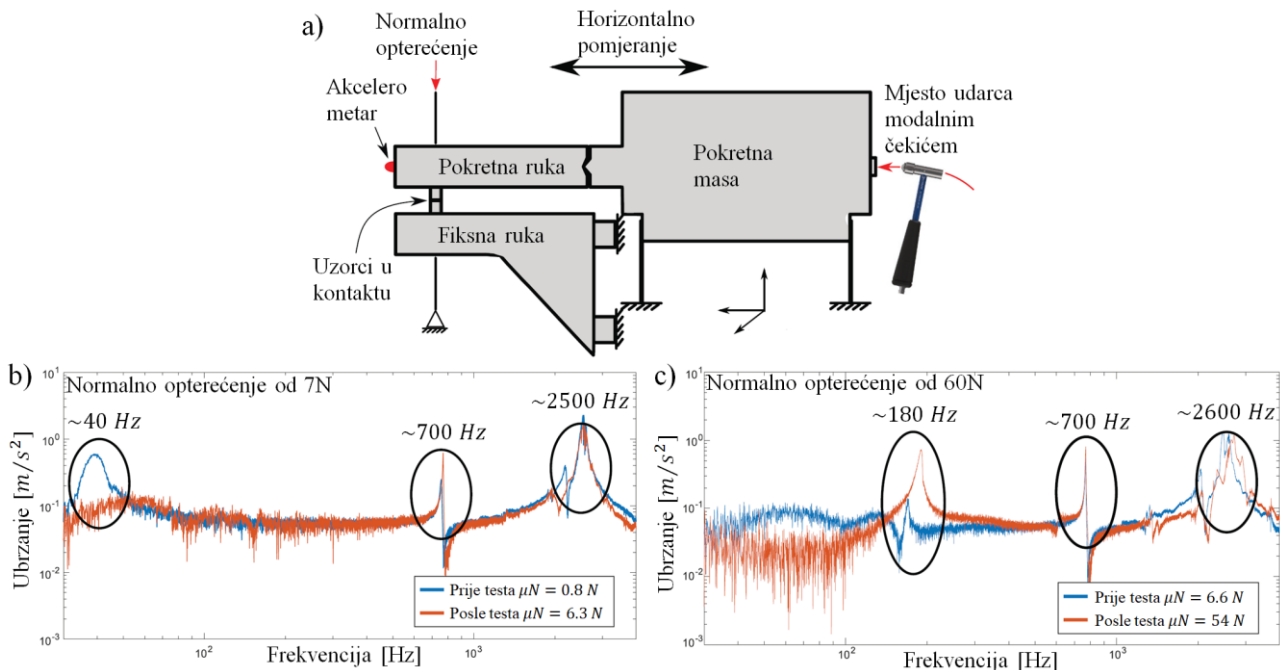


Slika 28: Druga generacija eksperimentalne postavke (Second Generation Rig) sa šematskim prikazom, desno [51].

Koncept nove eksperimentalne postavke je sličan kao kod postavke prve generacije. Vrš se pobuda pokretne mase pobuđivačem, pokretna masa je preko klinaste veze povezana sa pokretnom rukom na kojoj se nalazi testni uzorak koji je u kontaktu sa uzorkom na fiksnoj krutoj ruci, Slika 28. Normalni pritisak na uzorke ranije opisane Slikom 28 se ostvaruje pomoću pneumatskog aktuatora, za razliku od opreme prve generacije gdje se normalni pritisak postizao pomoću tegova i poluge Slika 25. Relativno pomjeranje se mjeri pomoću dva SLDV vibrometra dok tangencijalna sile se registruje putem tri senzora sile postavljenih na fiksnoj ruci.

Važno je pomenuti značajan uticaj hrapavosti prije i posle izvršenog testa na ukupan odgovor eksperimentalne postavke. Kao što smo mogli vidjeti na Slici 27 dolazi do značajne promjene geometrije kontaktnih površina kao posljedice habanja testnih materijala, samim tim dolazi i do promjene stvarne kontaktne površine iz čega dolazi do promjene trenja i napona unutar kontaktne interakcije. Koeficijent trenja kao promjenjiv parametar značajno varira u zavisnosti od hrapavosti kontaktnih površina. Sa jedne strane uglašavanjem kontaktnih površina raste stvarni kontakt, sa druge strane sa povećanjem hrapavosti se smanjuje stvarana kontaktana površina i smanjuje trenje do jedne granice. U slučaju intenzivnog habanja, čime kontaktne površine postaju značajno hrapave što znači da se stvaraju velike razlike između maksimalnog i minimalnog kontaktnog mikro vrha, može doći do efekta zaklinjavanja mikro vrhova dvije kontaktne površine čime značajno raste koeficijent trenja [19], [20], [52]. Na Slici 29b i 29c mogu se vidjeti različiti frekventni odgovori eksperimentalne postavke za normalno opterećenje uzoraka sa 7 N i 60 N, prije i posle završene sinusne oscilatorne pobude u horizontalnom pravcu u trajanju od 5 sati. Nakon svakog ciklusa ispitivanja pobuđivačem u trajanju od 5 sati, pobuda sistema se izvrši udarcem modalnim čekićem na mjestu djelovanja pobuđivača, dok je akcelerometar postavljen na kraj pokretne ruke kao što je prikazano na Slici 29a. Promjenom hrapavosti kontaktnih površina uslijed habanja materijala proisteklog iz dugotrajnog cikličnog klizanja kontaktnih površina uzoraka jedan u odnosu na drugi, doće do promjene ponašanja

kompletnog sistema SGR. Na dijagramu Slika 29b i 29c se izdvajaju tri dominantna vrha na 40, 700 i 2500 Hz za normalno opterećenje testnih uzoraka od 7 N odnosno za opterećenje od 60 N tri vrha na 180, 700 i 2600 Hz što predstavlja prvi modalni oblik u horizontalnom pravcu, prvi torzioni mod fleksibilne ruke i drugi mod u horizontalnom pravcu.



Slika 29: Promjena frekvencija oscilovanja uslijed promjene hrapavosti uzoraka SGR postavke: a) šematski prikaz SGR, ispitivanje modalnim čekićem, b) frekventni odgovor sistema za normalno opterećenje testnih uzoraka od 7 N, c) frekventni odgovor sistema za normalno opterećenje testnih uzoraka od 60 N.

Rezonantne frekvencije od interesa jesu one u horizontalnom pravcu za koje se vidi promjena frekvencija oscilovanja SGR eksperimentalne postavke prije i posle izvršenog testiranja, dok frekvencija od 700 Hz se poklapa u oba slučaja i za 7 N i 60 N što ukazuje da u torzioni modovi ne zavise od hrapavosti kontaktne interakcije.

Pored razlike u frekvencijama oscilovanja, postoje značajne razlike u kontaktnoj tangencijalnoj sili prije testa habanja i nakon testa habanja. Za normalno opterećenje od 7 N kontaktna sila prije testa ima vrijednost od 0.8 N dok nakon završenog testa vrijednost kontaktne sile raste na 6.3 N, Slika 29b. Isti slučaj imamo i za test sa većom normalnom silom od 60 N, prije testa kontaktna sila je 6.6 N a nakon testa ima vrijednost od 54 N, Slika 29c. Potrebno je naglasiti da promjena hrapavosti kontaktne interakcije površine od 1 mm<sup>2</sup> između klinova, uzrokuje promjenu u frekvencijama oscilovanja kompletne eksperimentalne postavke SGR težine 22.4 kg. u frekvencijama oscilovanja kompletne eksperimentalne postavke težine 22.4 kg. Ovo je značajan pokazatelj koliko važnost imaju mikroskopski efekti kontaktne interakcije dva tijela na ukupan makro sistem.

Pored opisanih eksperimentalnih postavki, od kojih su eksperimenti formirane od strane Londonskog imperijalnog koledža svrstani u važnija istraživanja u ovoj disertaciji, potrebno je navesti i istraživanja sa drugih univerziteta i institucija. Slična ispitivanja su započeta 1990 godine na Oksfordu (Oxford) čime je u periodu od 2008 do 2011 formirana Oksford eksperimentalna postavka 1 (Oxford-rig 1) i Oksford eksperimentalna postavka 2 (Oxford-rig 2) [24], [142], [150]. Takođe u periodu od 2002 do 2013 razvijene su dvije eksperimentalne postavke na Politehničkom univerzitetu u Torinu (Politecnico di Torino Rigs) [151]–[153]. Na osnovu dobijenih informacija

prethodnih eksperimenata i numeričkih modela 2015. godine formirana je eksperimentalna postavka Kembridz univerziteta (University of Cambridge) [154]. Sva navedena istraživanja se bave problemom i uticajem hrapavosti na konstruktivno prigušenje i disipaciju energije u mehaničkim vezama.

## 2.4. ZAKLJUČNA RAZMATRANJA O PRETHODNIM ISTRAŽIVANJIMA

Istraživanja konstrukcijskog prigušenja u vijčanim vezama opisana u Poglavljima 2.2.1, 2.2.2 i 2.2.3 ne mogu se uzeti kao potpuno mjerodavna za definisanje konstrukcijskog prigušenja iz više razloga. Sila pobude modalnim čekićem koja je često korištena, nije dovoljna kako bi pobudila kontaktnu interakciju vijčane veze na mikro proklizavanje, koje je uzrok konstrukcijskog prigušenja. Čak i u slučaju da usvojimo da impulsni udar modalnim čekićem dovoljno pobuditi vijčanu vezu, dolazimo do problema uniformnosti aplicirane poremećajne sile. Svaki udarac modalnim čekićem vrši se ručno tako da impuls kojim pobuđujemo vijčanu vezu je svaki put različit [13]. Sledeći problem jeste geometrija vijčanih veza. Vijčane veze kao što je više puta navedeno su oblikovane tako da u kontaktnu interakciju ulaze samo površine koje su iste širine kao što je prečnik podloške spojnog sredstva, to jest M10 zavrtnja. Na ovaj način izolujemo kontaktne površine na samo one koje će biti u fiksnom stanju dok kontaktne površine udaljenije od tijela zavrtnja gdje očekujemo proklizavanje ne postoje. Sa druge strane navedena istraživanja u Poglavlju 2.2.4 i 2.2.5 detaljnije posmatraju vijčanu vezu, sa uvođenjem uticaja pritezanja zavrtnjeva, načina pobude i hrapavosti kontaktnih površina na dinamički odgovor vijčane veze. Ovakvim pristupom se dosta detaljnije analiziraju uticaji kontaktne interakcije na odgovor posmatranog sistema i dobijaju se jasniji rezultati i zaključci, koliki je uticaj mikro proklizavanja na nelinearan dinamički odgovor konstrukcije.

Ono što može predstavljati potencijalan nedostatak navedenih istraživanja, jeste što su sva istraživanja bazirana na jednostavnim i posebno profilisanim vezama kako bi omogućili što lakše matematičko i numeričko opisivanje dinamičkog odgovora pomenutih veza. Razmatrani primjeri omogućavaju detaljnu analizu različitih fenomena i uticaja, ali postavlja se pitanje na koji način sve prenijeti na realnu vijčanu vezu u inženjerskoj primjeni, koja je znatno kompleksnija od ispitivanih modela.

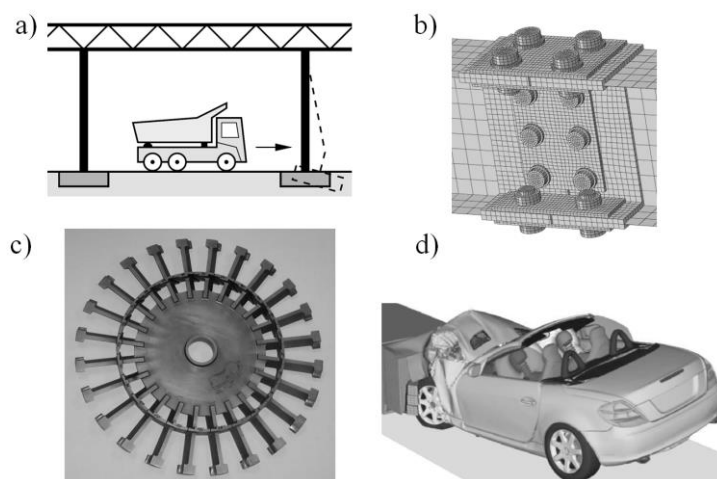
Na osnovu svega navedenog, postavljena je ideja da se u sklopu ove doktorske disertacije izuča dinamičko ponašanje vijčane veze koja se široko primjenjuje u inženjerskim konstrukcijama. Za ovu svrhu odabrana je veza montažnog nastavka I-nosača za koju je uspješno formiran numerički model te dobijen nelinearan dinamički odgovor za tri nivoa pritezanja zavrtnjeva vijčane veze, Poglavlje 4.

Detaljniji pristup proučavanja uzroka pojave konstrukcijskog prigušenja, podrazumijeva izučavanje jednostavnih modela sa stanovišta mikro razmjere, Poglavlje 2.3. Prikazana istraživanja, proučavaju različite konfiguracije veza sa jednim zavrtnjem ili kontakt samo dva tijela bez prisustva spojnog sredstva, gdje su kontaktna tijela međusobno pritisnuta nekim spoljnim elementima. Svako od opisanih istraživanja ima za cilj izučavanje uticaja stanja u kome se nalaze kontaktne površine na postavljeni eksperimentalni sistem. Posebno je od značaja uticaj hrapavosti kontaktnih površina na proklizavanje i aktivaciju sila trenja unutar kontaktne interakcije.

Jedan od nedostataka prikazanih istraživanja, ogleda se u problematici povezivanja uticaja mikro efekata unutar kontaktne interakcije na makro odgovor posmatranog eksperimentalnog sistema. Na osnovu uočene problematike, u sklopu doktorskog istraživanja odlučeno je da se problem posmatra kroz drugačiju prizmu i da se osmisli vlastita eksperimentalna postavka bazirana na mikro pristupu proučavanja konstrukcijskog prigušenja, Poglavlje 5.

### 3. UVOD U KONTAKTNU MEHANIKU

Sa mehaničke tačke gledišta kontakt je uključen u sve oblike interakcije između dva tijela koja dolaze u dodir jedno sa drugim. Kontakt između čvrstih tijela omogućava prijenos sile, temperature i naelektrisanja sa tijela na tijelo, na osnovu čega možemo zaključiti da je opisivanje kontakta jedan dosta komplikovan i robustan matematički problem, Poglavlje 2.1.



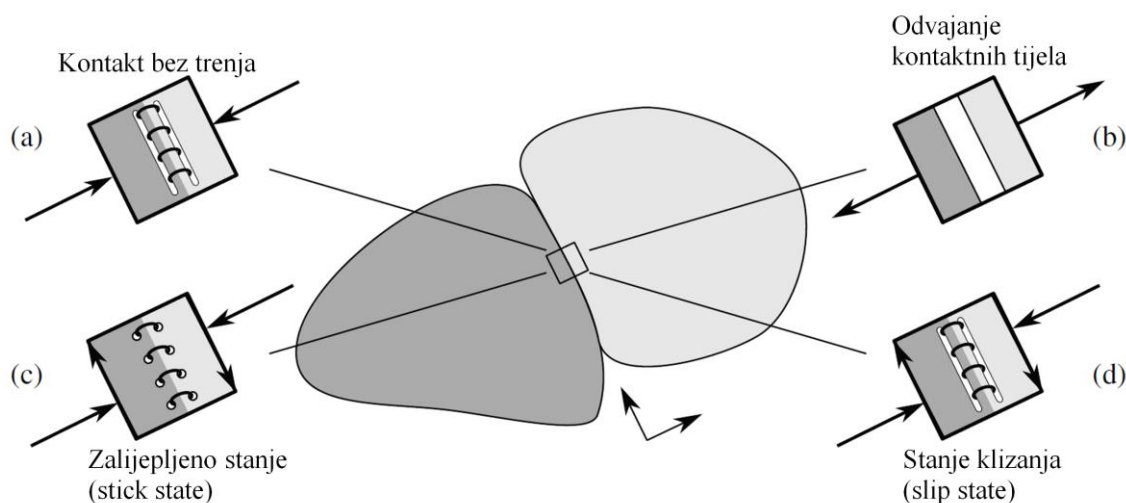
Slika 30: a) Udar kamiona u nosači stub [36], b) vijčana veza, c) rotirajući disk i lopatice turbine [5], d) udar vozila u deformabilnu barijeru [36].

Kontaktna mehanika je uključena u širok spektar problema sa kojima se susrećemo, kao na primjer: udar vozila u nosači stub konstrukcije, mostovsko ležište, udar automobila u deformabilnu barijeru, plastično deformisanje kod čeličnih kutajastih nosača, proučavanje vijčanih i mehaničkih veza te proučavanje klizišta, lavina i mnoge druge primjene. Neki od pomenutih problem su prikazani na Slici 30.

Problemi u mehanici deformabilnog tijela koji uključuju kontakt dvaju tijela mogu se posmatrati kao posebna grupa problema. To je iz razloga što kontakt nastaje kao posljedica dodirivanja (sučeljavanja) dviju odvojenih kontinualnih površina [155]. Ograničenja koja se pojavljuju na mjestu sučeljavanja, ne mogu biti posmatrana i zamijenjena uobičajenim graničnim uslovima deformabilnog tijela za obe kontaktne površine [156]. U isto vrijeme ni kontaktna zona ne može biti posmatrana kao kontinualan sistem. Idealizacijom kontakta, oblast interakcije kontaktnih površina može se posmatrati, kao sloj sa debljinom jednakom nuli. U zavisnosti od načina i tačnosti opisivanja ovako definisane kontaktne interakcije, postaje različiti slučajevi kontakta dva tijela. Kontaktne interakcije mogu prenijeti samo sile pritiska, koje djeluju upravno na ravan sučeljavanja Slika 31a, pojavom zatežućih sila nestaje kontakt dvaju tijela i dolazi do razdvajanja Slika 31b. U slučaju kontakta bez trenja moguće je proklizavanje jedne površine u odnosu na drugu bez pojave tangencijalnih napona. Pri pojavi kontakta sa trenjem u slučaju da nemamo proklizavanja, takav kontakt možemo posmatrati kao oslonac Slika 31c, gdje se između kontaktnih površina pojavljuju normalni i smičući naponi. Nakon dostizanja kritičnog smičućeg napona između kontaktnih površina, dolazi do proklizavanja između kontaktnih tijela, Slika 31d.

S obzirom na kompleksnost opisivanja kontaktne interakcije, prvo će biti opisan analitički pristup kontaktnom problemu za linearno elastičan materijal, Poglavlje 3.1. Da bi bilo moguće razmatrati primjenu konačnih elemenata za fizičko opisivanje kontaktne interakcije tijela, potrebno je krenuti od fundamentalne postavke Hercovog kontakta (Hertz Contact) i osnovnih analitičkih

rješenja kontaktnog problema. Kada se definišu analitičke osnove kontaktne mehanike, slijedi numeričko definisanje nelinearnog kontaktnog problema sa i bez trenja. Opisivanjem kontakta metodom konačnih elemenata, vidjećemo da i za slučaj kontakta sa malim deformacijama, za elastično stanje materijala i za slučaj kontakta bez trenja, na kraju se dobija nelinearan odgovor uslijed promjene kontaktnih graničnih uslova, Poglavlje 3.2. Takođe, Hercov kontaktni pritisak raste u zavisnosti od kontaktne sile sa eksponentom od  $1/3$ , što ukazuje na nelinearnu vezu kontaktne sile i površine, Poglavlje 3.1.4.



Slika 31: Različiti slučajevi definisanja kontakta dva proizvoljna tijela: a) kontakt bez trenja, b) razdvajanje kontaktnih površina, c) kontakt sa trenjem bez proklizavanja, c) kontakt sa proklizavanjem i prisutnim trenjem [38].

Kao što će biti prikazano, problem kontaktne interakcije dva tijela nije vezan samo za opisivanje trenja Kulonovim zakonom. Problem predstavlja promjena stanja materijala, plastifikacija i degradacija, Poglavlje 2.1. Nepredvidivo mijenjanje ukupne kontaktne površine koja učestvuje u interakciji i promjena graničnih uslova, odnosno kada je kontakt u stanju klizanja ili u stanju lijepljenja (stick and slip conditions), više u Poglavlju 3.1.5. i 3.2.2. Kada se definiše kinematika i geometrija kontakta Poglavlje 3.2.2, konstitutivni uslovi kontaktne interakcije Poglavlje 3.2.3 i postavi slaba forma kontaktnog problema Poglavlje 3.2.4, biće opisane metode kontaktne detekcije Poglavlje 3.2.5.

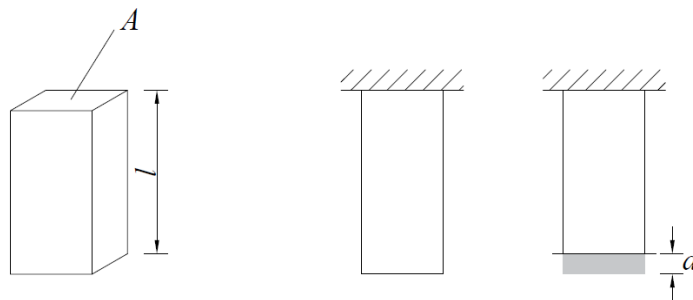
### 3.1. OSNOVNA POSTAVKA KONTAKTNOG PROBLEMA I HERCOV KONTAKT (HERTZ CONTACT)

#### 3.1.1. Jednostavan kontaktni problem paralelopipeda i krute ravni

Razmatranje kontaktnog problema ćemo početi definisanjem normalnog kontakta koji podrazumijeva dva tijela dovedena u kontakt silama okomitim na njihove ravni. Najjednostavniji primjer, jeste kontakt bez trenja između ortogonalnog paralelopipeda i glatke, krute ravni, Slika 32. Normalni kontakt će biti posmatran kao idealan kontakt, gdje se u obzir ne uzima hrapavost kontaktnih površina [157].

Sučeljavanjem donje baze paralelopipeda sa kontaktnom ravni, najgeneralnije rečeno dolazi do deformacije kontaktnih tijela. Ako usvojimo da je kontaktna ravan odnosno paralelopiped kruti/defomabilani, doći će do deformacije paralelopipeda odnosno kontaktne ravni. U slučaju kada

su oba geometrijska tijela idealno elastično deformabilna, doće do uzajamne deformacije kontaktne ravni i paralelopipeda.



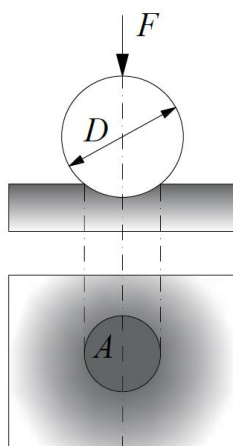
Slika 32: Kontakt između ortogonalnog paralelopipeda i glatke, krute ravni bez trenja.

Kada usvojimo da je ravan deformabilna a paralelopiped krut, konzervativno možemo reći da će doći do prodora paralelopipeda u kontaktnu ravan, Slika 32. Deformacija do koje dolazi uslijed sučeljavanja opisanih tijela biće definisana kao dubina penetracije  $d$ . U stvarnosti nije realno veličinu  $d$  posmatrati kao prodor tijela u tijelo, već kao deformaciju. Kada je dužina paralelopipeda dosta veća nego debljina može se usvojiti jednoaksijalno stanje napona i dobiti rezultujuća sila koja vrši pritisak na tijela u kontaktu

$$F = EA \frac{d}{l}, \quad 3.1$$

gdje je  $F$  rezultujuća sila,  $E$  modul elastičnosti,  $A$  površina kontakta i  $l$  dužina paralelopipeda.

Iz navedenog primjera vidimo direktnu povezanost dubine penetracije  $d$  i modula elastičnosti  $E$ . U zavisnosti od dubine penetracije i rezultujuće sile može se odrediti tvrdoća materijala, koja ima pored hrapavosti ključnu ulogu u kontaktima sa trenjem. Dobar primjer za izraz (2.1) definisan na osnovu Slike 32, predstavlja mjerenje čvrstoće materijala. Utiskivanjem kružnog tijela stalnog prečnika  $D$  u deformabilnu ravan dobijamo čvrstoću materijala po Brinelu (Brinell), odnosom sile  $F_N$  i površine ispod kružnog tijela  $A$  Slika 33.



Slika 33: Čvrstoća materijala po Brinelu.

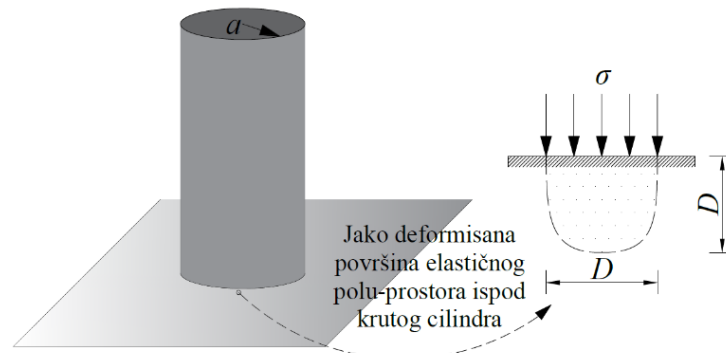
$$\sigma_0 = \frac{F_N}{A} \quad 3.2$$



Važnost dubine penetracije će biti jasnija kasnije kada budemo govorili o geometriji kontaktnih površina, definisanju graničnih uslova i detekciji konačnih elemenata koji će ući međusobno u kontakt.

### 3.1.2. Kontakt između krutog cilindra i elastičnog polu-prostora

Sledeći primjer će poslužiti za formiranje osnovnih ideja za kvalitativnu procjenu ponašanja dva tijela u kontaktu. Posmatraćemo kontakt krutog cilindričnog tijela i elastičnog polu-prostora Slika 34. Ako usvojimo da napon djeluje na ograničenoj površini dužine i širine  $D$  Slika 34, tada su deformacija i napon na površini  $D$  iste magnitude u sva tri pravca po zapremini za dužinu  $D$ . Kako bi odredili osnovnu postavku kontaktnog problema možemo usvojiti pretpostavku da je deformacija konstantna po pomenutoj zapremini dimenzija  $D$  te da je samo pomenuta zapremina deformisana. Sa stanovišta deformacije elastičnog polu-prostora, ovo je gruba postavka stvarne distribucije napona i deformacija u kontinuumu. Ipak ovom metodom mogu se dobiti dovoljno dobri rezultati i kvalitativna veza kontaktne sile i dubine penetracije, odnosno poluprečnik kontaktne površine.



Slika 34: Kontakt između krutog cilindra i elastičnog polu-prostora.

Primijenimo postavljena pravila na opisani primjer sa krutim cilindričnim tijelom. Ako je prečnik cilindra jednak  $2a$ , tada je zapremina u sva tri pravca u dužini od  $2a$  jako deformisana. Ako je zapremina na mjestu kontaktnog pritiska deformisana (udubljena) do dubine  $d$ , može se definisati izraz za deformaciju približno kao  $\varepsilon \approx d/2a$ . Tada je napon približno definisan izrazom  $\sigma \approx E\varepsilon \approx Ed/2a$  i sila  $F \approx \sigma(2a)^2 \approx 2Eda$ . Kontaktna sila je proporcionalna dubini penetracije  $d$  i poluprečniku kontaktne interakcije  $a$ . Poredeći postavljeno približno rješenje sa egzaktnim rješenjem dobija se 10 % razlike u rezultatima, egzaktno rješenje je predstavljamo sledećim izrazom

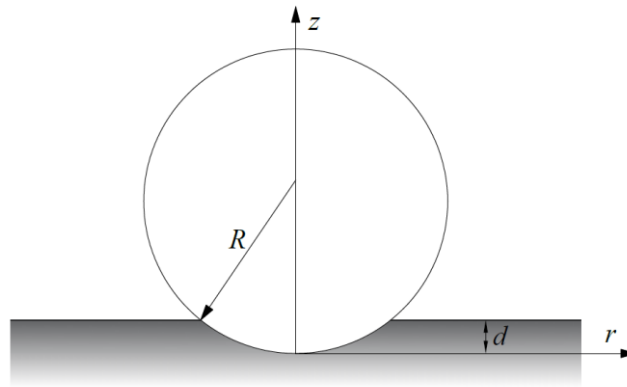
$$F = 2E^*da, \quad \text{gdje imamo da je } E^* = \frac{E}{1 - \nu^2} \quad 3.3$$

### 3.1.3. Kontakt između krute sfere i elastičnog polu-prostora

Sada će biti razmotren kontakt između krute sfere poluprečnika  $R$  i elastičnog poluprostora, Slika 35. Generalno za normalni kontakt ne igra važnost da li je kontakt krute sfere i elastičnog poluprostora ili obratno. Cilj ovog primjera jeste da postavimo aproksimativnu formulaciju kontakta, tačna formulacija Hertzovog (Hertz Contact) kontakta će biti izvedena u narednom poglavlju.

Za slučaj kada nema elastičnih deformacija u kontaktnoj interakciji sfere i površine, imaćemo jako deformisanu zapreminu ograničenih dimenzija sa dubinom penetracije  $d$ , poluprečnikom kontakta  $a \approx \sqrt{2Rd}$ . Što znači da će biti samo lokalno deformisan elastični polu-prostor koji je direktno u kontaktu krutom sferom, odnosno sa površinom

$$A = \pi a^2 \approx 2\pi R d. \quad 3.4$$



Slika 35: Aproksimacija Hercovog kontaktnog problema

Prema postavljenoj pretpostavci, može se usvojiti da je poluprečnik jako deformisane površine i zapremine u opsegu zone kontakta od  $2a$ . Veličina elastične deformacije može se prikazati kao  $\varepsilon \approx d/2a$ . Tako da se dobija približna veličina napona  $\sigma \approx E\varepsilon \approx Ed/2a$  iz čega slijedi kontaktna sila

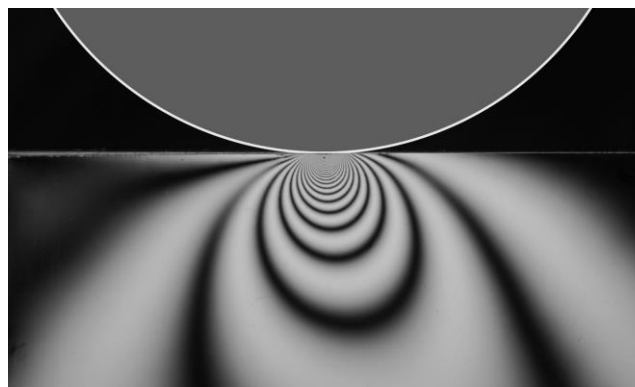
$$F = \sigma A \approx \frac{Ed}{2a} \pi a^2 \approx \frac{Ed}{2a} \pi \sqrt{2Rd} \Rightarrow F = \frac{\pi}{\sqrt{2}} E d^{3/2} R^{1/2} \quad 3.5$$

Na osnovu izraza 3.5, može se zaključiti da je kontaktna sila proporcionalna sa  $d^{3/2}$ . Definisan izraz za kontaktnu silu je uporediv sa egzaktnim rješenjem kontaktne sile Hercovog kontakta (3.6), koji će biti detaljno opisan u narednom poglavlju. Razlika dobijenih rezultata primjenom izraza (3.5) i (3.6) je aproksimativno za faktor 1.5.

$$F = \frac{4}{3} E^* R^{1/2} d^{3/2} \quad 3.6$$

### 3.1.4. Teorija Hercovog kontakta

Definisanje Hercovog kontakta ćemo započeti posmatranjem kontaktnog problema u okviru elastičnog polu-prostora opterećenog normalnim pritiskom. Hercov kontakt spada u klasičan problem egzaktnog opisivanja normalnog kontakta između krute sfere i elastičnog polu-prostora, koji se koristi kao osnova za definisanje kompleksnijih modela, Slika 36.



Slika 36: Hercovi kontaktni naponi pod uticaje normalne i tangencijalne sile [158].



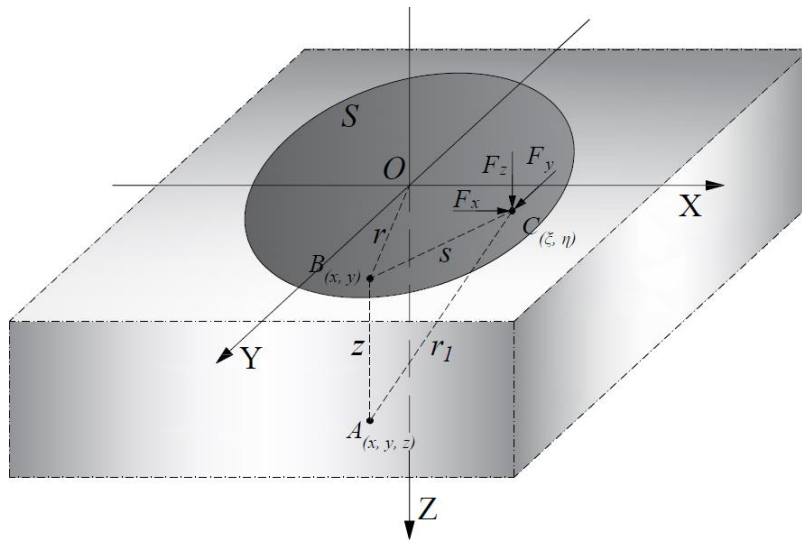
Elastični medijum posmatramo kao beskonačan polu-prostor, jedino ograničenje jeste beskonačna ravan. Elastični polu-prostor je prikazan na Slici 37, pod uticajem raspodijeljenog opterećenja  $p(\xi, \eta)$ ,  $\tau_x(\xi, \eta)$ , i  $\tau_y(\xi, \eta)$  na površini  $S$ . Usvajamo  $C(\xi, \eta)$  kao tačku koja se nalazi na opterećenoj površini  $S$ , dok  $A(x, y, z)$  predstavlja generalnu tačku u zapremini sa površinskim granicama od  $S$ . Za opisivanje Hercovog kontakta od interesa je deformacija ravni  $X, Y$  a ne ukupne zapremine polu-prostora  $X, Y, Z$ , čime će biti usvojeno da je  $Z = 0$ . Posmatrajući polu-prostor kao trodimenzionalnu zapreminu ograničenu površinom djelovanja opterećenja  $S$ , dužina  $AC$  će biti određena kao:

$$AC = r_1 = \sqrt{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + z^2}. \quad 3.7$$

Uvođenjem da je  $Z = 0$ , jednačina(3.7) postaje:

$$AC = r_1 = s = BC = \sqrt{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2}. \quad 3.8$$

S obzirom da se posmatra ravanska deformacija polu-prostora, ukidanjem koordinate  $Z = 0$ , tačka  $A(x, y, z)$  više nije od interesa već deformacija u tački  $B(x, y)$ , u zavisnosti da li se koncentrisana sila  $F_z$  nalazi u tački  $C(\xi, \eta)$  ili u centru  $O$ . U slučaju pomjeranja koncentrisane sile  $F_z$  iz tačke  $C$  u tačku  $O$ , dobija se osno simetričan problem, gdje je vektor položaja (3.8) redefinisano kao  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ . Koncentrisana sila je definisana kao  $F_z = \iint_S p(\xi, \eta) d\xi d\eta$  [1].



Slika 37: Elastični polu-prostor opterećen proizvoljnim površinskim opterećenjem, koje je ograničeno konturom  $S$ .

Na osnovu postavljenih jednačina biće definisana pomjeranja prouzrokovana djelovanjem opisanog opterećenja koje djeluje u  $Z$  pravcu na elastični medijum

$$u_x = -\frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{2\pi E} \frac{x}{r^2} F_z \quad 3.10$$

$$u_y = -\frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{2\pi E} \frac{y}{r^2} F_z \quad 3.11$$

$$u_z = \frac{(1 - 2\nu)}{\pi E} \frac{x}{r} F_z \quad 3.12$$

Kod kontaktnih problema bez trenja gdje se samo posmatra normalna sila, odnosno normalni pritisak  $p(\xi, \eta)$  i problem posmatra kao ravanski, jedino je  $Z$  komponenta od interesa u okviru aproksimacije ravni polu-prostora. Deformacija površine u tački  $B$  tada može biti opisana izrazom (3.13), Slika 37. S obzirom da se Hercova teorija zasniva na kontaktu polukružnih vrhova, konačan izraz za pomjeranje u  $Z$  pravcu biće zapisan pomoću polarnih koordinata u zavisnosti od pritiska  $p(s, \phi)$ , sa već ranije usvojenom koordinatom  $Z = 0$ , izraz (3.14).

$$u_z = \frac{1}{\pi E^*} \iint p(\xi, \eta) \frac{d\xi d\eta}{r} \quad 3.13$$

$$u_z = \frac{1}{\pi E^*} \iint_S p(s, \phi) ds d\phi \quad 3.14$$

Dalje će biti usvojena pretpostavka da opisano opterećenje djeluje na kužnoj površini ravni polu-prostora, sa raspodjelom pritiska na kružnu površinu prečnika  $a$  prema  $p = p_0(1 - r^2/a^2)^n$ . Osnovna definicija Hercovog kontakta je zasnovana na pretpostavci da u kontakt dolaze dva polukružna tijela sa istim poluprečnicima  $r_1 = r_2 = r$ , koja formiraju kružnu površinu kontaktne interakcije poluprečnika  $a$ . U zavisnosti od vrijednosti eksponenta  $n$ , definisana je različita raspodjela normalnog pritiska: kada je  $n = 0$  pritisak je ravnomjerno raspoređen, za  $n = -1/2$  imaćemo ujednačeno normalno pomijeranja. U slučaju kada je  $n = 1/2$  biće definisana Hercova raspodjela pritiska

$$p = p_0 \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)^{\frac{1}{2}}. \quad 3.15$$

Prilikom pritiska dva kružna tijela jedno u odnosu na drugo, doći će do deformacije tijela  $u_{z1}$  i  $u_{z2}$  proizvoljno odabrane tačke u okviru kružne kontaktne površine. S obzirom da se radi o idealno elastičnim tijelima i ravnomjerno raspodijeljenom pritisku, deformacija odnosno dubina penetracije jednog tijela u drugo  $d_1$  i  $d_2$  će biti jednake i mogu zajedno biti definisane kao  $d$ . Što predstavlja ranije opisanu dubinu penetracije krute sfere u elastični medijum. Deformacija kontaktne površine u  $Z$  pravcu, dva tijela u kontaktu, sada može biti zapisana kao:

$$u_{z1} + u_{z2} = d - \frac{r^2}{2R} \quad 3.16$$

Rezultujuće vertikalno pomjeranje po  $Z$  osi i ukupna rezultujuća sila je

$$u_z = \frac{\pi p_0}{4E^*a} (2a^2 - r^2), \quad r \leq a, \quad 3.17$$

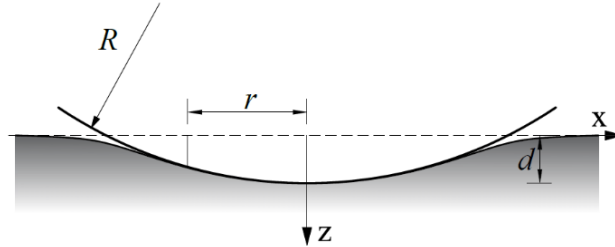
$$F = \int_0^a p(r) 2\pi r dr = \frac{2}{3} p_0 \pi a^2. \quad 3.18$$

U daljem definisanju Hercovog problema, posmatraćemo kontakt krute sfere prečnika  $R$  i elastičnog poluprostora Slika 38. Pomjeranje tačaka na površini kontaktne zone između krute sfere i ravne deformabilne podloge jednako je

$$u_z = d - \frac{r^2}{2R}. \quad 3.19$$

Potrebno je primjetiti, da za razliku od izraza (3.16) i (3.17) u kojima figuriše  $d$  kao veličina koja u sebi sadrži deformaciju dva polukružna tijela u kontaktu, u izrazu (3.19)  $d$  pretstavlja deformaciju elastičnog poluprostora u kontaktu sa krutom sferom. Kako je  $d$  definisano kao dubina penetracije, izraz (3.19) i (3.16) su isiti, osim što se u izrazu (3.19) gubi deformacija drugog tijela  $u_{z2}$ .

Šematski prikaz Hecovog kontakta između krute sfere i deformabilne ravni, podsjeća na ranije pomenut test čvrstoće materijala po Brinelu, gdje se kao glavni parametar pojavljuje dubina penetracije  $d$  sfere u ravan i kasnije prečnik kontaktne površine  $a$ .



Slika 38: Kontakt krute sfere i elastičnog polu-prostora

Uvrštavanjem izraza (3.17) u (3.19) moguće je naći radijus kontakta  $a$  i maksimalnu silu pritiska u kontaktu  $p_0$  što za posljedicu ima pomjeranje  $u_z$ ,

$$\frac{1}{E^*} \frac{\pi p_0}{4a} (2a^2 - r^2) = d - \frac{r^2}{2R}. \quad 3.20$$

Promjenljive  $a$  i  $d$  moraju zadovoljiti sledeće uslove:

$$a = \frac{\pi p_0 R}{2E^*}, \quad d = \frac{\pi a p_0}{2E^*}. \quad 3.21$$

Na osnovu dobijenih izraza možemo napisati jednačine koje definišu Hecov kontakt krute sfere i deformabilne ravni.

$$a^2 = Rd \quad \text{Prečnik kontakta} \quad 3.22$$

$$p_0 = \frac{2}{\pi} E^* \left( \frac{d}{R} \right)^{1/2} \quad \text{Maksimalni pritisak izmedju kontaktnih površina} \quad 3.23$$

$$F_z = \frac{4}{3} E^* R^{1/2} d^{3/2} \quad \text{Normalna sila} \quad 3.24$$

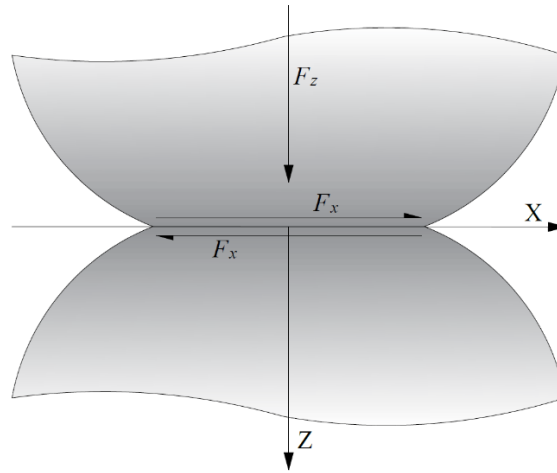
Definisanjem izraza za normalnu silu (3.24), poluprečnik i pritiska kontaktne interakcije može biti definisan kao:

$$a = \left( \frac{3F_z R}{4E^*} \right)^{1/3}, \quad 3.25$$

$$p_0 = \left( \frac{6F_z E^{*2}}{\pi^3 R^2} \right)^{1/3}. \quad 3.26$$

### 3.1.5. Tangencijalni kontakti problem

U kontaktnom problemu razmatranom do sada, pretpostavljali smo da su kontaktne površine apsolutno glatke i bez trenja. Prema navedenim pretpostavka jasno je da ne mogu postojati smičuće sile unutar kontaktne interakcije. U slučaju da na izolovanu kontaktnu tačku (vrh) djeluje pored normalne sile i sila u tangencijalnom pravcu, tada u razmatranje mora biti uzeta i sila trenja, odnosno smičući napon kao posljedica trenja klizanja između dva tijela u kontaktu [159], [160].



Slika 39: Tangencijalni kontakt dva elastična tijela

Generalno posmatrajući kontaktni problem, smičući naponi će postojati čak i kada imamo djelovanje samo normalne sile u kontaktnoj interakciji sa prisutnim trenjem. Kada su u kontaktu dva tijela različitih elastičnih svojstava, tada uslijed deformacije i različite brzine transverzalnog širenja i pomjeranja kontaktnih površina dolazi do aktiviranja smičućeg odnosno kontaktnog napona. Smičući naponi se ne javljaju u normalnim kontaktima gdje su elastična svojstva kontaktnih tijela ista. Brzina deformacije kontaktnih površina je ista, tako da ne dolazi do smičućih napona uslijed različite brzine deformisanja kontaktnih tijela [157], [161]. Posmatrani kontaktni problem šematski je prikazana na Slici 39, dva kontaktna tijela pritisnuta normalnom silom  $F_z$  i naknadno pomjerena u tangencijalnom pravcu silama  $F_x$ .

Tangencijalni kontaktni problem će biti prvo razmatran kao kontakt dva tijela pod uticajem sila  $F_x$  gdje neće doći do proklizavanja između tijela. Kontaktna interakcija će ostati u zalijepljenom/fiksnom stanju (stick state). Sve dok je kontaktna interakcija u zalijepljenom stanju, znači da poremećajna sila  $F_x$  nije prekoračila maksimalan kontaktni napon, čime nije došlo do proklizavanja jednog kontaktnog tijela u odnosu na drugo i aktivacije sile trenja [1].

Kao i za normalni kontakt, prvo će biti razmatran uticaj tangencijalnog napona  $\tau_x(\xi, \eta)$  koji djeluje u  $X$  pravcu na površinu poluprostora  $S$ , gdje je usvojeno da su naponi u  $Y$  pravcu  $\tau_y(\xi, \eta) = 0$ , normalni pritisak  $p(\xi, \eta) = 0$  i  $Z = 0$ , Slika 37. Definisanjem tangencijalne sile  $F_x = \iint_S \tau_x(\xi, \eta) d\xi d\eta$  koja djeluje u tački  $C(\xi, \eta)$  na ograničenoj površini polu-prostora  $S$ , možemo definisati pomjeranja prouzrokovana opisanim dijelovanjem opterećenja na elastični medijum

$$u_x = F_x \frac{1}{4\pi G} \left\{ 2(1 - 2\nu) + \frac{2\nu x^2}{r^2} \right\} \frac{1}{r}, \quad 3.27$$

$$u_y = F_x \frac{1}{4\pi G} \cdot \frac{2\nu}{r^3} xy, \quad 3.28$$

$$u_z = F_x \frac{1}{4\pi G} \cdot \frac{(1-2\nu)}{r^2} x, \quad 3.29$$

gdje  $G = E/2(1 + \nu)$  predstavlja modul smicanja.

Sad razmatramo pomjeranja površine elastičnog polu-prostora u tangencijalnom pravcu pod uticajem sile po  $X$  osi sa ujednačenim pomjeranjem na kružnoj površini poluprečnika  $a$ , prema sledećem izrazu:

$$\tau(x, y) = \tau_0(1 - r^2/a^2)^{-1/2}, \quad r \leq a. \quad 3.30$$

Nakon čega dobijamo tangencijalno pomjeranje u  $X$  pravcu kao

$$u_x = \frac{1}{2\pi G} \cdot \iint_S \left\{ \frac{1-\nu}{s} + \nu \frac{(x-\xi)^2}{s^3} \right\} \tau(\xi, \eta) d\xi d\eta, \quad 3.31$$

gdje je  $s^2 = (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2$  [1], [157], [161]. Prelaskom na polarni koordinatni sistem i usvajanjem da umjesto raspodijeljenog opterećenja u  $X$  pravcu djeluje koncentrisana sila u tački  $C(\xi, \eta)$ , Slika 37, moguće je definisati pomjeranje u  $X$  pravcu za tačku  $B(x, y)$  na površini poluprostora

$$u_x = \frac{\tau_0 a}{2\pi G} \int_0^{2\pi} \{(1-\nu) + \nu \cos^2 \phi\} d\phi = u_x = \frac{\pi(2-\nu)}{4G} \tau_0 a = \text{const}. \quad 3.32$$

Ukupna sila koja djeluje na kontaktnu površinu je izražena kao

$$F_x = \int_0^a \tau(r) 2\pi r dr = 2\pi \tau_0 a^2. \quad 3.33$$

Na sličan način, mogu se odrediti pomjeranje i maksimalna sila u  $X$  pravcu za Hercovu distribuciju tangencijalnih kontaktnih napona definisanih na sledeći način

$$\tau(x, y) = \tau_0(1 - r^2/a^2)^{1/2}. \quad 3.34$$

Odakle se dobija pomjeranje tačke na površini poluprostora u zoni opterećenja, ( $r \leq a$ )

$$u_x = \frac{\tau_0 \pi}{32Ga} [4(2-\nu)a^2 - (4-3\nu)x^2 - (4-\nu)y^2]. \quad 3.35$$

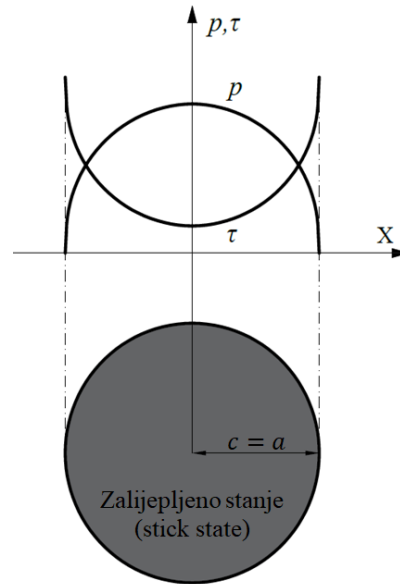
Na kraju možemo definisati maksimalnu silu u  $X$  pravcu, na osnovu Hercove distribucije napona

$$F_x = \frac{2}{3} \tau_0 \pi a^2. \quad 3.36$$

### 3.1.5.1. Tangencijalni kontaktni problem bez proklizavanja

Kao što je ranije definisano, posmatraju se dva sferna tijela u kontaktu, gdje je jedno tijelo izloženo konstantnom pomjeranju  $u_x$  a drugo  $-u_x$ . Sferna tijela pritisnuta silom  $F_z$  imaju kružnu površinu kontaktne interakcije sa definisanim radijusom  $a$  i distribuciju pritiska prema izrazima (3.22), (3.25)

i (3.23), (3.26). Prilikom horizontalnog pomjeranja jednog tijela u odnosu na drugo, u kontaktnoj interakciji se pretpostavlja djelovanje ravnomjerne distribucije napona na jednoj kontaktnoj površini i iste takve samo suprotnog znaka na drugoj kontaktnoj površini, definisane izrazom (3.30). Uslov zalijepljenog stanja (stick state) kontaktne interakcije dva tijela, podrazumijeva fiksnu ili zalijepljenu vezu između kontaktnih tijela gdje nije došlo do prekoračenja kontaktnih napona i klizanja površine jednog tijela po površini drugog. U ovom slučaju bi smičući naponi unutar kontaktne interakcije bili potpuno u ravnoteži prema trećem Njutnovom zakonu.



Slika 40: Normalni i smičući kontaktni napon za kontakt u potpuno zalijepljenom stanju

Prema postavljenim uslovima za zalijepljen kontakt, dva tijela u kontaktu bi se ponašala u stvari kao jedno tijelo čime bi smičući kontaktni napon težio ka beskonačnosti kada se ispuni uslov da je  $r = a$ . Može se vidjeti sa dijagrama Slika 40, da prema granicama kontaktne površine, smičući napon teži ka beskonačnosti dok normalni pritisak teži ka nuli. Uzrok za neprirodno ponašanje smičućeg napona koji teži ka beskonačnosti približavajući se granici kontaktne interakcije, jeste u distribuciji napona koja uzrokuje ujednačeno pomjeranje svih tačaka ravni polu-prostora, ograničene kružnim kontaktom (2.34). Zbog navedene problematike, Hercova raspodjela napona u normalnom i tangencijalnom pravcu će se pokazati kao korisna za rješavanje posmatranog problema, o čemu će biti više rečeno u Poglavlju (3.30).

Kao što se može zaključiti, postavljen idealizovani uslovi kontaktne interakcije dva tijela ne opisuju stvarnu sliku, gdje je u kontaktnoj interakciji uvijek prisutno proklizavanje po obodu površine kontakta. Čisto zalijepljeno stanje po cijeloj kontaktnoj površini nije moguće, određeni regioni mogu biti u punom zalijepljenom stanju, dok su uvijek prisutne zone u kontaktnoj interakciji koje će proklizavati.

Relativna razlika pomjeranja dva tijela u kontaktu po  $X$  osi sa različitim elastičnim osobinama  $G_1$ ,  $G_2$ ,  $\nu_1$  i  $\nu_2$ , je definisana na osnovi izraza (3.32) i (3.33), kao:

$$\delta = u_{x1} - u_{x2} = \frac{F_x}{8a} \left( \frac{2 - \nu_1}{G_1} - \frac{2 - \nu_2}{G_2} \right). \quad 3.37$$

U slučaju kontakta dva tijela istih elastičnih osobina, moguće je odrediti krutost kontakta u tangencijalnom pravcu  $k_x$ , koja je definisana kao odnos maksimalne tangencijalne sile i relativnog tangencijalnog pomjeranja dva tijela:

$$k_x = \frac{F_x}{2u_x} = \frac{4Ga}{(2-\nu)} = 2G^*a, \quad 3.38$$

gdje  $G^*$  predstavlja efektivni smičući modul  $G^* = 4Ga/(2-\nu)$ .

### 3.1.5.2. Tangentni kontakt problem sa proklizavanjem

Posmatraćemo kontakt dva sferna tijela, pozivajući se na Hercovu distribuciju napona u kontaktnoj interakciji (3.23) i (3.34). Kontaktna tijela su pritisnuta jedno od drugo pod uticajem normalne sile  $F_Z$  a potom smaknuta u tangencijalnom pravcu silom  $F_x$  Slika 39. Prilikom smicanja kontaktnih tijela smatramo da je brzina smicanja dovoljno mala tako da su maksimalni statički kontakti (smičući) naopon  $\tau_{max}$  i kinematički  $\tau_k$  jednaki. Predpostavljamo da između smičućih površina postoji Kulonovo trenje, na osnovu čega se može definisati maksimalan kontaktni napon, preko normalnog napona  $p$  i koeficijenta suvog trenja

$$\tau_{max} = \mu p, \quad \tau_k = \mu p, \quad 3.39$$

odavde se dobija uslov za zaljepljen (stick) kontakt

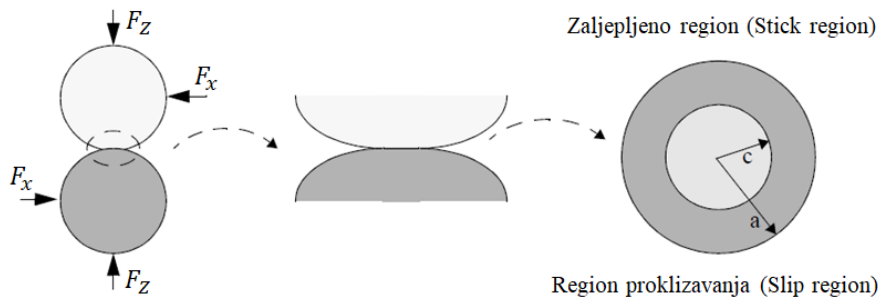
$$\tau \leq \mu p. \quad 3.40$$

Ako podrazumijevamo da su kontaktne površine apsolutno glatke i potpuno međusobno naliježu, bez šupljina i pukotina te bez proklizavanja, tada se mogu definisati ranije postavljeni izrazi za Hercovu distribuciju normalnog napona (3.15) (3.18) i homogenu distribuciju tangencijalnog napona (3.30) i (3.33)

$$p = p_0(1 - r^2/a^2)^{1/2}, \quad F_N = \frac{2}{3}p_0\pi a^2, \quad 3.41$$

$$\tau = \tau_0(1 - r^2/a^2)^{-1/2}, \quad F_x = 2\tau_0\pi a^2. \quad 3.42$$

Ovakva distribucija je prikazana na dijagramu Slika 40, gdje vidimo da je kompletna kontaktna interakcija u zalijepljenom stanju, odnosno da je poluprečnik  $c$  zalijepljene zone jednak poluprečniku kontaktne interakcije  $a$ . Normalni pritisak na granicama kontaktne interakcije odnosno zalijepljenog regiona teži ka nuli, dok napon smicanja teži ka beskonačnosti, što pokazuje već ranije pomenutu problematiku potpuno zalijepljenog kontakta. Mikro proklizavanje je uvijek prisutno, iz čega slijedi da uslov (3.40) u blizini granice kontaktne zone nikad ne može biti zadovoljen. Uniformna distribucija kontaktnih napona (3.42) jedino je važeća pod pretpostavkom da je kompletna kontaktna zona zalijepljena, bez pojave proklizavanja u kontaktu. Generalno ukupna kontaktna površina je podijeljena na unutrašnji zalijepljen region (stick region) i okolni prsten koji predstavlja region proklizavanja (slip region), Slika 41.



Slika 41: Kontakt dva tijela sa definisanim regionom proklizavanja i lijepljenja [119].

Poluprečnik  $c$  koji definiše zalijepljen region/zonu približno je moguće odrediti iz uslova  $\tau = \mu p$ . Granice zalijepljene i zone proklizavanja nije moguće tačno matematički predvidjeti ni odrediti. U realnim problemima postoje samo aproksimativne metode za određivanje pomenutih zona unutar kontaktne interakcije. Kod vijčanih veza zona lijepljenja se očekuje u blizini tijela zavrtnja dok sa udaljavanjem od tijela zavrtnja dolazi do pojave zone proklizavanja.

Postavljeni problem beskonačno velikog trenja i kontaktnog tangencijalnog napona na obodu kružne kontaktne interakcije, predstavlja Kataneov problem (Cattaneo's problem) [162], [163]. Kataneo je 1938. prvi djelimično riješio problem kontakta dva tijela sa smicanjem i proklizavanjem, usvajajući Hercovu distribuciju napona u normalnom i tangencijalnom pravcu. Pored Hercove i Kataneove definicije kontaktnog problema, važno je spomenuti Galinov pristup kontaktnom problemu [164].

U nastavku ćemo superpozicijom Hercovih napona (3.43), (3.44), (3.45) definisati zakone kontaktne interakcije sa djelimičnim proklizavanjem,

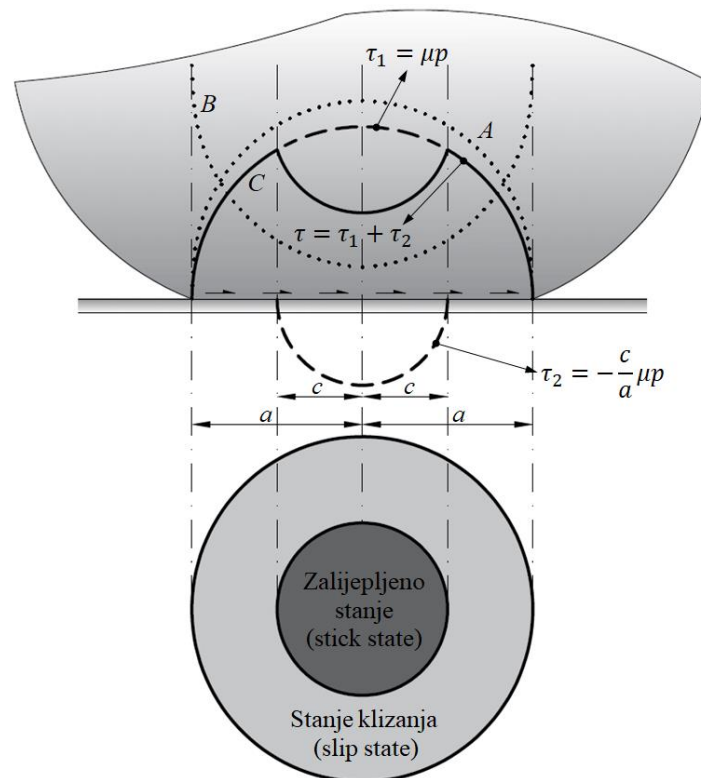
$$\tau = \tau^{(1)} + \tau^{(2)}, \quad 3.43$$

gdje je

$$\tau^{(1)} = \tau_1(1 - r^2/a^2)^{1/2}, \quad 3.44$$

odnosno

$$\tau^{(2)} = -\tau_2(1 - r^2/c^2)^{1/2}. \quad 3.45$$



Slika 42: Kontakt sfernih tijela sa međusobno paralelnim osama. Kriva A predstavlja normalni napon  $p$ , kriva B opisuje slučaj potpuno zalijepljenog stanja unutar kontaktne interakcije. Kriva C opisuje naponsko stanje u tangencijalnom pravcu.



Naponsko stanje kontaktne interakcije pod uticajem normalnog i smičućeg opterećenja je prikazano na Slici 42. Kriva  $A$  predstavlja normalni napon  $p$  (3.41), kriva  $B$  opisuje već ranije predstavljen slučaj potpuno zalijepljenog stanja unutar kontaktne interakcije (3.39) (3.40). Kriva  $C$  opisuje naponsko stanje u tangencijalnom pravcu, između kontaktnih tijela sa proklizavnom kontaktne interakcije u blizini granice poluprečnika kontakta (3.43). Na osnovu izraza (3.35) dobijamo pomjeranje kontaktne površine prouzrokovano naponima (3.44) i (3.45)

$$u_x = \frac{\tau_1 \pi}{32Ga} [4(2 - \nu)a^2 - (4 - 3\nu)x^2 - (4 - \nu)y^2] - \frac{\tau_2 \pi}{32Gc} [4(2 - \nu)a^2 - (4 - 3\nu)x^2 - (4 - \nu)y^2]. \quad 3.46$$

Kao što je već navedeno, radijusom  $c$  je označen region zalijepljenog (stick) kontakta, ukupne kontaktne površine, što podrazumijeva potpunu adheziju i nalijeganje bez mjestimičnih proklizavanja. Iz čega slijedi da je pomjeranje/deformacija u zalijepljenoj zoni konstantna

$$u_x(r) = \text{const} \text{ ako je } r < c. \quad 3.47$$

Proklizavanje koje se pojavljuje u preostalom regionu kontaktne površine  $a > c$ , podrazumijeva da je aktivirano trenje i proklizavanje, odnosno Kulonov zakon

$$\tau = \mu p(r), \text{ ako je } c < r < a. \quad 3.48$$

Na osnovu postavljenih uslova dobijamo smičući napon za potpuno proklizavanje (slip) kontaktnih površina  $\tau_1$  i napon za potpuno zalijepljen kontakt  $\tau_2$  u zoni  $r < c$

$$\tau_1 = \mu p_0 \quad i \quad \tau_2 = \mu p_0 \frac{c}{a} \quad 3.49$$

odakle slijede konačni izrazi za smičuće napone u kontaktnoj interakciji, Slika 42:

$$\begin{aligned} \tau^{(1)} &= \mu p_0 (1 - r^2/a^2)^{1/2} & \tau_1 &= \mu p \\ \tau^{(2)} &= \mu p_0 \frac{c}{a} (1 - r^2/c^2)^{1/2} & p &= p_0 (1 - r^2/a^2)^{1/2} \Rightarrow \\ & & \tau_2 &= -\frac{c}{a} \mu p \end{aligned} \quad 3.50$$

Pomjeranje u zoni zalijepljenog kontakta stoga dobijamo kao

$$u_x = \frac{(2 - \nu)p_0 \mu \pi}{8G} (a^2 - c^2). \quad 3.51$$

Prije nego što u kontaktnoj interakciji nastupi potpuno proklizavanje ( $c = 0$ ), maksimalno pomjeranje koje može biti ostvareno između kontaktnih tijela je

$$u_x = \frac{(2 - \nu)p_0 \mu \pi a}{8G} = \frac{3(2 - \nu)\mu F_N}{16Ga}. \quad 3.52$$

Primjenom izraza (3.50) dobijena je ukupna sila kontaktne interakcije u tangencijalnom pravcu

$$F_x = \frac{2}{3} \pi (\tau_1 a^2 - \tau_2 c^2) = \frac{2\pi}{3a} p_0 \mu (a^3 - c^3). \quad 3.53$$

Uvrštavanjem (3.41) u (3.53) ukupna tangencijalna sila je definisana kao

$$F_x = \mu F_N \left(1 - \frac{c^3}{a^3}\right) \quad 3.54$$

gdje je

$$\frac{c}{a} = \left(1 - \frac{F_x}{\mu F_N}\right)^{1/3}. \quad 3.55$$

Na opisan način, formirana je jasna slika fizičkog ponašanja kontaktne interakcije. Kada usvojimo da normalna sila  $F_z$  djeluje konstantno dok se tangencijalna sila  $F_x$  postepeno povećava od nule, dolazi do trenutne pojave mikro-proklizavanja po rubovima kontaktnih površina, sa tendencijom širenja prema centru kontaktne zone prema jednačini (2.63). Kako se  $F_x$  približava  $\mu F_N$  kontaktni zalijepljeni region  $c$  se približava nuli za  $X = 0$ . Svako prekoračenje sile  $F_x$  preko  $\mu F_N$  će uzrokovati potpuno proklizavanje kontaktnih površina jedne u odnosu na drugu.

### 3.1.6. Kontakt između hrapavih površina

Proučavanje kontakta dva tijela do sada je podrazumijevao kontakt idealno glatkih površina, sa tačno poznatom geometrijom kontaktne interakcije. U realnim uslovima, ovakav koncept može se reći da nije moguć. Kao što je navedeno u Poglavlju 2, jedan od rijetkih primjera jeste površina liskuna, koji je glatka na atomskom nivou. Interakciju dvije idealno glatke površine liskuna je moguće postići samo u laboratorijskim uslovima. Sa druge strane, većina kontaktnih površina je dobijena određenim mehaničkim procesom i obradom, pogotovo ako je riječ o primjeni metala u industriji. Generalno, stvarne kontaktne površine su izrazito nepravilne i diskontinualne, gdje stvarna površina koja dolazi u kontakt preko kontaktnih mikro vrhova predstavlja samo mali dio vidljive površine, Slika 43. Takođe poravnavanje kontaktnih površina pod pritiskom, odnosno plastičnom deformacijom mikro vrhova nije jednostavno. U kontaktu metalnih površina, od kojih jedna ima veću tvrdoću u odnosu na drugu, opterećenih normalnim pritiskom, ustanovljeno je da će do pune plastifikacije većine kontaktnih mikro vrhova doći pri kontaktnom pritisku približno jednakom  $3f_y$ , dok će plastifikacija kompletnog uzorka početi pri vrijednosti pritiska jednakoj  $f_y$ . Različitim procedurama je ustanovljeno da stvarna maksimalna kontaktna površina između uzoraka ne može prijeći 1/3 vidljive kontaktne površine.

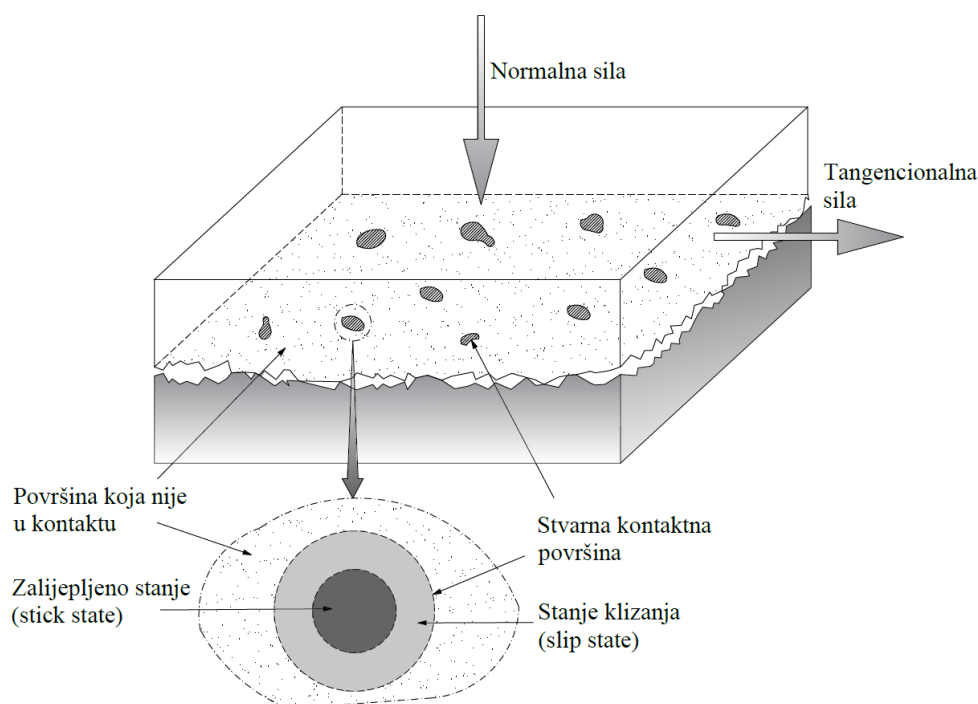
Jedna od prvih teorija koja uvodi uticaj hrapavosti na ponašanje kontaktne interakcije dva tijela, razvijena je od staren Baudena i Tabora (Bowden and Tabor), 1950. godine [60]. Teorija se zasniva na pretpostavci da uslijed hrapavosti kontaktnih površina stvarni kontakt se ostvaruje preko malog broja lokalnih površina/regiona koji čine mali dio ukupne/vidljive površine. S obzirom da je stvarni kontakt ostvaren preko malih površina, očekivano je da će u tim zona biti veliki kontaktni pritisak, tako da je stanje kontaktne interakcije prvobitno povezano sa tvrdoćom materijala koji dolaze u kontakt. Kao zaključak, postavljen je izraz koji definiše stvarnu kontaktnu površinu  $A$  preko tvrdoće  $H$  mekšeg materijala u kontaktnoj interakciji:

$$A = \frac{F_z}{H}. \quad 3.56$$

Takođe uvedena je pretpostavka da uslijed velikog kontaktnog pritiska dolazi do hladnog zavarivanja mikro vrhova jedne površine na drugu, tako da bi tangencijalna sila bila proporcionalna smičućem naponu hladno zavarenih stvarnih kontaktnih površina:

$$F_x = \tau A \quad 3.57$$

Daljim istraživanjem je ustanovljeno da postavljena teorija daje suviše male vrijednosti stvarne kontaktne površine, te da dobijeni rezultati ne predstavljaju realnu sliku ponašanja kontaktne interakcije.



Slika 43: Uvećan šematski prikaz kontakta dvije hrapave površine sa prikazanom stvarnom i vidljivom kontaktnom površinom.

Iako se Baudenova i Taborova prvobitna teorija nije pokazala kao efikasna, predstavljala je dobru polaznu tačku za dalja istraživanja. Pojavom mogućnosti eksperimentalnog mjerenja hrapavosti šezdesetih godina prošlog vijeka, otvorene su nove mogućnosti u proučavanju kontaktne interakcije hrapavih površina. Jedna od osnovnih i najznačajnijih teorija stohastički hrapavih površina jeste Grinvud-Vilijamsonov model (J.A. Greenwood i J.B.P. Williamson), takođe poznat i pod nazivom GW-model [29], [165]. GW model predstavlja nastavak istraživanja Kregelskog [25], [166], koji je 1943. prvi predložio definiciju hrapave površine pomoću gustine distribucije vrhova. GW-model pretpostavlja da hrapavost odnosno kontaktne tačke imaju isti radijus i da je visina tačaka/vrhova stohastički raspoređena oko neke srednje vrijednosti Slika 44. GW-model se direktno oslanja na Hercovu kontaktnu teoriju, gdje je svaki mikro vrh opisan Hercovim kontaktom sfernih tijela.

Kao što vidimo pitanje se postavlja da li su i kad su tijela u kontaktu i koji će vrhovi prvo da se dodirnu. Ako usvojimo pretpostavku da su kontaktni vrhovi hrapave površine dovoljno daleko razmaknuti jedni od drugih, tada deformaciju svakog vrha možemo posmatrati zasebno. Tako da pozicija mikro vrhova i konfiguracija hrapavih površina pod pomenutom pretpostavkom nisu od velikog značaja. Na osnovu pretpostavki koje su do sada uvedene, može se zaključiti da ako su tačke/vrhovi kontakta dovoljno daleko razmaknuti jedni od drugih, tada je samo bitna distribucija visine mikro vrhova  $z$ . Definišaćemo vjerovatnoću da određen vrh ima maksimalnu visinu  $z$ , odnosno funkciju gustine vjerovatnoće  $\Phi(z)$ , što podrazumijeva visinu vrha koji će doći u kontaktnu interakciju sa drugim vrhom. Što znači da je vjerovatnoća da vrh ima maksimalnu vrijednost na intervalu  $[z, z + dz]$  jednaka  $\Phi(z)dz$ . Ako je ukupan broj vrhova u kontaktu  $N_0$ , tada je ukupan broj vrhova sa maksimalnom visinom u intervalu  $[z, z+dz]$  jednak  $N_0\Phi(z)dz$ . Zanimljiva je činjenica da hrapavost mnogih materijala a posebno metalnih površina obrađivanih različitim procesima glodanja

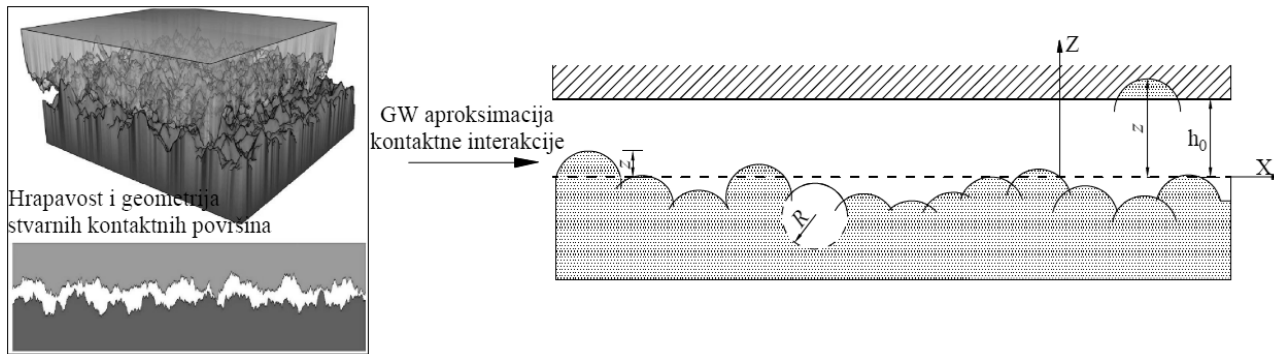
i struganja, prate Gausovu funkciju vjerovatnoće. Na osnovu Gausove funkcije vjerovatnoće može se definisati funkcija gustine vjerovatnoće vrhova koji su u kontaktu

$$\Phi(z) = \left( \frac{1}{2\pi l^2} \right)^{1/2} e^{-\frac{z^2}{2l^2}}. \quad 3.58$$

Gdje  $l$  predstavlja standardnu devijaciju Gauseove funkcije, odnosno srednju kvadratnu vrijednost distribucije visine vrhova ("RMS"- root mean square)

$$l = \sqrt{\langle z^2 \rangle}. \quad 3.59$$

Kao što je definisano, GW-model je zasnovan na pretpostavci da se kontakt između hrapavih površina ostvaruje kontaktom mikro vrhova maksimalne visine, na osnovu čega i jeste postavljena funkcija vjerovatnoće da će određeni broj vrhova doći u kontakt (3.58). Na osnovu usvojene pretpostavke, kontakti problem hrapavih površina se može pojednostaviti i posmatrati kao interakcija nominalno ravne hrapave površine sa krutom pločom, Slika 44. Pojednostavljeni model će takođe razmatrati maksimalne visine vrhova koji će doći u kontakt, u ovom slučaju sa krutom površinom, umjesto sa drugim vrhovima hrapave površine.



Slika 44: Približno opisivanje kontakta stvarnih površina GW modelom.

Sada možemo reći da razmatramo kontakt između krute površine i elastičnog tijela sa statistički raspoređenom hrapavošću (vrhovima) na odstojanju  $h_0$  od  $X$  ose koja predstavlja srednju vrijednost visine mikro-vrhova. Hrapavost površine je opisana pomoću Hercove teorije, usvajanjem kružnog oblika mikro vrhova.

Pod pretpostavkom da nema elastične interakcije vrhova između sebe, svi vrhovi sa visinom  $z > h_0$  su u kontaktu sa krutom površinom. Dubina penetracije vrha sa visinom  $z$  je  $d = z - h_0$ . Odnosno, tačnije je reći da svi vrhovi koji prekorače rastojanje  $h_0$  će biti plastično deformisani i biće u kontaktu sa krutom površinom u malim kružnim površinama poluprečnika  $a$ . Za svaki pojedinačan kontaktni vrh važi Herzovo pravilo  $a^2 = Rd$ , Slika 43 i 44. Na osnovu ranije postavljenog Hercovog kontakta (3.22 do 3.24), može se definisati izraz za kontaktnu površinu jednog mikro vrha

$$\Delta A = \pi a^2 = \pi dR = \pi (z - h_0) R, \quad 3.60$$

i za silu pojedinačnog vrha

$$\Delta F = \frac{4}{3} E^* R^{1/2} d^{3/2} = \frac{4}{3} E^* R^{1/2} (z - h_0)^{3/2}. \quad 3.61$$

Integracijom intervala svih vrhova kontakta dobijamo ukupan broj tačaka koje dolaze u kontakt sa krutom površinom  $N$ , ukupnu površinu kontakta  $A$  i ukupnu normalnu silu  $F_N$ , to znači da integracija mora biti provedena za sve visine od  $z = h_0$  do beskonačnosti:

$$N = \int_{h_0}^{\infty} N_0 \Phi(z) dz \quad 3.62$$

$$A = \int_{h_0}^{\infty} N_0 \Phi(z) \pi R(z - h_0) dz \quad 3.63$$

$$F_N = \int_{h_0}^{\infty} N_0 \Phi(z) E^* R^{1/2} (z - h_0)^{3/2} dz \quad 3.64$$

Ukupan broj, ukupna površina i ukupna sila kontakta rastu eksponencijalno kako se tijela približavaju jedno drugome, uslijed normalnog pritiska (smanjivanje vrijednosti  $h_0$ ). Za prosječnu kontaktnu površinu jednog vrha dobijamo izraz

$$\langle \Delta A \rangle = \frac{A}{N} = \frac{\int_{h_0}^{\infty} N_0 \Phi(z) \pi R(z - h_0) dz}{\int_{h_0}^{\infty} N_0 \Phi(z) dz} \quad 3.65$$

Daljim unaprjeđenjem analize hrapavih kontaktnih površina, usavršena je Grinvudova teorija [30], [167], po pitanju definisanja mikro vrhova, takođe Pirson (Persson) je definisano svoju teoriju kontakta hrapavih površina [168]. Od važnosti je navesti istraživanja: Žuravljeva (V. A. Zhuravlev), Lankov i Mihailov (Lankov and Mikhailov), Kregelski (Kragelsky) [166], [169], Gorjačeva (Goryacheva) [170] što predstavlja drugačiji pristup rješavanju kontaktnog problema. Sa napretkom tehnologije stvoreni su uslovi za detaljnije mjerenje i snimanje hrapavosti površina, što je omogućilo donošenje novih zaključaka i metoda opisivanja fizičkih procesa kontaktne interakcije. Ustanovljeno je da većina površina (pogotovo mašinski obrađivani metali) imaju fraktalnu ponovljivu prirodu (self-similar). Istraživanja Madzumbdra i Bušana (Majumdar and Bhushan) [171], [172] su pokazala da je moguće opisati stvarnu geometriju hrapave površine, primjenom Vajerštras-Mandelbrotove funkcije (Weierstrass-Mandelbrot function) W-M funkcija, što je omogućilo detaljniji i drugačiji pristup rješavanju ovog problema. Svakako primjena i implementacija W-M funkcije sa konačnim elementima je dug proces na kome tek treba raditi, o čemu će biti više rečeno u Poglavlju 5.6.

### 3.2. NUMERIČKI PRISTUP RJEŠAVANJA KONTAKTNOG PROBLEMA

Problem deformacije tijela je formiran kao problem graničnih vrijednosti koji je dobro definisan i poznat [173], [174]. Diferencijalne jednačine problema treba da opisuju određen domen  $\Omega$  sa definisanim graničnim uslovima po konturi deformabilnog tijela  $\partial\Omega$ . Primjenom divergencije na diferencijalnu jednačinu ravnoteže tijela, prelazimo sa jake na slabu formu, odnosno primjenom virtuelnih radova formiramo varijacionu jednačinu ravnoteže deformabilnog tijela. Problem kod kontaktne mehanike jeste što pored Dirketovih i Nojmanovih uslova (Dirichlet-Neumann conditions), potrebno je implementirati i Herc-Signorini-Moreuove uslovi (Hertz-Signorini-Moreau conditions), koji varijacionu jednačinu ravnoteže tijela pretvara u nejednačinu, koja je nelinearna i za slučaj linearne elastičnosti [36], [37], [155]. Pojavljivanje nejednačine umjesto jednačine slabe forme predstavlja značajan problem, koji podrazumijeva promjenjive/dvoznačne granične uslove koje uslovljava mogućnost ostvarivanja kontakta. Kako bi prevazišli ovaj problem, uvode se određene procedure od kojih su najviše primjenjivani, metoda Lagranžovih multiplikatora (Lagrange multipliers) i takozvana Penalti metoda (Penalty method). Ovim metodama uslovno rečeno pretpostavljamo da je stanje kontaktne interakcije poznato za svaki idući korak numeričkog proračuna. Na ovaj način, varijacionu nejednačinu pretvaramo u jednačinu i stvaramo mogućnost za rješavanje problema. Problem postaje još kompleksniji uvođenjem trenja i stvarne kontaktne površine, koji direktno zavise od geometrije i hrapavosti kontaktnih površina o čemu je bilo govora u Poglavlju 2.1. Kada govorimo o kontaktnoj geometriji i hrapavosti, jasno je da diskretizacija i detekcija kontaktnih površina odnosno konačnih elemenata predstavlja još jedan izazovan zadatak u numeričkom opisivanju kontaktne interakcije tijela.

#### 3.2.1. Kontakt sistema tačkaste mase i krute ravni

Ovim poglavljem će biti definisani osnovni principi numeričke kontaktne mehanike, kao što su: normalni kontakt bez trenja, kontakt sa trenjam i Herc-Signorini-Moreuovi uslovi. Takođe biće objašnjene dvije najznačajnije numeričke procedure za rješavanje kontaktnog problema, pod nazivom: metoda Lagranžovih multiplikatora i Penalti metoda.

##### 3.2.1.1. Normalni kontakt bez trenja

Posmatrajmo kontaktni problem koji se sastoji od koncentrisane mase  $m$  pod gravitacionim opterećenjem oslonjene preko oprugom krutosti  $k$ , kontakt je bez trenja. Ugib tačkaste mase  $m$  je ograničen krutom ravni, Slika 45. Potencijalna energija ovog sistema izražena je kao:

$$\Pi_{(u)} = \frac{1}{2}ku^2 - mgu. \quad 3.66$$

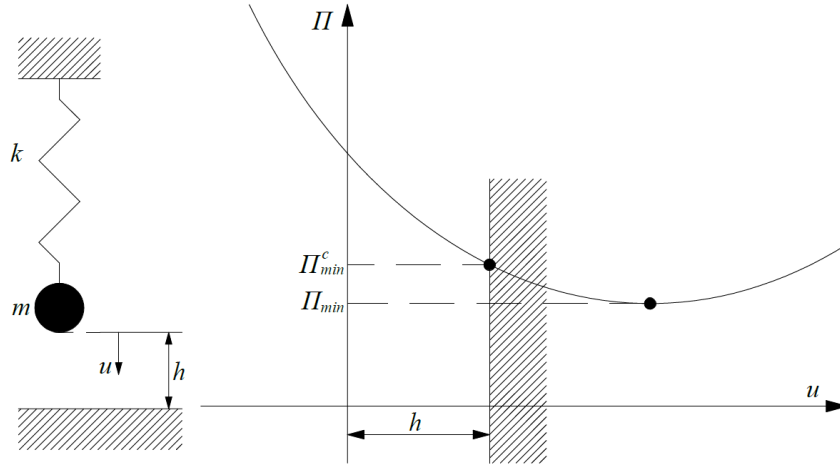
Prvi izraz u jednačini jeste elastični potencijal opruge a drugi izraz predstavlja potencijalnu energiju mase u gravitacionom polju [36], [175].

U slučaju da nije postavljeno ograničenje krutom ravni, za pomjeranje  $u$  mogli bi definisati ekstremum varijacionim principom, uvođenjem varijacije od  $u$  kao  $\delta u$ .

$$\begin{aligned} \Pi_{(u+\delta u)} &= \frac{1}{2}k(u + \delta u)^2 - mg(u + \delta u) \\ \Pi_{(u+\delta u)} &= \frac{1}{2}ku^2 - mgu + \delta u(ku - mg) + \frac{1}{2}k\delta u^2 \\ &= \Pi_{(u)} + \delta\Pi_{(u)} + \delta^2\Pi_{(u)} \end{aligned} \quad 3.67$$

Odakle slijedi prva varijacija:

$$\delta\Pi_{(u)} = ku\delta u - mg\delta u. \quad 3.68$$



Slika 45: Energija sistema mase i opruge

U izrazu (3.68)  $\delta\Pi_{(u)} = 0 \forall \delta u$  predstavlja stacionarnost potencijala, koji je uvijek istinit za stanje ravnoteže elastičnog sistema. Odakle slijedi da je vrijednost za prvu varijaciju jednostavan oblik principa virtuelnih pomjeranja. U pomenutom slučaju silu u opruzi  $N$  možemo posmatrati kao generalisani napon  $\sigma$ , i ugib opruge  $u$  kao generalisanu dilataciju  $\varepsilon$ . Tako da princip virtuelnih pomjeranja za posmatrani sistem pišemo kao

$$N\sigma\varepsilon - P\delta u = 0; \quad N = k\varepsilon, \quad \varepsilon = u. \quad 3.69$$

Kako druga varijacija predstavlja

$$\delta^2\Pi = k, \quad 3.70$$

odakle slijedi da sistem ima minimum definisan izrazom

$$u = \frac{mg}{k}. \quad 3.71$$

Na grafiku Slika 45, prikazana je energija sistema koncentrisane mase i opruge. Kada tačkasta masa nije ograničena krutom površinom, minimalna energija  $\Pi_{min}$  će biti ostvarena ravnotežom sile  $mg$  i krutosti opruge  $k$ , što će predstavljati maksimalno pomjeranje tačkaste mase  $m$ . U slučaju kada se masa  $m$  oslanja na krutu površinu, možemo definisati ograničenje na slijedeći način:

$$c(u) = h - u \geq 0, \quad 3.72$$

gdje isključujemo probijanje u nejednačini kontaktnog graničnog uslova. Tijelo samo može biti u kontaktu ili razdvojeno od drugog tijela. Kada je  $c(u) > 0$  tada postoji razmak između tačkaste mase i krute ravni, u slučaju da je  $c(u) = 0$  razmak/zazor (gap) je zatvoren i kontakt je ostvaren.

Varijacija  $\delta u$  je sada ograničena kontaktnom površinom, odakle sledi da mora biti definisana kao  $\delta u \leq 0$ . Što znači da virtuelno pomjeranje mora ispunjavati granični uslov kontakta, tako da i

varijacija može biti usmjerena samo prema gore. Na osnovu svega navedenog, izraz za prvu varijaciju (3.68) definišemo kao varijacionu nejednakost:

$$ku\delta u - mg\delta u \geq 0. \quad 3.73$$

U nejednakosti (3.73), znak veće važi kada je sila  $mg$  veća od krutosti opruge  $kh$  i tada je ostvaren kontakt mase i krute površine, što znači da je varijacija  $\delta u < 0$ . Uslijed ograničenja (3.72), minimum koji je ranije opisan kao  $\Pi_{min}$  Slika 45, više se ne može uzeti kao minimalna vrijednost sistema. Minimum ograničen krutom ravni odnosno položajem drugog kontaktnog tijela je sada  $\Pi_{min}^c$  koji nazivamo minimalna energija u dopuštenom prostoru rješenja.

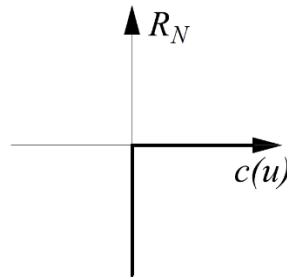
Kada varijaciju  $\delta u$  predstavimo pomoću test funkcije  $v$  i pomjeranja  $u$  za koje važi  $u: \delta u = v - u$ , izraz (3.68) može biti zapisan kao

$$ku(v - u) - mg(v - u) = 0. \quad 3.74$$

Test funkcija treba da ispuni uslov  $v - u \leq 0$  na kontaktnoj površini, kao i rješenje za  $u$ . Kada je  $mg > ku$  kontakt je ostvarne, odavde sljedi nejednakost graničnog uslova kontakta:

$$ku(v - h) \geq mg(v - h) \quad 3.75$$

U oba slučaja (3.73) i (3.75), nejednakost (3.72) koja ograničava pomjeranje  $u$ , vodi ka varijacionoj nejednakosti koju definiše rješenje za  $u$ . Varijacione nejednakosti koje smo postavili ne mogu biti direktno upotrebljene za rješavanje kontaktnog problema. Metode koje se najčešće koriste su metoda Lagranžovih multiplikatora i Penalti metoda, koje će biti objašnjene u narednim poglavljima.



Slika 46: Reakciona sila u odnosu na normalni zazor (normal gap)

Kada masa  $m$  dotakne krutu ravan i ostvari kontakt pojavljuje se reakcija  $F_R$ , može se reći da je aktiviran oslonac. Pretpostavljamo da se u kontaktu može pojaviti samo pritisak, koji se usvaja kao negativan, dok se zatezanje odnosno adhezija isključuje. Reakciona sila koja se javlja u kontaktu vodi do sledećeg uslova:

$$R_N \leq 0, \quad 3.76$$

što znači da ili imamo pritisak i aktivno kontaktno stanje  $R_N < 0$  ili neaktivnu reakcionu silu i neostvaren kontakt,  $R_N = 0$ . Sumiranjem postavljenih izraza moguće je postaviti dva slučaja za kontaktni problem, gdje je kretanje ograničeno uslovom (3.72).

1. Krutost opruge je prevelika, tako da masa ne može dodirnuti krutu ravan. U tom slučaju važe sledeći uslovi:

$$c(u) > 0 \quad i \quad R_N = 0. \quad 3.77$$



2. Odnos u sistemu je takav da tačkasta masa ostvaruje kontakt sa krutom ravni, kada važi sledeći uslov:

$$c(u) = 0 \quad i \quad R_N < 0. \quad 3.78$$

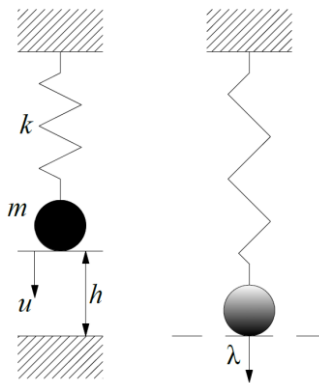
Na osnovu prethodna dva uslova možemo formirati Herc-Signorini-Moreuove granične uslovi (Hertz-Signorini-Moreau conditions)

$$c(u) \geq 0, \quad R_N \leq 0, \quad R_N c(u) = 0. \quad 3.79$$

Postavljeni uslov se može prikazati grafički, crtanjem vrijednosti reakcione sile  $R_N$  u odnosu na normalno odstojanje (normal gap)  $c(u)$ , Slika 46. Problem koji se pojavljuje, jeste da prikazani dijagram predstavlja ne glatku funkciju iz čega slijedi da posmatrana funkcija nije diferencijabilna. Na osnovu svega, potrebno je primijeniti matematičke metode koje mogu rješavati neglatke funkcije koje se pojavljuju u rješavanju kontaktnog problema.

### 3.2.1.2. Metoda Lagranžovih multiplikatora (Lagrange multipliers)

Rješenje kontaktnog problema gdje je kretanje ograničeno nejednačinom (3.72), može biti dobijeno primjenom metode Lagranžovih multiplikatora Slika 47.



Slika 47: Primjena Lagranžovih multiplikatora za sistem mase i opruge.

Biće pretpostavljeno da je ograničenje aktivno i uslov (3.78) zadovoljen. Metoda Lagranžovih multiplikatora se zasniva na dodavanju člana u energiju sistema (3.66) koji u ovom slučaju predstavlja ograničenje. Primjenom opisane metode, izraz (3.66) biće redefinisano kao:

$$\Pi(u, \lambda) = \frac{1}{2} ku^2 - mgu + \lambda c(u) \quad 3.80$$

Upoređivanjem sa izrazom (3.79), vidi se da je Lagranžov multiplikator ekvivalentan reakcionoj sili  $R_N$ . Varijacijom izraza (3.80) dobijaju se dvije jednačine, pošto  $\delta u$  i  $\delta \lambda$  mogu biti varirane zasebno

$$ku\delta u - mg\delta u - \lambda\delta u = 0, \quad 3.81$$

$$c(u)\lambda\delta = 0. \quad 3.82$$

Prva jednačina predstavlja ravnotežu sistema uključujući reakcionu silu na kontaktu, što implicira da je kontakt aktivan Slika 47, dok druga jednačina ispunjava uslove kinematičkog ograničenja definisanog u (3.72) za  $u = h$ . Pošto je ograničenje predstavljeno reakcionom silom a sila dovedena u vezu sa Lagranžovim multiplikatorom, ograničenje varijacione nejednakosti više ne postoji, odakle slijedi da je moguće dobiti rješenje normalnog kontakta:

$$\lambda = kh - mg = R_N \quad 3.83$$

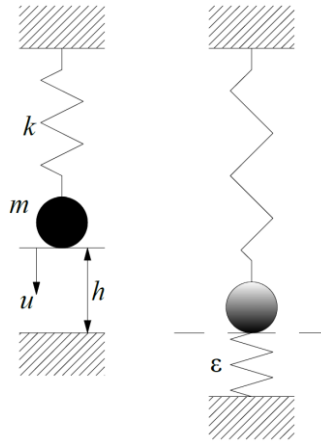
Rješenje jednačine (3.83) treba biti uvijek provjereno u odnosu na ograničenje (3.76). U slučaju da ograničenje za ostvarivanje kontakta nije zadovoljeno, pretpostavka o mogućnosti za kontakt i aktiviranje Lagranžovog multiplikatora više ne postoji. Što dalje znači da je kontaktna interakcija neaktivna, granični uslov (3.76) nevažeći te da tačno rješenje pomjeranja koncentrisane mase može biti jednostavno dobijeno pomoću jednačine (3.71). U ovom slučaju reakciona sila odnosno Lagranžov multiplikator je jednak nuli.

### 3.2.1.3. Metoda sa parametarskom oprugom (Penalty method)

Drugi način koji se često koristi u analizi kontaktnog problema jeste primjena Penalti metode. Za slučaj aktivnog kontakta, dodaje se Penalti član u jednačinu potencijala (3.66) odakle se dobija izraz:

$$\Pi(u) = \frac{1}{2}ku^2 - mgu + \frac{1}{2}\epsilon[c(u)]^2 \quad \text{za } \epsilon > 0 \quad 3.84$$

Penali parametar  $\epsilon$  se može predstaviti kao opruga određene krutosti koja povezuje kontaktna tijela, u ovom slučaju tačkastu masu i krutu površinu, Slika 53.



Slika 48: Primjena Penalti metode za sistem mase i opruge

Predstavljanje kontakta simulacijom opruge je pogodno iz razloga što energija Penalti parametra ima isti oblik kao i potencijalna energija jednostavne opruge. Varijacijom izraza (3.84) dobijamo:

$$ku\delta u - mg\delta u - \epsilon c(u)\delta u = 0, \quad 3.85$$

odakle se može izvesti rješenje za  $u$

$$u = (mg + \epsilon h)/(k + \epsilon). \quad 3.86$$

Primjenom jednačine (3.72) biće definisan granični uslov sa Penlti članom:

$$c(u) = h - u = \frac{kh - mg}{k + \epsilon} \quad 3.87$$

Kada je kontakt ostvaren, ispunjen je uslov  $mg \geq kh$  i prema jednačini (3.87), dolazi do probijanja tačkaste mase u krutu površinu, što je fizički ekvivalentno sabijanju opruge Slika 48.

Jednačina ograničenja je zadovoljena samo u slučaju kada  $\epsilon \rightarrow \infty \Rightarrow c(u) \rightarrow 0$ , penetracija zavisi od Penalti parametra. Stoga u Penalti metodi imamo dva granična slučaja:

1.  $\epsilon \rightarrow \infty \Rightarrow u - h \rightarrow 0$ , iz čega slijedi da tačno rješenje dobijamo samo pri velikim vrijednostima Penalti parametra. Što znači, da sa velikom krutošću kontaktne opruge dolazi do vrlo malih probijanja.
2.  $\epsilon \rightarrow 0$  predstavlja neaktivan kontakt, kada je Penalti parametar jako mali podrazumjevaju se velika probijanja što vodi do problema konvergencije proračuna primjenom konačnih elemenata.

Za reakcionu silu dobijamo na kraju

$$R_N = \lambda = \epsilon c(u) = \frac{\epsilon}{k + \epsilon} (kh - mg) \quad 3.88$$

Ograničenjem parametra  $\epsilon \rightarrow \infty$  dobijamo isto rješenje kao i primjenom Lagranžovih multiplikatora.

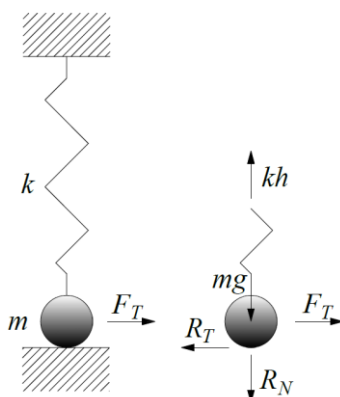
Važno je naglasiti da u numeričkim kodovima KE, Penalti parametar nikad nije definisan kao  $\epsilon \rightarrow \infty$ . U ovom slučaju ne bi bilo moguće postići konvergenciju proračuna, iz tog razloga Penalti parametar se definiše kao opruga konačno velike krutosti. U nekim slučajevima potrebno je empirijski/parametarski doći do najadekvatnije vrijednosti Penalti opruge, u odnosu na tražene rezultate i vrstu numeričke procedure. Takođe u slučaju velikog tangencijalnog klizanja/pomjeranja kontaktnih tijela jednog naspram drugog, dolazi do nelogično velike vještačke energije izazvane Penlati parametrom. Pojavljivanje vještačke energije u numeričkom modelu može značajno da naruši tačnost traženih rezultata, o svemu će biti više rečeno u Poglavlju 4.4.4.5.

### 3.2.1.4. Kontakt sa trenjem

Na sličan način će biti opisane osnove kontaktne interakcije dva tijela sa prisutnim trenjem. Za sistem mase i opruge pretpostavljamo da je koncentrisana masa došla u kontakt sa krutom ravni Slika 49, što znači da je ispunjen uslov  $R_N < 0$ ,  $c(u) = 0$ . Nakon uspostavljanja normalnog kontakta, u kontaktnoj interakciji djeluje nova reakciona sila  $R_T$  u tangencijalnom pravcu kao reakcija djelovanju sile  $F_T$ . Na osnovu postavljenog uslova, mogu se postaviti jednačine ravnoteže za kontakt sa trenjem

$$R_N + mg - kh = 0, \quad 3.89$$

$$R_T - F_T = 0. \quad 3.90$$



Slika 49: Sistem mase oslonjene preko opruge pod uticajem tangencijalnog opterećenja (slučaj kontakta sa uključenim trenjem)

Trenje između tačkaste mase i krute površine potrebno je opisati odgovarajućim konstitutivnim jednačinama, koje su definisane tako da što tačnije opisuju fizički proces trenja. Kao što je navedeno u Poglavlju 2.1, postoje mnoge poteškoće koje trebaju biti prevaziđene da bi fenomen trenja bio u potpunosti opisan. Najjednostavniji model, i najšire primjenjivan za inženjerske potrebe je Kulonov (Coulomb) zakon.

Uvođenjem trenja u kontaktnu interakciju dva tijela, potrebno je definisati i uzeti u obzir regione kontaktne interakcije koji će biti u zalijepljenom stanju (stick state) i regione koji će biti u stanju proklizavanja (slip state), pogledati Poglavlje 3.1.5. U slučaju zalijepljenog kontakta ne može doći do pomjeranja tačkaste mase u odnosu na krutu podlogu, dok u slučaju proklizavanja dolazi do pojave pomjeranja  $u_T$ . Na osnovu postavljenih pretpostavki, mogu se postaviti uslovi kojima će biti opisano ponašanje kontakta pod uticajem trenja.

1. Pomoću Kulonovog zakona formiramo nejednačinu koja uključuje uticaj normalne/vertikalne i tangencijalne sile

$$f(R_N, R_T) = |R_T| + \mu R_N \leq 0. \quad 3.91$$

Može se primjetiti da je u izrazu uzeta apsolutna vrijednost za tangencijalnu reakciju, pošto tangencijalna sila  $F_T$  može biti pozitivna i negativna. Na osnovu izraza (3.91) može se odrediti razlika između zalijepljenog stanja i stanja klizanja.

2. Zalijepljeno stanje je ostvareno pod uslovom

$$|R_T| < -\mu R_N. \quad 3.92$$

U ovom slučaju nemamo relativno pomjeranje između tačkaste mase i krute podloge  $u_T = 0$ , tako da reakcionu silu  $R_T$  možemo posmatrati kao reakciju u osloncu koja je definisana iz izraza (3.90).

3. Stanje klizanja je ostvareno pod uslovom

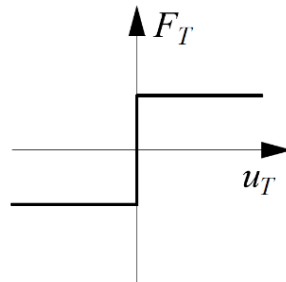
$$|R_T| = -\mu R_N. \quad 3.93$$

U ovom slučaju se pojavljuje relativno pomjeranje između mase i krute podloge  $u_T \neq 0$ . Smjer pomjeranja  $u_T$  je suprotan tangencijalnoj reakcionoj sili  $R_T$ .

Postavljene nejednakosti mogu biti definisane i u Kun-Tukerovom (Kunh - Tucker) obliku

$$|u_T| \geq 0, \quad f \leq 0 \quad i \quad |u_T|f = 0 \quad 3.94$$

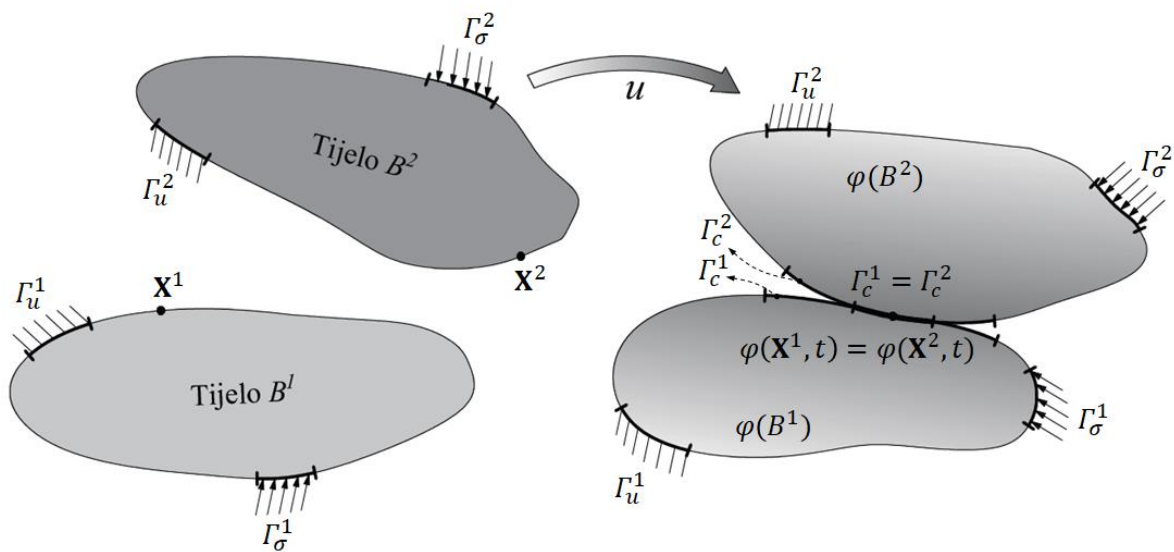
Analiza kontaktnog problema sa prisutnim trenjem koja je ovdje definisana, može biti prikazana jednostavnim dijagramom pomjeranja i opterećenja za odnos tangencijalne sile  $F_T$  i pomjeranja  $u_T$ , Slika 50. Kao i za slučaj normalnog kontakta bez trenja Slika 46, kriva opterećenje-pomjeranje nije glatka, nije diferencijabilna.



Slika 50: Dijagram opterećenje – pomjeranje za kontakt sa trenjem

### 3.2.2. Kinematika i geometrija kontakta

Veliki broj kontaktnih problema uključuje velike (konačne) deformacije tijela u kontaktu. Prema tome, u ovom poglavlju sve kontaktne relacije biće definisane za konačne deformacije dva ili više tijela  $B^\alpha$  koja dolaze u kontakt. Približavanjem kontaktnih tijela jedno drugome, tijela stupaju u kontaktnu interakciju preko ograničenog dijela konture svakog tijela definisane kao  $\Gamma_c$ . Možemo primijetiti da razdvojene tačke (vektori položaja)  $\mathbf{X}^1$  i  $\mathbf{X}^2$  na tijelima prije deformacije u inicijalnoj konfiguraciji mogu doći u zajedničku tačku  $\varphi(\mathbf{X}^1) = \varphi(\mathbf{X}^2)$  nakon deformacije u trenutnoj konfiguraciji Slika 51. Tako da i kontaktne uslove trebaju biti definisani u odnosu na trenutnu konfiguraciju [36]. Generalno potrebna su dva koraka da bi mogli ustanoviti da li je uspostavljen kontakt između tijela. Prvo je potrebno postaviti kinematičke relacije koje su neophodne da bi postavili kontaktne uslove. Drugi korak predstavlja, formiranje globalnog algoritma za traženje i detekciju kontakta što će biti opisano u Poglavlju 3.2.9.



Slika 51: Kontakt dva tijela pri konačnim deformacijama.

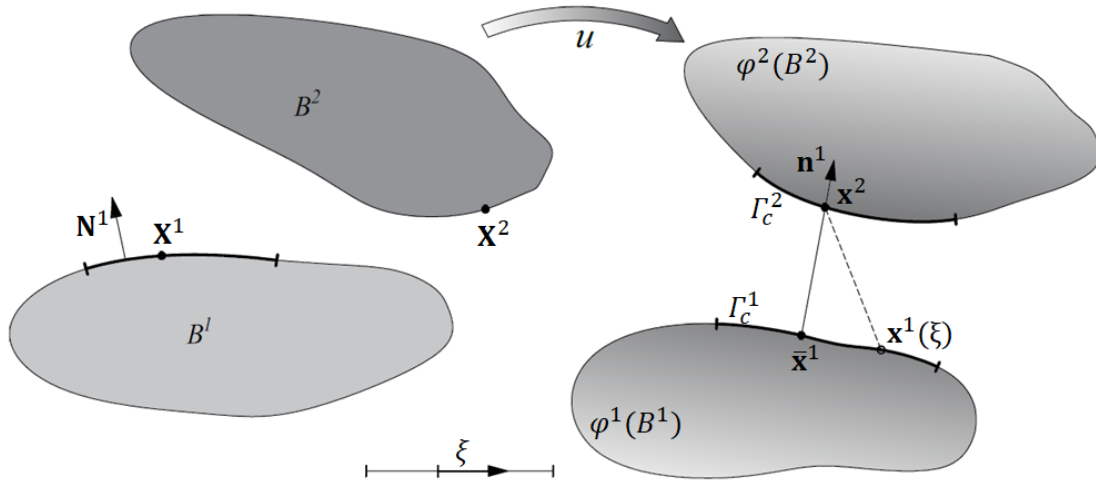
Za kontakte u uslovima velikih deformacija, rastojanje između kontaktnih tijela je minimizovano na malu veličinu. Prethodna pretpostavka je vezana za kontakte kod kojih nije dozvoljeno probijanje između kontaktnih tijela. Dalje će biti posmatrana dva proizvoljna kontinualna elastična tijela  $B^\alpha$ ,  $\alpha = 1, 2$ , koja se nalaze u kontaktu bez probijanja, od kojih svako tijelo zauzima region  $\Omega^\alpha \subset R^3$ . Kontura (granica)  $\Gamma^\alpha$  tijela  $B^\alpha$  sastoji se iz tri dijela:  $\Gamma_u^\alpha$  sa definisanim pomjeranjima,  $\Gamma_\sigma^\alpha$  sa definisanim površinskim opterećenjem i kontura  $\Gamma_c^\alpha$  koja predstavlja površnu preko koje tijela  $B^1$  i  $B^2$  dolaze u kontakt. Sada je potrebno na konturi  $\Gamma_c^\alpha$  formirati granične uslove za normalni i tangencijalni kontakt. Postavljeni uslovi na dijelovima konture  $\Gamma_u^\alpha$  i  $\Gamma_\sigma^\alpha$  predstavljaju Dirket-Nojmanove granične uslove (Dirichlet-Neumann boundary conditions), koji će biti definisani u Poglavlju 3.2.8.

#### 3.2.2.1. Normalni kontakt trodimenzionalnih tijela

Da bi kontakt tijela mogao biti definisana u tački  $\varphi(\mathbf{X}^1) = \varphi(\mathbf{X}^2)$ , potrebno je izvršiti detekciju kontaktnih tačaka i definisati minimalno normalno rastojanje između kontaktnih površina. Pri kontaktu elastičnih tijela sa spriječenim probijanjem, usvojena je minimizacija rastojanja kontaktnih površina [176]. Pod pretpostavkom da dva tijela dolaze u kontakt bez probijanja biće definisan uslov

$$(\mathbf{x}^2 - \mathbf{x}^1) \cdot \mathbf{n}^1 \geq 0, \quad 3.95$$

prikazano na Slika 52. Tačka  $\mathbf{x}^\alpha$  predstavlja koordinatu trenutne konfiguracije  $\varphi(B^\alpha)$  tijela  $B^\alpha$ :  $\mathbf{x}^\alpha = \mathbf{X}^\alpha + \mathbf{u}^\alpha$  dok je  $\mathbf{X}^\alpha$  vezan za inicijalnu konfiguraciju tijela  $B^\alpha$ , dok  $\mathbf{u}^\alpha$  predstavlja polje pomjeranja. Normalni vektori  $\mathbf{n}^1$  i  $\mathbf{N}^1$  se odnosi na tijelo u trenutnoj  $\varphi^1(B^1)$  i početnoj  $B^1$  konfiguraciji.

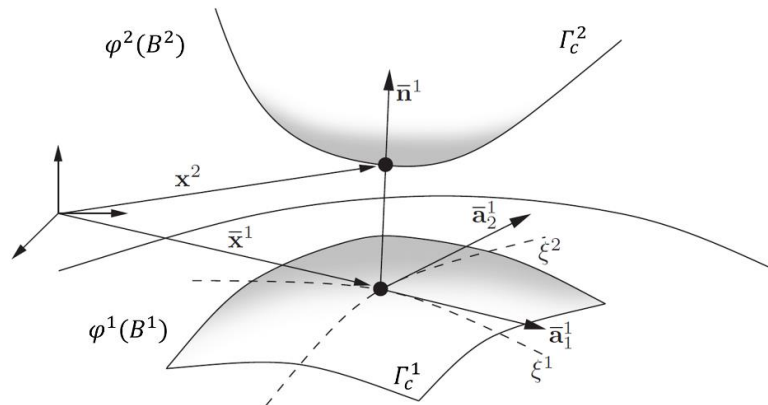


Slika 52: Deformisana konfiguracija tijela, definisanje minimalne razdaljine.

Uvodeći pretpostavku da su kontaktne površine konveksne na nekom lokalnom regionu i taj region izolujemo kao slučaj, tada je moguće za svaku tačku  $\mathbf{x}^2$  na  $\Gamma_c^2$  vezati moguću tačku  $\bar{\mathbf{x}}^1 = \mathbf{x}^1(\bar{\xi})$  na  $\Gamma_c^1$  preko minimuma razdaljine dva trodimenzionalna tijela, Slika 53

$$\hat{d}^1(\xi^1, \xi^2) = \|\mathbf{x}^2 - \bar{\mathbf{x}}^1\| = \min_{\mathbf{x}^1 \in \Gamma_c^1} \|\mathbf{x}^2 - \mathbf{x}^1(\xi)\|. \quad 3.96$$

Primjenom minimalne razlike kontaktnih tijela moguće je definisati normalni razmak/zazor (normal gap) i probijanje između dva tijela, u slučaju da je probijanje dozvoljeno. U izrazu (3.96),  $\xi = (\xi^1, \xi^2)$  označava parametrisaciju granice  $\Gamma_c^1$  krivolinijskim koordinatama [177], [178].



Slika 53: Izolovan lokalni slučaj dva kontaktna vrha.

Daljim rješavanjem izraza (3.96) [36], [175], i uvođenjem uslova ortogonalnosti normalnog i tangencijalnog vektora  $\mathbf{n}^1(\bar{\xi}^1, \bar{\xi}^2) \cdot \mathbf{a}_\alpha^1(\bar{\xi}^1, \bar{\xi}^2) = 0$  koji djeluju u najbližoj tački  $\bar{\xi} = (\bar{\xi}^1, \bar{\xi}^2)$ , dobijamo najbližu stvarnu tačku na primarnoj površini (master surface)  $\hat{\mathbf{x}}^1(\bar{\xi}^1, \bar{\xi}^2)$ . Definisana najbliža stvarna tačka na primarnoj površini predstavlja ortogonalnu projekciju zadane tačke  $\mathbf{x}^2$  sekundarne površine (slave surface)  $\varphi_t^2(\Gamma_c^2)$  na primarnu površinu tijela  $\varphi_t^1(\Gamma_c^1)$  u trenutnoj

konfiguraciji. U tekstu veličine označene sa crticom iznad, označavaju veličine dobijene primjenom minimuma razdaljine. Odavde imamo da je jedinični normalni vektor koji prolazi kroz tačke primarne i sekundarne površine definisan kao:

$$\bar{\mathbf{n}}^1 = \frac{\mathbf{x}^2 - \hat{\mathbf{x}}^1(\bar{\xi}^1, \bar{\xi}^2)}{\|\mathbf{x}^2 - \hat{\mathbf{x}}^1(\bar{\xi}^1, \bar{\xi}^2)\|} \quad 3.97$$

Kada je poznata tačka  $\bar{\mathbf{x}}^1$ , dokazom postojanja najbliže projekcije  $\hat{\mathbf{x}}^1(\bar{\xi}^1, \bar{\xi}^2)$  tačke  $\mathbf{x}^2$  sekundarne površine na primarnu površinu, primjenom ortogonalnosti normalnog i tangencijalnog vektora, moguće je definisati nejednačinu ograničenja za kontakt bez probijanja

$$g_N = (\mathbf{x}^2 - \bar{\mathbf{x}}^1) \cdot \bar{\mathbf{n}}^1 \geq 0. \quad 3.98$$

Tačku  $\bar{\mathbf{x}}^1$  možemo nazvati stvarna najbliža tačka primarne površine  $\varphi_t^1(\Gamma_c^1)$  u odnosu na taku  $\mathbf{x}^2$  sekundarne površine  $\varphi_t^2(\Gamma_c^2)$ .

U zavisnosti od geometrije kontaktnih površina može se desiti da nije moguće odrediti minimalnu razdaljinu dvije tačke. U ovakvom slučaju projekcija najbliže stvarne tačke na primarnoj površini  $\hat{\mathbf{x}}^1(\bar{\xi}^1, \bar{\xi}^2)$  nije jedinstvena, gdje mogu postojati sledeći slučajevi: asimetrija kontaktnih površina, nepostojanje jedinstvene najbliže tačke i ne glatke kontaktne površine.

#### Asimetrija kontaktnih površina

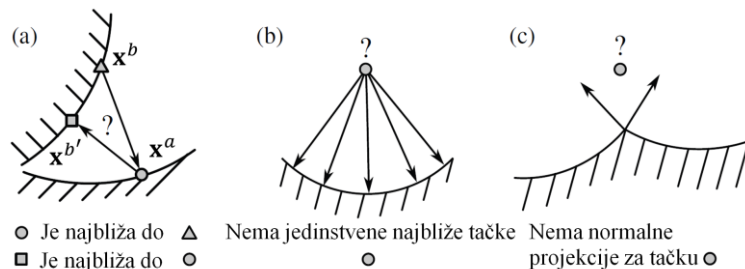
Ako tražimo najbližu tačku  $\mathbf{x}^a \in \varphi_t^1(\Gamma_c^1)$  tački  $\mathbf{x}^b \in \varphi_t^2(\Gamma_c^2)$  u prvom slučaju a onda okrenemo suprotno i tražimo najbližu tačku  $\mathbf{x}^{b'} \in \varphi_t^2(\Gamma_c^2)$  tački  $\mathbf{x}^a \in \varphi_t^1(\Gamma_c^1)$ , dolazimo do kontradiktornosti gdje tačka  $\mathbf{x}^b$  i  $\mathbf{x}^{b'}$  nisu podjednako najbliže tačke tački  $\mathbf{x}^a$ . Što znači da kontaktne površine ni lokalno nisu paralelne jedna sa drugom [38], [155]. Tada nije moguće odrediti koja je tačka najbliža i samim tim je nemoguće i odrediti funkciju  $g_N$ , Slika 54a.

#### Nepostojanje jedinstvene najbliže tačke

U slučaju kada kontaktna površina predstavlja simetrično sfernu površinu, nije moguće odrediti najbližu tačku, zato što nema jedinstvene najbliže tačke a u isto vrijeme ima beskonačno mnogo najbližih tačaka [179] Slika 54b.

#### Kontinuitet (glatkost) kontaktne površine

Glatkost najmanje jedne kontaktne površine po pravilu primarne površine (master surface) je neophodna za postojanje normalne projekcije tačaka između kontaktnih površina. Ipak površine koje treba opisati konačnim elementima su samo djelimično glatke, tako da se pojavljuje problem nemogućnosti opisivanja ne glatkih površina i pojava mrtvih uglova. U pomenutom slučaju, ne postoje dvije tačke koje se mogu povezati Slika 54c.



Slika 54: Geometrijski problemi pri definsanju kontaktne površine: a) asimetrija najbliže tačke, b) nepostojanje nablje tačke, c) nepostojanje normalne projekcije – mrtvi ugao.



Asimetrija najbliže tačke kao posljedica asimetričnih kontaktnih površina vodi prema “master-slave” pristupu gdje se razmatra na koji način odrediti primarnu i sekundarnu površinu u kontaktu.

### 3.2.2.2. Tangencijalni kontakt trodimenzionalnih tijela

Prilikom pomjeranja kontaktnih tijela u tangencijalnom pravcu, aktiviraju se tangencijalne sile trenja unutar kontaktne interakcije, tako da je potrebno razlikovati dva moguća slučaja. Prvi slučaj je zalijepljeno/fiksno stanje kontakta (stick state), u kome nije dozvoljeno pomjeranje tačaka kontaktne interakcije u tangencijalnom pravcu. Drugi slučaj je kompleksniji za opisivanje od prvog, opisuje proklizavanje površina koje su u kontaktu (slip state), što znači da tačke izlaze iz zalijepljenog stanja i počinju da se kreću u tangencijalnom pravcu. Analitički pristup definisanja kontaktnih stanja opisan je u Poglavlju 3.1.5. Pomenuto pomjeranje može biti opisano samo kao relativna deformacija kontaktne interakcije.

#### Zalijepljeno stanje (Stick condition)

Tačke dva kontaktna tijela koje stupe u kontakt, pod uslovom zalijepljenog kontaktnog stanja, ne mijenjaju više svoj položaj u tangencijalnom pravcu. Generalno, može se reći da ovako definisana dva kontaktna tijela se ponašaju kao jedno, tako da i zakrivljene koordinate  $(\bar{\xi}^1, \bar{\xi}^2)$  ne mijenjaju svoju vrijednost prilikom kretanja  $\dot{\bar{\xi}}^\alpha = 0$ , odakle može biti formiran uslov

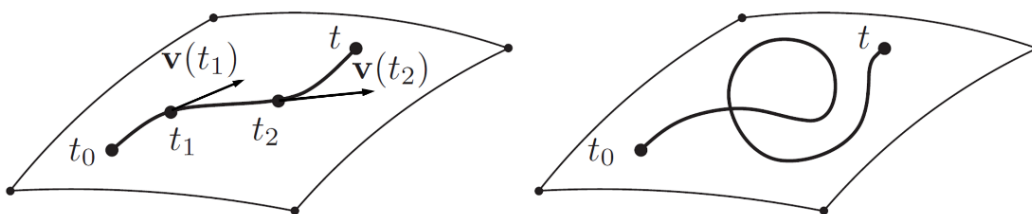
$$\mathbf{g}_T = g_{T\alpha} \bar{\mathbf{a}}^\alpha = 0 \quad g_{T\alpha} = (\mathbf{x}^2 - \bar{\mathbf{x}}^1) \cdot \bar{\mathbf{a}}_\alpha^1. \quad 3.99$$

Ovdje  $\mathbf{g}_T$  predstavlja relativno pomjeranje u tangencijalnom pravcu. U slučaj zalijepljenog stanja, nije potrebno praviti razliku između normalnog i tangencijalnog pravca djelovanja kontaktnih sila. Kada je poznato da je kontakt ostvaren i nalazi se zalijepljenom/fiksanom stanju, odnosno da je normalna razdaljina/zazor (normal gap)  $g_N = (\mathbf{x}^2 - \bar{\mathbf{x}}^1) \cdot \bar{\mathbf{n}}^1 = 0$ , tada je ostvaren uslov  $g_N = 0$  i  $\mathbf{g}_T = 0$ . Na osnovu postavljenog uslova, moguće je definisati znatno jednostavniji izraz kao granični uslov dva kontaktna tijela

$$\mathbf{x}^2 - \bar{\mathbf{x}}^1 = 0. \quad 3.100$$

#### Stanje proklizavanja (Slip condition)

Tangencijalno relativno proklizavanje između dva tijela predstavlja u stvari promjenu položaja tačke  $\mathbf{x}^2$  u odnosu na tačku  $\bar{\mathbf{x}}^1$ . Što znači da dolazi do promjene položaja tačke projekcije  $\bar{\xi} = (\bar{\xi}^1, \bar{\xi}^2)$  definisane problemom minimalne razdaljine (3.96). Na Slici 55, možemo vidjeti prikazan put tačke  $\mathbf{x}^2$  po primarnoj (master) površini sa početkom u  $t_0$  i završetkom u vremenu  $t$ . Put koji će tačka  $\mathbf{x}^2$  preći po primarnoj površinini ne može biti poznat, putanja tačke može biti izuzetno kompleksna i presjecati samu sebe jednom ili više puta [36]. Tako da prilikom analize kontaktnog problema ne možemo ništa pretpostaviti o putanji tačke, dok vektor relativne brzine je poznata veličina. Integraljenjem relativne brzine, dobijamo putanju tačke  $\mathbf{x}^2$  po primarnoj površini.



Slika 55: Putanja tačke  $\mathbf{x}^2$  u odnosu na primarnu površinu



Prvi korak podrazumijeva definisanje tangencijalnog relativnog pomjeranja tačke  $\mathbf{x}^2$  na primarnoj kontaktnoj površini, u odnosu na na tijelo  $\varphi^1(B^1)$ . Putanju tačke  $\mathbf{x}^2$  na površini  $\Gamma_c^1$  dobijamo iz

$$d\mathbf{g}_T = \bar{\mathbf{a}}_\alpha^1 d\xi^\alpha = \bar{\mathbf{x}}^1_{,\alpha} d\xi^\alpha, \quad 3.101$$

gdje je tangencijalni vektor  $\bar{\mathbf{a}}_\alpha^1$  dobijen za tačku projekcije  $\bar{\xi}^\alpha$ . Iz izraza (3.101) može se definisati dužina putanje frikcionog kretanja, kada se usvoji da je  $d\xi^\alpha = \dot{\xi}^\alpha dt$

$$\mathbf{g}_T = \int_{t_0}^t \|\dot{\xi}^\alpha \bar{\mathbf{x}}^1_{,\alpha}\| dt = \int_{t_0}^t \sqrt{\dot{\xi}^\alpha \dot{\xi}^\beta \mathbf{a}_{\alpha\beta}} dt. \quad 3.102$$

Kako bi izraz (3.102) bio dalje razvijen, potrebno je odrediti prvi izvod po vremenu tačke projekcije  $\bar{\xi}^\alpha$ , što će biti izvršeno primjenom izraza za tangencijalno pomjeranje (3.99). Izraz (3.99) je važeći u slučaju izolovane tačke kontakta, s obzirom da je razlika  $\mathbf{x}^2 - \bar{\mathbf{x}}^1$  normalna na kontaktnu površinu, dok  $\bar{\mathbf{a}}_\alpha^1$  određuje tangencijalni vektor na površini  $\Gamma_c^1$  u tački minimalnog rastojanja kao što smo ranije definisali. Derivacijom izraza (3.99) dobijamo sljedeći rezultat

$$\frac{d}{dt} [\mathbf{x}^2 - \bar{\mathbf{x}}^1(\bar{\xi}^1, \bar{\xi}^2)] \cdot \bar{\mathbf{a}}_\alpha^1 = [\mathbf{v}^2 - \bar{\mathbf{v}}^1 - \bar{\mathbf{a}}_\beta^1 \dot{\xi}^\beta] \cdot \bar{\mathbf{a}}_\alpha^1 + (\mathbf{x}^2 - \bar{\mathbf{x}}^1) \cdot \dot{\mathbf{a}}_\alpha^1 = 0. \quad 3.103$$

Daljim razvijanjem izraza (3.103) [36], moguće je definisati drugu važnu kinematičku funkciju pored funkcije tangencijalnog relativnog pomjeranja, to je funkcija tangencijalne relativne brzine u odnosu na površinu tijela u trenutnoj konfiguraciji  $\varphi^2(\Gamma_c^2)$

$$\mathcal{L}_v \mathbf{g}_T = \dot{\xi}^\alpha \bar{\mathbf{a}}_\alpha^1. \quad 3.104$$

U daljem tekstu Lijev izvod (Lie derivative)  $\mathcal{L}_v \mathbf{g}_T$  će biti jednostavnije zapisan kao  $\dot{\mathbf{g}}^T$ , definisan kao tangencijalna relativna brzina.

### 3.2.3. Konstitutivne jednačine kontaktne interakcije

U zavisnosti od tačnosti i načina na koji je potrebno definisati i opisati kontaktni problem postoje dva pristupa za određivanje konstitutivnih jednačina normalnog i tangencijalnog kontakta. Prvi pristup se zasniva na posmatranju kontaktnih površina kao geometrijski idealno ravnih ili zakrivljenih površina. Na osnovu ove pretpostavke su postavljene osnove kontaktne mehanike, Poglavlje 3.1. U procesu kontaktnog nalijeganja jednog tijela na drugo, potrebno je zadovoljiti uslov da nije moguće probijanje elemenata jednog tijela u drugo ili jedne površine u drugu površinu. Definisanje graničnih uslova je vezano samo za geometrijski razmak kontaktnih površina odnosno funkcije  $\mathbf{g}_N$  i  $\mathbf{g}_T$  kao što je opisano u Poglavlju 3.2.2. U procesu opisivanja tangencijalnog kontakta, neophodno je usvojiti niz pretpostavki vezanih za stanje kontaktne interakcije pod uticajem smičućih sila odnosno smičućih kontaktnih napona, Poglavlje 3.1.5. i 3.2.2.2. Bitno je definisati dva različita slučaja u kojima se može nalaziti tangencijalni kontakt a to je stanje lijepljenja i stanje klizanja.

Drugi način jeste posmatranje kontakta kao mikro-mehaničkog sistema. Što podrazumijeva razvijanje konstitutivnih jednačina elasto-plastičnog materijala kontaktnih površina, razmatranje uticaja hrapavosti i odnosa stvarne i vidljive kontaktnih površina, Poglavlje 2.1. i 3.1.6. Ovakve konstitutivne jednačine su često izvedene na osnovu statističkih modela.

## 3.2.3.1. Formulacija graničnih uslova za normalni kontakt

Formulacija normalnog kontakta, kao unilateralan granični problem, pod uvedenim pretpostavkama o idealno glatkim površina, predstavlja osnovu za formiranje kontaktnih graničnih uslova. U slučaju ovako idealizovanog opisivanja kontakta, nije potrebno definisati konstitutivne uslove kontaktne interakcije. Kontaktni pritisak nije moguće odrediti iz konstitutivnih veza, nego ga dobijamo kao reakciju uzajamnog djelovanja kontaktnih tijela, te na osnovu toga, kontaktni pritisak je moguće dobiti iz graničnih uslova kontaktne interakcije [1], [180].

Matematički uslov za kontakt bez probijanja je definisan kao  $g_N \geq 0$ , (3.98), što sprječava prodor tijela  $\varphi^1(B^1)$  u  $\varphi^2(B^2)$ . Tek kada je uslov  $g_N = 0$  ispunjen, tijela se nalaze u kontaktu, možemo reći da je normalni kontaktni pritisak aktivan. Nakon što je kontakt ostvaren, normalna komponenta napona  $p_N^1$  mora biti različita od nule, čime možemo definisati vektor napona između kontaktnih površina, Slika 56

$$\mathbf{t}^1 = \boldsymbol{\sigma}^1 \bar{\mathbf{n}}^1 = p_N^1 \bar{\mathbf{n}}^1 + t_T^{1\beta} \bar{\mathbf{a}}_\beta^1. \quad 3.105$$

Izraz (3.105) je postavljen na osnovu Košijevе teoreme (Cauchy's stress theoreme) (3.106), koja u vezu dovodi Košijev vektor  $\mathbf{t}$  sa Košijevim tenzorom  $\boldsymbol{\sigma}$  u trenutnoj konfiguraciji, odnosno prvi Piola-Kirhofov (Pilola-Kirchhoff) vektor  $\mathbf{T}$  sa prvim Piola-Kirhofovим tenzorom  $\mathbf{P}$  u početnoj konfiguraciji [173], [174].

$$\begin{aligned} \mathbf{t}(\mathbf{x}, t, \mathbf{n}) &= \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t) \mathbf{n} & \vee & \quad t_a = \sigma_{ab} n_b \\ \mathbf{T}(\mathbf{X}, t, \mathbf{N}) &= \mathbf{P}(\mathbf{X}, t) \mathbf{N} & \vee & \quad T_a = P_{aA} N_A \end{aligned} \quad 3.106$$

Vektori  $\mathbf{t}$  i  $\mathbf{T}$  koji djeluju na površinama  $ds$  i  $dS$  preko odgovarajućih normala  $\mathbf{n}$  i  $\mathbf{N}$  na tijelima  $\varphi^1(B^1)$  i  $B^1$  odnosno  $\varphi^2(B^2)$  i  $B^2$  definišu se kao sila po jediničnoj površini ili vektori kontakta (kontaktne sile). Generalno mogu se definisati kao sile normalnog i tangencijalnog kontakta.

Važno je naglasiti da je prvi Piola-Kirhofov tenzor  $\mathbf{P}$  asimetričan, što onemogućava njegovu dalju primjenu. Ovaj problem je prevaziđen na osnovu međusobnih veza vektora  $\mathbf{t}$  i  $\mathbf{T}$ , te primjenom Nansonove formule (Nanson's formula) moguće je izraziti prvi Piola-Kirhofov tenzor preko Košijevog tenzora  $\boldsymbol{\sigma}$  i gradijenta deformacije  $\mathbf{F}$ .

$$\mathbf{P} = J \boldsymbol{\sigma} \mathbf{F}^{-T} \quad \vee \quad P_{aA} = \sigma_{ab} F_{Ab}^{-1} \quad 3.107$$

Dalje, definisanjem Kirhofovog tenzora napona  $\boldsymbol{\tau}$  preko Košijevog  $\boldsymbol{\sigma}$  (3.108), primjenom Jakobijeve determinante  $J$  (Jacobian determinant) te primjenom "pull back" transformacije moguće definisati drugi Piola-Kirhofov tenzor (3.109). Jakobijan definiše odnos zapremine početne i trenutne konfiguracije.

$$\boldsymbol{\tau} = J \boldsymbol{\sigma} \quad \vee \quad \tau_{ab} = J \sigma_{ab} \quad 3.108$$

$$\mathbf{S} = \mathbf{F}^{-1} \boldsymbol{\tau} \mathbf{F}^{-T} \quad \vee \quad S_{ab} = F_{Aa}^{-1} F_{Bb}^{-1} \tau_{ab} \quad 3.109$$

Mogućnost transformacije prvog Piola-Kirhofovog tenzora u Kirhofov tenzor napona (3.110) i veza prvog Piola-Kirhofovog tenzora sa drugim Piola-Kirhofovog tenzorom (3.111) otvara mogućnost za dalju analizu deformabilnih tijela.

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{P} \mathbf{F}^T \quad 3.110$$

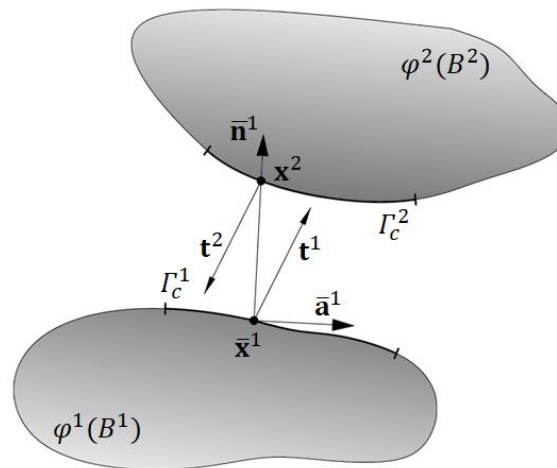
$$\mathbf{P} = \mathbf{F} \mathbf{S} \quad 3.111$$

Postavljeni izrazi za tenzore napona (3.106-3.111), biće od značaja prilikom opisivanja kontaktnih jednačina ravnoteže u Poglavlju 3.2.4.

Kada se vratimo na Sliku 56, jasno se vidi da je Košijev vektor definisan kao kontaktna reakciona sila, odnosno vektor napona koji djeluje na obe kontaktne površine  $\mathbf{t}^1 - \mathbf{t}^2$  u kontaktnoj tački  $\bar{\mathbf{x}}^1$ . Pošto posmatramo kontakte bez adhezije i bez trenja, komponenta napona  $p_N^1$  se usvaja kao negativna dok tangencionalna komponenta napona  $t_T^{1\beta}$  je nula za kontakte bez trenja (3.105). U izrazu (3.105) vrijednosti  $\bar{\mathbf{n}}^1$  i  $\bar{\mathbf{a}}_\beta^1$  predstavljaju normalni i tangencijalni vektor u odnosu na trenutnu konfiguraciju nakon usvojenog uslova minimalnog rastojanja, koji je opisan u Poglavlju 3.2.2.

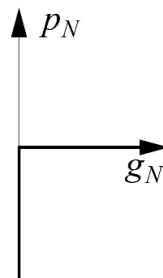
Kada je kontakt ostvaren, zadovoljen je uslov  $g_N = 0$  i  $p_N < 0$ , ako postoji razmak/zazor između kontaktnih tijela tada mora biti zadovoljen uslov  $g_N > 0$  i  $p_N = 0$ . Sada se mogu postaviti Herc-Signoroni-Moreuovi uslovi (Hertz-Signorini-Moreau conditions) za normalni kontakt bez trenja

$$g_N \geq 0, \quad p_N \leq 0, \quad p_N g_N = 0. \quad 3.112$$



Slika 56: Sile između kontaktnih tijela (u kontaktnoh interakciji)

Postavljeni uslov za trodimenzionalna tijela (3.112) u kome figuriše normalni razmak  $g_N$  i normalna komponenta napona  $p_N$ , podudarana je sa osnovnim uslovom koji je izveden na osnovu jednodimenzionalnog problema kontakta tačkaste mase i krute podloge, Poglavlje 3.2.1.1. Kada se uslov (3.112) prikaže grafički, dobija se ne glatka funkcija koja nije diferencijabilna Slika 57, što je podudarno sa dijagramom Slika 46.



Slika 57: Kontaktni pritisak u odnosu na normalni razmak (normal gap)

### 3.2.3.2. Konstitutivne jednačine normalnog kontakta

Prilikom proučavanja kontaktne interakcije dva tijela, postoje problemi za koje je neophodan mikro-mehanički pristup kako bi adekvatno bilo opisano stanje i ponašanje kontaktnih površina. Mikro mehanički pristup podrazumijeva definisanje ponašanja kontaktnih površina sa stanovišta mikro i u nekim slučajevima nano strukture kontaktne interakcije, pogledati Poglavlje 2.1. Problem je potrebno posmatrati kroz deformaciju i plastifikaciju mikro vrhova kontaktnih površina, gdje od velikog značaja postaju hrapavost, tvrdoća materijala, podmazivanje i korozija površina u kontaktu.

Da bi izveli konstitutivne jednačine kontaktne interakcije hrapavih površina, prvo je potrebno matematički opisati geometriju površina a zatim odrediti mehanički model koji opisuje ponašanje jednog vrha hrapave površine pod opterećenjem, pogledati Poglavlje 2.1. Vilner i Gaul (Willner and Gaul) su postavili kontaktni zakon [181] koji definiše normalni kontakt hrapavih površina koji je direktno vezan za Grinvud-Vilamsonov statistički model određivanja hrapavosti

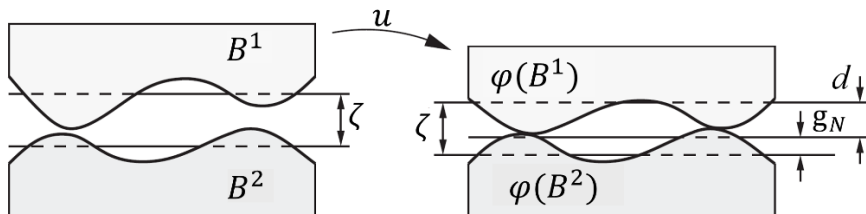
$$p_N(\gamma) = \frac{1}{h^2} \int_{\gamma}^{\infty} \int_0^{\infty} N_i(\gamma) P(\zeta_{\sigma}, k_{\sigma}) dk d\zeta. \quad 3.113$$

Ovdje  $\zeta_{\sigma} = \frac{z}{\sigma_z}$  predstavlja normalizovanu visinu vrhova (kontaktnih šiljaka), koji su normalizovani srednjom vrijednosti visine vrhova  $\sigma_z$ , što predstavlja standardnu devijaciju Gausove funkcije. Visina svakog vrha  $z$  mjerena je u odnosu na srednju visinu vrhova u odnosu na razmak hrapavih površina, pogledati, Poglavlje 3.1.6. Zakrivljenost  $k_s$  koja slijedi iz aproksimacije konačnih razlika, nakon normalizacije pomoću parametra  $\sigma_k$ , definiše srednju zakrivljenost kao  $k_{\sigma} = k_s / \sigma_k$ .  $P(\zeta_{\sigma}, k_{\sigma})$  određuje vjerovatnoću ostvarivanja kontakta između mikro vrhova,  $N_i(\gamma)$  je normalna kontaktna sile koja se odnosi na jedan vrh.  $\gamma = g_N / \sigma_z$  je funkcija normalnog zazora, normalizovana rms-visinom  $\sigma_z$ . Tačnost kontaktnog pritiska, definisanog jednačinom (3.113) zavisi od tačnosti izmjerenih podataka hrapavosti kontaktnih površina, što predstavlja otežavajuću okolnost u primjeni opisane metode.

Osim ako posmatrani problem ne zahtijeva opisan mikro-mehanički pristup, u većini slučajeva dovoljno je definisati kontaktni pritisak odnosno konstitutivni kontaktni uslov kao

$$p_N = f(d) \quad \text{odnosno} \quad d = h(p_N), \quad 3.114$$

gdje su  $f$  i  $h$  nelinearne funkcije trenutne srednje razlike između kontaktnih površina  $d$ , odnosno kontaktnog pritiska  $p_N$ .



Slika 58: Prikaz kontaktne zone  $\Gamma_c$ , prije i posle deformacije.

U slučaju kada je kontakt ostvaren, trenutno srednje rastojanje  $d$ , između kontaktnih tijela  $\varphi(B^1)$  i  $\varphi(B^2)$ , može biti određeno na osnovu uslova kontakta bez probijanja

$$g_N = \zeta - d \quad \text{odnosno} \quad d = \zeta - g_N. \quad 3.115$$

$\zeta$  se definiše kao rastojanje srednjih ravni dvije kontaktne površine tijela  $B^1$  i  $B^2$  u trenutku kada se površine samo dodirnu bez elastičnih i plastičnih deformacija, Slika 58.

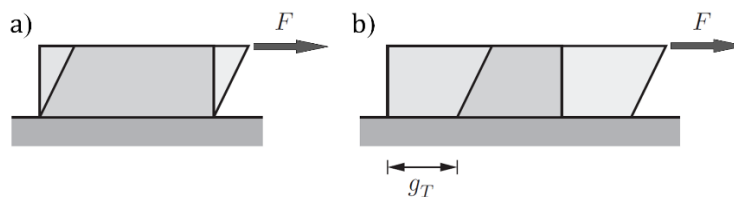
Pored opisanog konstitutivnog uslova normalnog kontakta hrapavih površina, važno je navesti kontaktni uslov formiran od strane Zavarisa (Zavaries) [182], koji je razvio konstitutivnu jednačinu zasnovanu na statističkom modelu mikro geometrije kontakta, predložene od strane Songa i Jovanovića (Song and Yovanovich) [183]. Takođe od značaja je uslov definisan na osnovu eksperimentalnih istraživanja, postavljen od strane Kregelskog (Kragelsky) [169].

### 3.2.3.3. Konstitutivne jednačine Tangencijalnog kontakta

U numeričkoj aproksimaciji kontaktnog problema do sada, opisan je normalni kontakt, definisana hrapavost kontaktnih površina te u odnosu na stvarnu/aktivnu površinu nalijeganja određen je pritisak u kontaktu. U obzir nisu uzimana tangencijalna proklizavanja i smičuće sile, koje se aktiviraju u kontaktnoj zoni prilikom tangencijalnog pomjeranja jednog tijela u odnosu na drugo. Kada dođe do opterećenja kontaktne površine u tangencijalnom pravcu, potrebno je odrediti statičke i kinematičke sile trenja.

Iako se trenje proučava već dugo vremena, još uvijek mnogi fenomeni trenja nisu u potpunosti jasni. To je zbog činjenice, da se trenje na površini odvija na atomskom nivou gdje u opticaj ulaze kompleksni hemijski, elektromagnetni i mehanički procesi, pogledati Poglavlje 2.1. Takođe struktura i opisivanje kontaktne površine je vrlo kompleksna, kao što smo vidjeli u ranijim poglavljima, posebno kada se u obzir uzme da na primjer, površina metala sadrži nekoliko slojeva koji utiču na trenje. Generalno, koeficijent trenja zavisi od normalnog pritiska u kontaktu, relativne tangencijalne brzine, hrapavosti površine, podmazivanja i temperature.

Kao što je opisano u Poglavlju 3.1.5, u kontaktnoj interakciji odgovor na tangencijalno pomjeranje jedne kontaktne površine u odnosu na drugu može biti podijeljen u dva različita stanja. U slučaju kada sila  $F$  nije dovoljno velika da prekorači kontaktne tangencijalne sile, kontaktna tijela ostaju fiksno vezana bez međusobnog tangencijalnog pomjeranja, što definišemo kao stanje lijepljenja (stick state), Slika 59a. U ovom slučaju, otpor koji se javlja u kontaktnoj interakciji može se aproksimativno definisati kao statički koeficijent trenja.



Slika 59: Moguće stanje kontakta: a) zalijepljeno stanje, b) stanje klizanja.

Kada sila  $F$  prekorači graničnu vrijednost kontaktnih tangencijalnih sila, dolazi do međusobnog proklizavanja u kontaktnoj interakciji dva tijela ili tijela i krute površine, odnosno do tangencijalnog pomjeranja  $g_T$ . Otpor koji se javlja prilikom klizanja jednog tijela po drugom prilikom djelovanja sile  $F$ , aproksimativno se može definisati kao kinematički koeficijent trenja, koji je manji od statičkog. Pomjeranje kontaktnih tijela u tangencijalnom pravcu definiše se kao stanje klizanja (slip state), Slika 59b.

#### Granični uslov stanja lijepljenja (Stick state)

Stanje lijepljenja kontakta je ekvivalentno slučaju kada je relativna tangencijalna brzina jednaka nuli. Na osnovu izraza (3.104) može se dobiti uslov zalijepljenog stanja

$$\dot{\mathbf{g}}_T = 0 \Leftrightarrow \mathbf{g}_T = 0. \quad 3.116$$

Postavljeni uslov je formulisan u odnosu na trenutnu konfiguraciju, tako da će važiti nelinearne jednačine graničnih uslova za kontaktnu interakciju. Metoda koja je skladna sa pomenutim uslovom jeste metoda Lagranžovih multiplikatora, gdje je multiplikator  $\lambda_T$  ekvivalentan reakcionoj sili usljed ograničenja (3.116).

#### Granični uslov stanja klizanja (Slip state)

Kada poremećajna sila  $F$  prekorači graničnu vrijednost sile trenja unutar kontaktne interakcije, kontaktne površine više nisu u zalijepljenom/fiksnom stanju jedna u odnosu na drug, već prelaze u stanje klizanja. Relativno pomjeranje kontaktnih tijela u tangencijalnom pravcu odnosno stanje klizanja, generalno je opisano Kulonovim zakonom

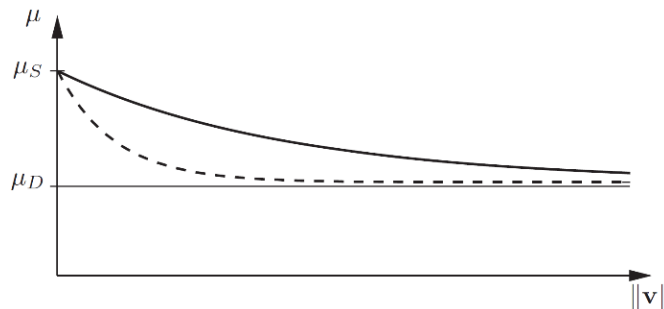
$$\mathbf{t}_T = -\mu|p_N| \frac{\dot{\mathbf{g}}_T}{\|\dot{\mathbf{g}}_T\|} \text{ ako je } \|\mathbf{t}_T\| > \mu|p_N|. \quad 3.117$$

Dijagram prikazan u Poglavlju 3.2.1.4. predstavlja Kulonov zakon, Slika 50. Tangencijalna sila  $\mathbf{t}_T$  odnosno Košijev vektor, pogledati Poglavlje 3.2.3.1, zavisi od: koeficijenta trenja  $\mu$ , tangencionalne relativne brzine  $\dot{\mathbf{g}}_T$  i normalnog pritiska  $p_N$ . Koeficijent trenja koji zavisi od mnogih parametara stanja kontaktne interakcije, u klasičnom Kulonovm zakonu se posmatra kao konstanta. Ovakva definicija ne može biti u potpunosti tačna, kada uzmemo u obzir variranje koeficijenta trenja samo za čelik od 0.2 do 1 u zavisnosti od uslova u kojima se nalazi kontaktna interakcija čeličnih površina, pogledati Poglavlje 2.1. Koeficijent trenja između ostalog može zavistiti od normalnog pritiska, brzine klizanja i od temperature, kao posljedica klizanja kontaktnih tijela. Pod ovakvim uslovima dobija se oblik Kulonovog zakona koji će zavistiti od varijabilnog koeficijenta trenja  $\mu = \mu(\dot{\mathbf{g}}_T, p_N, \theta)$ . Važno je naglasiti da u obzir nije uzeta hrapavosti kontaktnih površina kao glavni parametar od uticaja na definisanje trenja.

Jedan od zakona koji definiše koeficijent trenja u zavisnosti od brzine proklizavanja, je predstavljen sledećim izrazom

$$\mu(\dot{\mathbf{g}}_T) = \mu_D + (\mu_S - \mu_D)e^{-c\|\dot{\mathbf{g}}_T\|}, \quad 3.118$$

koji zavisi od tri konstitutivna parametra  $\mu_S$ ,  $\mu_D$  i  $c$ . Za brzinu klizanja jednaku nuli trenje klizanja se svodi samo na statički koeficijent trenja  $\mu_S$ . Dok za velike brzine klizanja izraz se svodi na dinamički/kinematički koeficijent trenja  $\mu_D$ . Konstitutivni koeficijent  $c$  opisuje kojom brzinom statički koeficijent prilazi dinamičkom koeficijentu trenja, Slika 60.

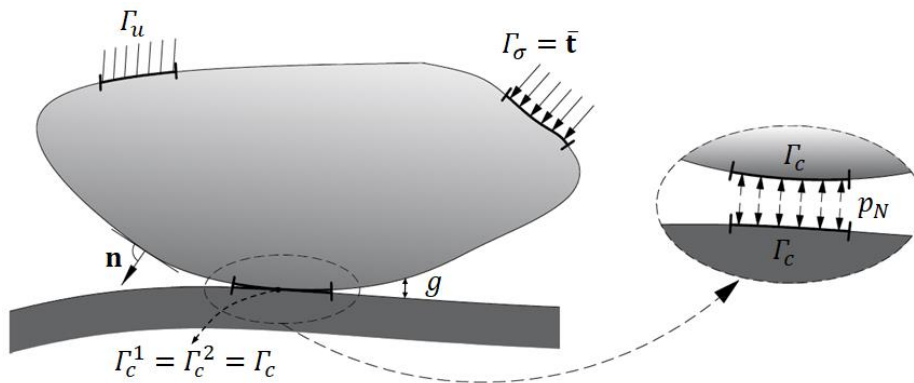


Slika 60: Kulonov zakon trenja u zavisnosti od brzine.

### 3.2.4. Granični problem kontakta i slaba forma

Da bi formulisali granični problem, potrebno je definisati samo stanje izazvano kontaktom deformabilnih tijela. Ponašanje deformabilnih tijela koja nisu u kontaktu ostaje isto, i u ovom slučaju nije potrebno detaljno izvođenje i definisanje slabe forme deformabilnog tijela [156], [173]. S obzirom da je cilj primjena metode konačnih elemenata za rješavanje nelinearnog graničnog problema, neophodno je formirati slabu formu kontaktnog problema. Cilj je uvesti Herc-Signorini-Moreuove granične uslove i ograničenja vezana za stanje lijepljenja i stanje klizanja, kada u kontaktnoj interakciji figuriše trenje [36], [155], [175], [184]. Jedan od glavnih problema u kontaktnoj mehanici jeste ne diferencijabilnosti normalnog kontakta i izraza vezanih za trenje što smo već razmatrali ranije u Poglavlju 3.2.3.

Slabu formu kontaktnog problema ćemo formulisati, na osnovu razmatranja kontakta trodimenzionalnog linearno elastičnog tijela sa krutom površinom, Slika 61. Kao posljedica kontaktnih uslova umjesto varijacione jednačine, pojavice se varijaciona nejednačina slabe forme, Poglavlje 3.2.1. i 3.2.3. Kako je kretanje tijela ograničeno sa jedne strane krutom površinom, ovakav problem zovemo unilateralan kontaktni problem.



Slika 61: Unilateralan kontakt elastičnog tijela.

Ravnoteža tijela ili balans momenta je definisan Košijevom prvom jednačinom (3.119) u odnosu na trenutnu konfiguraciju. Ako je ubrzanje jednako nuli za sve tačke  $\mathbf{x} \in \Omega$  tada je  $\rho \dot{\mathbf{v}} = 0$ , čime je definisana statička jednačina ravnoteže ili Košijeva jednačina ravnoteže (3.120).

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho \bar{\mathbf{b}} = \rho \dot{\mathbf{v}}, \quad \sigma_{ik,i} + \rho b_k = \rho \dot{v}_k, \quad 3.119$$

$$-\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = \bar{\mathbf{f}}, \quad \sigma_{ik,i} = -\rho b_k, \quad 3.120$$

Sada ćemo postaviti uslove koji figurišu na granici/konturi elastičnog tijela. Konstitutivni uslov elastičnog materijala je definisan tenzorom elastičnosti  $\mathbb{C}$  i Grin-Lagranžovim (Green-Lagrange) tenzorom  $\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u})$ , kada se zanemari nelinearni dio deformacije u izrazu.

Granični uslovi pomjeranja odnosno, Dirkletov (Dirichlet) uslov:

$$\mathbf{u} = \mathbf{0} \text{ na } \Gamma_u. \quad 3.121$$

Granični uslovi sila odnosno, Nojmanovi (Neumann) uslov:

$$\boldsymbol{\sigma} \mathbf{n} = \bar{\mathbf{t}} \text{ na } \Gamma_\sigma. \quad 3.122$$

Kontaktни uslovi:

$$\begin{aligned} p_N &\leq 0 \text{ na } \Gamma_c, \\ u_N - g &\leq 0, \\ (u_N - g)p_N &= 0, \end{aligned} \quad 3.123$$

gdje je  $u_N = \mathbf{u} \cdot \mathbf{n}$  normalna komponenta polja pomjeranja i  $p_N$  kontaktни pritisak koji je ekvivalentan sa normalnom komponentom spoljne sile  $p_N = \mathbf{t} \cdot \mathbf{n}$ . Postavljeni granični problem kontakta koji zavisi od polja pomjeranja i u svojoj formulaciji uključuje Herc-Signorini-Morauov uslov normalnog kontakta bez trenja, naziva se Signorinijev problem (Signorini's problem).

Da bi postavljeni problem deformabilnog tijela u kontaktu bio riješen, potrebno je definisati varijacionu formulaciju Signorinijevog problema. Pretpostavićemo test funkciju (virtuelno pomjeranje)  $\mathbf{v}$  koje zadovoljava uslov  $\mathbf{v} = \mathbf{0}$  na  $\Gamma_u$  i granični uslov  $v_N - g \leq 0$ , gdje je  $v_N = \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}$ . Kada se  $\mathbf{u}$  usvoji kao rješenje Signorinijevog problema, moguće je postaviti slabu formu izraza (3.120).

$$\int_B \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u} - \mathbf{v}) dV = \int_B \bar{\mathbf{f}} \cdot (\mathbf{u} - \mathbf{v}) dV + \int_{\Gamma_\sigma} \bar{\mathbf{t}} \cdot (\mathbf{u} - \mathbf{v}) d\Gamma + \int_{\Gamma_c} p_N(\mathbf{u})(u_N - v_N) d\Gamma \quad 3.124$$

Postavljena jednačina slabe forme predstavlja virtuelni rad prouzrokovan naponom  $\boldsymbol{\sigma}$  i virtuelnom deformacijom  $\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u} - \mathbf{v})$  uslijed virtuelnog pomjeranja  $(\mathbf{u} - \mathbf{v})$ , kao i virtuelni rad koji potiče od spoljašnjeg opterećenja  $\bar{\mathbf{t}}$  i unutrašnjih sila tijela  $\bar{\mathbf{f}}$ . Napomenimo da članovi vezani za dio konture  $\Gamma_u$  nisu prisutni u izrazu (3.124), iz razloga što virtuelno pomjeranje  $(\mathbf{u} - \mathbf{v})$  zadovoljava granični uslov (3.121). Na osnovu Signorinijevog uslova (3.123) odnosno (3.125) koji predstavlja dvoznačan problem, biće redefinisani izraz varijacione jednakosti (3.124) u varijacionu nejednakost (3.126).

$$p_N(u_N - v_N) = p_N(u_N - v_N + g - g) = p_N(v_N - g) \geq 0 \quad 3.125$$

Promjena znaka u izrazu (3.125) je uzrokovana uslovom (3.123-1).

$$\int_B \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u} - \mathbf{v}) dV \geq \int_B \bar{\mathbf{f}} \cdot (\mathbf{u} - \mathbf{v}) dV + \int_{\Gamma_\sigma} \bar{\mathbf{t}} \cdot (\mathbf{u} - \mathbf{v}) d\Gamma \quad 3.126$$

Kao što vidimo ovo je drugačija forma od uobičajene formulacije gdje rješenja treba da zadovolje varijacionu jednačinu. Uslijed nejednakosti kojima su definisani granični uslovi kontakta, kontaktни problemi su nelinearni i u slučaju linearne elastičnosti.

U slučaju kontakta dva deformabilna tijela pri velikim deformacijama, izraz (3.126) biće definisan kao

$$\sum_{\gamma=1}^2 \int_{B^\gamma} \boldsymbol{\tau}^\gamma \cdot \nabla(\boldsymbol{\eta}^\gamma - \boldsymbol{\varphi}^\gamma) dV \geq \sum_{\gamma=1}^2 \int_{B^\gamma} \bar{\mathbf{f}}^\gamma \cdot (\boldsymbol{\eta}^\gamma - \boldsymbol{\varphi}^\gamma) dV - \int_{\Gamma_{\sigma^\gamma}} \bar{\mathbf{t}}^\gamma \cdot (\boldsymbol{\eta}^\gamma - \boldsymbol{\varphi}^\gamma) dA. \quad 3.127$$

Kao što vidimo u postavljenoj nejednačini integracija je sprovedena za tijela u inicijalnoj konfiguraciji  $B^\gamma$  [36], [185]. Tensor napona i gradijent virtuelne deformacije se odnose na trenutnu konfiguraciju, zbog čega je i bilo potrebno formirati transformaciju sa prvog Piola-Kirhofovog tenzora na Kirhofov tenzor, pogledati Poglavlje 3.2.3.



Kako bi varijacionu nejednačinu mogli zapisati u obliku jednačine, usvojićemo stanje unutar kontaktne interakcije kao poznato. Što znači da nam je poznat aktivan skup ograničenja kontaktnih površina, te stoga nejednačinu (3.127) možemo definisati kao kontaktnu jednačinu slabe forme

$$\sum_{\gamma=1}^2 \left\{ \int_{B^\gamma} \boldsymbol{\tau}^\gamma \cdot \nabla \boldsymbol{\eta}^\gamma dV - \int_{B^\gamma} \bar{\boldsymbol{f}}^\gamma \cdot \boldsymbol{\eta}^\gamma dV - \int_{\Gamma_{\sigma^\gamma}} \bar{\boldsymbol{t}}^\gamma \cdot \boldsymbol{\eta}^\gamma dA \right\} + C_c = 0. \quad 3.128$$

Gdje imamo da je  $C_c$  doprinos kontaktne interakcije koja proizilazi iz aktivnog skupa kontaktnih ograničenja,  $\boldsymbol{\eta}^\gamma \in V$  je virtuelno pomijeranje koje mora biti nula na konturi  $\Gamma_\varphi^\gamma$ .

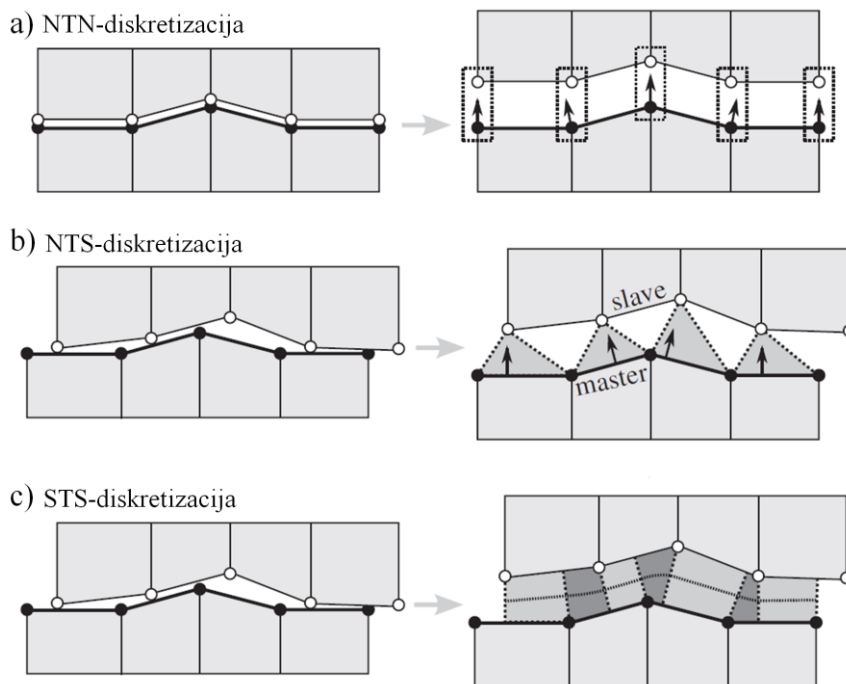
Slaba forma kontaktne interakcije je postavljena pod pretpostavkom da je kontakt aktivan na površini  $\Gamma_c$ . Doprinos kontakta u jednačini ravnoteže, definisan je kao poseban član koji možemo posmatrati kao površinsko opterećenje na konturi  $\Gamma_c$ . Kako bi opisali doprinos kontakta  $C_c$  na ukupnu ravnotežu deformabilnog tijela razvijene su različite formulacije rješenja. Od više različitih metoda, kao najvažnije mogu se izdvojiti metoda Lagranžovih multiplikatora i Penalti metoda, proširena metoda Lagranžovih multiplikatora, Ničeova metoda (Nitsche metod), itd. Svaka od metoda za opisivanje kontakta će zasebno razmatrati normalni kontakt i tangencijalni kontakt odnosno stanje lijepljenja i stanje klizanja.

Varijaciona nejednakost (3.128) definiše normalni kontakt između dva tijela, bez trenja. Problem se dodatno komplikuje kada su u kontaktnoj interakciji prisutne tangencijalne sile uslovljene trenjem. U takvom slučaju pored dvoznačnih graničnih uslova normalnog kontakta, moraju biti uključeni konstitutivni uslovi u tangencijalnom pravcu. Tangencijalno pomijeranje kontaktnih tijela, uzrokuje stalnu i nepredvidljivu promjenu stanja u kome se nalazi kontaktna interakcija, prelaskom iz zalijepljenog u stanje klizanja i obratno u zavisnosti od intenziteta poremećajne sile. Uvođenjem pojma trenja, automatski se postavlja pitanje o geometriji i hrapavosti, što značajno usložnjava diskretizaciju i detekciju kontaktnih površina. Na osnovu problema koji su navedeni proizilazi nemogućnost da se još uvijek nađe jedinstveno i tačno rješenje za kontaktni problem.

### 3.2.5. Detekcija kontakta

Prepoznavanje i detektovanje tačaka ili segmenata koji će doći u kontakt, prilikom kontaktne interakcije dva tijela je važan proces u numeričkoj analizi kontaktne mehanike. Takođe, kontaktna detekcija predstavlja proces koji oduzima najviše proračunskog vremena, kako eksplicitne tako i implicitne numeričke procedure. Procesom detekcije kontaktnih elemenata odnosno čvorova, potrebno je odrediti koji čvorovi će ući u kontakt, koji neće i koji će elementi diskretizovanog tijela probiti kroz obvojnici drugog tijela ili površine. U zavisnosti od postavke problema, penetracija elemenata može biti opisana na različite načine. Probijanja elemenata dovodi do asimetrije u kontaktnom problemu, gdje kontaktne površine na mjestima penetracije moraju bit posmatrane drugačije [38], [155].

U zavisnosti od nelinearnosti posmatranog problema, biće definisan i algoritam kontaktne detekcije koji je spregnut sa samom diskretizacijom kontaktnih tijela odnosno površina. Na primjer, kod diskretizacije pod nazivom čvor na čvor (Node to Node discretization - NTN), kontaktna detekcija se sastoji u jednostavnom uspostavljanju parova čvorova dvije kontaktne površine. Čvor sa jedne kontaktne površine – sekundarne površine (slave surface) formira par sa najbližim čvorom druge kontaktne površine – primarne kontaktne površine (master surface), Slika 62a. Iako jednostavna za primjenu, NTN diskretizacija je ograničena na primjenu samo kod malih deformacija i beskonačno malih proklizavanja odnosno pomijeranja u tangencijalnom pravcu. NTN diskretizacija zahtijeva konformnost/podudarnost mreža konačnih elemnata kontaktnih površina.



Slika 62: Grafički prikaz diskretizacije kontaktnih površina [155].

U slučaju velikih deformacija, velikog klizanja i ne konformnih/ne podudarajućih mreža, mogu se primijeniti metoda diskretizacije čvor na segment (Nod to Segment - NTS) i segment na segment (Segment to Segment - STS), Slika 62b i 62c. NTS diskretizacija predstavlja kompleksniji algoritam od NTN diskretizacije i primjenjiv je za veći spektar problema od NTN diskretizacije. Problem koji se pojavljuje kod NTS diskretizacije vezan je za nekonformne mreže KE dvije površine. Prilikom kontakta površina sa nekonformnim mrežama dolazi do nepravilne distribucije napona između kontaktnih tijela, odnosno NTS diskretizacija ne zadovoljava Tejlorov test (contact patch test). Sa druge strane diskretizacija STS prvi put predložena od Sime (Simo) [186] zadovoljava Tejlorov test ali predstavlja dosta komplikovanu proceduru prilikom implementacije i primjene za najgeneralnije slučajeve kontaktne interakcije. Unaprijeđena verzija NTS metode 2009. od strane Zavarisa (Zavaris) [187] zadovoljava Tejlorov test. Predstavlja dosta sigurnu i jednostavnu metodu zbog čega je uspješno implementirana u komercijalne MKE softvere.

Važno je naglasiti da detekcija kontakta uzima ključnu ulogu u vremenu potrebnom za izračunavanje kada su u pitanju veoma nelinearni problemi gdje imamo velike deformacije i velika proklizavanja. Kako se pri velikim deformacijama kontaktna geometrija značajno mijenja, detekcija kontakta je potrebna gotovo za svaki korak proračuna, što znatno produžava vrijeme računanja. Kod detekcije kontaktnih elemenata postoji razlika između eksplicitne i implicitne detekcije:

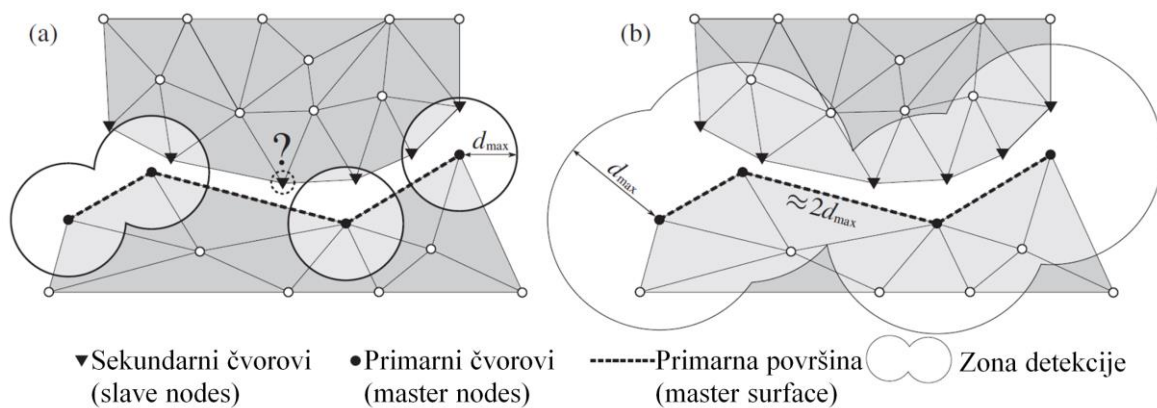
*Eksplicitna detekcija* – potrebno je detektovati elemente koji su već probili površinu drugog tijela i naknadno definisati kontaktnu silu.

*Implicitna detekcija* – u zavisnosti od geometrije i položaja elemenata odrediti koja su moguća probijanja na početku svakog koraka (step), kako bi primijenili dodatne stepene slobode pomjeranja, odnosno ograničenja kako bi promijenili rezidualni vektor i matricu krutosti.

Poredeći implicitnu i eksplicitnu numeričku proceduru, jasno je da eksplicitna procedura zahtijeva daleko veći broj koraka od implicitne, pogotovo kod dominantno nelinearnih problema. S ovog stanovišta je vršen i razvoj algoritama prvo za eksplicitne procedure, gdje su razmatrani različiti pristupi [188]. Kao što je već navedeno, glavna razlika eksplicitne i implicitne detekcije jeste što u drugom slučaju mora biti određena mogućnost da dva čvora ili čvor i segment dođu u kontakt kako

ne bi došlo do probijanja sekundarnih (slave) čvorova u primarne (master) čvorove odnosno segmente. Što dalje implicira da sekundarni čvorovi moraju biti detektovani na određenoj udaljenosti od primarne površine, koja se definiše kao maksimalna daljina detekcije (maximal detection distance - MDD).

U daljem tekstu ćemo se bazirati na implicitnu kontaktnu diskretizaciju NTS, Slika 62b. Prilikom implicitnog pristupa detekciji elemenata, vrši se projekcija elemenata sekundarne površine na segmente elementa primarne površine, gdje su najbliži čvorovi sekundarne površine određeni normalnom projekcijom čvorova sekundarne površine na segmente primarne površine. Najjednostavnija ali i vremenski najzahtjevnija metoda detekcije uključuje sve čvorove i jednog i drugog kontaktnog tijela (all to all detection). Primjenom "all to all" detekcije svi čvorovi sekundarne površine se projektuju na sve segmente primarne površine i ako postoji normalna projekcija jednog ili više čvorova sekundarne površine na segment primarne površine usvaja se kao najbliži primarni segment.



Slika 63: Detekcija kontakta: a) slučaj pogrešnog izbora veličine  $d_{max}$ , b) slučaj dobrog izbora veličine  $d_{max}$  [155].

Primjenom implicitne detekcije, potrebno je predvidjeti moguće kontakte između konačnih elemenata dva različita tijela koja se približavaju prije nego što dođe do probijanja između elemenata dva tijela u kontaktu. Da bi uslov bio ispunjen u slučaju NTS, potrebno je detektovati sekundarne čvorove na određenoj udaljenosti od primarne površine tj. odrediti maksimalno rastojanje detekcije (maximal detection distance - MDD). U slučaju kada je sekundarni čvor bliže primarnoj površini/segmentu od MDD odnosno maksimalnoj udaljenosti  $d_{max}$ , tada se pretpostavlja da postoji mogućnost za uspostavljanje kontakta u toku narednog koraka, Slika 63. U suprotnom kontakt nije moguće da bude ostvaren.

Ako razmatramo NTN detekciju, značenje maksimalne razlike  $d_{max}$  je nešto drugačije. Ako je razdaljina sekundarnog čvora (slave node)  $r_i$  i primarnog čvora (master node)  $r_j$ ,  $d_{ij} = |r_i - r_j|$  manja od MDD, tada odgovarajući čvor  $r_i$  ima odgovarajući čvor na primarnoj površini  $r_j$  kao najvišu tačku, i ostvarenje kontakta je moguće u narednom vremenskom koraku. U suprotnom kontakt nije moguće da bude ostvaren. Može se reći, da razlika u određivanju maksimalne razlike za slučaj NTS i NTN detekcije jeste u tome što za slučaj NTN diskretizacije mogu se pojaviti dva konveksna čvora koji će imati znatno manju maksimalnu razdaljnu nego konveksan čvor i segment kod NTS diskretizacije. Razlika koja postoji između NTS i NTN detekcije će uticati na definisanje maksimalne razdaljine  $d_{max}$ . Potrebna uslov za spriječavanje prodora čvorova jedne kontaktne površine u drugu jeste da MDD mora biti veća od jedne polovine maksimalne razdaljine dva čvora master površine koji formiraju jedna segment, Slika 25:

$$d_{max} > \frac{1}{2} \max_{i=1, j=1, k=j+1}^{i=N_m, j=N_n^i-1, k=N_n^i} |r_j^i - r_k^i| \quad 3.129$$

Gdje je  $N_m$  ukupan broj primarnih (master) segmenata,  $N_n^i$  ukupan broj primarnih čvorova za svaki  $i - ti$  primarni segment,  $r_j^i$  je kordinata  $j - tog$  čvora za svaki  $i - ti$  primarni segment. U slučaju da uslov (3.129) nije zadovoljen, može doći do izgubljenih sekundarnih (slave) čvorova koji neće doći u kontakt sa master površinom, odnosno master segmentima. Možemo reći da će se čvorovi sekundarne površine i primarne površine mimoići i neće biti kontaktne interakcije, neće biti aktivirani kontaktni granični uslovi.

Vrijednost  $d_{max}$  može biti određena automatski u odnosu na primarnu i sekundarnu kontaktnu površinu i maksimalno rastojanje između konačnih elemenata odnosno gustoću konačnih elemenata. MDD je poželjno da bude što manje sa stanovišta brzine koja je potrebna da se izvrši proračun, ali ako se uzme previše malo  $d_{max}$  tada postoji mogućnost da određeni elementi ne budu detektovani. Kada se problem posmatra sa druge strane, usvajanjem velike vrijednosti za MDD kako bi bilo osigurano da će svi elementi koji dolaze u kontakt biti detektovani, pojavljuje se problem velikog broja vremenskih koraka da bi proračun bio gotov.

Kako bi se procedura detekcija KE koji ulaze u kontakt ubrzala, potrebno je definisati prvo regione za koje postoji mogućnost da uđu u kontakt i regione za koje ne postoji mogućnost za ostvarivanje kontakta. Kada se odredi optimalno područje detekcije elemenata (Bounding box), u svakom koraku će biti definisani elementi koji su u kontaktu i elementi koji imaju mogućnost da budu u kontaktu u slijedećoj iteraciji. Svi elementi koji nisu u okviru moguće detekcije su isključeni iz proračunskog koraka i samim tim proračunski korak se ubrzava.

## 4. MAKRO PRISTUP – EKSPERIMENTALNO I NUMERIČKO PROUČAVANJE PRIGUŠENJA VIJČANE VEZE

U sklopu proučavanja konstrukcijskog prigušenja sa stanovišta makro pristupa, izvršena je eksperimentalna i numerička analiza, nelinearnog dinamičkog odgovora slobodnih vibracija konzolnog IPE nosača sa vijčanom vezom montažnog nastavka (VVMN). Sprovedena analiza ima za cilj razvoj i validaciju numeričkog modela poređenjem eksperimentalnih i numeričkih rezultata. Razmatrani konzolni nosač je tipičan konstruktivni element sa relativno malom fundamentalnom frekvencijom, zbog dodatne mase koja je fiksno postavljena na kraju konzole. Budući da je dodatno opterećenje planski postavljeno na kraj konzolne grede sa ciljem smanjivanja frekvencija oscilovanja, biće pretežno pobuđeni fundamentalni modovi oscilovanja. Na osnovu ovako postavljenog eksperimentalnog modela, ova istraživanja će se baviti niskofrekventnim odgovorom ubrzanja, odnosno brzina tokom relativno dugog vremenskog intervala. Dužina trajanja eksperimentalnog fenomena koji se proučava, može imati značajan uticaj na izbor numeričke procedure koja će biti primijenjena u procesu proračunske analize. U posmatranom slučaju proučavanja nelinearnog dinamičkog odgovora vijčane veze IPE nosača, biće najviše primjenjivana eksplicitna procedura. Ovaj tip numeričke integracije ima određena ograničenja po pitanju dužine trajanja proračuna i generalno po pitanju stabilnosti i efikasnosti procedure, na koja treba posebno obratiti pažnju, više u Poglavlju 4.4.

S obzirom na to da vremenski inkrement eksplicitnog algoritma može biti veoma mali, bilježenje rezultata pri svakom inkrementu stvara velike izlazne datoteke i ima veliko vrijeme računanja, možemo reći veliku cijenu računanja (high computational cost). Uobičajen pristup jeste izračunavanje izlaznih varijabli za svaki integracioni korak (integration step)  $n_{out}$  ili za određen vremenski interval  $t_{out}$ . Međutim, ovaj postupak može dovesti do alijasing problema (aliasing), koji se javljaju kada se signal uzorkuje u diskretnim tačkama, ali gdje nije sačuvano dovoljno podataka da bi se ispravno opisao originalan signal [189], [190]. Promjenljive sa visokim frekvencijama i velikim amplitudama, kao što su ubrzanja i reakcione sile, najosjetljivije su na alijasing [191]. Na osnovu Nasinog tehničkog memoranduma (NASA Technical Memorandum) [192], može se vidjeti da čak ni  $10^4$  izlaza u sekundi nisu dovoljni da bi se izbjegao alijasing u simulacijama udara i kontakta. Jedan od načina da se ublaže problemi sa alijasingom je primjena određenih filtera (anti-aliasing filter) za filtriranje dobijenog odgovora. Problem primjene filtera se nalazi u tome što dobijeni filtrirani rezultati dosta variraju od vrste primijenjenog filtera, te zahtijevaju određeno iskustvo korisnika pri odabiru odgovarajućeg filtera u zavisnosti od posmatranog problema [193], [194]. Drugi način da se izbjegnu ovi problemi jeste razmatranje brzina umjesto ubrzanja koje su znatno manje osjetljive na učestalost uzorkovanja i šum uslijed visokih frekvencija (high-frequency noise). Da bismo omogućili doslijedno poređenje eksperimentalnih i numeričkih podataka, izvršena je numerička integracija eksperimentalno dobijenih ubrzanje čime su dobijene brzine, Poglavlje 4.3.1. Tako da u procesu analize i poređenja numeričkih i eksperimentalnih rezultata, gotovo isključivo se koriste brzine. Takođe, izlazni podaci numeričkog modela zapisivani su na svakih 0,00781 s, što odgovara učestalosti uzorkovanja od 128 rezultata u sekundi. Ova učestalost je ista kao i u eksperimentalnoj analizi, u skladu sa Poglavljem 4.1.1. Proračunski vremenski period (dužina trajanja numeričke simulacije) koji se razmatra u numeričkoj analizi je otprilike 6,5 s. Za usvojeni numerički model i vremenski period trajanja, potrebno vrijeme računanja Abakusa (Abaqus) je iznosilo 53 sata i u tom vremenu je izračunato  $3 \times 10^7$  inkremenata.

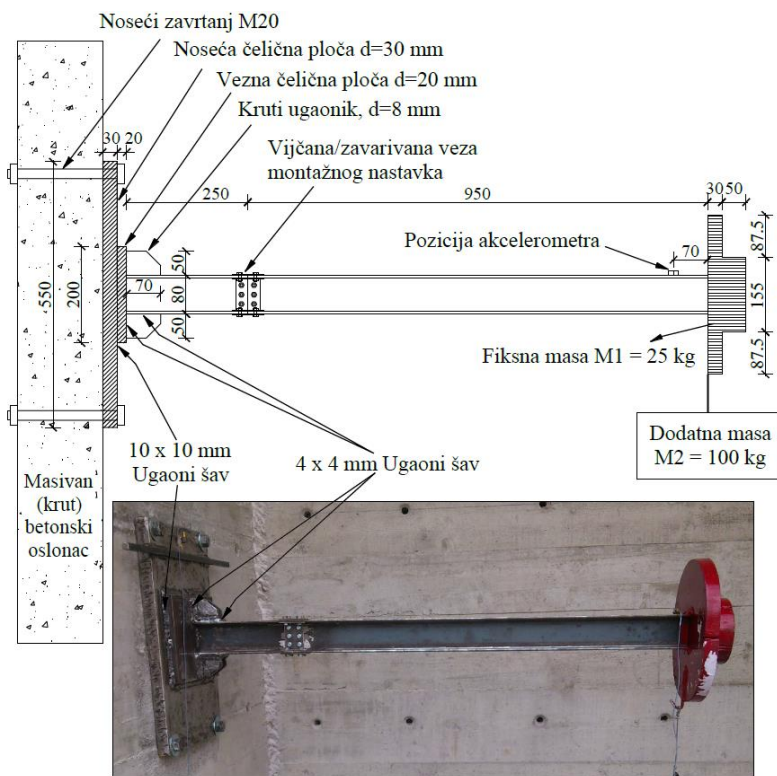
#### 4.1. EKSPERIMENTALNA POSTAVKA

Kako bi obezbijedili konzistentno poređenje eksperimentalnih i numeričkih rezultata, neophodno je pravilno postaviti i definisati eksperimentalnu postavku. Što podrazumijeva, modelovanje veza i opterećenja, definisanje procesa nanošenja opterećenja i što tačnije projektovanje izvedenog uklještenja kao osloničkog ograničenja konzolne grede.

Eksperimentalna analiza se sastoji od tri koraka: (i) dizajn, priprema, i realizacija eksperimentalnog testiranja, (ii) obrada prikupljenih podataka, i (iii) analiza rezultata. Ovi koraci su detaljno razmatrani u ovom poglavlju. Osim eksperimentalnog modela, daje se pregled numeričkog modela i njegovih rezultata. Ovakva vrsta prezentacije je opravdana jer su numerička i eksperimentalna analiza međusobno isprepletene.

##### 4.1.1. Generalna razmatranja

Cilj eksperimentalne analize bio je ispitivanje nelinearnog ponašanja jednog IPE 80 nosača sa često korišćenim VVMN spojem. Posmatran je odgovor slobodnih vibracija uslijed iznenadno otpuštenog opterećenja, čime je u stvari napravljen impulsni udar na kraju konzolnog nosača. Kako bismo simulirali stvarne uslove eksploatacije, eksperiment je postavljen na otvorenom, pri relativnoj vlažnosti vazduha od otprilike 70% do 80%. Iako se fokus ovog istraživanja usmjerava na model sa vijčanim spojem, takođe je razmatran i model sa montažnim nastavkom u zavarivanoj izradi (ZVMN). Odgovor slobodnih vibracija takvog nosača je linearan, što čini ZVMN idealnim modelom za kalibraciju materijalnog prigušenja i inicijalnu kalibraciju numeričkog modela. Razumna je pretpostavka da ZVMN model predstavlja granični slučaj modela sa VVMN spojem kada je proklizavanje veze zanemarljivo, odnosno kada se kompletna kontaktna interakcija vijčane veze nalazi u zalijepljenom stanju, pogledati Poglavlje 3.1.5 i 3.2.2.2. U ovakvom slučaju, vijčani spoj se ponaša kao monolitna veza, više u Poglavlju 4.5.



Slika 64: Šematski i stvarni prikaz eksperimentalne postavke.



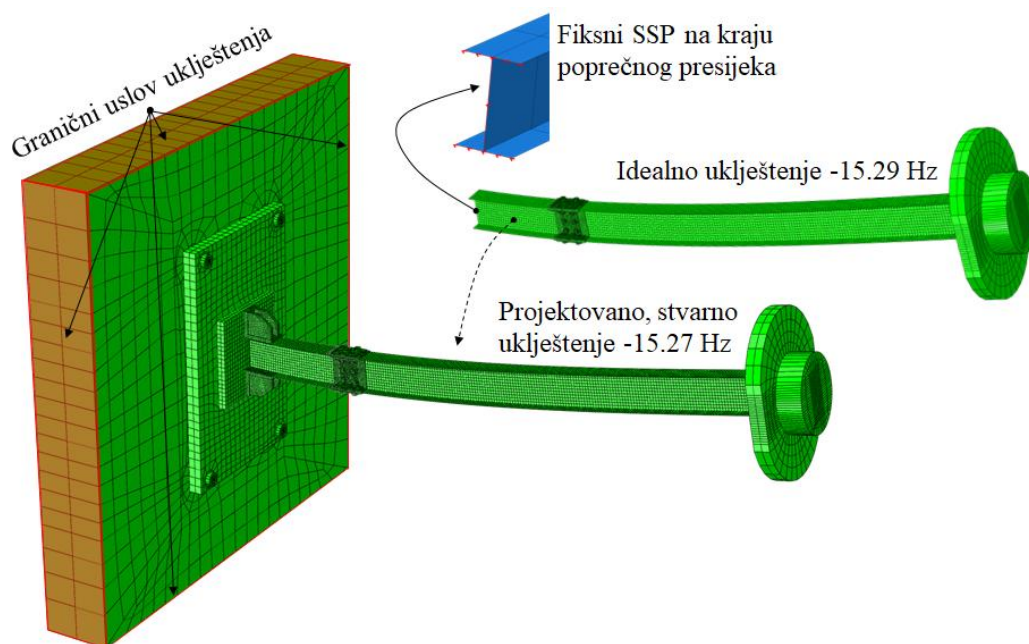
Detaljan crtež i slika eksperimentalnog modela prikazani su na Slici 64. Na slobodnom kraju konzolnog nosača nalazi se fiksirana masa (M1) i dodatna masa (M2). Naglim uklanjanjem dodatne mase (M2), nosač je pobuđen impulsnim udarom nakon čega prelazi u slobodno prigušeno oscilovanje. Kako bi se izbjegao uticaj inercijalnih sila prilikom nanošenja opterećenja, dodatna masa (M2) je postepeno aplicirana u inkrementima od po 25 kg. Masa (M2) je zatim oslobođena presijecanjem noseće žice debljine 3 mm. Da bi uticaj presijecanja noseće žice na odgovor ispitivanog sistema bio što manji, testirane su žice debljine 1,5 mm, 2 mm i 3 mm, kako bi bila određena najmanja dovoljna debljina žice za nošenje opterećenja (M2). Pokazalo se da žica debljine 3 mm je najtanja koja može nositi masu (M2), usvojena žica bila je blizu tačke kidanja, tako da je bilo potrebno samo malo oštećenje da bi se prekinula. Ovakav pristup je sličan modeliranju naglo oslobođenog opterećenja koje je opisano u radu Pagninija (Paganini) [195], gdje je posebno dizajnirana čelična epruveta kalibrisana tako da dođe do pucanja, nakon što opterećenje dostigne željenu vrijednost.

Glavni predmet ovog istraživanja je odgovor modela sa VVMN spojem koji je pobuđivan po glavnoj/jačoj osi inercije. Što se tiče linearnog ZVMN modela, njegov odgovor je ispitivan u odnosu na obje ose inercije, u svrhu određivanja uticaja geometrije na materijalno prigušenje.

Odgovor slobodnih prigušenih vibracija mjereno je pomoću jednoosnog akcelerometra postavljenog blizu slobodnog kraja, Sliku 64. Akcelerometar ima osjetljivost od 96,6 mV/g i frekvencijski opseg od 0,3 do 6000 Hz. Učestalost uzorkovanja postavljena je na 128 izlaza u sekundi, što je dovoljno da bi se snimio razmatrani odgovor ubrzanja.

#### 4.1.2. Dizajn graničnog uslova uklještenja

Jedan od najvažnijih početnih izazova bio je dizajn i izrada stvarnog punog uklještenja ispitivanog konzolnog nosača. U slučaju da se neadekvatno formira uklještenje, cijeli eksperiment i dobijeni rezultati mogu biti neupotrebljivi, ako bi došlo do pojave parazitskih vibracija i pomjeranja u uklještenju uslijed rotacije i savijanja nosećih ploča, Slika 64. Iako se finalni numerički model razmatra i definiše kasnije u Poglavlju 4.4.3, bilo je neophodno formirati inicijalni numerički model kako bi adekvatno projektovani i izradili eksperimentalni model.



Slika 65: Inicijalni numerički model. Konzolna greda sa projektovanim i idealnim graničnim uslovom uklještenja.

Za svrhu projektovanja adekvatnog i izvodljivog uklještenja formiran je numerički model koji je zadovoljavao uslove uklještenja, kao što je prikazano na Slici 65. Kako bi projektovano rješenje bilo provjereno, projektovan je još jedan numerički model koji je bio idealno matematički uklješten na svom kraju sa fiksnim stepenima slobode pomjeranja (SSP). U procesu projektovanja stvarnog uklještenja, vršeno je konstantno kalibrisanje oblika i debljine limova i ukrućenja kojima je formirano stvarno uklještenje, sve dok se vrijednosti fundamentalne frekvencije po jačoj osi idealnog (matematičkog) i stvarnog uklještenja nisu poklopile. Za svrhu poređenja numeričkih modela idealno i stvarno uklještenje, posmatran je treći ton oscilovanja - prvi transversalni ton po jačoj osi konzolnog nosača. Frekvencija prvog tona po jačoj osi, konzole sa idealnim i stvarnim (konstruisanim) uklještenjem je 15.29 Hz i 15.27 Hz. Na osnovu značajne podudarnosti posmatranih frekvencija oscilovanja između modela sa projektovanim i idealnim uklještenjem, usvojen je fizički izvodljiv način uklještenja, prikazan na Slici 64 i 65. Kao što se može vidjeti dobro podudaranje rezultata idealnog i projektovanog uklještenja, bila je dovoljna potvrda za izradu eksperimentalnog modela.

Projektovano uklještenje je izvedeno na sledeći način. Konzolni nosač je zavaren za veznu čeličnu ploču dimenzija  $200 \times 200 \times 20$  mm pomoću krutih ugaonika i šavova  $4 \times 4$  mm, Sliku 64. Zatim je ovaj sklop zavaren za noseću čeličnu ploču dimenzija  $550 \times 350 \times 30$  mm, veličina šavova za zavarivanje vezne i noseće čelične ploče je  $10 \times 10$  mm. Kao što se može vidjeti, za ostvarivanje uklještenja korištene su velike debljine čeličnih ploča i predimenzionisani šavovi, sve u svrhu obezbjeđivanja što kruće veze konzole i noseće čelične ploče. Na kraju, kompletan sistema sa nosećom čeličnom pločom je pričvršćen za betonski zid debljine 300 mm sa četiri M20 vijka, kako je prikazano na Slikama 64 i 65. Ovako konstruisanom vezom konzolnog nosača i betonskog zida, postignut je gotovo idealan granični uslov uklještenja. Uticaji elemenata veze konzolnog nosača kojima je formirano uklještenje sa armirano betonskim zidom, na ukupan dinamički odgovor konstrukcije su zanemarljivi.

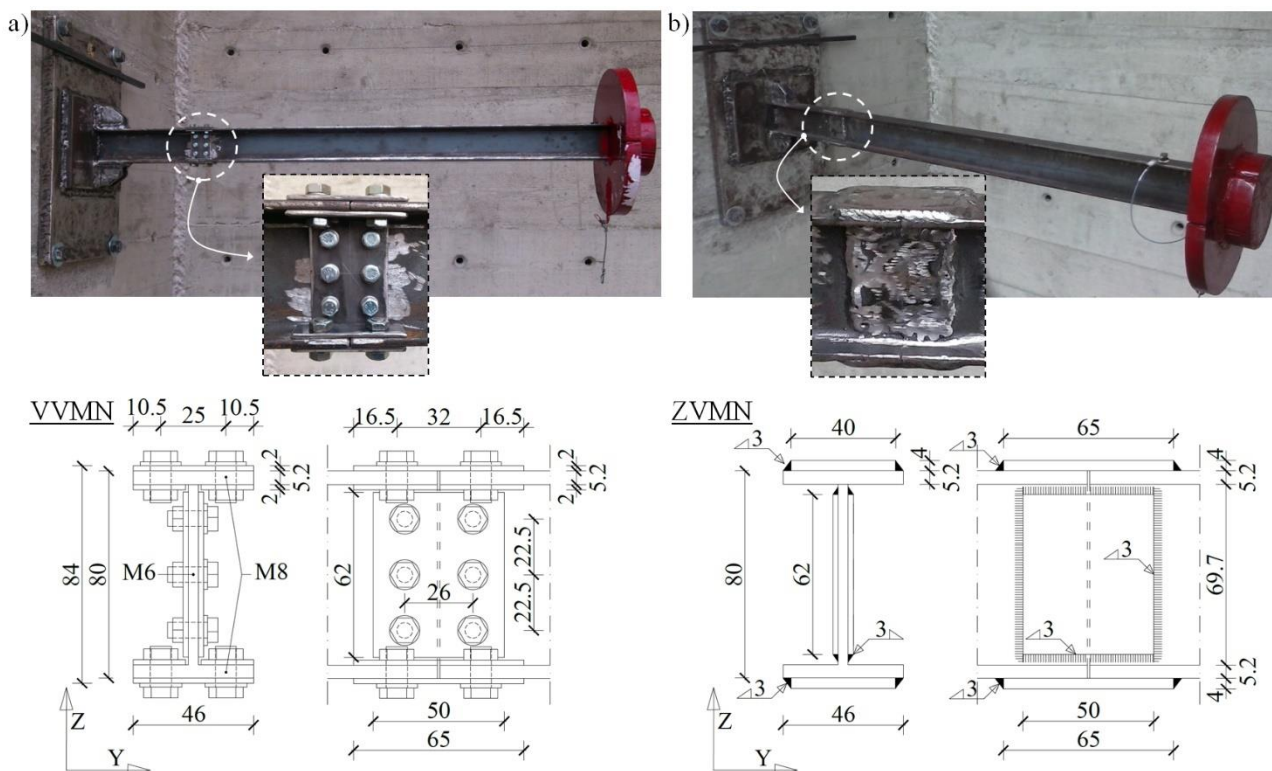
#### 4.1.3. Model sa vijčanom vezom montažnog nastavka

Kao što je diskutovano u Poglavlju 2, ključno je osigurati aktivaciju mikro-proklizavanja u spoju, kako bi se postigao nelinearan odgovor VVMN-a. Konzolni nosač sa VVMN vezom je ispitivan za tri nivoa pritezanja zavrtnjeva: za 30%, 50% i 100% sile pritezanja u odnosu na maksimalnu dozvoljenu silu pritezanja za usvojene zavrtnjeve. Takođe, da bismo garantovali doslijedne rezultate za sve testirane modele, bilo je potrebno dozvoliti početno makro klizanje veze prilikom nanošenja opterećenja. Postavljeni zahtjevi postignuti su pažljivim dizajniranjem spoja u odnosu na definisano opterećenje.

Vijčana veza je postavljena na udaljenosti od 250 mm od fiksnog kraja odnosno od vezne ploče. U cilju simuliranja stvarnih uslova rada i eksploatacije vijčane veze, statičko opterećenje od masa M1 i M2 projektovano je tako da iskoristi 50 % elastičnog momentnog kapaciteta posmatranog poprečnog presjeka [196], [197]. Budući da je VVMN model analiziran samo u odnosu na glavnu osu inercije, usvojena je potrebna masa od 125 kg, od čega je fiksna masa  $M1 = 25$  kg, a dodatna  $M2 = 100$  kg.

Nakon što je određeno statičko opterećenje, projektovana je VVMN, Slika 65 i 66a. Spoj se sastoji od dvije spoljne podvezice nožica IPE nosača dimenzija  $65 \times 46 \times 2$  mm i dva para unutrašnjih podvezica dimenzija  $65 \times 18 \times 2$  mm. Dodatno, podvezice rebra su usvojene sa dimenzijama  $62 \times 50 \times 2$  mm. Pritezanje je postignuto pomoću četiri M8 vijka za nožice i šest M6 vijaka za rebro. Klasa korišćenih vijaka je 8.8, dok su prečnici rupa za vijke 10 mm za M8 vijke i 8 mm za M6 vijke. Rupe su projektovane tako da obezbijede razmak od 1 mm oko tijela zavrtnja. Takođe, ostavljen je razmak od 1 mm između dva dijela IPE-nosača koji su spojeni opisanom vijčanom vezom. Na ovaj način je formirana vijčana veza kod koje se može sa sigurnošću očekivati pojava makro i mikro proklizavanje, što će uzrokovati nelinearan dinamički odgovor cijelog nosača, odnosno konstrukcijsko prigušenje.





Slika 66: Eksperimentalna postavka. Stvarni i grafički prikaz ispitivanih veza: a) vijčana veza montažnog nastavka, b) zavarena veza montažnog nastavka.

VVMN model je testiran za tri nivoa sile pritezanja vijka. Vrijednosti  $M_r = 25 \text{ Nm}$  i  $M_r = 10 \text{ Nm}$  su usvojene kao maksimalni momenti pritezanja za M8 i M6 vijke, redom. Na osnovu usvojenih momenata pritezanja definisane su odgovarajuće sile pritezanja  $F_p = 16 \text{ kN}$  i  $F_p = 8 \text{ kN}$  [198], [199], Tabela 1. Razmatrani nivoi sile pritezanja vijka mjereni su u odnosu na definisane maksimalne vrijednosti. Odgovarajući modeli su označeni kao VVMN100, VVMN50 i VVMN30, i odnose se na 100%, 50% i 30% usvojene maksimalne sile pritezanja.

Tabela 1: Vrijednosti sile pritezanja u zavrtanjima za tri VVMN modela

Model	Sila pritezanja M8 [kN]	Sila pritezanja M6 [kN]	Procenat u odnosu na maksimalnu usvojenu silu pritezanja [%]
VVMN100	16	8	100
VVMN50	8	4	50
VVMN30	5	2.5	30

Ovako projektovane vijčane veze zadovoljavaju zahtjeve za nelinearan odgovor i dosljedne rezultate među različitim modelima. Makro klizanje se očekuje kod svih modela tokom kvazi-statičkog nanošenja dodatne mase (M2), a mikro klizanje tokom odgovora slobodnih prigušenih vibracija. Takođe, zbog dozvoljenog početnog makro-klizanja, očekuje se da će se pojaviti kompleksno stanje napona u spoju.

#### 4.1.4. Model sa zavarivanom vezom montažnog nastavka

ZVMN se sastoji od dvije spoljne podvezice gornje i donje nožice dimenzija  $65 \times 45 \times 4 \text{ mm}$  i dvije podvezice za spajanje rebra dimenzija  $62 \times 50 \times 2 \text{ mm}$ . Treba napomenuti da su dvije podvezice

nožice debljine 2 mm primijenjene na VVMN, dok se za ZVMN koristi samo jedna podvezica za spajanje nožica debljine 4 mm. Ipak, kapacitet momenta za oba spoja je sličan ako se zanemari smanjenje poprečnog presjeka zbog rupa za vijke, Slika 66b.

Za slučaj opterećenja u odnosu na glavnu/jaču osu inercije, mase su iste kao i za VVMN:  $M_1 = 25$  kg i  $M_2 = 100$  kg. Što se tiče slučaja opterećenja u odnosu na slabiju osu inercije, postavljen je uslov da maksimalni normalni naponi uslijed gravitacionog opterećenja budu slični za oba slučaja opterećenja. S obzirom da je elastični otporni moment po jačoj osi IPE nosača  $W_{el,y} = 20.03$  cm<sup>3</sup> a po slabijoj  $W_{el,z} = 3.69$  cm<sup>3</sup>. Na osnovu odnosa elastičnih otpornih momenata jače i slabije ose inercije usvojeno je i opterećenje po slabijoj osi kao  $M_1 = 0$  kg i  $M_2 = 25$  kg.

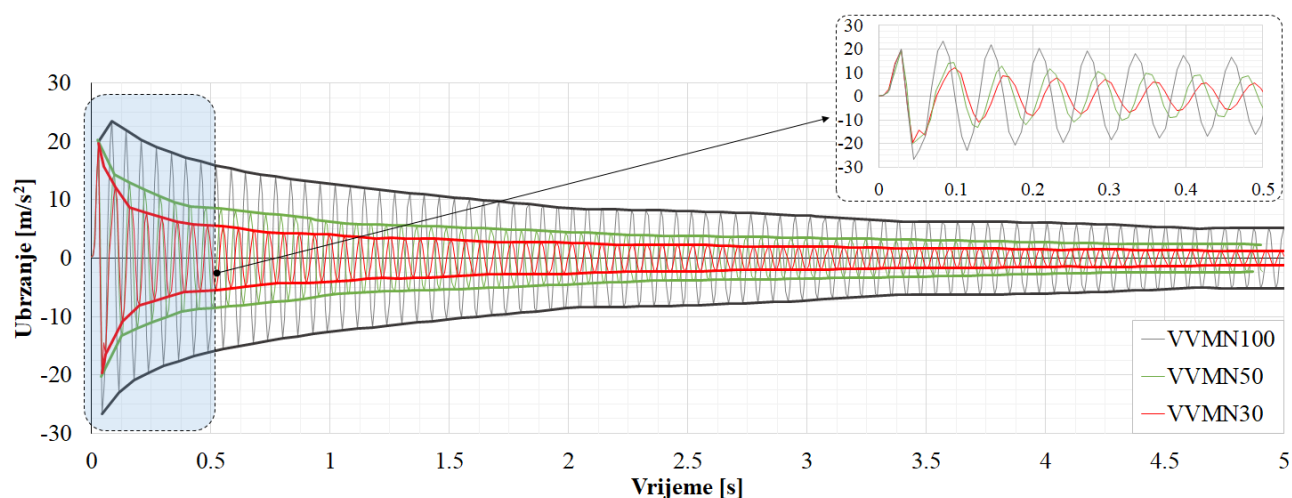
## 4.2. EKSPERIMENTALNI REZULTATI

Eksperiment je zasnovan na pristupu razmatranja odgovora slobodnih prigušenih vibracija posmatrane eksperimentalne postavke. Izvršeno je snimanje ubrzanja u vremenu te je na osnovu dobijenog odgovora ubrzanja pomoću brze Furijeove transformacije (Fast Fourier Transform - FFT) [200], [201] izveden auto-spektralni odgovor (Auto spectrum response - ASR). Prednost ovog pristupa jeste u mogućnosti ispitivanja i analiziranja posmatrane konstrukcije u stvarnim uslovima. S druge strane, odgovor slobodnih vibracija ne garantuje pobuđivanje svih svojstvenih modova, za razliku od eksperimentalne modalne analize u kontrolisanim uslovima primjenom modalnog čekića. Broj registrovanih modova oscilovanja odgovora slobodnih vibracija, zavisi od eksperimentalne postavke, broja i položaja akcelerometara, opterećenja, itd. Za svrhu posmatrane analize, najniži savijajući mod po jačoj osi, koji se pojavljuje u ravni opterećenja i ose nosača je od najvećeg značaja, i nazivamo ga fundamentalnim modom.

U nastavku ovog poglavlja biće detaljno opisani eksperimentalno dobijeni akcelerografski zapisi konzolnog nosača sa VVMN i ZVMN vezom, zajedno sa ASR odgovorom.

### 4.2.1. Model sa vijčanom vezom montažnog nastavka

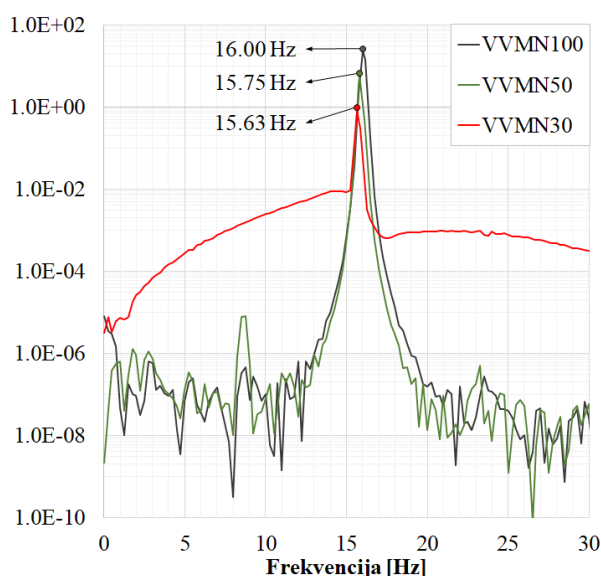
Izmjereni odgovori ubrzanja u vremenu i ASR za modele sa tri različite sile pritezanja zavrtnjeva prikazani su na Slikama 67 i 68. Očigledno je da su razlike amplituda ubrzanja između modela značajne i vrijednosti otprilike prate odgovarajuću silu pritezanja. Na primjer, tokom prvih 0,5 s, razlika između VVMN100 i VVMN50 je gotovo 50%.



Slika 67: Vijčana veza montažnog nastavka. Eksperimentalno dobijeni odgovori ubrzanja u vremenu i odgovarajuće anvelope za tri modela sa različitom silom pritezanja u zavrtnjevima.

Zatim, važno je primjetiti da razlika u amplitudama između VVMN100 i VVMN50 je izraženija nego razlika između VVMN50 i VVMN30. To ukazuje da su vijci već prilično otpušteni i za 50%, dok za 30% sile pritezanja veza više nema otpora protiv proklizavanja. Takođe, razlike u periodima/frekvencijama oscilacija su vidljive i u skladu su sa očekivanjima.

Kada se posmatra puni odgovor od 5 sekundi, može se vidjeti efekat bijenja. Ovaj fenomen će biti detaljno razmatran u Poglavlju 4.3.2. Značajno je primjetiti da je prva amplituda ubrzanja praktično nepromjenjiva u odnosu na vrijednost sile pritezanja. Ova činjenica će biti od koristi u procesu definisanja funkcije oslobađanja opterećenja numeričkog modela u Poglavlju 4.4.4.1.

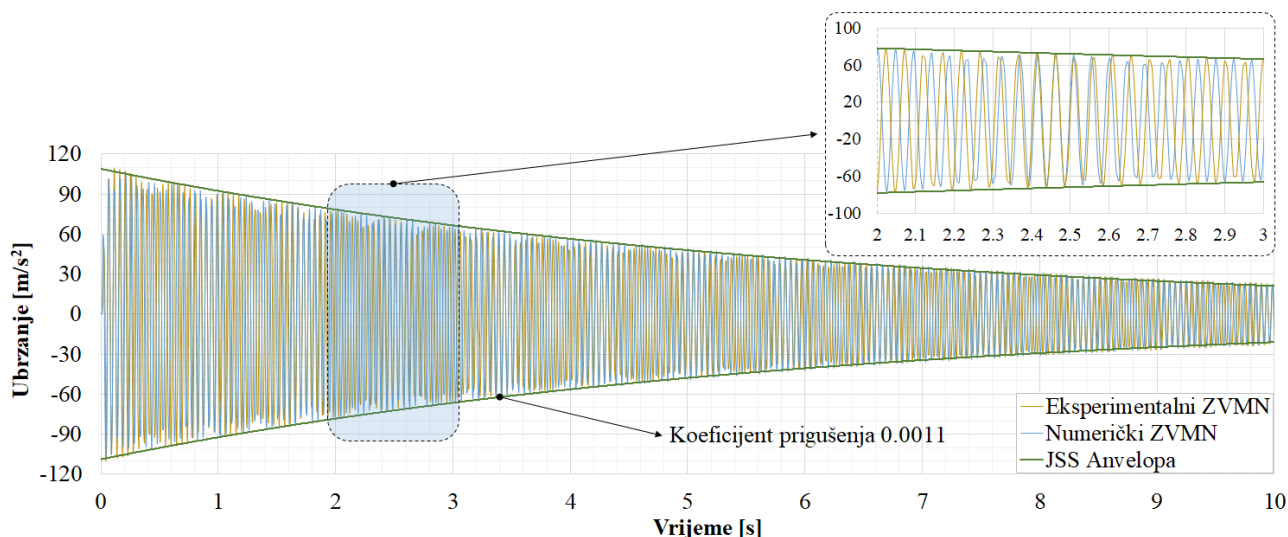


Slika 68: Vijčana veza montažnog nastavka. Auto-spektralni odgovor.

Vezano za ASR odgovor, sva tri modela pokazuju slične fundamentalne frekvencije, male razlike koje nastaju između frekvencija oscilovanja različitih modela prate sile pritezanja svakog modela. Kao što možemo vidjeti osjetljivost frekvencija oscilovanja na promjenu sile pritezanja zavrtnjeva je skoro pa neznatna za razliku od odgovora ubrzanja koji pokazuje velike razlike u zavisnosti od sile pritezanja, Slika 67 i 68. Osim toga, ASR sugerise da se prigušenje povećava sa smanjenjem sile pritezanja vijka, što je tačno.

#### 4.2.2. Model sa zavarivanom vezom montažnog nastavka

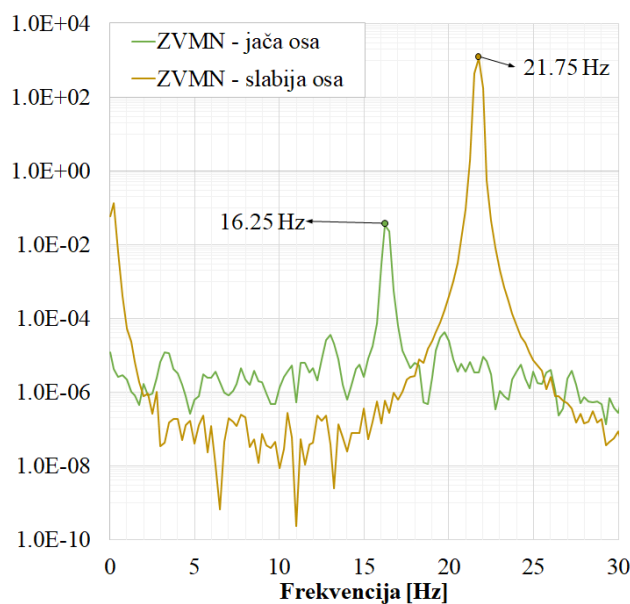
Tokom analize eksperimentalnih rezultata za ZVMN, primjećeno je dosta šuma/zaprljanja za slučaj opterećenja u odnosu na glavnu osu inercije. ASR može biti dobijen na osnovu zaprljanih rezultata, ali rezultati ubrzanja nisu upotrebljivi u daljoj analizi i biće izostavljeni. Što se tiče slučaja opterećenja po slabijoj osi inercije, odgovor ubrzanja prikazan je na Slici 69. Ponovo, prisutan je efekat bijenja i biće razmatran kasnije u Poglavlju 4.3.2. Na istom grafiku prikazana je anvelopa slobodnih prigušenih vibracija, primjenom standardnog eksponencijalnog zakona prigušenja linearnog sistema sa jednim stepenom slobode pomjeranja (JSS). Očigledno, anvelopa materijalnog prigušenja dobro se uklapa sa amplitudama ubrzanja, što sugerise da ZVMN osciluje u linearnom opsegu i da ga možemo aproksimovati sa sistemom sa JSS. Ovo potvrđuje raniju pretpostavku iz Poglavlja 4.1.1: ZVMN je praktično monolitna i može trošiti energiju samo putem materijalnog prigušenja. Linearan odgovor ZVMN modela omogućava da se izvrši procjena materijalnog prigušenja čija je dobijena vrijednost oko 0,0011, što je u skladu sa uobičajenim vrijednostima materijalnog prigušenja za čelične monolitne elemente [2], [3], [91].



Slika 69: Zavarena veza montažnog nastavka. Eksperimentalno i numerički dobijeni odgovori ubrzanja u vremenu i anvelopa linearnog sistema sa jednim stepenom slobode pomjeranja.

Iako su usvojeni numerički modeli opisani i diskutovani u Poglavlju 4.4.3, validacija numeričkog modela ZVMN-a biće prikazana u ovom poglavlju u cilju koherentnosti opisivanja dobijenih rezultata. Usvojeni numerički model je prvobitno analiziran pomoću linearne modalne dinamičke analize, a dobijeni odgovor ubrzanja prikazan je na Slici 69. Numerički i eksperimentalni rezultati se razumno dobro poklapaju, što potvrđuje numerički model ZVMN-a. Ova činjenica omogućila je dalju kalibraciju numeričkih modela i obradu eksperimentalnih rezultata.

ASR odgovori za opterećenje u odnosu na jaču i slabiju osu inercije IPE nosača prikazani su na Slici 69. Fundamentalna frekvencija savijanja po jačoj osi je niža od fundamentalne frekvencije po slabijoj osi iz razloga što je opterećenje po slabijoj osi skoro 4 puta manje nego po jačoj.



Slika 70: Zavarena veza montažnog nastavka. Auto-spektralni odgovor za dva slučaja opterećenja.



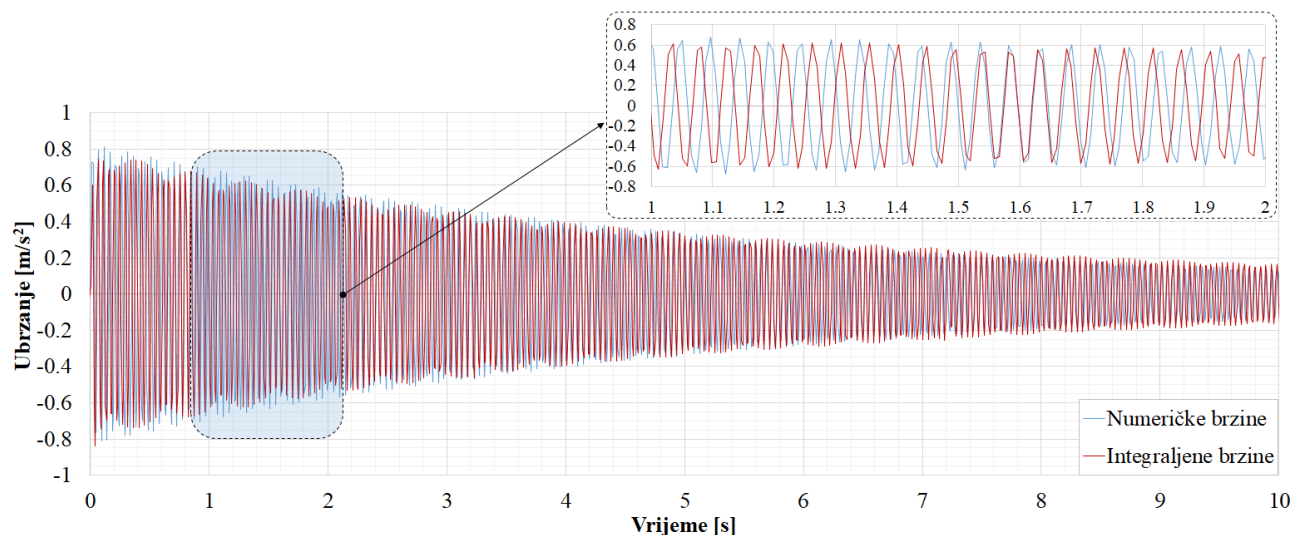
### 4.3. OBRADA EKSPERIMENTALNIH REZULTATA

Razlog za integraciju dobijenih eksperimentalnih ubrzanja diskutovan je u Poglavlju 4.1.1, a primijenjen postupak integracije biće opisana u ovom poglavlju. Takođe, biće razmotren fenomen bijenja i procedura za dobijanje eksperimentalnog prigušenja.

#### 4.3.1. Numerička integracija eksperimentalno dobijenog ubrzanja

Numeričkom integracijom diskretnog signala, za cilj imamo naći novu vrijednost  $v_{i+1}$  na osnovu poznate vrijednosti  $v_i$ . Ovo je postignuto proračunavanjem površine ispod integraljene krive opisane kubnim polinomom, između tačaka  $i$  i  $i + 1$ . U ovom radu je izvršeno računanje brzina na osnovu aproksimacije eksperimentalno dobijenih vrijednosti ubrzanja kubnim polinomom te integraljenjem primjenom Simsonovog 3/8 pravila (Simpson's 3/8 rule) [202].

Prvo je izvršeno integraljenje eksperimentalnog odgovora ubrzanja ZVMN modela. Kao što je opisano u Poglavlju 4.1.1 i 4.2.2 ovaj model ima linearan odgovor slobodnih prigušenih vibracija. Linearno ponašanje posmatranog modela omogućava provjeru postupaka numeričke integracije, upoređivanjem eksperimentalnih brzina ZVMN-a sa brzinama dobijenim korišćenjem modalne dinamičke procedure primjenom programa Abakus.



Slika 71: Zavarena veza montažnog nastavka. Numerički odgovor brzine u vremenu i brzina dobijena integraljenjem eksperimentalnog odgovora ubrzanja u vremenu.

Kao što se može vidjeti sa dijagrama Slika 71, postignuto je dobro podudaranje integraljenih eksperimentalnih ubrzanja odnosno integraljenjem dobijenih brzina sa numerički dobijenim brzinama. Male razlike u poklapanju amplituda oscilovanja su prouzrokovane prisustvom dominantnog bijenja u eksperimentalnom zapisu ubrzanja odnosno brzina.

Putem ove analize, tačnost primijenjene kubne numeričke integracije je potvrđena. Postupak se zatim dalje koristi kako bi se odredili vremenski odgovori brzina VVMN modela sa tri nivoa sile pritezanja vijka. Rezultati su prikazani u Poglavlju 4.4.2.2.

#### 4.3.2. Aproksimativno proračunavanje konstrukcijskog prigušenja

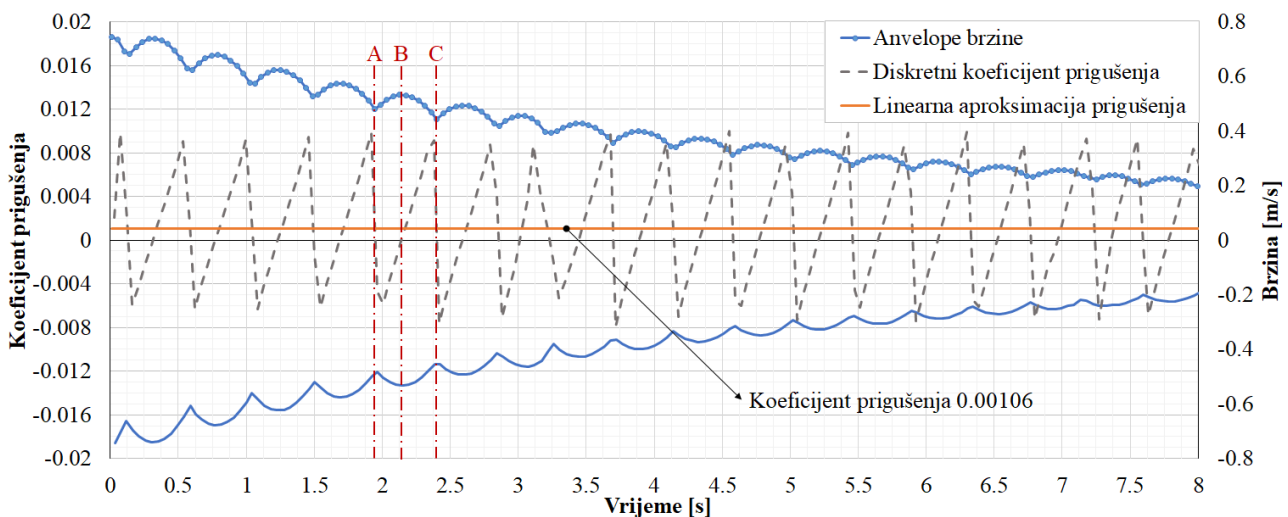
Kao što je prikazano u Poglavlju 4.2.2, opadanje amplituda ZVMN modela prati eksponencijalni zakon, što znači da se disipacija energije takvog sistema može opisati jednim parametrom: materijalnim prigušenjem. S druge strane, VVMN model disipuje energiju putem nelinearnog

mehanizma uslijed prisutnog trenja klizanja između kontaktnih površina. Disipacija energije i opadanje amplituda takvog sistema, generalno govoreći, ne može biti opisano samo jednim parametrom.

Postoje različite metode koje se mogu koristiti za identifikaciju karakteristika prigušenja nelinearnog sistema sa više stepeni slobode (SVSS). Metoda maksimalne amplitude (Pik amplitude method) je primijenjena u istraživanju nelinearnog odgovora vijčane veze na smicanje u radu [90]. Takođe određivanje konstrukcijskog prigušenja je obrađeno u radovima Gojdera (Goyder) [91], [96], [97]. Njihovi algoritmi se zasnivaju na opisivanju opadajućih amplituda u kratkim vremenskim intervalima koristeći sinusnu funkciju. U daljem radu će biti primijenjen pristup sličan onome u [94].

#### 4.3.2.1. Eksperimentalno prigušenje konzole sa zavarenom vezom

S obzirom da je model ZVMN linearan, dobro je prilagođen za provjeru algoritma za dobijanje konstrukcijskog prigušenja. Pretpostavimo da je stopa opadanja između dvije uzastopne amplitude istog znaka, dovoljno mala da omogućava aproksimaciju primjenom linearnog oscilatora sa viskozim prigušenjem [91]. Ovakva pretpostavka je razumna u slučaju malog vremenskog inkrementa između dvije uzastopno pozitivne amplitude. Tako da je na ovaj način izračunat diskretan set logaritamskih dekremenata  $\delta_i$  između svake dvije uzastopne pozitivne i negativne amplitude.



Slika 72: Zavarena veza montažnog nastavka: anvelope ubrzanja, diskretni koeficijent prigušenja i linearna aproksimacija koeficijenta prigušenja.

Nakon čega je određen koeficijent prigušenja primjenom standardnog izraza  $\xi_i = \delta_i / \sqrt{4\pi^2 + \delta_i^2}$ . Na opisan način dobijen je skup aproksimativnih vrijednosti diskretnog prigušenja cijelog odgovora brzina u vremenu.

Anvelope brzina i dobijene vrijednosti diskretnog prigušenja ZVMN modela su prikazane na Slici 72. Kao što se može vidjeti sa prikazanog dijagrama, uslijed prisustva bijenja diskretne vrijednosti prigušenja osciluju između pozitivnih i negativnih vrijednosti. Fenomen bijenja javlja se kada tijelo osciluje u dva različita svojstvena moda sa blago različitim frekvencijama. Jedan od uzrok bijenja mogu biti nesavršenosti koje se pojavljuju u procesu proizvodnje IPE nosača, ekscentričnost mase M1 ili slične vrijednosti dvije svojstvene frekvencije mogu uzrokovati da nosač ima prisustvo bijenja u odgovoru slobodnih prigušenih vibracija. U ovom slučaju nosač osciluje u odnosu na obje glavne ose, i to u više od jedne frekvencije [3]. Tokom takvih vibracija, signal se čini moduliranim, što se može vidjeti na Slici 72, gdje se amplitude brzine smanjuju i osciluju u ustaljenim intervalima.

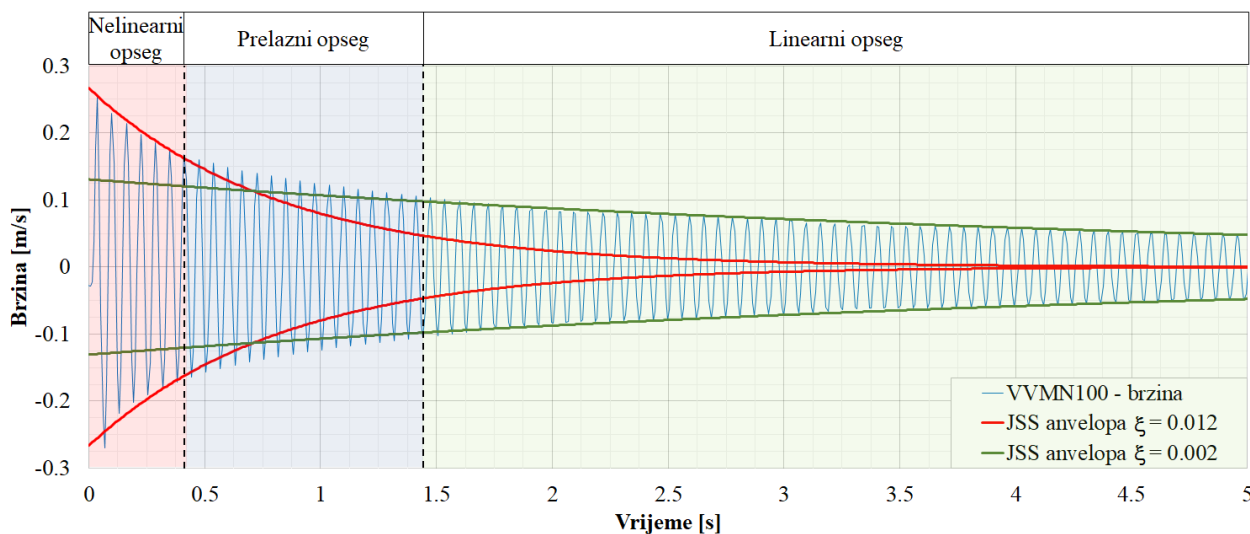
U nastavku će biti posmatran jedan tipičan dio ukupnog odgovora (interval  $AC$ ). Na polu-intervalu označenom tačkama  $A-B$ , može se primjetiti nefizički negativan diskretni koeficijent prigušenja, koji nastaje zbog porasta svake naredne amplitude što je posljedica bijenja. Tačka  $B$  predstavlja lokalni maksimum brzine, gdje je diskretno prigušenje jednako nuli. Dalje kako amplitude opadaju na polu-intervalu  $B-C$ , svaka iduća amplituda je manja od prethodne iz čega proizilazi pozitivno prigušenje. Diskretni koeficijent prigušenja dostiže svoj maksimum u blizini tačke  $C$ , nakon čega ciklus bijenja kreće ispočetka.

Kao što vidimo, zbog pojave efekta bijenja koeficijent diskretnog prigušenja ne odgovara stvarnim vrijednostima. Ovaj problem je riješen definisanjem krive prigušenja na osnovu diskretnog seta vrijednosti prigušenja. S obzirom da je ZVMN linearan, kriva prigušenja je definisana primjenom metode srednjih vrijednosti na rezultate diskretnog prigušenja, Slika 72. Dobijene su realne vrijednosti materijalnog prigušenja posmatranog modela  $\xi = 0.00106$ , koje se dobro slažu sa vrijednostima dobijenim primjenom eksponencijalne anvelope sistema JSS sa viskoznom prigušenjem  $\xi = 0.0011$ . Provedena analiza jasno pokazuje da efekat bijenja nema značajan uticaj na koeficijent prigušenja.

U cijelom postupku opisivanja uticaja bijenja na odgovor brzina i na samo prigušenje, korišten je odgovor brzina po slabijoj osi inercije IPE nosača. Bez obzira na nivo zaprljanja/šuma koji je prisutan u odgovoru po jačoj osi, opisanom metodom moguće je dobiti adekvatne rezultate prigušenja i po jačoj osi. Dobijene vrijednosti prigušenja po jačoj osi se kreću oko vrijednosti od  $\xi = 0.001$ . Mala razlika između dobijenih vrijednosti po jačoj i slabijoj osi ZVMN modela ukazuje na neznatan uticaj geometrije nosača na materijalno prigušenje, pogledati Poglavlje 4.1.1.

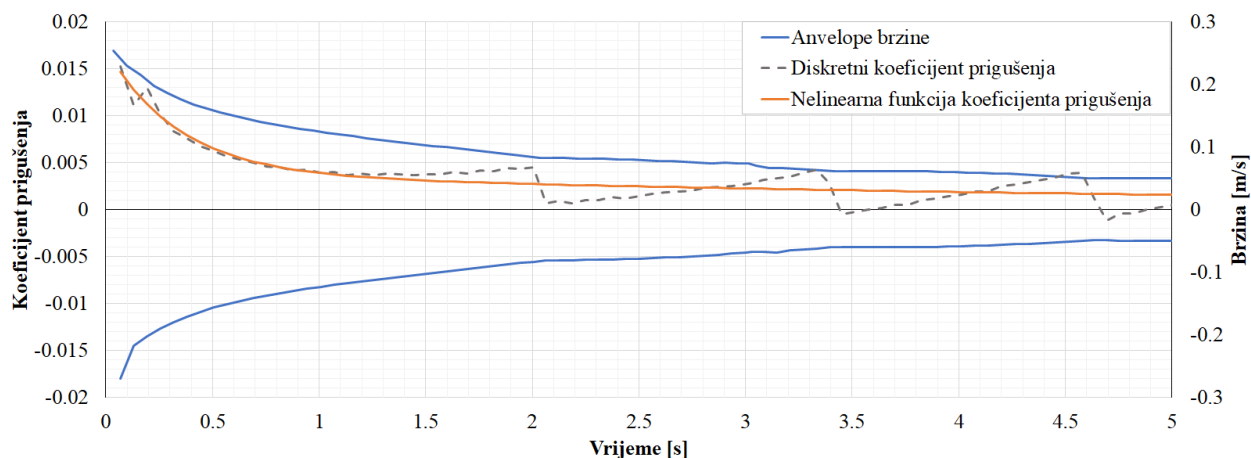
#### 4.3.2.2. Eksperimentalno prigušenje konzole sa vijčanom vezom

Kao što je prethodno diskutovano, koeficijent prigušenja VVMN modela nije konstantan tokom odgovora slobodnih vibracija. Jednostavan pristup kvazi-viskozne aproksimacije prigušenja prikazan je na Slici 73, gdje je razmatrano opadanje amplituda brzine modela VVMN100. Kako bi aproksimativno opisali prigušenje, primijenjene su dvije linearne viskozne anvelope sistema JSS pomjeranja. Prva anvelopa aproksimuje disipaciju energiju u prvom dijelu odgovora  $t < 0.4$  s, gdje je disipacija najveća, sa približnim koeficijentom prigušenja od  $\xi = 0.012$ . Druga anvelopa je formirana na intervalu  $t < 1.45$  s, gdje je prigušenjem  $\xi = 0.002$  i predstavlja linearni dio odgovora VVMN100 nelinearnog modela. Srednji dio vremenskog odgovora brzina, predstavlja prelazni interval između nelinearnog i linearnog dijela odgovora ili bolje reći ponašanja sistema.

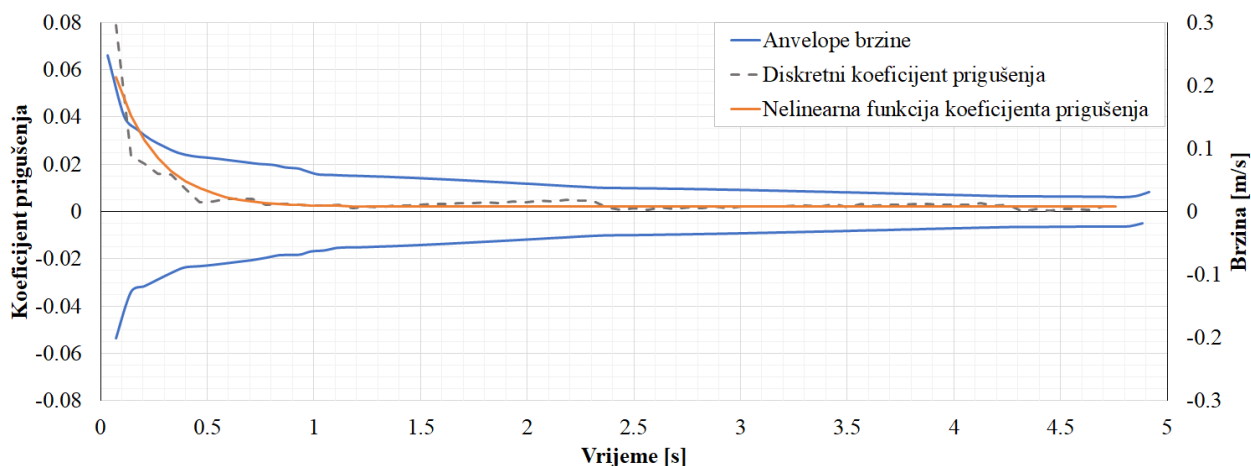


Slika 73: Vijčana veza montažnog nastavka sa 100% sile pritezanja u zavrtnjevima. Aproksimacija prigušenja sa dvije opadajuće anvelope dinamičkog sistema sa jednim stepenom slobode pomjeranja.

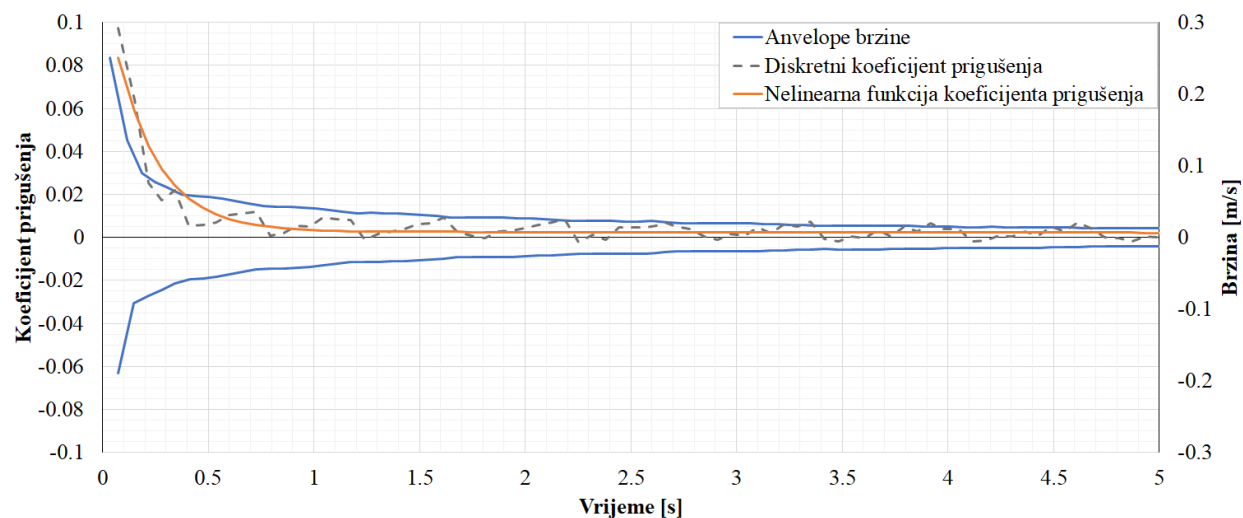
Povećavanjem broja anvelope koje će biti formirane na preostalom dijelu odgovora rezultovaće preciznijom aproksimacijom ukupnog odgovora, čime će u jednom trenutku doći do formiranja anvelope samo između dvije susjedne pozitivne ili negativne amplitude, što odgovara već ranije opisanom načinu za određivanje diskretnog prigušenja u Poglavlju 4.3.2.1.



Slika 74: Anvelope brzine, diskretni koeficijent prigušenja i nelinearna funkcija koeficijenta prigušenja eksperimentalnog modela VVMN100.



Slika 75: Anvelope brzine, diskretni koeficijent prigušenja i nelinearna funkcija koeficijenta prigušenja eksperimentalnog modela VVMN50.

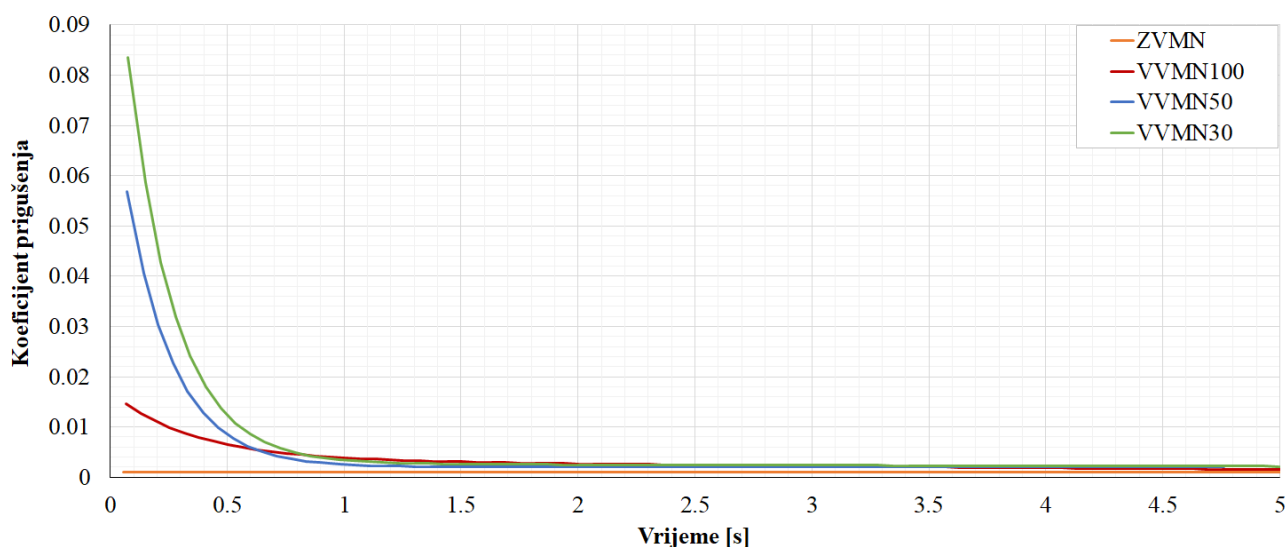


Slika 76: Anvelope brzine, diskretni koeficijent prigušenja i nelinearna funkcija koeficijenta prigušenja eksperimentalnog modela VVMN30.



Kako bi odredili nelinearne karakteristike prigušenja VVMN modela, potrebno je definisati funkciju koja opisuje dobijene vrijednosti diskretnog prigušenja. Odgovarajuća funkcija nelinearnog prigušenja je pronađena rješavanjem odgovarajućeg problema optimizacije koristeći Matlabov alat za optimizaciju (Matlab Optimization Toolbox) [203]. Usvojena funkcija rješenja se sastoji od dvije opadajuće eksponencijalne funkcije  $f_m = b_1 e^{a_1 t} + b_2 e^{a_2 t}$ . Koeficijenti  $a_i$  i  $b_i$  se pronalaze primjenom metode najmanjih kvadrata, minimiziranjem kvadrata greške između izmjerenih ulaznih podataka i modela funkcije. Donja granica za koeficijente  $a_i$  postavlja se na nulu. Na ovaj način, usvojeni model funkcija može da predstavlja kako nelinearne, tako i konstantne dijelove odgovora prigušenja [90]. Kako bi dobili globalni optimum, primjenjuje se multistart postupak i problem optimizacije se rješava za 100 različitih početnih tačaka. Više detalja o teoriji i primjeni ovog algoritma može se pronaći u [204].

Na opisan način su dobijene funkcije koje adekvatno opisuju vrijednosti diskretnog koeficijenta prigušenja za modele VVMN100, VVMN50 i VVMN30, rezultati su prikazani na Slikama 74 do 76, takođe prikazane su i anvelope brzina opisane u Poglavlju 4.3.1. Na Slici 77 je prikazano poređenje dobijenih funkcija prigušenja za sve posmatrane modele vijčanih veza. Dobijeni rezultati jasno ilustruju snažan uticaj koji sile pritezanja u zavrtnjevima imaju na konstruktivno prigušenje. Takođe, nelinearna promjena prigušenja jasno se primjećuje u početnom dijelu vremenskog odgovora. Sa prolaskom vremena, svi modeli se polako približavaju konstantnoj vrijednosti prigušenja. Dakle, nakon što se dovoljno energije izdisipuje kroz konstruktivno prigušenje (kroz trenje klizanja), klizanje se u VVMN deaktivira, a nosač nastavlja da osciluje u opsegu materijalnog prigušenja.



Slika 77: Poređenje prigušenja razmatranih eksperimentalnih modela: ZVMN, VVMN100, VVMN50 i VVMN30.

## 4.4. NUMERIČKA ANALIZA

U ovom poglavlju biće prikazane procedure usvajanja, validacije, kalibracije i verifikacije numeričkog modela. Osnovni uvod, fokusiran na primijenjene numeričke procedure, dat je u narednom poglavlju. Validacija je obuhvaćena Poglavljem 4.4.2, dok se detalji o usvojenom numeričkom modelu razmatraju u Poglavlju 4.4.3. Parametri i postupci koji zahtijevaju kalibraciju i verifikaciju analiziraju se u Poglavlju 4.4.4.

### 4.4.1. Uvod

Za numeričku analizu koristi se dobro poznat komercijalni KE softver Abakus. Postoji nekoliko različitih metoda dostupnih u Abakusu za izvođenje dinamičkih simulacija. Linearna modalna dinamička analiza je pogodna za analizu modela ZVMN. Za nelinearnu dinamičku analizu modela VVMN dostupne su dvije metode: Abakus standardna numerička procedura (Abaqus/Standard), koja koristi implicitni algoritam vremenske integracije, i eksplicitna procedura (Abaqus/Explicit), koja koristi eksplicitni algoritam. Eksplicitni pristup je ovdje korišten iz razloga koji su razmatrani u nastavku.

Implicitna dinamička procedura zahtijeva iteracioni proces kako bi se pronašla ravnoteža u nepoznatoj konfiguraciji. Za složene kontaktne probleme sa mnogo međusobnih interakcijskih dijelova, implicitna metoda obično nije preporučljiva [8], [193], [194]. Glavni problem jeste promjena stanja kontakta unutar vremenskog inkrementa, što negativno utiče na konvergenciju nelinearne procedure, što rezultuje malim vremenskim inkrementima i divergenciji kompletnog proračuna. U slučaju analize numeričkog modela sa mnogo kontaktnih uslova, implicitna procedura postaje neisplativa a u nekim slučajevim i neprimjenjiva. Razmatrani VVMN model spada u kategoriju teško rješivih problema primjenom implicitne procedure, zbog promjenjivih kontaktnih uslova unutar kontaktne interakcije između dijelova nosača, vijaka, matica, podloški i podvezica.

Za razliku od implicitne analize, eksplicitna dinamička analiza efikasno računa veliki broj malih vremenskih inkremenata koristeći pravilo centralne razlike (central difference rule). U poređenju s implicitnom analizom, svaki inkrement je relativno jeftin jer nije potrebno formiranje i inverzija tangentne matrice krutosti. Važna karakteristika eksplicitne procedure jeste u tome što ne zavisi od promjenjivih kontaktnih uslova. Kontaktne površine mogu biti u stanju bez kontakta, kretanje krutih tijela je prihvatljivo i algoritam automatski prepoznaje krutost kada se detektuje kontakt između površina.

Stabilna granica vremenskog inkrementa je glavni problem eksplicitne procedure. Vremenski inkrement koji se usvaja, definisan je u odnosu na vrijeme potrebno da poremećajni talas prođe kroz najmanju dimenziju najmanjeg konačnog elementa u modelu. Da bi se zadovoljio ovaj uslov za fine mreže i brzo propagirajuće talase, vremenski inkrement mora biti veoma mali. Kada se radi o VVMN modelu, bilo je važno pronaći ravnotežu između tačnosti i vremena računanja iz razloga što: (i) numerički model je relativno velik, sa mnogo kontaktnih površina koje zahtijevaju finu mrežu KE-a, (ii) vrijeme odziva je 6,5 s, što je prilično dugo za eksplicitnu simulaciju. Zbog navedenih razloga, bilo je potrebno izvršiti optimizaciju mreže KE-a te pronaći odgovarajući stabilan vremenski inkrement.

Jedna od standardnih metoda za ograničavanje (povećavanje) vrijednosti stabilnog vremenskog inkrementa je skaliranje (korigovanje) mase (mass scaling). Kada se pravilno primjeni, ova metoda može znatno poboljšati efikasnost proračuna, povećavajući vremenski inkrement. Da bi se minimizirala greška, skaliranje mase se mora pažljivo primijeniti na skup najmanjih konačnih elemenata koji kontrolišu veličinu inkrementa. Nepravilna primjena ove metode može rezultovati velikim vještačkim inercijalnim silama koje mogu značajno uticati na dobijene rezultate.

Pouzdanost eksplicitnih nelinearnih analize obično se procijenjuje putem energetske vrijednosti posmatranog modela. Vještačka energija trebala bi biti mala u poređenju sa unutrašnjom energijom, dok bi ukupna energija cjelokupnog modela trebala biti otprilike konstantna, što je detaljno razmatrano u Poglavlju 4.4.4.5.

Razmatrani numerički model je relativno kompleksan te je usvojen primjenom iterativnih procedura. Najvažniji parametri koji su kalibrisani kroz ovaj proces su: mreža KE-a, granični uslovi, funkcija opterećenja, formulacija kontakta, skaliranje mase, stepen redukovane integracije i zapremnska viskoznost (bulk viscosity). Osim toga, eksplicitna analiza ne podržava opciju pritezanja vijaka apliciranjem sile pritezanja u osi vijka (bolt force method), stoga su vijci morali biti zategnuti u skladu sa promjenom temperature određenih elemenata paketa spojnog sredstva. Kalibracija i usvajanje ovih parametara detaljnije su razmatrani u Poglavljima 4.4.3 i 4.4.4.

Što se tiče opisivanja materijala, usvojen je bilinearan  $\sigma - \varepsilon$  dijagram. IPE greda i podvezice imaju sledeće materijalne osobine: modul elastičnosti  $E = 200$  GPa, Poissonov koeficijent  $\nu = 0.3$ , granica tečenja  $f_y = 235$  MPa, čvrstoća na zatezanje  $f_u = 360$  MPa i granicu razvlačenja  $\varepsilon_u = 26\%$ . Za vijke klase 8.8, matice i podloške koriste se iste vrijednosti  $E$  i  $\nu$ , dok su  $f_y = 640$  MPa,  $f_u = 800$  MPa i  $\varepsilon_u = 12\%$  [199].

#### 4.4.2. Validacija numeričkog modela

Validacija je ključan korak u numeričkom modelovanju koji za cilj ima provjeru definisanog modela i njegove tačnosti u opisivanju posmatranog eksperimentalnog ponašanja. Dalje će biti predstavljeni dobijeni numerički rezultati i njihovo poređenje sa eksperimentalnim podacima. Prvi korak validacije biće proveden primjenom modalne analize, dok će upoređivanje odgovora brzina u vremenu biti obrađeno nakon toga.

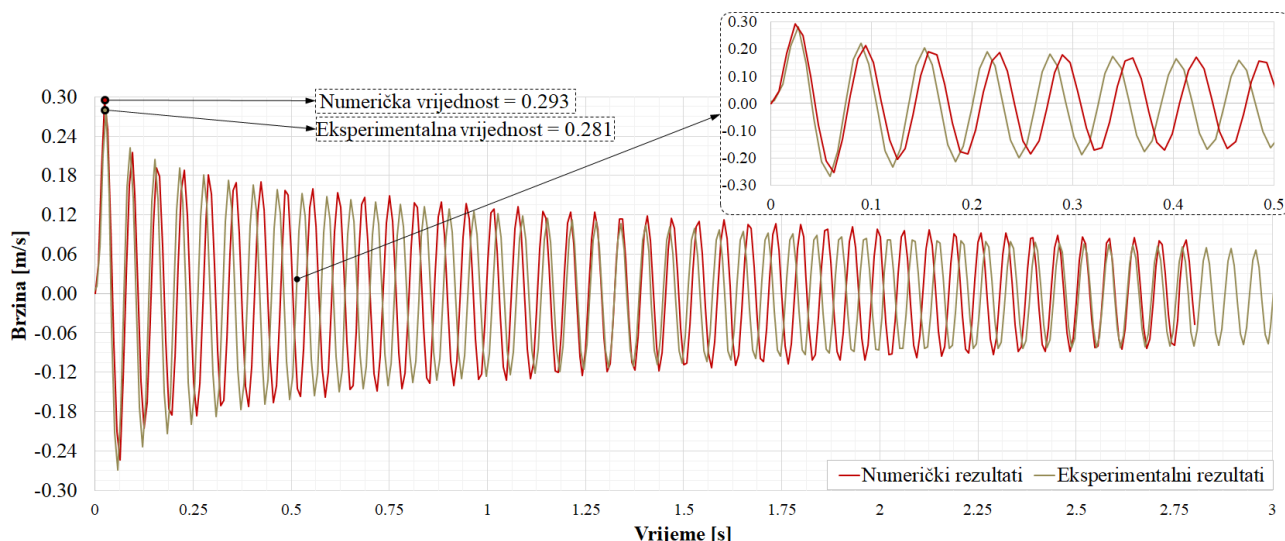
##### 4.4.2.1. Modalna analiza

Eksperimentalni rezultati ASR za modele VVMN i ZVMN prikazani su u Poglavlju 4.2.1 i 4.2.2. Usvojeni numerički model VVMN ima sopstvene frekvencije od 15.61 Hz, 15.58 Hz i 15.55 Hz za 100%, 50% i 30% sile pritezanja u zavrtnjevima, redom. Ove vrijednosti dobro se podudaraju sa eksperimentalnim rezultatima prikazanim na Slici 68. Razlike u odnosu na eksperimentalne rezultate su manje od 2,5%. Kao što je već prikazano u Poglavlju 2.2 promjena frekvencija oscilovanja ima malu osjetljivost na promjenu sile pritezanja u zavrtnjevima, za razliku od odgovora ubrzanja/brzina.

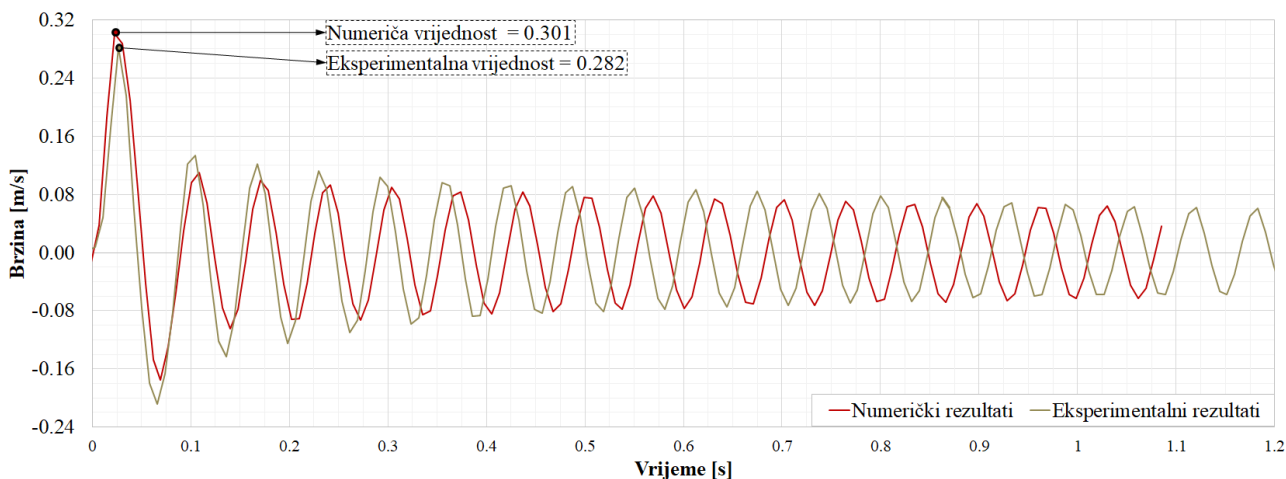
Što se tiče razmatranih sopstvenih frekvencija ZVMN modela, njihove eksperimentalne vrijednosti date su na Slici 70. Numerički dobijene vrijednosti iznose 15.7 Hz i 20.5 Hz i razlikuju se od eksperimentalnih za približno 3% i 6%, što je prihvatljiva usklađenost rezultata za test slobodnih vibracija.

##### 4.4.2.2. Odgovor brzina u vremenu (Vremenski odgovor brzina)

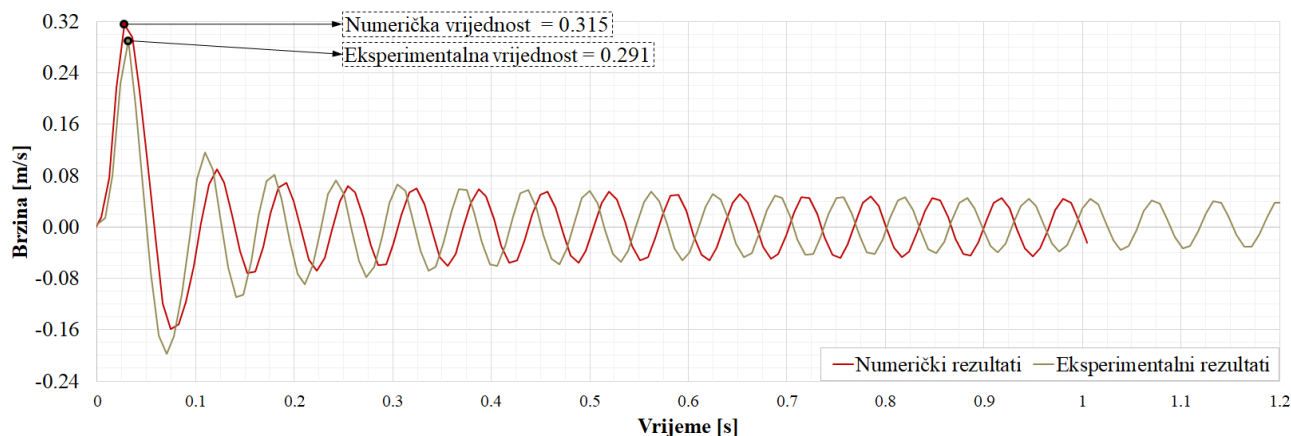
Dobijeni odgovori brzina u vremenu postavljenih numeričkih modela za VVMN upoređeni su sa eksperimentalnim rezultatima na Slikama 78, 79 i 80. Eksperimentalni i numerički odgovori imaju prilično dobro podudaranje, uzimajući u obzir složenost samog problema. Takođe na prikazanim dijagramima vidi se dobra korespondencija prvih amplituda, što je od naročitog značaja jer potvrđuje činjenicu da je usvojena procedura za usvajanje funkcije nanošenje i otpuštanja opterećenja dobro definisana i tačna, Poglavlje 4.4.4.1 i 4.4.4.2.



Slika 78: Poređenje eksperimentalno i numerički dobijenih odgovora brzina u vremenu, vijčane veze montažnog nastavka sa 100% sile pritezanja u zavrtnjevima – VVMN100.



Slika 79: Poređenje eksperimentalno i numerički dobijenih odgovora brzina u vremenu, vijčane veze montažnog nastavka sa 100% sile pritezanja u zavrtnjevima – VVMN50.



Slika 80: Poređenje eksperimentalno i numerički dobijenih odgovora brzina u vremenu, vijčane veze montažnog nastavka sa 100% sile pritezanja u zavrtnjevima – VVMN30.

Na primjer, relativna razlika između prvih amplituda brzina za model VVMN100 iznosi oko 4%. Međutim, usklađenost rezultata se pogoršava smanjenjem sile pritezanja u zavrtnjevima. Takođe je očigledno da svi eksperimentalni modeli osciluju sa nešto višim frekvencijama u poređenju sa numeričkim modelima, što uzrokuje manji vremenski pomak između upoređivanih odgovora. Razlike između sopstvenih frekvencija već su razmatrane u prethodnom poglavlju.

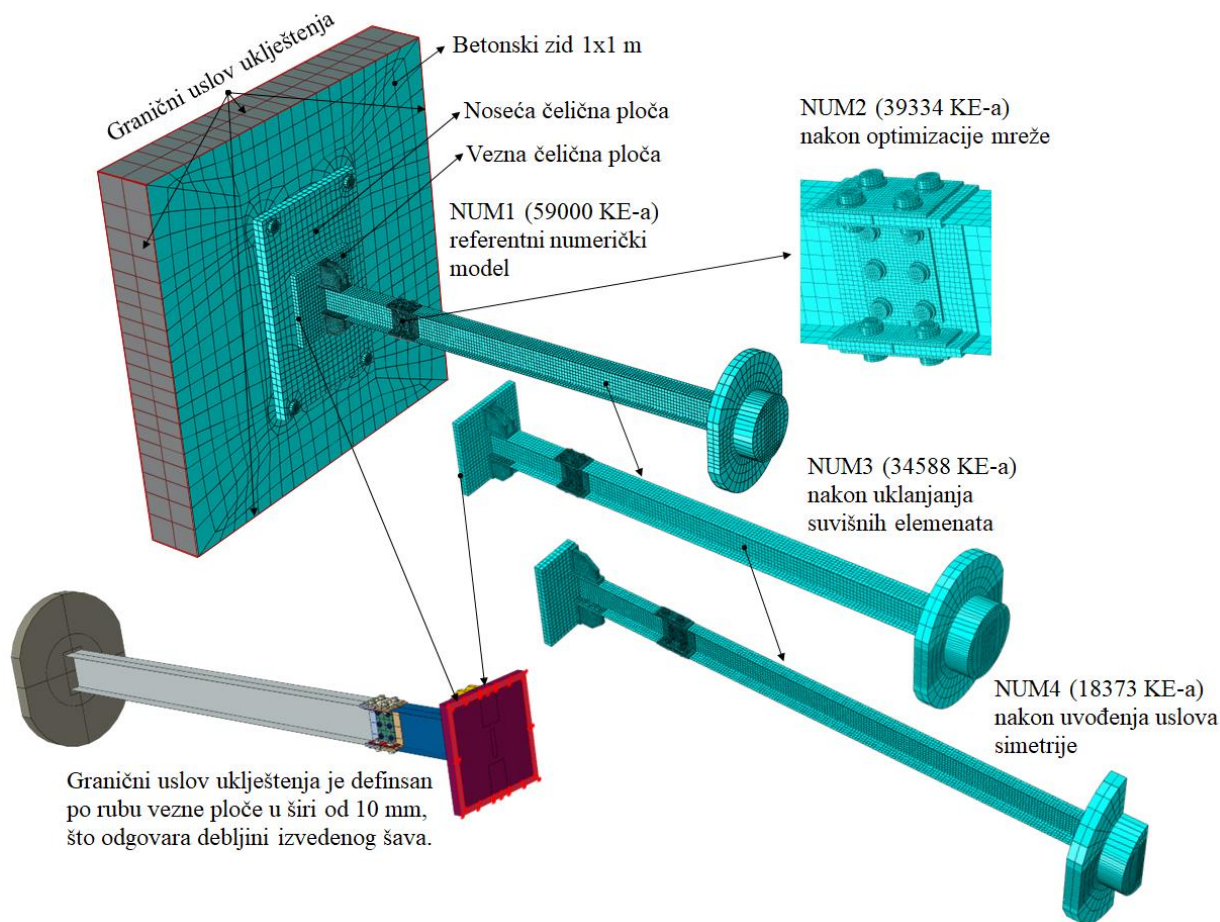
Na osnovu svega izloženog u prethodnom tekstu, vidi se jasno slaganje između eksperimentalnih i numeričkih rezultata što potvrđuje vjerodostojnost usvojenog numeričkog modela. Definisan model može uspješno simulirati realno ponašanje posmatrane VVMN sa razumnom tačnošću. To posebno važi za VVMN100 model, koji je fokus ovog istraživanja.

#### 4.4.3. Numerički model

U ovo poglavlju biće definisane glavne komponente usvojenog numeričkog modela kao što su: mreža konačnih elemenata, modelovanje kontakata i postupak pritezanja zavrtnjeva.

##### 4.4.3.1. Mreža konačnih elemenata

Kako bi ravnoteža između efikasnosti i preciznosti bila postignuta izvršena je optimizacija mreže KE-a i redukcija posmatranog numeričkog modela. Glavni koraci u procesu optimizacije prikazani su na Slici 81. Referentni numerički model (NUM1) sadrži sve dijelove stvarne strukture: konzolna greda je povezana sa veznom pločom pomoću krutih ugaonika, dok je noseća ploča pričvršćena za isječak betonskog zida dimenzija  $1 \times 1$  m, granični uslov punog uklještenja definisan je po obodu betonskog zida. Opisan model ima 59000 C3D8R elemenata.



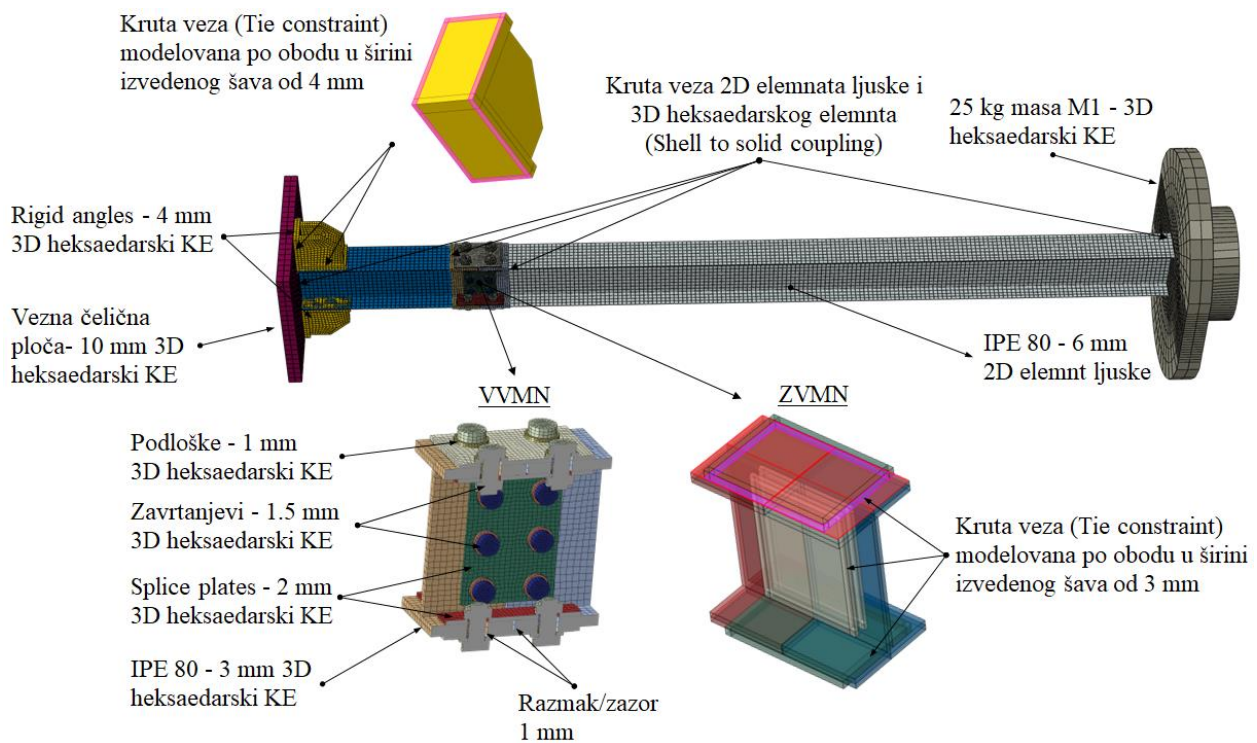
Slika 81: Optimizacija mreže konačnih elemenata i redukcija numeričkog modela.



Da bismo optimizovali mrežu, konzolna greda je diskretizovana sa 2D elementima ljuske S4R, osim dijela na kome je formirana vijčana veza, koja je diskretizovana sa 3D heksaedarskim elementima C3D8R. Kao rezultat toga, formiran je model NUM2 sa 39334 KE-a. Detaljnom numeričkom analizom je ustanovljeno da betonski zid i čelična noseća ploča nemaju značajan uticaj na odgovor sistema te mogu biti uklonjeni.

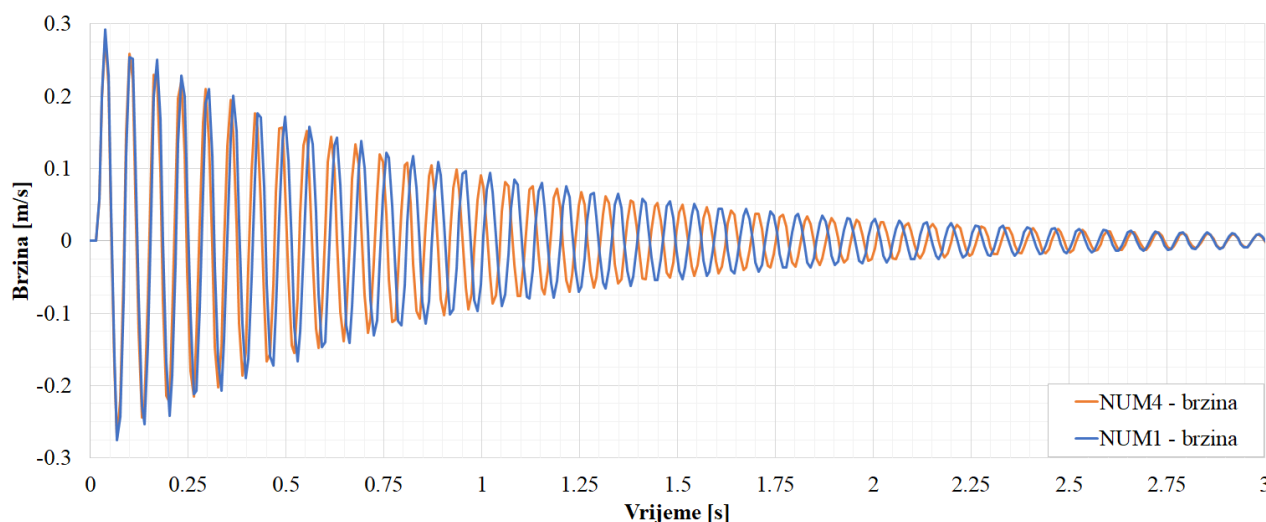
Kako bi adekvatno opisali granični uslov povezivanja vezne ploče i noseće ploče, obodom vezne ploče u širini od 10 mm definisano je fiksno stanje oslanjanja, što predstavlja širinu zavarivanog spoja između vezne i noseće ploče, pogledajte Sliku 64, 81 i 82. Dobijeni model NUM3 ima 34528 KE-a što je prikazano na Slici 81. Veza između 2D elementa ljuske i heksaedarskih elemenata modelovana je kao puni spoj bez rotacije (shell to solid coupling). Prilikom modelovanja međusobno zavarivanih dijelova posmatranog modela, u obzir je uzeta debljina šava, te su isti modelovani kao granični uslov krute veze između heksaedarskih elemenata (tie constraint). Pored detalja vijčane veze VVMN, prikazan je i detalj zavarene veze WBSC na Slici 82.

Konačno, uvođenjem uslova simetrije i dodatne optimizacije mreže, dobija se NUM4 model sa 18373 KE-a, kako je prikazano na Slici 81. Broj KE-a početne NUM1 mreže smanjen je približno tri puta. Smanjivanje broja konačnih elemenata kojima je diskretizovan numerički model imaće veliki uticaj na brzinu kompjuterskog proračuna posmatranog modela, pogotovo kada se radi o primjeni eksplicitne numeričke procedure.



Slika 82: Detaljan prikaz numeričkog Modela NUM3. Vrsta i približne veličine primijenjenih elemenata. Primjena potrebnih ograničenja pri povezivanju 2D elemenata ljuske sa 3D elementima (shell to solid coupling) i ograničenja pri povezivanju 3D elemenata (tie constraint).

Kako bi verificovali usvojeni numerički model NUM4, izvršeno je poređenje vremenskog odgovora brzina sa NUM1 modelom. Za svrhu poređenja i dobijanja dinamičkog odgovora je primijenjena modalna dinamička procedura, gdje je usvojen koeficijent prigušenja za nelinearni opseg odgovora VVMN modela, prikazan na Slici 73. Saglasnost između dobijenih rezultata je zadovoljavajuća i NUM4 model je usvojen za dalju analizu, Slika 83.



Slika 83: Odgovori brzina u vremenu numeričkih modela NUM1 i NUM4 dobijeni modalnom dinamičkom analizom.

#### 4.4.3.2. Modelovanje kontakta

Modelovanje kontakta je od suštinskog značaja u procesu analiziranja VVMN modela zbog potrebnog opisivanja i definisanje uslova kontaktne interakcije između različitih površina vijčane veze, pogledati Poglavlje 3.2.1 i 3.2.4. Kao što je već navedeno, potrebno je posebnu pažnju obratiti kod određivanja gustine mreže KE-a u kontaktnoj interakciji te u zavisnosti od primijenjenog kontaktnog algoritma definisati primarne i sekundarne površine kontaktne interakcije (master/slave surfaces), takođe pogledati Poglavlje 3.2.5. Uobičajeni algoritam za rješavanje problema kontakta jeste takozvana Penalti metoda ili metoda kazne (Penalty method), koja je dostupna i u Abakus eksplicit (Abaqus/Explicit) i Abakus standard proceduri (Abaqus/Standard), pogledati Poglavlje 3.2.1.3. Druge pristupe, kao što su metoda Lagranžovih multiplikatora ili preuređena i proširena Lagranžova metoda (Perturbed and Augmented Lagrangian methods), dostupne su samo u Abakus/Standard [193], [194].

Abakus eksplicitna procedura omogućava primjenu dva algoritma za modelovanje kontakta: generalni/opšti kontaktni algoritam (General contact - GC) i algoritam kontaktnih parova (Contact pair - CP). Oba imaju svoje prednosti i mane koje zavise od veličine posmatranog problema, zahtijevane detaljnosti prilikom opisivanja, očekivane tačnosti, itd. [36], [155], [194]. Glavna razlika između dva kontaktna algoritma jeste u diskretizaciji kontakta. Metoda GC koristi diskretizaciju čvora na površinu (Node to Surface), dok algoritam CP koristi diskretizaciju površine-na-površinu (Surface to Surface), pogledati Poglavlje 3.2.5. GC je robustan, precizan i efikasan algoritam koji omogućava jednostavno modelovanje kontaktnih interakcija između više tijela. Diskretizacija čvora-na-površinu je metoda u kojoj se kontaktni uslov definiše između svakog čvor sekundarne površine i segmenta primarne površinu. Jedan od problema ovog pristupa jeste prodiranje primarne površine/čvorova u sekundarnu površinu, što značajno može uticati na tačnost dobijenih rezultata. Progušćavanje mreže KE (mesh refinement) sekundarnih površina je jedan jednostavnih načina za sprječavanje prodora između kontaktnih površina.

S druge strane, CP algoritam nije tako jednostavan za upotrebu kao GC. Zahtijeva eksplicitno definisanje svake kontaktne interakcije, zajedno sa njihovim svojstvima, graničnim uslovima i definisanjem primarnih i sekundarnih površina za svaki par kontaktnih površina. Za razliku od čvora-na-površinu formulacije koja vrši detekciju odnosno projekciju izolovanog čvora sekundarne površine na segment primarne površine, formulacija površina-na-površinu vrši detekciju okoline oko samog čvora na primarnu površinu drugog tijela što značajno poboljšava samu kontaktnu interakciju dvije površine i smanjuje mogućnost probijanja [155], [194]. Okoline ili regioni oko čvorova sekundarne površine koji ulazi proces detekcije sa primarnom površinom su približno centrirani oko

čvorova, tako da svaki kontakt konkretno koristi jedan čvor, ali takođe razmatra i susjedne čvorove. Algoritam površina-na-površinu ne pati od problema penetracije između čvorova/površina, takođe nije bitno na koji način će se usvojiti primarne i sekundarne površine. Primjenom CP algoritma i diskretizacije površina-na-površinu može značajno poboljšati tačnost kontaktnih napona, spriječiti lokalna probijanja, bolja konvergencija proračuna, itd.

Prilikom proračuna i analize VVMN modela oba GC i CP algoritma su korišćena kako bi se istražile njihove prednosti i mane. Kontaktna interakcija je definisana između svih komponenata VVMN-a: dijelova IPE konzolne grede, zavrtnjeva, podloški i podvezica za spajanje. Da bismo poboljšali konvergenciju i smanjili mogućnost nastajanja problema/greški proračuna, u primjeni GC metode izolovani su i definisani parovi površina koje će doći u kontakt, dok su ostale površine isključene iz GC algoritma. Budući da u suprotnom GC algoritam automatski traži i pretpostavlja kontakt između svih površina, što može dovesti do neželjenih efekata kod kompleksnih numeričkih modela kao što je ovdje posmatran. Za model VVMN analiziran primjenom GC algoritma, izolovane su 24 pojedinačne kontaktne površine. Što se tiče CP pristupa, svaki par interakcije kontakta mora biti definisan. Takođe, interakcija kontakta može se sastojati samo od jedne površine iz svakog od dva dijela kontaktnih površina koje stupaju u interakciju. Što znači da u slučaju interakcije dvije kontaktne površine izdijeljene na više dijelova/regiona, mora biti posebno definisana kontaktna interakcija između svaka dva regiona posmatranih kontaktnih površina. Kako bi bili ispoštovani postavljeni uslovi bilo je neophodno zasebno definisati kontaktnu interakciju za 69 parova kontaktnih površina/regiona za CP algoritam. Kao što je već opisano ranije, pravilan izbor primarnih i sekundarnih površina koje dolaze u kontakt može biti od velikog značaj. Generalno, da bi se smanjila mogućnost probijanja, primarna površinu se pripisuje kontaktnoj površini tvrdog materijala i rijedoj mreži konačnih elemenata, za sekundarnu površinu se obično bira površina sa gušćom mrežom KE-a. U slučaju kompleksnih kontaktnih problema sa većim brojem kontaktnih interakcija između različitih površina sa manje ili više sličnom gustom konačnih elemenata, preporučljivo je definisati automatski izbor primarnih/sekundarnih (master/slave) površina (Contact surface weighting). Za VVMN model usvojena je balansna raspodjela pridruživanja primarnih i sekundarnih (balanced master-slave weighting) površina kako za GC tako i za CP kontaktni algoritam, a faktor balansiranja postavljen je na  $f = 0,5$  u slučaju CP.

Potrebno je naglasiti, da je zbog jednostavnosti primjene GC kontaktni algoritam korišten za veći dio našeg istraživanja. Stoga su svi prikazani rezultati, do Poglavlja 4.4.4.4, prikazani primjenom GC algoritma.

Kontaktne uslovi u normalnom pravcu su definisani Penalti metodom, takođe normalni kontakt je usvojen kao kontakt čvrstih tijela (hard contact) sa dopuštenim razdvajanjem, pogledati Poglavlje 3.2.1.3, 3.2.3.1 i 3.2.4. Tangencijalno ponašanje kontakta opisano je takođe Penalti metodom sa konačnim klizanjem, zasniva se na Kulonovom zakonu trenja. Izotropni Kulonov zakon pretpostavlja da nema relativnog tangencijalnog kretanja kada su smičući kontaktni naponi manji od kritičnog napona smicanja, smičući naponi unutar kontaktne interakcije su proporcijalni kontaktnim naponima pritiska, pogledati Poglavlje 3.2.3.3. U nekim slučajevima, numerička implementacija trenja primjenom Penalti metode mora biti uzeta sa oprezom, iz razloga što i za slučaj bez relativnog tangencijalnog pomjeranja između kontaktnih tijela, može postojati malo pomjeranje kao posljedica konačne krutosti Penalti opruga koje su ključne u definisanju Penalti metode, Poglavlje 3.2.1.3.

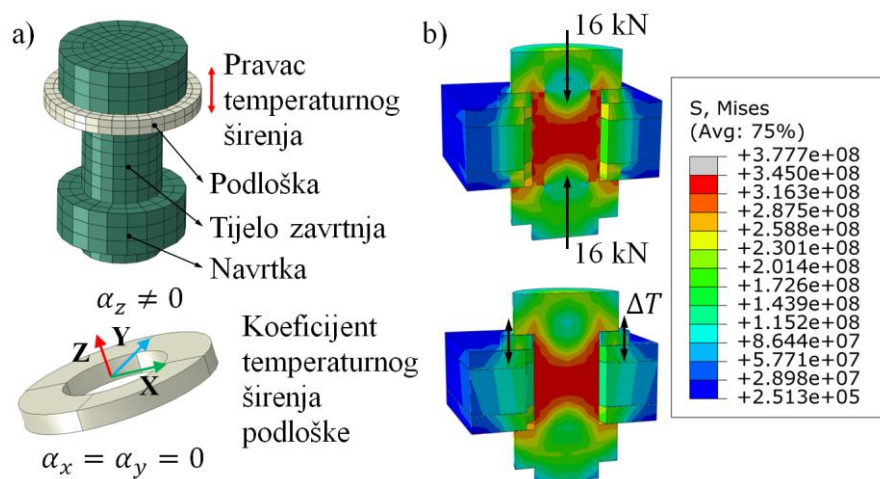
Kao što je navedeno u Poglavlju 2, koeficijent trenja igra ključnu ulogu u analizi mehaničkih veza i može značajno uticati na nelinearnost odgovora konstrukcije. Ako uzmemo u obzir samo koeficijent trenja za čelik, mogu se vidjeti velika variranja koeficijenta od 0,1 do 1 [15], [19], [20], [36], [52], [55], [56], [199]. Širok raspon vrijednosti uzrokovan je različitim parametrima koji utiču na trenje, kao što je opisano u Poglavlju 2. Za posmatrani VVMN model, provedena je detaljna numerička analiza kako bi bio ustanovljen najprikladniji koeficijent trenja za problem koji se razmatra, gdje je usvojena vrijednost koeficijenta od  $\mu = 0,155$ . Slična vrijednost trenja između



čeličnih površina može se naći u radovima koji takođe istražuju ponašanje vijčanih veza [15], [55], [109], [126], [205].

#### 4.4.3.3. Definisane sile pritezanja u zavrtnjevima

Standardna vijčana veza sastoji se od elemenata za povezivanje odnosno podvezica, vijka, matica i podloški. U svrhu smanjivanja broja kontaktnih površina, vijak i navrtka ovdje su modelovani kao jedno tijelo, kako je prikazano na Slici 83a. Pritezanje vijaka u Abakus generalnoj proceduri moguće je postići primjenom dvije metoda: apliciranjem sile pritezanja u osi tijela zavrtnja (bolt force) i podešavanje dužine tijela zavrtnja (bolt length). Međutim, nijedna od ovih metoda nije podržana u Abakus eksplicitnoj proceduri.



Slika 84: Proces temperaturnog pritezanja zavrtnjeva: a) model podloške i zavrtnja, prikaz temperaturnog koeficijenta širenja podloške, b) prikaz distribucije Mizesovih napona za metodu pritezanja zavrtnjeva silom (bolt force) i temperaturnom promjenom.

U literaturi postoje različite alternativne metode za pritezanje vijaka u Abakus eksplicitu. Jedna od metoda jeste metoda okretanja navrtke (turn-of-nut) [206], koja se bazira na detaljnom modelovanju navoja na osovini vijka i unutar matice. Pritezanje vijka se tada vrši uvođenjem graničnog uslova rotacije na matici, čime se matica doslovno priteže. Drugi pristup se zasniva na širenju materijala uslijed temperaturne promjene, gdje se temperaturna promjena definiše na tijelu zavrtnja [8] ili na podlošci [83], [123]. U razmatranom numeričkom modelu primijenjen je drugi pristup, definisanjem temperaturne promjene na podlošci.

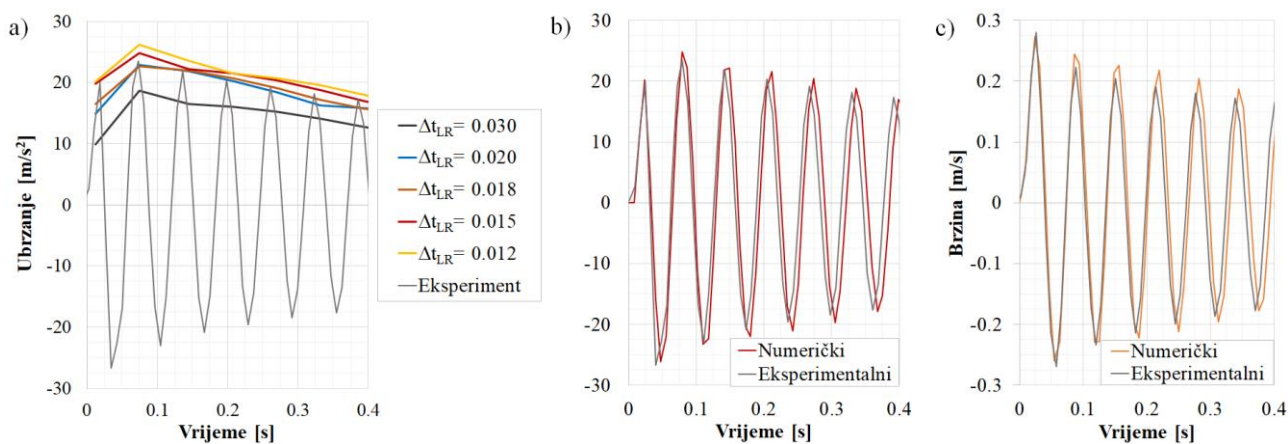
Podloška je formirana od ortotropnog materijala sa definisanim koeficijentom termičkog širenja u smjeru djelovanja sile pritezanja zavrtnja, kao što je prikazano na Slici 84a. Pritezanje zavrtnjeva se vrši u prvom proračunskom koraku, prije nego što se izvrši postepeno dodavanje mase M2. Podloška se izlaže pozitivnoj temperaturnoj promjeni, što uzrokuje širenje zapremine u smjeru z i stvaranju zatezanja u tijelu zavrtnja. Pravilnom kalibracijom temperaturnog širenja podloške dobija se potrebna sila pritezanja u zavrtnjevima. Kalibracija temperaturnog širenja je izvršena upoređivanjem Mizesovih napona (Mises stress) u tijelu zavrtnja pojednostavljenog modela, gdje je sila pritezanja definisana pomoću temperature u Abakus eksplicit proceduri sa modelom koji je definisan u Abakus standard proceduri gdje je sila pritezanja ostvarena zadavanjem sile u tijelu zavrtnja (bolt force), Slika 84b. Kao što se može vidjeti na osnovu distribucije napona u tijelu zavrtnja, nema razlike između metode pritezanja temperaturom promjenom i metode pritezanja silama.

#### 4.4.4. Kalibracija i verifikacija numeričkog modela

Kalibracija i verifikacija su blisko povezane sa validacijom. Numerički model se mora usvojiti kroz niz iteracija dok rezultati ne postanu konzistentni i usaglašeni sa eksperimentom. Usvojeni numerički model je validovan u Poglavlju 3.2, dok se kalibracija i verifikacija glavnih parametara razmatraju u ovom poglavlju. Neki od rezultata numeričkog modela porede se odvojeno ili u više faza sa eksperimentalnim rezultatima, kako bi se istakla iterativna priroda kalibracionog procesa i njegova veza sa validacijom. Prvo će biti izvršena kalibracija funkcije opterećenja koja je podijeljena na dva dijela: funkciju nanošenja opterećenja i funkciju otpuštanja opterećenja. Zatim slijedi diskusija i verifikacija primjene procedure skaliranja masa (mass scaling). Nakon toga, razmatraju se uticaji zapreminske viskoznosti, stepena numeričke integracije i uticaj kontaktne formulacije na odgovor konstrukcije. Na kraju, efikasnost i pouzdanost numeričkog modela procijenjuje se analizom izlaznih energija posmatranog modela.

##### 4.4.4.1. Definisane funkcije otpuštanja opterećenja

Razmotrimo funkciju otpuštanja opterećenja koja opisuje uklanjanje dodatne mase M2. Trenutnim presijecanjem žice na koju je opterećenje zakačeno dolazi do otpuštanja mase M2, čime se formira impulsni udar. Ono što je bitno dalje odrediti, jeste dužina trajanja impulsa, koja i ako vrlo mala značajno može uticati na odgovor slobodnih prigušenih vibracija. Budući da je vrijeme otpuštanja opterećenja  $\Delta t_{LR}$  relativno kratko, usvojena je linearna funkcija. Eksperimentalni rezultati prikazani na Slici 67 sugerišu da sila pritezanja zavrtne ne utiče značajno na prvu amplitudu ubrzanja. Zbog ovog efekta, vrijeme otpuštanja opterećenja odnosno dužina trajanja impulsa kalibrisana je u odnosu na prvu amplitudu ubrzanja. Pet različitih vremenskih intervala (dužina trajanja impulsa) za otpuštanje opterećenja testirano je putem modalne dinamičke analize koristeći prigušenje nelinearnog dijela odgovora  $\xi = 0.012$ , pogledati Sliku 73. Numerički dobijene anvelope odgovora i eksperimentalni odgovor ubrzanja u vremenu prikazani su na Slici 85a. Numerički dobijene anvelope pokazuju da prva amplituda konvergira u odnosu na vrijeme otpuštanja opterećenja. Stoga je vrijednost dužine trajanja impulsa  $\Delta t_{LR} = 0.015$  s je usvojena u posmatranom numeričkom modelu.



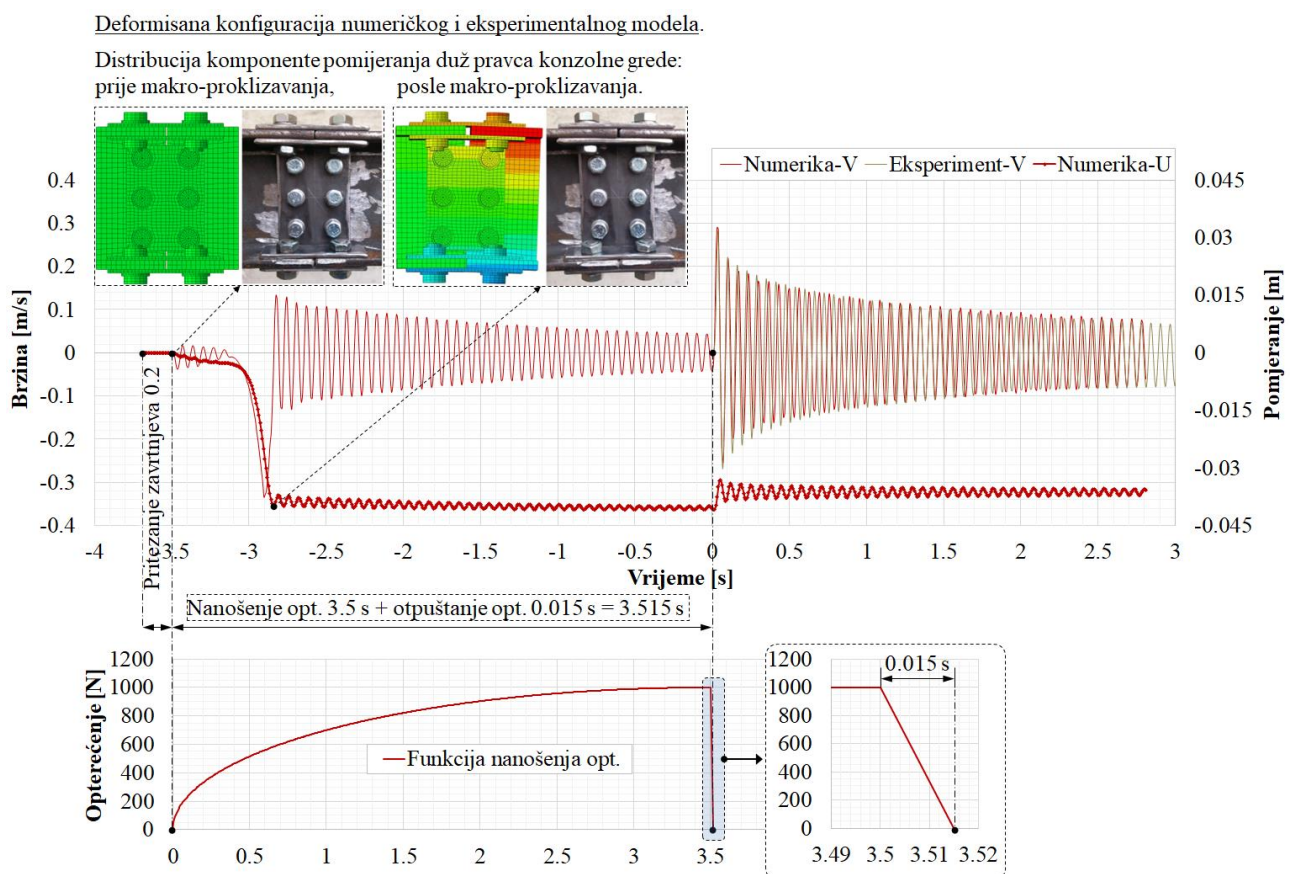
Slika 85: Kalibracija funkcije otpuštanja opterećenja u odnosu na prvu amplitudu odgovora ubrzanja i brzina u vremenu: a) anvelope ubrzanja za različito vrijeme otpuštanja tereta (dužina trajanja impulsa)  $\Delta t_{LR}$ , b) zapis ubrzanja u vremenu za  $\Delta t_{LR} = 0.015$  s, zapis brzina u vremenu za  $\Delta t_{LR} = 0.015$  s.

Na Slici 85b i 85c su prikazani eksperimentalni i numerički odgovori ubrzanja i brzine u vremenu, numerički odgovori su takođe dobijeni modalnom analizom sa usvojenim vremenom otpuštanja opterećenja, odnosno dužinom trajanja impulsa od  $\Delta t_{LR} = 0.015$  s. U prikazanim prvim 0,4 s jasno se vidi dobro poklapanje između eksperimentalnih i numeričkih rezultata, kako za slučaj

odgovora ubrzanja tako i za odgovor brzina. Na osnovu dobijenih rezultata i provedene analize kao konačna vrijednost trajanja otpuštanja opterećenja M2 je usvojeno vrijeme  $\Delta t_{LR} = 0.015$  s.

#### 4.4.4.2. Definisane funkcije nanošenja opterećenja

Funkciju nanošenja opterećenja je bilo potrebno definisati u odnosu na ograničenja koja ima Abakus eksplicitna procedura. Kao što je već ranije navedeno, jedan od nedostataka eksplicitne procedure jeste što je namijenjena za opisivanje kratkotrajnih dinamičkih fenomena u trajanju maksimalno do jedne sekunde, Poglavlje 4.4.1. Trajanje numeričkog procesa usvojenog VVMN modela nakon provedene kalibracije i verifikacije je 6.5 s, što spada u izuzetno dugačke dinamičke fenomene za opisivanje eksplicitnom procedurom. Jedan od najvažnijih koraka u skraćivanju trajanja proračuna jeste pravilno definisanje funkcije nanošenja opterećenja. Potrebno je bilo usvojiti takvu funkciju nanošenja opterećenja koja će uravnotežiti efikasnost i tačnost proračuna. Mora biti dovoljno kratka kako bi omogućila razumno vrijeme izračunavanja, ali i dovoljno duga da simulira statičko opterećenje koje ne utiče na odgovor slobodnih vibracija. Nakon nekoliko testova, kao najadekvatnija usvojena je kružna funkcija nanošenja opterećenja, dok je vrijeme trajanja nanošenja opterećenja usvojeno kao  $\Delta t_{LA} = 3.5$  s, prikazano na Slici 86. Funkcija opterećenja je definisana u vremenskom intervalu  $t \in [-3.515, 0]$ , dok se pritezanje zavrtnjeva vrši u vremenskom intervalu  $t \in [-3.715, -3.515]$ . Nakon otpuštanja opterećenja, odvija se odgovor slobodnih vibracija u intervalu vremena  $t \in [0, 2.8]$ .

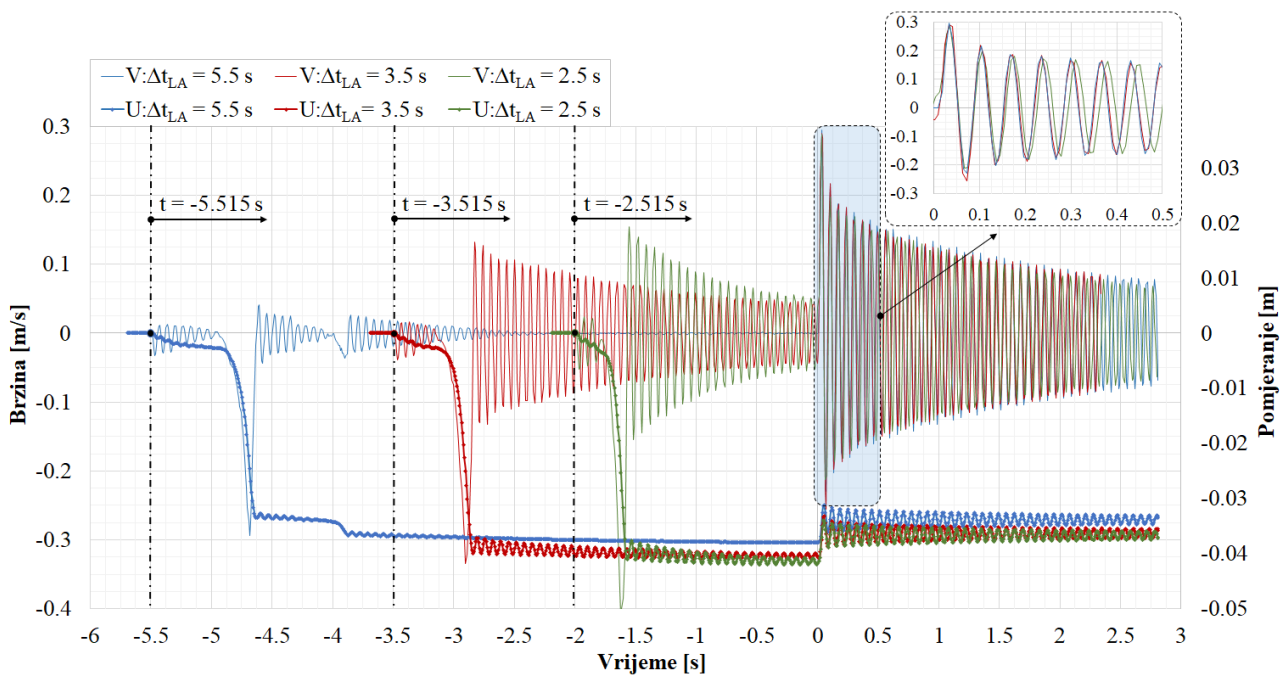


Slika 86: Usvojene funkcije nanošenja i otpuštanja opterećenja. Odgovor brzina i pomjeranja u vremenu za usvojene funkcije opterećenja. Fizički i numerički VVMN model prije i nakon makro-proklizavanja.



Kada se pogleda vremenski odgovor pomjeranja u odnosu na kružnu funkciju nanošenja opterećenja, Slika 86, jasno se vidi značajno naglo pomjeranje nakon otprilike 0.5 s nanošenja opterećenja. Veliki pomak uzrokovan je makro-proklizavanjem u kontaktnoj interakciji vijčane veze; zavisni ili nadovezani dio grede se iznenada rotira u odnosu na lijevi fiksni/uklješteni dio, pri čemu se podvezice gornje nožice IPE nosača savijaju i plastično deformišu. Opisano početno makro-proklizavanje je predviđeno da se desi i VVMN veza je tako projektovana, što se može vidjeti iz poređenja eksperimentalnog i numeričkog model veze, pogledati ilustraciju na Slici 86 i Poglavlje 4.1.3. Kao rezultat toga, dolazi do pojave kompleksnog naponskog stanja u VVMN vezi, što će biti razmatrano u Poglavlju 4.4.4.4 i 4.4.4.5. Nakon početnog makro-klizanja i otpuštanja opterećenja, konzolna greda će oscilovati u odnosu na novo statičko ravnotežno stanje.

Da bi dodatno verificovali uticaj otpuštanja opterećenja na odgovor ispitivane konstrukcije, izvršena je analiza tri numerička modela sa sledećim dužinama trajanja nanošenja opterećenja  $\Delta t_{LA} = 5.5$  s,  $\Delta t_{LA} = 3.5$  s i  $\Delta t_{LA} = 2.5$  s, dobijeni odgovori brzina u vremenu su prikazani na Slici 87. Ono što je jasno vidljivo iz odgovora pomjeranja, jeste da će doći do makro-proklizavanja u vijčanoj vezi bez obzira na brzinu nanošenja opterećenja. Glavna razlika između dobijenih odgovora jeste u nivou smirivanja vibracija nastalih u procesu nanošenja opterećenja, prije otpuštanja. Na prikazanom dijagramu Slika 87, može se vidjeti da za model sa vremenom nanošenja opterećenja  $\Delta t_{LA} = 5.5$  s dolazi do potpunog smirivanja oscilacija prije trenutka otpuštanja mase M2, za razliku od druga dva modela. Potpuno smirivanje oscilacija VVMN modela bio bi idealan slučaj ali nije isplativ sa stanovišta dužine trajanja proračuna, treba imati u vidu da je za 1 s proračunskog vremena potrebno oko 8 do 10 h realnog vremena računanja. Dobijeni rezultati sugerišu da se odgovori brzina u vremenu modela sa  $\Delta t_{LA} = 3.5$  s i  $\Delta t_{LA} = 5.5$  s, za  $t > 0$ , praktično neprimjetno razlikuju, dok model sa  $\Delta t_{LA} = 2.5$  s daje slične amplitude ali je blago pomjerena u vremenu. U slučaju kad bi se dalje smanjivalo vrijeme nanošenja opterećenja ispod  $\Delta t_{LA} = 2.5$  s, uticaj vibracija nastalih u procesu opterećivanja konzolnog nosača bi bili sve veći na odgovor slobodnih vibracija, što je naročito izraženo kada se vrijeme nanošenja opterećenja spusti ispod 1.5 s. Na osnovu izanaliziranih rezultata za navedene tri dužine trajanja nanošenja opterećenja, može se sa sigurnošću usvojiti vrijeme nanošenja od  $\Delta t_{LA} = 3.5$  s.

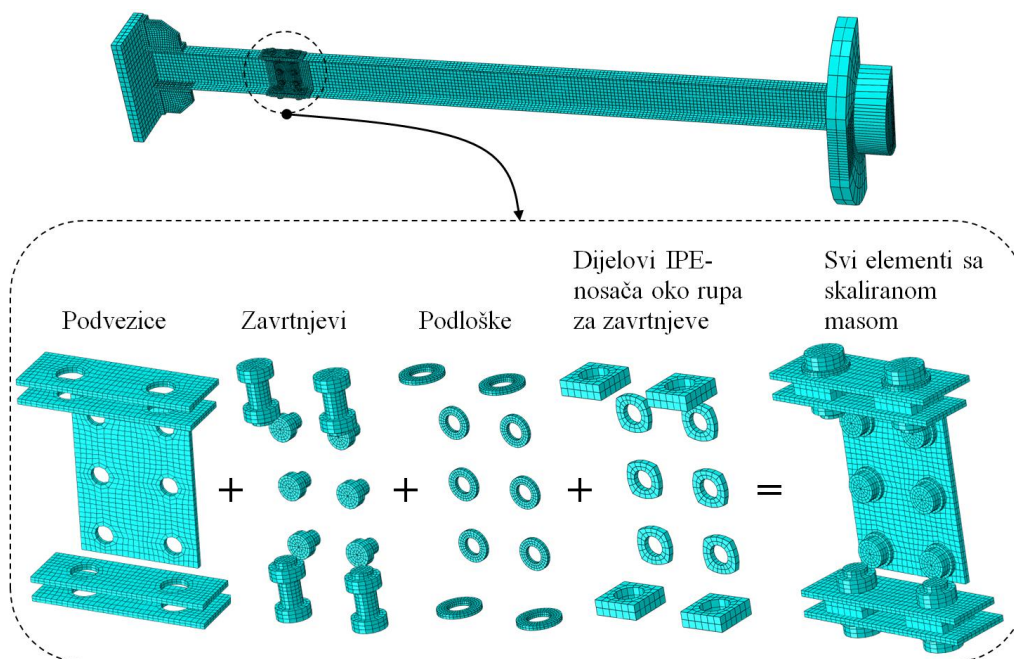


Slika 87: Kalibracija funkcije nanošenja opterećenja za model VVMN100, odgovor brzina i pomjeranja u vremenu za dužine nanošenja opterećenja:  $\Delta t_{LA} = 2.5$  s,  $\Delta t_{LA} = 3.5$  s i  $\Delta t_{LA} = 5.5$  s.

Što se tiče odgovora pomjeranja u vremenu, očigledno je da model sa najsporijim nanošenjem opterećenja  $\Delta t_{LA} = 5.5$  s, ima najmanje pomjeranje. Takođe, proklizavanje veze ovog modela odvija se iz dva puta i njegova vrijednost je manja u odnosu na druga dva modela.

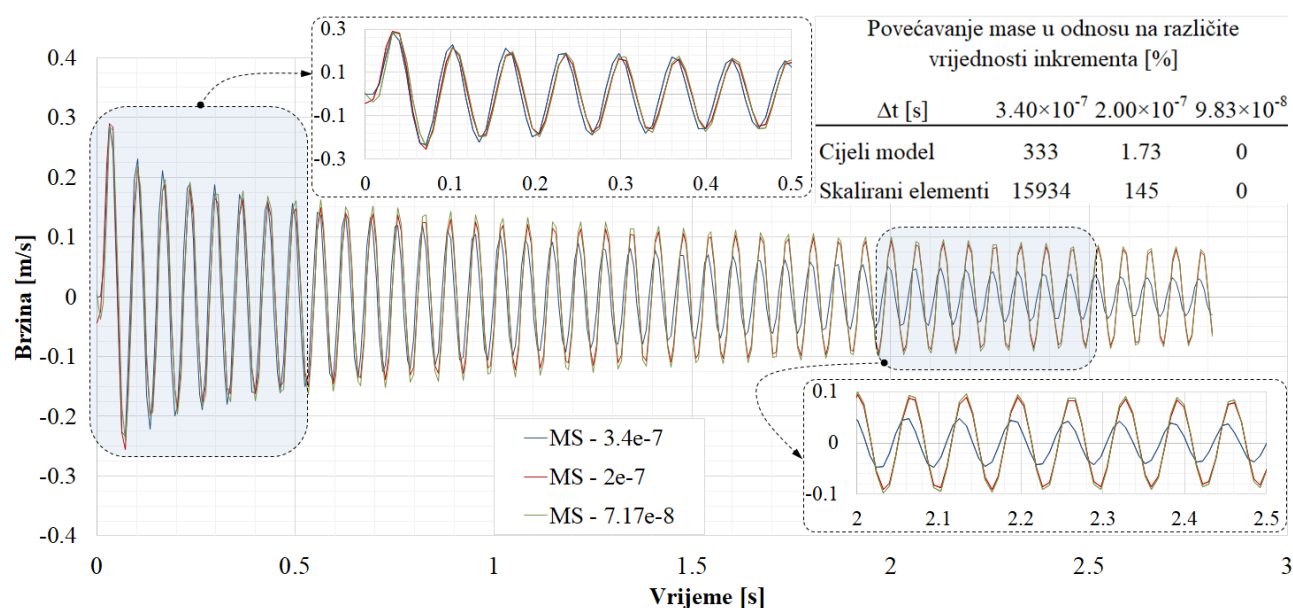
#### 4.4.4.3. Primjena skaliranja masa (mass scaling)

Kao što je već diskutovano, ključni parametar eksplicitne vremenske integracije jeste veličina stabilnog vremenskog inkrementa. Pravilno odabrana vrijednost inkrementa je od suštinskog značaja za tačnost numeričkih rezultata i snažno utiče na vrijeme računanja. Vremenski inkrement predstavlja vrijeme potrebno za propagaciju talasa kroz najmanju dimenziju najmanjeg konačnog elementa. S obzirom da zavisi i do gustine sredine odnosno materijala kroz koji se prostire, veličina inkrementa se može korigovati i povećati povećavanjem gustine konačnim elementima koji uslovljavaju veličinu vremenskog inkrementa. Iz ovog razloga, primjena skaliranja masa (mass scaling), odnosno korigovanje gustine materijala zahtijeva posebnu pažnju u dinamičkoj analizi. Promjenom gustine materijala direktno mijenjamo masu a time i inercijalne sile posmatranog numeričkog modela, gdje dolazi do pojave fiktivnih inercijalnih sila. Sve ovo može imati jako negativne posljedice na tačnost dobijenih rezultata. Kada je neophodno uvesti proceduru skaliranja masa kao što je u našem slučaju, tada se prvo izvrši detekcija kritičnih odnosno najmanjih KE-a koji uslovljavaju veličinu vremenskog inkrementa. Nakon detektovanja kritičnih KE-a, tim elementima se dozvoli povećavanje mase za svrhu povećavanja veličine vremenskog inkrementa. Cijelu proceduru je neophodno provjeriti i verifikovati kako ne bi došlo do narušavanja kvaliteta numeričkog proračuna.



Slika 88: Elementi koji ograničavaju vrijednost stabilnog vremenskog inkrementa, na kojima je primijenjena procedura skaliranja masa (mass scaling).

Za usvojeni VVMN numerički model, odabrani kritični konačni elementi prikazani su na Slici 88. To su najmanji konačni elementi u modelu i pripadaju podvezicama nožica i rebra, zavrtnjevima, podloškama i dijelovima grede oko rupa za zavrtnjeve. Da bi ispitali uticaj skaliranja masa na odgovor numeričkog modela, testirane su tri vrijednosti stabilnog vremenskog inkrementa:  $\Delta t = 9.83 \times 10^{-8}$  s,  $\Delta t = 2.00 \times 10^{-7}$  s i  $\Delta t = 3.40 \times 10^{-7}$  s. Referentni model je onaj bez skaliranja masa, sa vremenskim inkrementom  $\Delta t = 9.83 \times 10^{-8}$  s.



Slika 89: Verifikacija procedure skaliranja masa: prikaz odgovora brzina u vremenu u zavisnosti od veličine stabilnog inkrementa. Promjena mase za tri modela sa različitim stabilnim vremenskim inkrementom  $\Delta t$ .

Vremenski odgovori brzina za ove tri vrijednosti  $\Delta t$  prikazani su na Slici 89. Dobijeni rezultati ukazuju da model sa stabilnim vremenskim inkrementom od  $\Delta t = 2.00 \times 10^{-7}$  s daje iste rezultate kao i referentni model bez uvođenja skaliranja mase. Nasuprot tome, model sa  $\Delta t = 3.40 \times 10^{-7}$  s daje značajno drugačije rezultate. Na osnovu ovih posmatranja, usvojen je stabilan vremenski inkrement u vrijednosti od  $2.00 \times 10^{-7}$ . Kao rezultat toga, početni vremenski inkrement povećan je za faktor 2.03 bez značajnog uticaja na dinamički odgovor numeričkog modela VVMN.

Pored analiziranja dinamičkog odgovora numeričkog modela, ovdje je takođe dat uvid u promjenu mase u zavisnosti od tri razmatrana vremenska inkrementa, Slika 89. Povećanje ukupne mase za usvojeni model konzolnog nosača iznosi 1.73 % a za odabrane elemente 147 %. Povećanje mase cijelog modela je zanemarljivo i uticaj fiktivnih inercijalnih sila je neznatan. Za model sa  $\Delta t = 3.40 \times 10^{-7}$  s, ukupna masa se povećava za faktor 3.3, dok masa odabranih elemenata raste za faktor od 160. Ovo značajno povećanje mase uzrokuje očigledne greške u numeričkom odgovoru.

Za referentni numerički model, bez skaliranja mase, potrebno je vrijeme računanja od 110 sati za simulaciju trajanja od 6,5 sekundi. Primjenom usvojenog skaliranja mase, vrijeme računanja se smanjuje na približno 53 sata, što predstavlja značajno poboljšanje. Napomenimo da vrijeme računanja zavisi od nekoliko drugih parametara osim skaliranja mase, pri čemu je stepen numeričke integracije najvažniji. U poređenju sa redukovanom integracijom, puna integracija povećava proračunsko vrijeme našeg modela, u prosjeku, za više od 200 %.

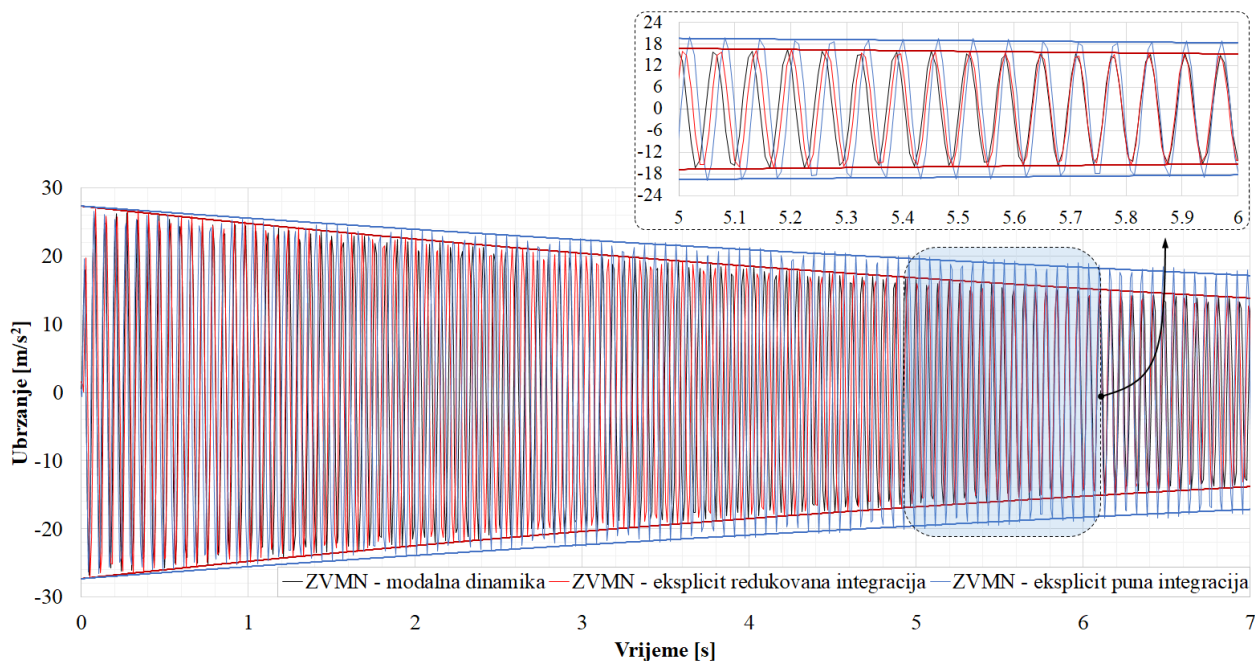
#### 4.4.4.4. Zapreminska viskoznost i stepen numeričke integracije

U numeričkom modelu VVMN postoje dva izvora disipacije energije: nelinearno prigušenje uslijed trenja u vijčanoj vezi i numeričko prigušenje. S obzirom da je cilj ovog istraživanja nelinearan dinamički odgovor prouzrokovan konstruktivnim prigušenjem, potrebno je odrediti i odvojiti sve ostale uticaje koji mogu imati određeni doprinos, tako da na kraju izolovan ostane samo uticaj konstrukcijskog prigušenja kao posljedica trenja u vezi. Dalje će fokus biti na numeričkom prigušenju. Dva glavna izvora numeričkog prigušenja u Abakus eksplicitnoj proceduri su zapreminska viskoznost (bulk viscosity) i stepen numeričke integracije. Zapreminska viskoznost predstavlja vještačko prigušenje koje je proporcionalno volumetrijskim deformacijama. Dodavanje

viskozno pritisaka u jednačinu kretanja pomaže u opisivanju dinamičkih događaja visoke brzine. Ova metoda je također poznata kao Nojman-Rihtmajerova viskoznost (von Neuman-Richtmeyer viscosity) [207], [208]. Zapreminska viskoznost u programu Abakus eksplicit definisana je pomoću linearne i kvadratne zapreminske viskoznosti. Nakon detaljne analize uticaja zapraminske viskoznosti na odgovor konstrukcije, što će biti razmatrano u ovom poglavlju, primijenjene su preporučene vrijednosti definisane u Abakusovom priručniku [191], [193], [194].

U pogledu stepena numeričke integracije, prvo su korišteni linearni C3D8 heksaedarski KE-i sa punom integracijom za opisivanje elemenata vijčane veze. Primjena pomenutih elemenata ima problem sa opisivanjem savijanja, pri čemu dolazi do generisanja vještačkih napona smicanja (shear locking effect) što dovodi do vještačkog povećavanja krutosti cijelog modela. Problem vještačke krutosti se prevazilazi primjenom redukovanih C3D8R elemenata koji imaju jednu integracionu tačku, za razliku od C3D8 KE-a koji imaju 4 integracione tačke po svakoj stranici heksaedarskog KE-a. Smanjivanje broja integracionih tačaka rješava problem vještačke krutosti ali dovodi do pojavljivanja efekta nefizičkih deformacija (Hourglassing effect), odnosno do pojave deformacija bez prisustva napona. Opisani efekat je posljedica redukcije integracionih tačaka sa 4 na 1 što dovodi do mogućnosti deformisanja svakog KE-a iz oblika pravougaonika u oblik trapeza i paralelopipeda, bez aktiviranja napona u konačnom elementu. Opisani efekat se pojavljuje kod rijetke mreža konačnih elemenata po visini poprečnog presjeka izloženog savijanju [193], [209], [210].

Kako bi adekvatno izanalizirali efekte numeričkog prigušenja, potrebno je prvo isključiti uticaje konstrukcijskog prigušenja koje je mnogo veće od numeričkog. Kao odgovarajući model za ovu analizu ponovo se primjenjuje ranije opisan linearni model ZVMN. Na Slici 90 su prikazana ubrzanja dobijena modalnom dinamičkom analizom modela ZVMN sa definisanim materijalnim prigušenjem  $\xi = 0.001$ . Takođe prikazana su i dva odgovora ubrzanja dobijena eksplicitnom analizom gdje su uključeni efekti redukovane integracije i ubrzanja sa uključenim efektima pune integracije. Za oba eksplicitna modela su uključeni efekti zapreminske viskoznosti i materijalno prigušenje je  $\xi = 0$ . Na ovaj način će biti ustanovljen uticaj i vrijednost numeričkog prigušenja. ZVMN model sa punom integracijom ima nešto manje prigušenje od modela sa redukovanom integracijom koji se dobro poklapa sa linearnim modelom. Ovdje vidimo da sa primjenom KE-a sa punom integracijom dolazi do pojave već opisane vještačke krutosti, samim tim i do većih vrijednosti ubrzanja i smanjivanja prigušenja.

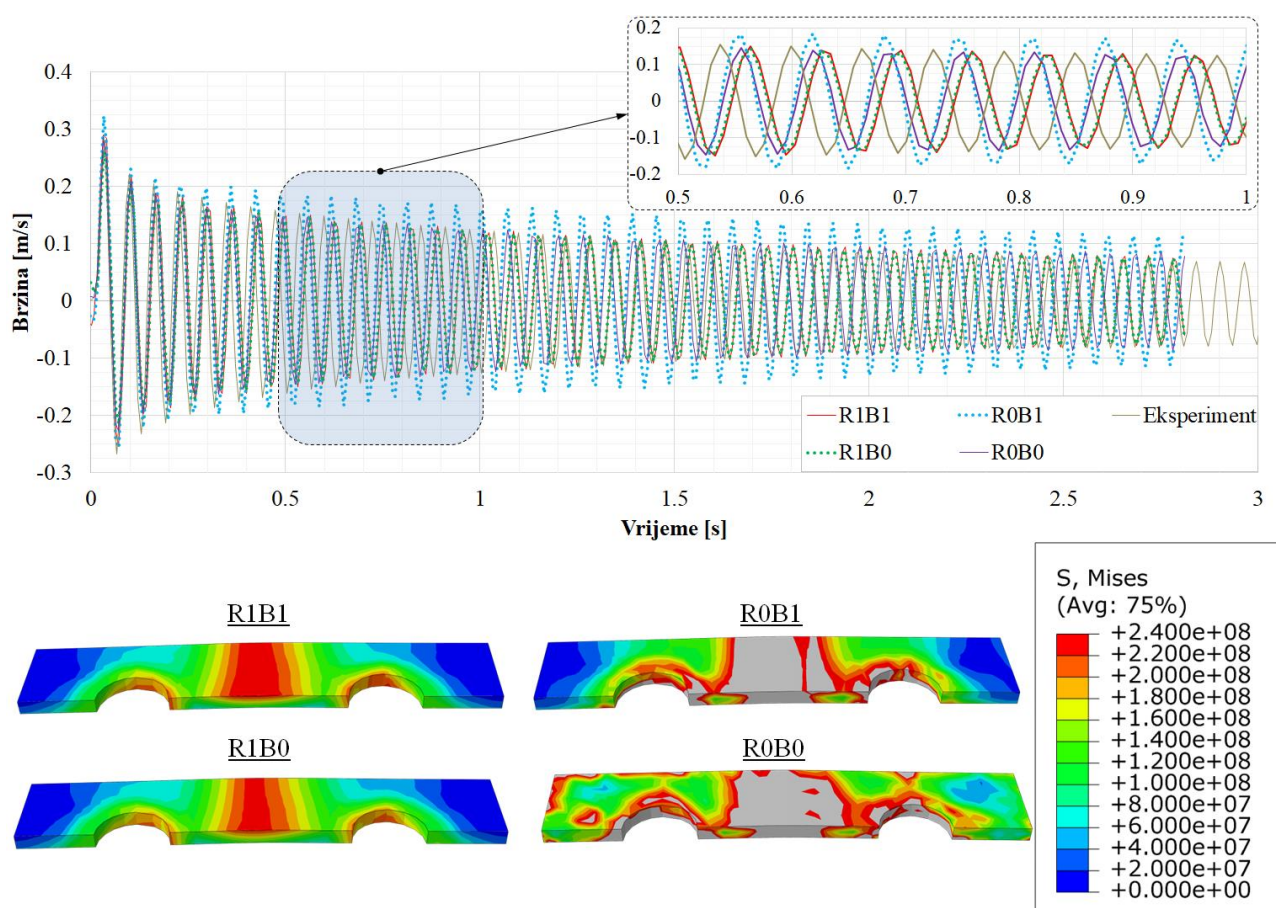


Slika 90: Uticaj stepena numeričke integracije na odgovor brzina u vremenu, modela sa zavarivanom vezom montažnog nastavka.



Ubrzanja ZVMN modela dobijena eksplicitnom procedurom sa konačnim elementima redukovane integracije se jako dobro poklapaju sa linearnim modelom, što se jasno vidi na prikazanom dijagramu. Na osnovu prikazanih rezultata usvojen je numerički model koji koristi zapreminsku viskoznost i redukovane C3D8R elemente a rezultujuće numeričko prigušenje je oko 0.001. Ova vrijednost numeričkog prigušenja odlično se poklapa sa materijalnim prigušenjem, koje je diskutovano u Poglavlju 4.2.2. Stoga numeričko prigušenje usvojenog numeričkog modela odgovara procijenjenom materijalnom prigušenju stvarne konstrukcije. Zbog toga nema potrebe za direktnim definisanjem prigušenja u posmatranom numeričkom modelu. Takođe, ove vrijednosti materijalnog i numeričkog prigušenja nisu od suštinskog značaja za posmatrani odgovor, gdje je dominantno konstruktivno prigušenje, kao posljedica trenja u kontaktnoj interakciji vijčane veze, pogledati Sliku 77.

Dalje će biti razmatran uticaj zapreminske viskoznosti i stepena integracije na odgovor ubrzanja VVMN modela. U ovom postupku su primijenjene i razmatrane obje GC i CP kontaktne formulacije, odgovor brzina u vremenu je prikazan na Slikama 91 i 92. Takođe prikazani su i Mizesovi naponi na gornjoj podvezici nožice IPE nosača, u vremenskom trenutku prije otpuštanja mase M2. Različiti razmatrani modeli su označeni kao RxBx, gdje x može imati vrijednost 0 ili 1 a oznake R i B predstavljaju oznaku za redukovanu integraciju i zapreminsku viskoznost, redom. Kada je  $x = 1$  posmatrani parametar je uključen a kada je  $x = 0$  posmatrani parametar je isključen.

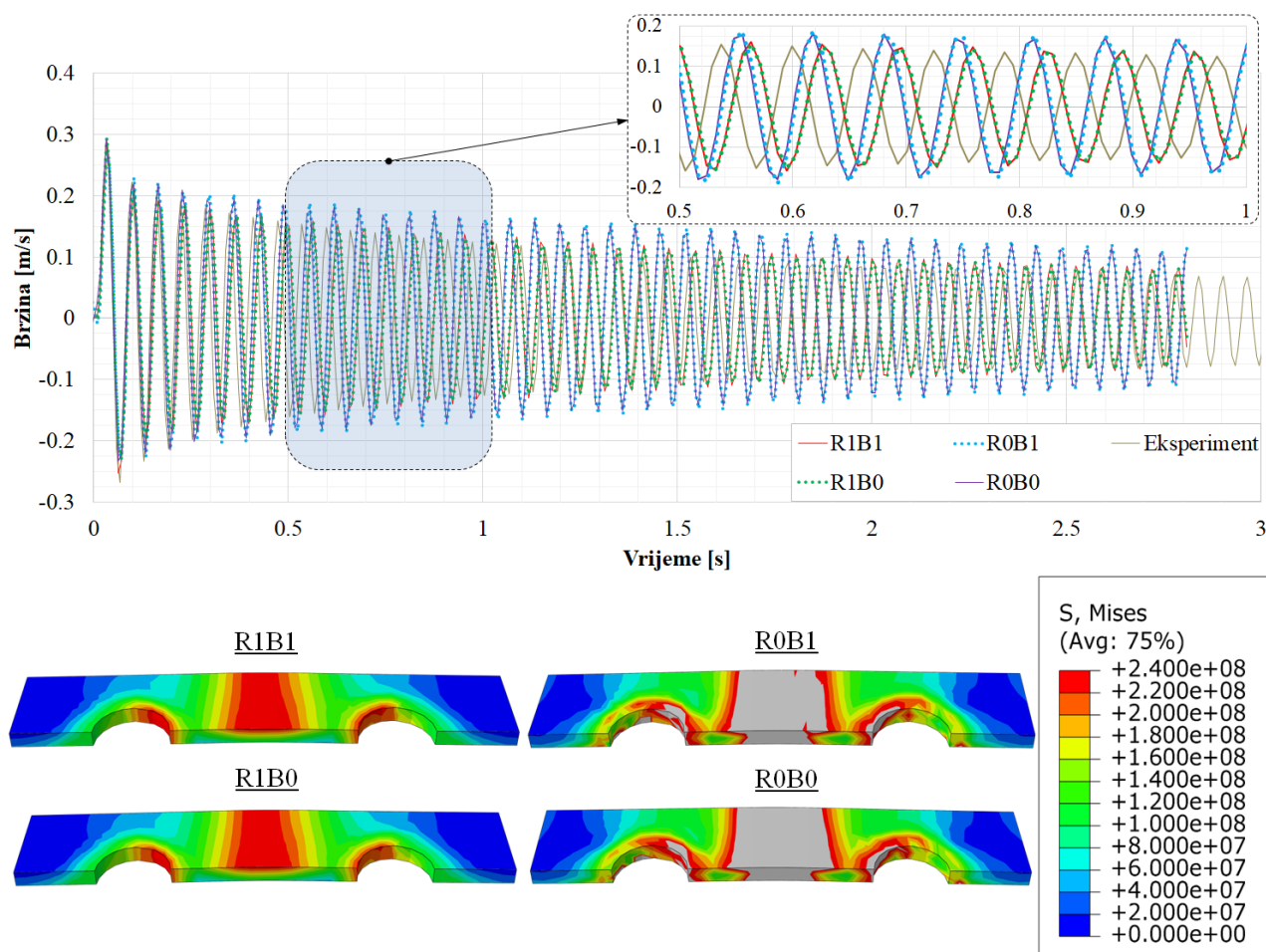


Slika 91: Uticaj zapreminske viskoznosti (B) i redukovane integracije (R) na dinamički odgovor i distribuciju napona uz primjenu GC kontaktne formulacije: prikaz odgovora brzina u vremenu i distribucije napona na gornjoj podvezici prije otpuštanja opterećenja.

Svi analizirani modeli i prikazani rezultati do sada se zasnivaju na GC kontaktnoj formulaciji sa R1B1 parametrima numeričkog modela, osim konačno dobijenih rezultata odgovora brzina u



vremenu koji su dobijeni primjenom CP kontaktne formulacije, što je detaljno opisano u ovom i narednom poglavlju. U daljem tekstu, pored ostalog biće detaljno razmotren i uticaj GC i CP kontaktne formulacije na dinamički odgovor posmatranog sistema. Jedan od važnijih zaključaka u ukupnom procesu analize, validacije i verifikacije VVMN numeričkog modela sa parametrima R1B1, jeste da vrsta kontaktne formulacije GC ili CP nemaju skoro nikakav uticaj na numerički odgovor brzina u vremenu. U slučaju primjene C3D8R elemenata, zapreminska viskoznost nema značajan uticaj na odgovor brzina u vremenu ali ima određen uticaj na distribuciju napona posebno u kombinaciji sa GC kontaktnom formulacijom. Primjena elemenata sa redukovanom integracijom predstavlja neophodan korak iz razloga nakupljanja vještačke krutosti što je već diskutovano ranije u tekstu. Što se tiče C3D8 elemenata sa punom integracijom, ustanovljen je značajan uticaj i na odgovor brzina i na distribuciju napona. Fundamentalna frekvencija oscilovanja modela C3D8 je invarijantna u odnosu na kontaktnu formulaciju i zapremsku viskoznost, dok je njena vrijednost nešto veća od vrijednosti kod C3D8R modela. Ovaj efekat je vjerovatno uzrokovan generisanjem vještačke krutosti (shear locking).



Slika 92: Uticaj zapremske viskoznosti (B) i redukovane integracije (R) na dinamički odgovor i distribuciju napona uz primjenu CP kontaktne formulacije: prikaz odgovora brzina u vremenu i distribucije napona na gornjoj podvezici prije otpuštanja opterećenja.

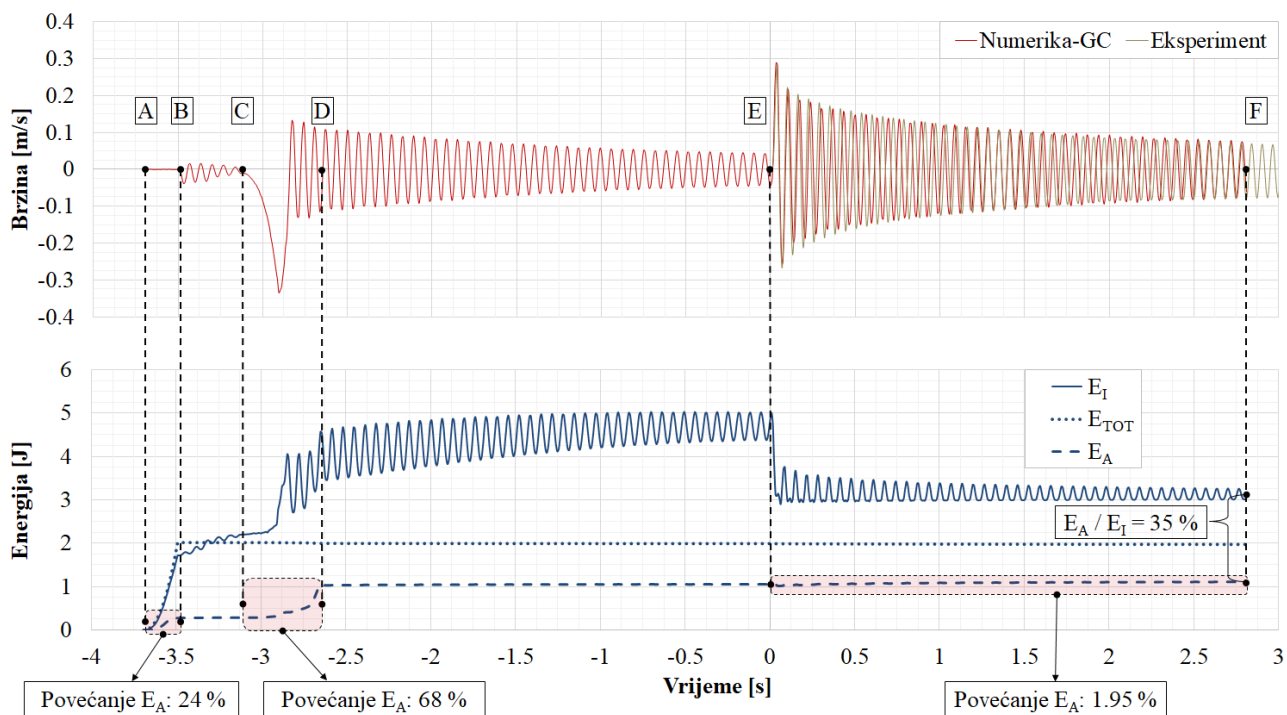
Amplituda brzina su veće za C3D8 elemente, osim za GC-R0B0 model. Puna integracija značajno utiče na stanje napona i dovodi do velikih plastičnih deformacija podvezice gornje nožice IPE nosača. Na kraju, distribucija napona sa primijenjenom CP kontaktnom formulacijom je mnogo pravilnija/glađa u odnosu na one dobijene sa GC pristupom, Slika 91 i 92. Generalno, rezultati sa CP formulacijom su pouzdaniji i nezavisniji od drugih parametara, za razliku od GC pristupa. Prednost CP formulacije je u glavnom vezana za kontaktnu detekciju i način uspostavljanja kontaktnih uslova

između kontaktnih površina što je opisano u Poglavlju 4.4.3.2. Za razliku od CP, GC formulacija ima nedostatak u načinu formiranja kontaktnih uslova koji se baziraju na interakciji čvor na površinu, što dovodi do probijanja čvorova kroz primarnu ili sekundarnu površinu, što dalje uzrokuje vještačku interakciju među susjednim čvorovima što može značajno pojačati “hourglassing“ efekat površina u kontaktu.

#### 4.4.4.5. Razmatranje energije VVMN modela

Vrijednosti i odnos energija u numeričkom modelu su važni parametri koji mogu kvantifikovati kvalitet numeričkog rješenja. Za ovu svrhu biće posmatrane četiri energije: ukupna energija  $E_{TOT}$ , unutrašnja energija  $E_I$ , vještačka energija deformacije (artificial strain energy)  $E_A$  i rad izvršen putem kontakt Penalti metoda (work done by contact penalties)  $E_{PW}$ . Generalne preporuke za energetske izlaze su sledeći:  $E_{TOT}$  bi trebalo da bude konstantna, odnos  $E_A$  i  $E_I$  trebao da bude manji od otprilike 2-10%, u zavisnosti od modela [193], [211], [212].

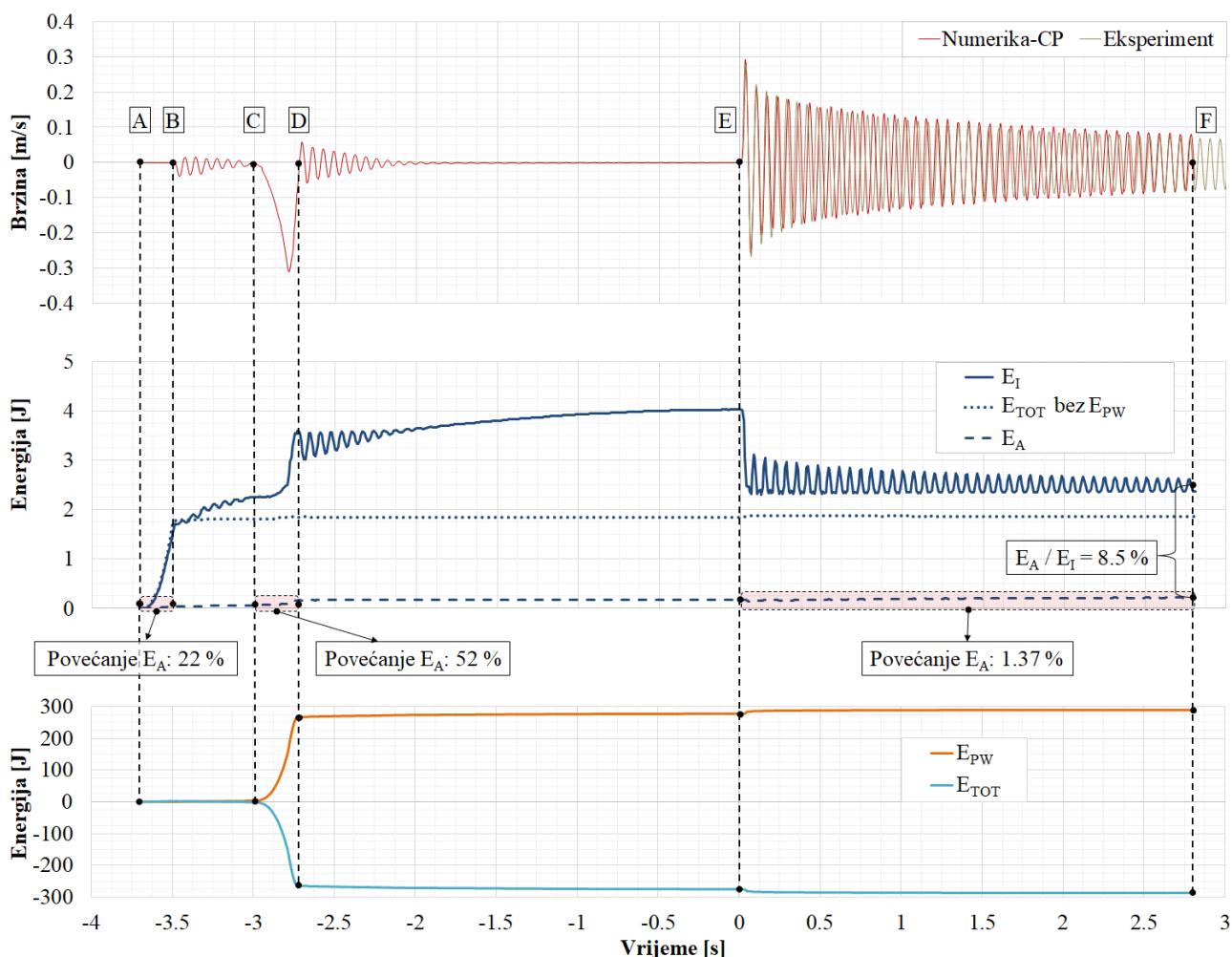
Obije kontaktne formulacije su uzete u obzir i energije tokom vremena prikazane su na Slikama 93 i 94. Prvo će biti razmotrena ukupna energija posmatranog numeričkog modela. Za obije kontaktne formulacije,  $E_{TOT}$  se povećava za sličnu vrijednost tokom procesa pritezanja zavrtnjeva u vremenskom intervalu AB. Porast ukupne energije se pojavljuje kao rezultat temperaturnog širenja podloški bez prisustva spoljašnjeg rada kod temperaturnih efekata. Nakon toga, za slučaj GC kontaktne formulacije, ukupna energija ostaje konstantna na intervalu BF. Međutim, za CP formulaciju, situacija je drugačija. Zbog značajnog rada izvršenog uslijed Penalti graničnih uslova pogledati Poglavlje 3.2.1.3,  $E_{PW}$  značajno raste na intervalu CD, gdje dolazi do makro-proklizavanja vijčane veze. Nakon završenog makro-proklizavanja veze  $E_{PW}$  energija je praktično konstantna na preostalom intervalu DF, osim male promjene u trenutku otpuštanja tereta. Nagli skok  $E_{PW}$  energije na intervalu CD dovodi do naglog pada  $E_{TOT}$  na istom vremenskom intervalu. Ovaj porast  $E_{PW}$  prati pad  $E_{TOT}$ . Ako uzimamo u obzir  $E_{TOT}$  bez  $E_{PW}$ , rezultirajuća energija je praktično konstantna.



Slika 93: Eksperimentalni i numerički odgovor brzina u vremenu sa izlaznim vrijednostima energija modela sa GC kontaktnom formulacijom.

Problem velike vještačke kontaktne energije je karakterističan za kontaktne probleme sa CP formulacijom. Generalno, sagledavajući kontaktne i udarne probleme, zbog kompleksnosti procedura koje opisuju kontaktni problema često dolazi do pojavljivanja povećanja nekog tipa vještačke energije, koji će nepovoljno uticati na konstantnost ukupne energije [185], [213]. Gubitak ukupne energije (energy leaking) može biti signalizator loše postavljenog numeričkog modela ili pogrešno definisanog nekog od parametara, gdje je svakako uvijek potrebno detaljno prekontrolisati numerički model i izlazne rezultate, te ustanoviti gdje dolazi do gubitka energije. Ono što je pokazano u slučaju razmatranog modela VVMN i što je od naročitog značaja, jeste da nema pada  $E_{TOT}$  i nema značajnog porasta  $E_A$  energije na vremenskom intervalu EF, što čini glavni dio odgovora brzina u vremenu i najvažnije rezultate ovog istraživanja.

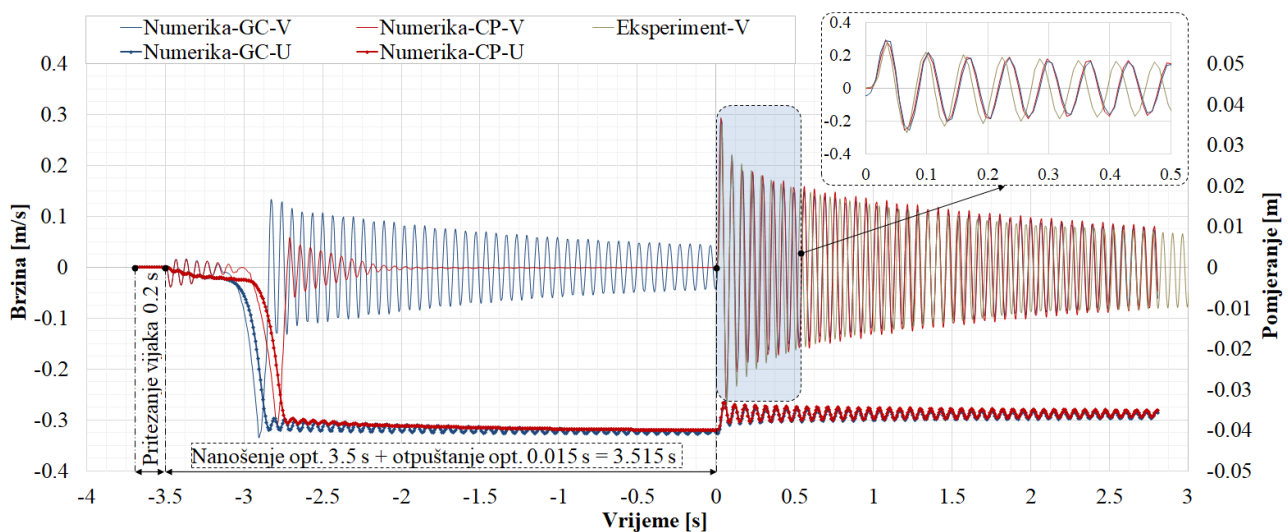
Dalje će biti analiziran odnos između vještačke i unutrašnje energije,  $E_A/E_I$ , ovaj odnos iznosi 8,5% za CP, a 35% za GC formulaciju. Kao takav, odnos vještačke i unutrašnje energije je unutar prihvatljivih granica za CP i izvan granica za GC formulaciju. Ova posmatranja potvrđuju da kontaktna diskretizacija površina-na-površinu pozitivno utiče na smanjivanje "hourglassing" efekta i time dovodi do smanjivanja vještačke deformacione energije  $E_A$ . Do značajnog povećanja vještačke energije dolazi tokom zatezanja zavrtneve (vremenski interval AB) i makro proklizavanja vijčane veze (vremenski interval CD).



Slika 94: Eksperimentalni i numerički odgovor brzina u vremenu sa izlaznim vrijednostima energija modela sa CP kontaktnom formulacijom.

Kao što se vidi na Slikama 93 i 94 do porasta vještačke energije dolazi u slučaju obje kontaktne formulacije na istim vremenskim intervalima (AB i CD), odnosno porast vještačke energije su prouzročili isti fenomeni (pritezanje zavrtnjeva i makro-proklizavanje veze) ali apsolutne vrijednosti  $E_A$  su veće u slučaju GC formulaciju za faktor od 5. S obzirom da su unutrašnje energije slične za obe formulacije kontakta, ovo direktno utiče na posmatrane odnose  $E_A/E_I$ . Najvažnija činjenica je da je relativno povećanje vještačke energije zanemarljivo tokom odgovora na slobodne vibracije (vremenski interval EF).

Kako bi dodatno utvrdili dosadašnja zapažanja po pitanju energetskih izlaza VVMN modela, odnosno da bi dodatno verifikovali mali uticaj vještačke kontaktne  $E_{PW}$  i deformacione  $E_A$  energije na dinamički odgovor posmatranog modela. Izvršeno je upoređivanje brzina i pomjeranja u vremenu za obje kontaktne formulacije VVMN modela, što je prikazano na Slici 95. Kao najvažnije zapažanje može se izdvojiti, da odgovor slobodnih vibracija nije pogođen pomenutim nestabilnostima ukupne i vještačke energije, što se vidi na osnovu jako dobrog poklapanja brzina i pomjeranja u vremenu za obje kontaktne formulacije, Slika 95.



Slika 95: Poređenje eksperimentalnog odgovora sa numeričkim odgovorima brzina u vremenu, modela sa GC i CP kontaktnom formulacijom.

U slučaju primjene CP formulacija dolazi do potpunog prigušenja oscilacija nastalih u procesu nanošenja opterećenja, dok preostale vibracije u slučaju GC formulacije ne utiču na odgovor slobodnih vibracija, kako je objašnjeno u Poglavlju 4.4.4.2. Važno je napomenuti da CP formulacija daje bolju distribuciju napona, kao što je prikazano u Poglavlju 4.4.4.4. Takođe uslijed površina-na-površinu diskretizacije kontaktnih površina, CP formulacija daje bolju i uniformniju distribuciju kontaktnih napona. Na osnovu svega možemo zaključiti, iako GC i CP formulacija nemaju značajan uticaj na dinamički odgovor slobodnih vibracija, u slučaju analiziranja kompleksnih kontaktnih problema preporučljivo je primijeniti CP kontaktnu formulaciju. CP kontaktna formulacija kao prvo ima značajno manje prisustvo vještačke energije  $E_A$ , odnosno ima u manjoj mjeri prisustvo “hourglassing” efekta, daje bolju distribuciju Mizesovih napona i daje bolju distribuciju kontaktnih napona. Takođe CP formulacija je manje osjetljiva na zapreminsku viskoznost i ima manje izražene oscilacije prilikom nanošenja opterećenja. Kao što vidimo sa Slike 95, u slučaju primjene CP kontaktne formulacije zbog brzog smirivanja vibracija prilikom nanošenja opterećenja, vrijeme trajanja proračunske simulacije bi se moglo skratiti za otprilike 2s, što u realnom vremenu predstavlja oko 20 sati proračuna. Kao što je diskutovano u Poglavlju 4.4.4.3, uvođenjem procedure skaliranja masa i GC kontaktne formulacije, dužina proračuna je svedena na 53h. Sada vidimo da u slučaju CP formulacije bi bila svedena na 33h, što je 38% kraće vrijeme računanja u odnosu na GC formulaciju. U daljoj analizi u Poglavlju 4.5 se isključivo koristi CP kontaktna formulacija.



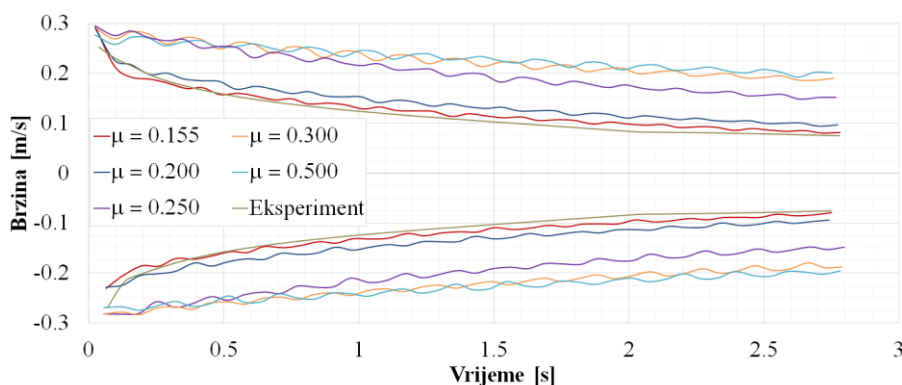
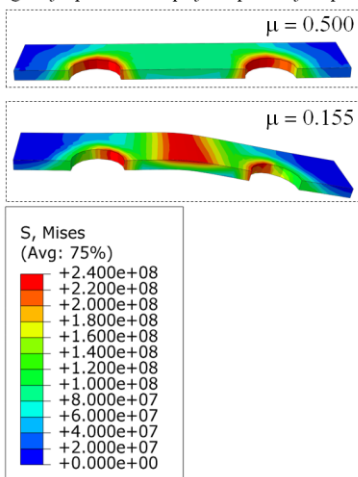
## 4.5. DISKUSIJA

U ovom poglavlju, biće sumirani i diskutovani glavni rezultati, takođe biće detaljno analizirani mehanizmi nelinearne disipacije energije u numeričkom modelu VVMN.

Da bi se eksperimentalni testovi pravilno opisali, numerički model mora biti pažljivo kalibrisan i verifikovan, kako je opisano u Poglavlju 4.4.4. U potrazi za optimalnim numeričkim modelom u pogledu efikasnosti i tačnosti, skaliranje mase je jedan od ključnih parametara koji zahtijeva kalibraciju. Povećanje mase odnosno gustine numeričkog modela može značajno poboljšati efikasnost eksplicitne integracije, ali treba paziti na njegove efekte na tačnost dobijenih rezultata. Pažljiva verifikacija, prikazana u Poglavlju 4.4.4.3, pokazuje da usvojeni pristup skaliranja mase ne unosi velike fiktivne inercijalne sile u numerički model, ali uspijeva značajno povećati vremenski inkrement. Pored toga, jedan od važnih parametara numeričkog modela jeste stepen numeričke integracije. Primjena C3D8R elementa sa redukovanom numeričkom integracijom, uvodi numeričko prigušenje koje je praktično jednako materijalnom prigušenju posmatranog modela, iz čega proizilazi da nije potrebno posebno definisati materijalno prigušenje. Razmatrane su obe kontaktne formulacije, gdje je ustanovljeno da daju iste vrijednosti brzina u vremenu, ali dolazi do razlika u distribuciji napona između GC i CP formulacije. Takođe primjenom CP formulacije biće značajno skraćeno vrijeme računanja numeričke simulacije.

Pored verifikacije, validacija je još jedan ključni korak koji nam govori da li je numerički model usklađen sa fizikom problema. Usvojeni numerički model validovan je poređenjem eksperimentalnih i numeričkih vremenskih odgovora brzine u Poglavlju 4.4.2.2. Eksperimentalni i numerički rezultati za model VVMN100 su u saglasnosti, što je jedan od značajnih dostignuća ovog istraživanja. Takođe, saglasnost rezultata za modele VVMN50 i VVMN30 je zadovoljavajuća, s obzirom na složenost ovih modela i njihove odgovore. U ovom poglavlju, nadalje će pažnja biti usmjerena na model VVMN100.

Deformisana konfiguracija i distribucija napona gornje podvezeice prije otpuštanja opterećenja



Slika 96: Vijčana veza montažnog nastavka sa 100% sile pritezanja. Prikaz brzina u vremenu za pet različitih vrijednosti koeficijenta trenja. Prikaz deformisane konfiguracije i distribucije napona gornje podvezeice za vrijednost koeficijenta trenja  $\mu = 0.155$  i  $\mu = 0.5$ , u trenutku prije otpuštanja opterećenja.

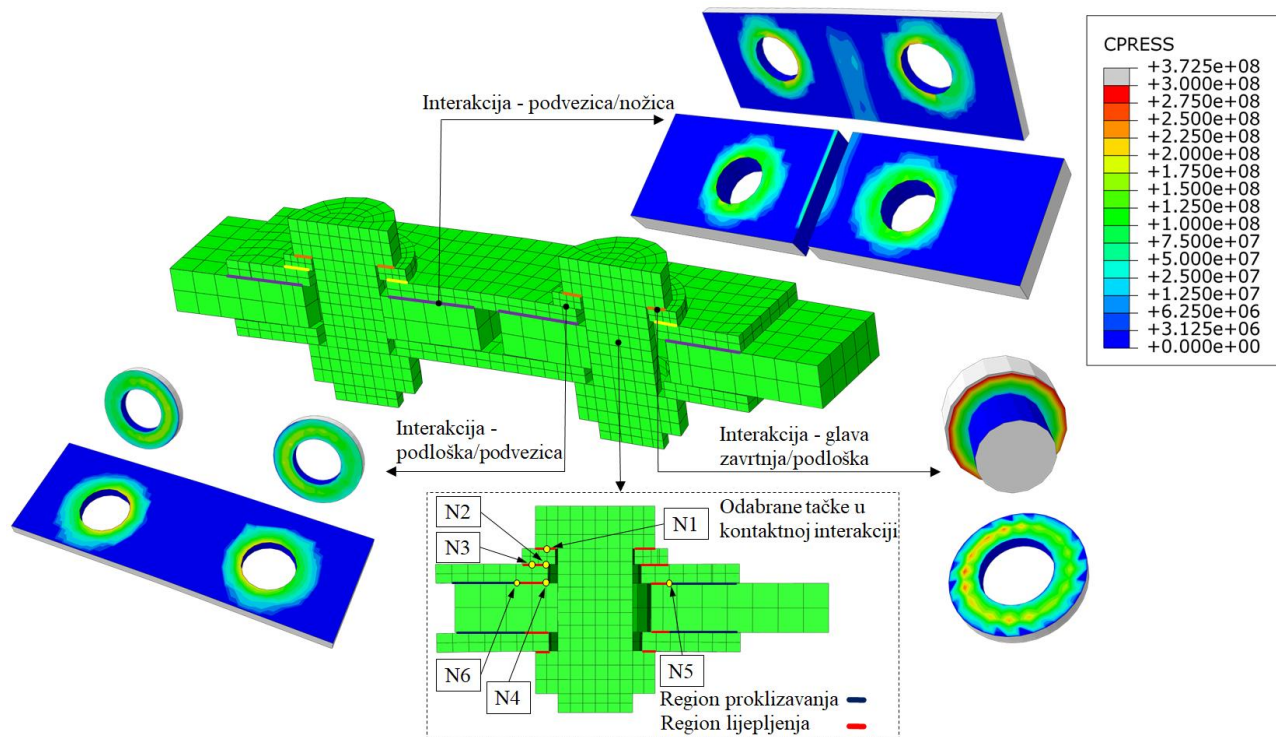
Najvažniji rezultat provedenog istraživanja, jeste uspješno numeričko modelovanje nelinearnog dinamičkog odgovora VVMN100 veze, odnosno modelovanje konstrukcijskog prigušenja nastalog kao posljedica trenja u kontaktnoj interakciji vijčane veze. Trenje predstavlja složen fenomen koji zavisi od različitih parametara, kao što je diskutovano u Poglavlju 2. U usvojenom numeričkom modelu, trenje je uvedeno putem klasičnog Kulonovog zakona. Ovako

pojednostavljen pristup, nije tačna reprezentacija trenja, ali daje prihvatljivu aproksimaciju. U svrhu detaljnijeg ispitivanja uticaja trenja na odgovor modela VVMN100, sagledani su rezultati pet simulacija sa različitim vrijednostima koeficijenta trenja. Anvelope odgovora za svaku simulaciju su prikazane na Slici 96. Kao što je već prikazano i diskutovano u Poglavlju 4.4.2.2, numerički model sa koeficijentom trenja  $\mu = 0.155$  slaže se dosta dobro sa eksperimentom. Takođe, eksperimentalni rezultati su prilično dobro usklađeni sa numeričkim modelom za koeficijent  $\mu = 0.2$ , što je zapravo vrijednost koju preporučuje Evrokod za čelične površine koje nisu naknadno tretirane [199]. Moguće objašnjenje za nižu vrijednost trenja koje je usvojeno u posmatranom modelu jeste visoka vlažnost vazduha prilikom eksperimentalnog ispitivanja konzolne grede, pogledati Poglavlje 2 i 4.1.1. Sa daljim povećanjem koeficijenta trenja na vrijednost od  $\mu = 0.25$ , dinamički odgovor numeričkog modela se značajno razlikuje od eksperimentalnog, dok efekat nelinearnog prigušivanja gotovo nestaje. Za koeficijente trenja  $\mu = 0.3$  i  $\mu = 0.5$ , dobijaju se slični rezultati i odgovor je praktično linearan. Nadalje, dobijeni rezultati ukazuju na to da je odgovor modela VVMN100 sa  $\mu > 0.3$  u stvari identičan odgovoru modela ZVMN. Ovi rezultati potvrđuju raniju pretpostavku u Poglavlju 4.1.1, da u slučaju dovoljno velike sile pritezanja i sprječavanja pojave mikro-proklizavanja neće doći do nelinearnog dinamičkog odgovora, tako da će se vijčana veza ponašati linearno isto kao i monolitna, pogledati Poglavlje 2.2. Za razliku od usvojenog numeričkog modela sa  $\mu = 0.155$ , početno makro-proklizavanje i savijanje podvezice gornje nožice neće se desiti ako je trenje dovoljno veliko u kontaktnoj interakciji vijčane veze. Uticaj trenja na makro-proklizavanje i naponsko-deformaciono stanje na gornjoj podvezici mogu se vidjeti na Slici 96, gdje su prikazani rezultati za koeficijent trenja  $\mu = 0.155$  i  $\mu = 0.500$ .

Koeficijent trenja vrlo značajno utiče na lokalno stanje kontakta. Zapravo, nelinearnost dinamičkog odgovora uglavnom je uzrokovana trenjem između površina koje dolaze u kontakt. Generalno, mogu se razlikovati tri vrste relativnog kretanja između kontaktnih površina ili bolje reći tri stanja u kojima se može nalaziti kontaktna interakcija: stanje makro-proklizavanja (macro-slip state), stanje lijepljenja (stick state) i mikro-proklizavanje (micro-slip state). Makro-proklizavanje je kontaktno stanje u kome dolazi do kompletnog smicanja između dvije kontaktne površine. Zona klizanja se prostire kroz cijelu kontaktnu interakciju, gdje je relativno pomjeranje između svakog para kontaktnih tačaka relativno slično. Stanje lijepljenja, podrazumijeva fiksno stanje unutar kontaktne interakcije gdje nema relativnog kretanja između para kontaktnih tačaka, odnosno pomijeranje teži ka nuli. Stanje mikro-proklizavanja može se posmatrati kao prelazno stanje između makro-proklizavanja i stanja lijepljenja. Navedeno stanje mikro-proklizavanja podrazumijeva da unutar kontaktne interakcije dvije površine istovremeno postoji region koji je u zalijepljenom/fiksnom stanju i da istovremeno postoji region u kome postoje mala relativna pomjeranja između kontaktnih površina, pogledati Poglavlje 3.1.5, 3.2.2 i 3.2.3. Mikro proklizavanje je uvijek prisutno u kontaktnoj interakciji vijčanih veza i generalno u kontaktu dva tijela ili površine. U zavisnosti od odnosa površina/regiona koji su u zalijepljenom stanju i površina koje su u stanju relativnog proklizavanja biće reflektovano mikro-proklizavanje i intenzitet konstrukcijskog prigušenja. Uticaj mikro-proklizavanje nestaje nakon što većinski dio kontaktne interakcije pređe u zalijepljni region ili u slučaju kada dođe do potpunog proklizavanja između kontaktnih površina odnosno makro-proklizavanja. Kao što je već diskutovano u Poglavlju 2.2 i 4.1.3, aktivacija mikro i makro-proklizavanja zavisi od sila pritezanja zavrtnjeva i intenziteta poremećajne sile. Smanjivanjem sile pritezanja zavrtnjeva ili povećavanjem intenziteta poremećajne sile, zona klizanja se širi dok ne postane aktivna kroz čitavu kontaktnu interakciju, kada nastupa stanje makro-proklizavanje.

Kako bi dublje i detaljnije razumjeli nelinearnost dinamičkog odgovora posmatrane vijčane veze, biće razmatran samo gornji dio veze odnosno gornja nožica sa podvezicama i spojnim sredstvima. Takođe biće detaljno razmatran uticaj mikro-proklizavanja na ponašanje posmatranog modela. Izdvojeni dio veze, koji će dalje biti detaljno analiziran, sastoji se od tri karakteristične kontaktne interakcije: kontaktna interakcija glava zavrtnja/podloška, podloška/podvezica i podvezica/nožica IPE nosača. Distribucije normalnih kontaktnih napona navedenih kontaktnih

interakcija, prije otpuštanja opterećenja, prikazane su na Slici 97. Može se vidjeti da maksimalni kontaktni naponi nastaju u sredini podloške što je prouzrokovano koncentracijom napona po ivici glave zavrtnja. Takođe, veliki kontaktni naponi razvijaju se oko ivica rupa za zavrtnjeve i podloški, koncentrišući se prema sredini podvezice. Ovakva distribucija napona uzrokovana je savijanjem podvezice uslijed početnog makro-proklizavanja.



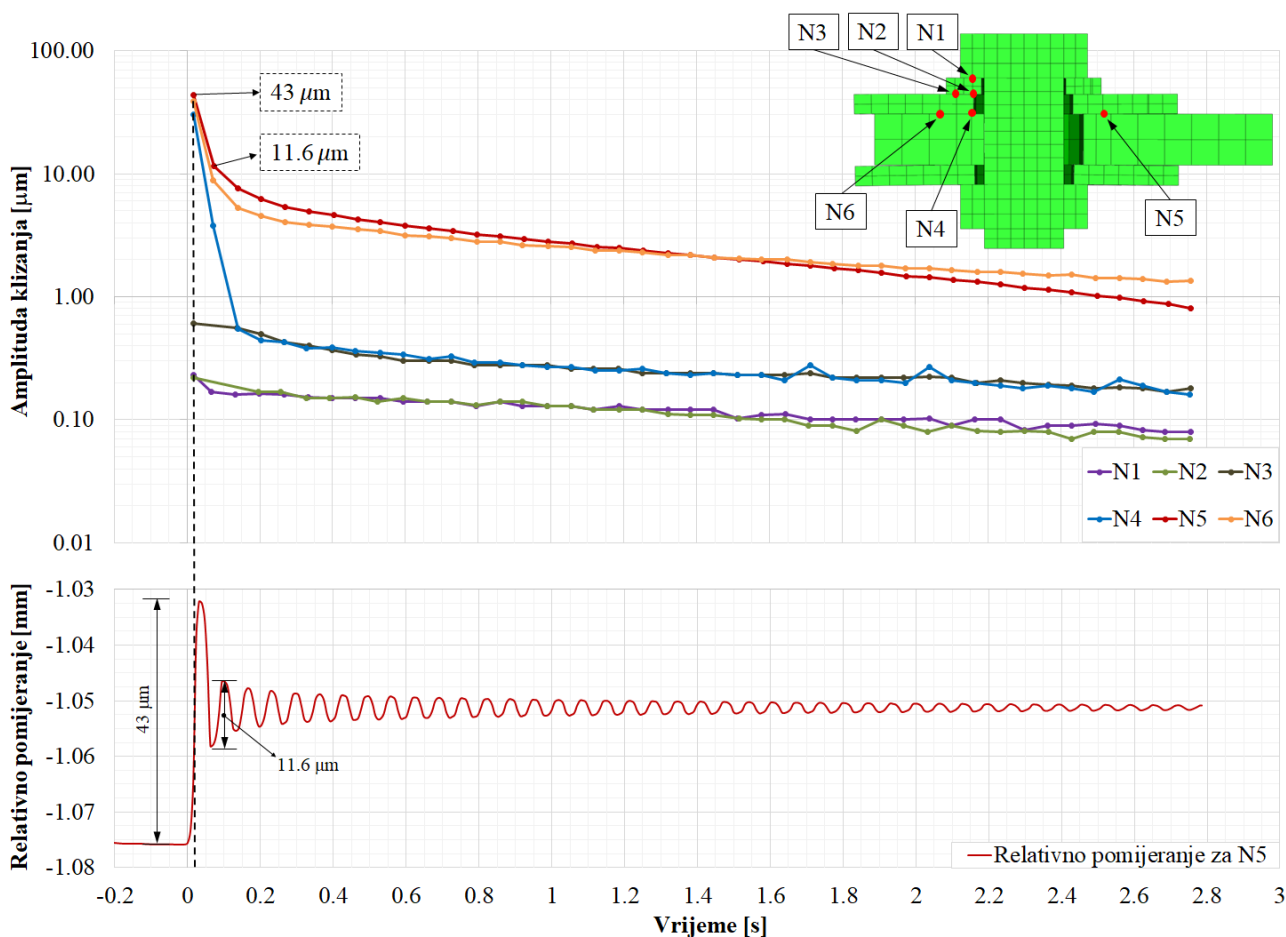
Slika 97: Prikaz razmatranog detalja veze, gornje nožice sa podvezicama IPE-nosača, prije otpuštanja opterećenja. Prikazana je distribucija normalnih kontaktnih napona sledećih kontaktnih interakcija: glava zavrtnja/podloška, podloška/podvezica i podvezica/nožica. Prikaz šest odabranih tačaka N1-N6 unutar kontaktne interakcije vijčane veze.

Deformisana konfiguracija prikazana na Slici 97 jasno pokazuje da je do početnog makro-proklizavanja došlo na spoju podvezica/nožica IPE nosača. Sada se može zaključiti da je pojava makro-proklizavanja jasna kao fenomen i da nastaje kao posljedica nanošenja opterećenja te da se pojavljuje u trenutku prije otpuštanja tereta. Što znači, prije otpuštanja tereta makro-proklizavanje je završeno, čime je formirana nova ravnotežna konfiguracija nosača i svi dalji odgovori se posmatraju u odnosu na novonastalu konfiguraciju. U daljem tekstu će biti analizirana mikro i makro proklizavanja u dijelu odgovora nakon otpuštanja tereta, što spada u najvažniji dio odgovora koji se analizira i upoređuje u cijelom istraživanju. U opisivanju mehanizma proklizavanja nakon otpuštanja opterećenja, biće posmatrano proklizavanje odnosno relativno pomjeranje u vremenu, odabranih tačaka unutar kontaktne interakcije. Tačke N1-N4 odabrane su u regionima visokih normalnih kontaktnih napona gdje se očekuje zalijepljeno stanje kontaktne interakcije. Tačke N5 i N6 su definisane u regionu sa smanjenim kontaktnim naponom, simetrično u odnosu na rupu za zavrtnjeve, gdje se očekuje stanje klizanja, kako je prikazano na Slici 98. Klizanje kontaktnih površina posmatrano u odabranim tačkama, definisano je kao relativno pomjeranje dvije tačke normalne jedna na drugu, od kojih je svaka dodijeljena jednoj od površina koje stupaju u kontaktnu interakciju.

Odgovor relativnog pomjeranja u vremenu za tačku N5 prikazan je u donjem dijelu Slike 98. Isti tip dijagrama je dobijen za svaku od 6 posmatranih tačaka, te su na osnovu dobijenih dijagrama formirane anvelope relativnih pomjeranja odnosno amplitude klizanja svake tačke u vremenu.



Anvelope klizanja su dobijene oduzimanjem susjednih amplituda suprotnih znakova što predstavlja relativno pomjeranje odnosno klizanje za posmatranu tačku, kao što se može vidjeti na donjem dijelu Slike 98. Relativno pomjeranje tačke N5 osciluje oko vrijednosti od 1.05 mm što predstavlja inicijalno makro proklizavanje prilikom nanošenja opterećenja. Može se vidjeti da je vrijednost makro proklizavanja u dobroj saglasnosti sa usvojenim zazorima između tijela zavrtnja i razmakom između dva dijela IPE konzolne grede, koji su definisani u vrijednosti od 1 mm, pogledati Poglavlje 4.1.3. Prva amplituda klizanja trenutno posmatrane tačke N5 iznosi 43  $\mu\text{m}$ , nakon čega naglo opada na 11.6  $\mu\text{m}$  u sledećem ciklusu. Nakon izvršenih nekoliko oscilacija nivo opadanja amplituda postiže konstantu vrijednost, slično ponašanje može se primjetiti i za tačku N6.



Slika 98: Relativna pomjeranja odabranih karakterističnih tačaka u kontaktnoj interakciji. Na donjoj slici je prikazano relativno pomijeranje u tački N5, dok su na gornjem dijelu slike prikazane razlike susjednih amplituda suprotnog znaka za sve posmatrane što predstavlja amplitude klizanja.

Posmatrajući tačke N1-N4 može se vidjeti da nakon prve dvije amplitude klizanja, trend ponašanja u posmatranim tačkama ostaje približno isti, iako su vrijednosti relativnog pomijeranja u tačkama N1 i N2 značajno manje. Razlika u vrijednostima klizanja za tačke N1, N2 i N3, N4 pojavljuje se iz razloga što se tačke N1 i N2 nalaze u regionu maksimalnih normalnih kontaktnih napona, što uzrokuje minimalno relativno pomijeranje u tim tačkama. Bez obzira na dobijene razlike u posmatranim tačkama, vidimo da se vrijednosti klizanja tj. relativnog pomijeranja za tačke N1 i N2 kreću oko vrijednosti od 0.1  $\mu\text{m}$ , dok se vrijednosti klizanja za tačke N3 i N4 kreću u granicama od oko 0.5  $\mu\text{m}$ , što sve ukazuje da se posmatrane tačke nalaze u zalijepljenom regionu.

Kao poseban slučaj potrebno je sagledati ponašanje u tački N4. Ova tačka pripada istoj kontaktnoj interakciji podvezica/nožica kao tačke N5 i N6. Na prikazanom dijagramu se može vidjeti

da sve tri tačke imaju bliske prve amplitude klizanja, odnosno da je došlo do klizanja u kompletnoj kontaktnoj interakciji podvezica/nožica. Slučaj u kome dolazi do jednoličnog relativnog pomjeranja između dvije kontaktne površine predstavlja makro-proklizavanje koje je očekivano da se desi u inicijalnom trenutku vremena, nakon otpuštanja tereta. Klizanje u tački N4 naglo pada nakon prve dvije amplitude, aproksimativno za faktor od 60, nakon čeka skoro da nestaje. Sa druge strane klizanje u tačkama N5 i N6 ujednačeno opada i stalno je prisutno. Dakle, klizanje u tačkama N5 i N6 monotono opada ka nižoj konstantnoj vrijednosti, dok klizanje u tački N4 naglo opada i po vrijednostima relativnog pomjeranja ulazi u zalijepljeno stanje. Slučaj kada u jednoj kontaktnoj interakciji u isto vrijeme imamo prisutne regione klizanja i regione lijepljenja je pokazatelj da se kontaktna interakcija nalazi u stanju mikro-proklizavanja.

Da sumiramo, u analiziranom numeričkom modelu VVMN100 mogu se razlikovati tri faze proklizavanja. Generalno sve faze klizanja su prisutne samo u kontaktnoj interakciji podvezica/nožica. Prva faza obuhvata klizanje tokom nanošenja mase M2, što predstavlja inicijalno makro-proklizavanje sa amplitudom približne vrijednosti od 1mm. Druga faza nastaje odmah nakon otpuštanja opterećenja. Ponovo obuhvata makro-proklizavanje unutar kontaktne interakcije podvezica/nožica, ali je amplituda znatno manja od početnog makro-proklizavanja, približno 40  $\mu\text{m}$ . Na kraju, tokom treće faze, region lijepljenja se formira na granici spoja podvezica/nožica u blizini tijela zavrtnja, dok klizanje i dalje postoji dalje od ovog regiona. Opisani mehanizam mikro-proklizavanja je glavni uzrok nelinearne disipacije energije u mehaničkim vezama. Gubitkom energije iz sistema, zona lijepljenja postepeno raste dok kompletna kontaktna interakcija vijčane veze VVMN100 ne postane praktično monolitna.

Zaključci izvršenih istraživanja sa stanovišta makro pristupa će biti definisani u Poglavlju 6.

## **5. MIKRO PRISTUP – PROUČAVANJE UTICAJA HRAPAVOSTI KONTAKTNIH POVRŠINA NA ODGOVOR KONSTRUKCIJE**

U Poglavlju 4 razmatran je globalan dinamički odgovor konstrukcije i na osnovu dobijenih rezultata ubrzanja i brzina u vremenu doneseni su određeni zaključci na koji način se ponaša vijčana veza. U ovom postupku opisivanja, u obzir nisu uzimani uslovi u kojima se nalaze kontaktne interakcije vijčane veze. Koeficijent Kulonovog trenja je jednostavno variran u dozvoljenim granicama dok se nisu dobila poklapanja numeričkih i eksperimentalnih rezultata. Provedena analiza sa stanovišta makro pristupa, odnosno posmatranje problema u makro razmjeri pokazala se kao adekvatna. Problem koji preostaje, jeste ograničena mogućnost predviđanja dinamičkog odgovora vijčane veze direktno u zavisnosti od stanja kontaktne interakcije, gdje hrapavost kontaktnih površina predstavlja jedan od dominantnijih faktora. Konačni cilj svjetske naučne zajednice jeste uspostaviti matematički model, takav da će biti moguće izvršiti tačno predviđanje ponašanja mehaničkih veza na osnovu stanja u kome se nalazi kontaktna interakcija. Ovaj cilj je visoko postavljen i put do ostvarenje je dugačak, pogledati Poglavlje 2.1. Jedan od problema proučavanja stanja kontaktne interakcije jeste u tome što nije moguće izvršiti ispitivanje i dobiti rezultate o kontaktnoj interakciji, a da pri tome ne narušimo njeno stanje samim mjerenjem, što je detaljno opisano u Poglavlju 2. Kako bi dublje ušli u analizu stanja između samo dvije kontaktne površine i analizirali uticaje koji može kontakt imati na odgovor ukupnog sistema, neophodno je promijeniti i razmjeru posmatranja problema. Potrebno je detaljno sagledati samo vijčanu odnosno mehaničku vezu, gdje se često na kraju sistem svodi na samo dvije površine u kontaktu kao što smo mogli vidjeti u Poglavlju 2.3. Neophodno je preći sa posmatranja cijelog sistema, odnosno preći sa makro razmjere na mikro razmjeru, gdje će se detaljno razmatrati uticaj stanja kontaktne interakcije na odgovor konstrukcije ili postavljene eksperimentalne postavke, takođe pogledati Poglavlje 2.3.3.

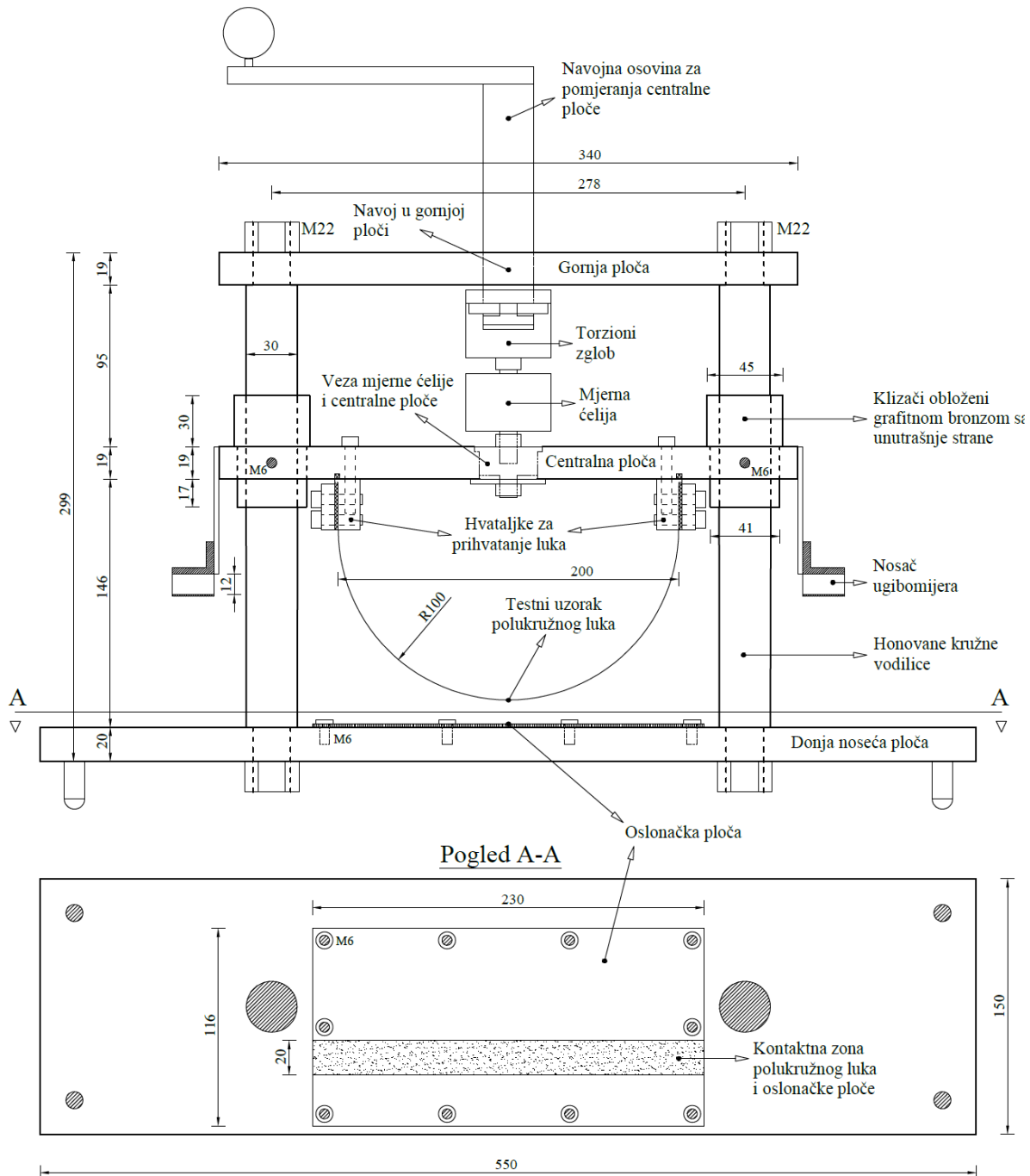
Vodeći se potrebama industrije za rješavanjem problema disipacije energije u mehaničkim veza, postavljenim ciljevima svjetske naučne zajednice i dosadašnjim istraživanjima i pokušajima da se prikaže jasna slika koliko stanje kontaktnih površina dva tijela u kontaktu može biti od značaja, osmišljena je vlastita eksperimentalna postavka za proučavanje uticaja stanja kontaktne interakcije dva tijela na odgovor sistema. Svrha osmišljene eksperimentalne postavke jeste dovesti u korelaciju hrapavost kontaktnih površina sa deformacijom posebno osmišljenog eksperimentalnog uzorka. Hrapavost kontaktnih površina predstavlja najdominantniji faktor uticaja u kontaktnoj interakciji dva tijela. Sa stanovišta razmjere, proučavanje, mjerenje i analiziranje hrapavosti površina spada pod mikro i nano razmjeru. Sa druge strane promjena deformacije eksperimentalnog uzorka kao posljedica promjene hrapavosti spada pod makro razmjeru. Na osnovu svega navedenog može se vidjeti osnovna ideja osmišljene eksperimentalne postavke. S obzirom da nije moguće ući u kontaktnu interakciju i eksplicitno izvršiti analizu uticaja hrapavosti na odgovor vijčane veze. Postavljena ideja u ovom istraživanju jeste da se razmatra makro ponašanje posebno pripremljenog eksperimentalnog uzorka u zavisnosti od nivoa hrapavosti kontaktne interakcije površina na mikro nivou. Na ovaj način će biti moguće direktno povezivanje mikronskih i nano efekata vezanih za hrapavost kontaktnih površina sa ukupnim makro odgovorom eksperimentalne postavke odnosno posmatranog eksperimentalnog uzorka.

### **5.1. IDEJA I POLAZNA RAZMATRANJA U OSMIŠLJAVANJU PRECIZNE PRESE SA LUKOVIMA**

U procesu osmišljavanja vlastite eksperimentalne postavke, autor je najviše razmatrao proučavanja vezana za prvu i drugu eksperimentalnu postavku Londonskog imperijalnog koleža i eksperimentalnu postavku Uređaj sa velikom masom, Poglavlje 2.2.3 i 2.3.2. Proučavajući načine i metode pomenutih

istraživanja, koja su na jasan način prikazali uticaj mikro efekata vezanih za stanje površina tijela koja dolaze u kontakt, osmišljena je eksperimentalna postavka sa ciljem da što jasnije i što egzaktnije prikaže uticaj stanja kontaktne interakcije na ponašanje kompletnog sistema.

Nakon detaljnog analiziranja efekata koji mogu imati uticaj na ponašanje kontakta dva tijela, ustanovljeno je da je hrapavost kontaktnih površina prilikom suvog trenja klizanja jedan od najznačajnijih fenomena koji utiču na ponašanje kontaktne interakcije. Na osnovu donesenog zaključka, osmišljen je eksperiment možemo reći i alat za ispitivanje uticaja hrapavosti na deformaciju eksperimentalnog uzorka pod nazivom Precizna presa sa lukovima (PPL).

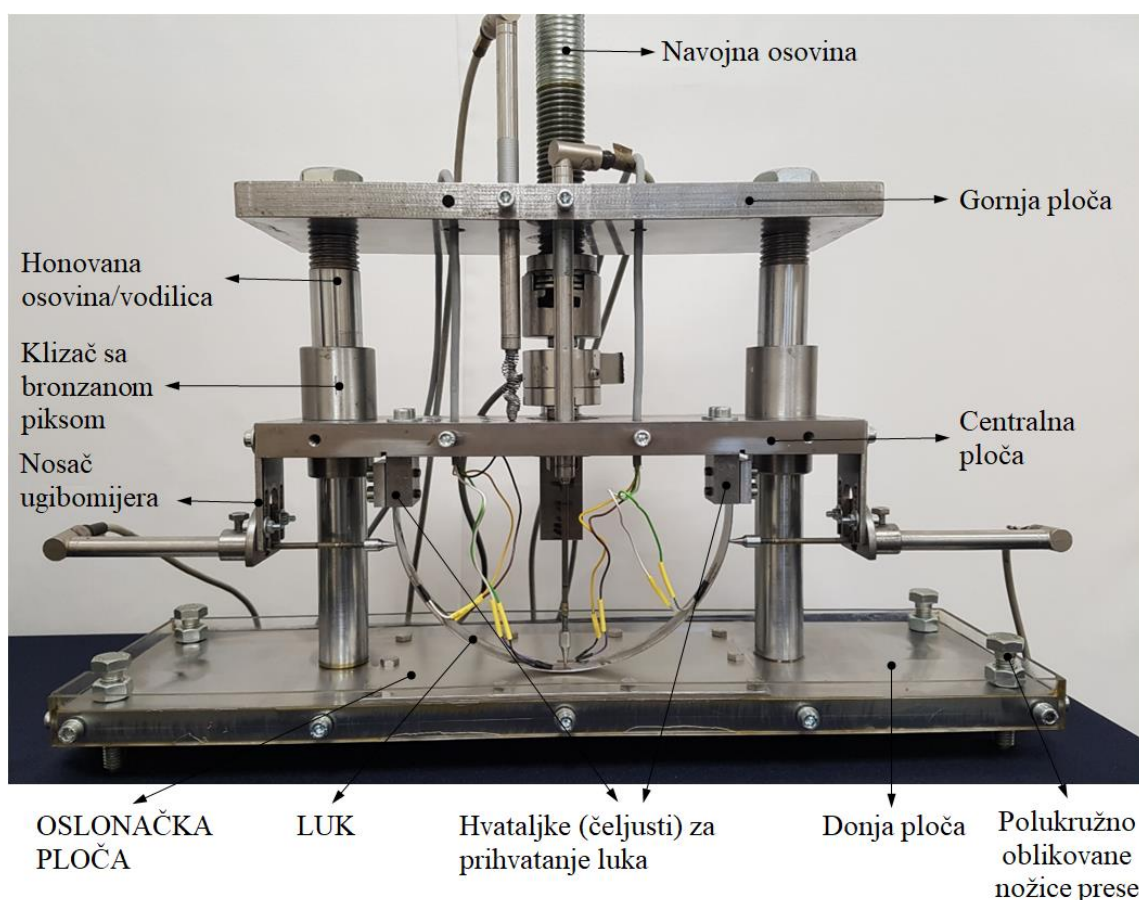


Slika 99: Šematski prikaz Precizne prese sa lukovima sa osnovnim elementima.

Cilj PPL eksperimenta jeste odrediti na koji način će različiti nivoi hrapavosti kontaktnih površina eksperimentalnog uzorka polukružnog luka i oslonačke ploče uticati na ukupnu deformaciju

polukružnog luka, Slika 99 i 100. Potrebno je naglasiti da hrapavosti kontaktnih površina definisane različitim metodama spadaju u mikro veličine dok promjene koje se dešavaju na cijelom luku spadaju u makro veličine. Značaj ovog istraživanje jeste dovođenje u vezu promjene hrapavosti kontaktne interakcije koje su reda veličine od 10 nm do 700 nm sa veličinama ukupne deformacije luka koje u zavisnosti od hrapavosti kontaktne interakcije variraju po srednjim vrijednostima od 5 do 40 mm.

Kako bi bolje razumjeli cijelu eksperimentalnu proceduru, dalje u tekstu ćemo dati osnovne karakteristike Precizne prese sa lukovima. Osnovni elementi PPL-a su prikazani na Slici 98. Presa se sastoji od donje ploče preko koje je ujedno oslonjena na podlogu i koja služi kao vrlo krut nosač kompletne prese, centralne ploče koja je pomična gore i dole i gornje ploče koja služi kao ukrućenje kompletne prese i obezbjeđuje zahtjevanu međusobnu paralelnost sve tri ploče. Gornja ploča u svom centralnom dijelu ima kružni otvor sa formiranim navojem sa unutrašnje strane, koji služi kao nosač (veza) za navojnu osovinu kojom se vrši guranje srednje ploče preko navoja u gornjoj ploči. Gornja i donja ploča prese su fiksne i povezane su u jedan ram pomoću honovanih kružnih vodilica (osovina). Vodilice odnosno honovane osovine imaju finu završnu obradu kako bi se obezbijedilo što bolje nalijeganje i klizanje klizača po njima, Slika 98 i 99. Centralna ploča je pomična i nalazi se između gornje i donje ploče prese. Povezana je sa konstrukcijom prese preko klizača koji omogućavaju vertikalno pomjeranje centralne ploče putem vertikalnih vodilica. Kako bi se obezbijedilo što bolje nalijeganje između klizača i vertikalnih vodilica, vodilice su kao što je već rečeno honovane, a klizači su sa unutrašnje strane obloženi grafitnom bronzom. Vertikalno kretanje centralne ploče je obezbijeđeno preko navojne osovine koja je pomoću navoja spojena sa gornjom pločom. Okretanjem navojne osovine, dolazi do kretanja po navoju gornje ploče i do spuštanja ili podizanja centralne ploče. Kako bi se što više smanjio otpor u zglobojnoj vezi centralne ploče i navojne osovine, veza je ostvarena pomoću torzionog zgloba sa ugrađenim aksijalnim ležajem kako bi se otpor trenje što više smanjio. Takođe obezbijeđen je pristup za postavljanje mjerne ćelije ispod torzionog zgloba.



Slika 100: Osnovni elementi Precizne prese sa lukovima.

Testni uzorci lukova se postavljaju u preciznu presu pomoću sistema hvataljki (čeljusti) koje su posebno izrađene kako bi bilo omogućeno isto početno stanje za sve lukove bez obzira koliko puta mijenjamo uzorke odnosno koliki broj uzoraka ispitujemo, Slika 99 i 99. Jedna od važnijih stvari prilikom osmišljavanja i izrade PPL-a jeste da se smisle sistemi koji će omogućiti identične granične uslove za sve testne uzorke bez obzira koliko ih ima, o čemu će biti više govora u Poglavlju 5.2 i 5.4.

Svaki testni uzorak luka se priprema u tri faze: prvo se iz limene ploče od nerđajućeg čelika isjecaju trake odgovarajućih dimenzije, vrši se gruba obrada traka, onda se vrši hrapavljenje ili poliranje kontaktnih površina traka (definisanje hrapavosti) i na kraju se trake savijaju u polukružne lukove poluprečnika 100 mm. Luk sa određenom hrapavošću kontaktne površine prilikom deformacije će dolaziti u kontakt sa oslonačkom pločom koja je istog materijala i iste hrapavosti kao i luk, Slika 100. Oslonačka ploča je povezana pomoću niza zavrtnjeva za donju noseću ploču precizne prese. Sa svakim mijenjanjem luka mijenja se i oslonačka ploča tako da u stvari jedan testni set čine *polukružni luk i oslonačka ploča* sa istom hrapavošću kontaktnih površina. Cijeli proces ispitivanja uticaja hrapavosti na deformaciju polukružnih lukova je zasnovan na tri grupe uzoraka lukova i oslonačkih ploča različite hrapavosti: glatki uzorci, 2R uzorci i hrapavi uzorci. O svemu će biti detaljno diskutovano u Poglavlju 5.3.2 i 5.3.3. Nivo hrapavosti testnih uzoraka je definisan na osnovu istraživanja provedenih od strane Rabinovića (Rabinowicz) [19], o čemu će više govora biti u Poglavlju 5.3.3 i 5.6.

Kratko ćemo se osvrnuti na hrapavost kako bi omogućili lakše razumijevanje procesa i problematike koja dolazi u narednim poglavljima, formiranje i mjerenje hrapavosti će biti detaljno diskutovano u Poglavlju 5.3.2 i 5.3.3. Hrapavost kontaktnih površina lukova i oslonačkih ploča čini glavni parametar mikro razmjere u posmatranju eksperimenta PPL. Svaki luk i oslonačka ploča nakon grube pripreme, Poglavlje 5.3.1, prelazi u fazu pripreme i formiranja željene hrapavosti ili glatkoće. Prethodno definisanim metodama hrapavljenja i uglačavanja vrši se priprema kontaktnih površina lukova i oslonačkih ploča uz konstantno mjerenje hrapavosti, Poglavlje 5.3.2. Mjerenje hrapavosti predstavlja delikatan proces kome treba posvetiti posebnu pažnju, o čemu je više govoreno u Poglavlju 5.3.3. Ovdje ćemo navesti da je mjerenje hrapavosti izvršeno primjenom profilometra sa dijamantskom iglom, pomoću koga dobijamo približni profil hrapavosti odabranog segmenta na mjerenoj površini. Glavni parametar koji kvalitativno definiše mjeru ili veličinu hrapavosti naziva se aritmetička srednja vrijednost hrapavosti takođe poznat kao aritmetička vrijednost u odnosu na srednju (neutralnu) liniju (centre line average - CLA), označava se sa  $R_a$ . Vrijednost  $R_a$  predstavlja jedinstvenu vrijednosti izraženu u mikronima ili nanometrima za cijeli segment na kome je mjerena hrapavost.

Pored navedenog, potrebno je obezbijediti iste uslove prilikom svakog ispitivanja, tako da svi elementi koji čine preciznu presu moraju biti povezani (uklopljeni) preko precizno profilisanih vodilica i sklopova koji će spriječiti svako pomjeranje i rotaciju prilikom postavljanja lukova u PPL i prilikom rukovanja samom presom za vrijeme eksperimenta, o čemu će biti više riječi u narednom poglavlju.

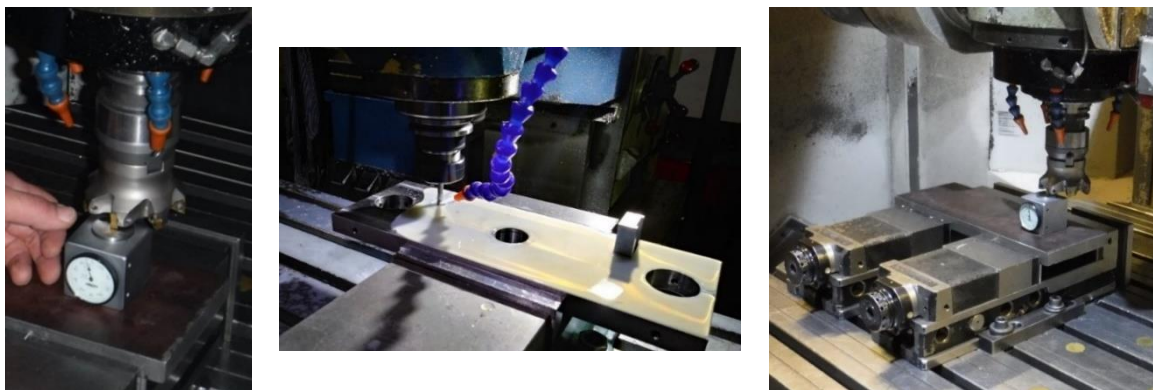
## 5.2. IZRADA I PRIPREMA PRECIZNE PRESE SA LUKOVIMA

Kao što je navedeno u uvodu, cilj eksperimenta sa lukovima jeste dovesti u korelaciju promjene hrapavosti u kontaktnoj interakciji dva tijela, koje su reda veličine na nivou mikrona i nanometra sa globalnom deformacijom eksperimentalnog uzorka, koji u našem slučaju predstavlja polukružni luk izrađen od tankog lima od nerđajućeg čelika. Osnovne geometrijske karakteristike polukružnog luka su sledeće: prečnik luka je 200 mm, širina je 20 mm i debljine lima 0.8 mm, Slika 99. Potrebno je uzeti u obzir da ako pričamo o uticaju i variranju malih veličina (ispod jednog mikrona) u kontaktnoj interakciji, onda izrada same eksperimentalne postavke PPL-a mora biti izrađena delikatno i precizno.



Tako da, prilikom izrade precizne prese vođeno je računa da se postigne maksimalna preciznost u izradi, gdje je kompletna PPL izrađena primjenom CNC mašinskog rezanja i obrade.

Svi elementi precizne prese su obrađivani na različitim vrstama CNC mašina, svaki element je izrađen u toleranciji od 0.02 do 0.05 mm. Ako za cilj imamo da završena (sklopljena) PPL bude u toleranciji od 0.2 mm, tada svaki njen element mora biti izrađen izuzetno precizno iz razloga nakupljanja greške prilikom obrade pojedinačnih dijelova i samog procesa sklapanja. Na Slici 101 vidimo postavljanje i pripremanje nekih od dijelova PPL-a za obradu na radnom stolu četveroosne CNC glodalice.



Slika 101: Postavljanje i pripremanje elementa precizne prese na stolu četveroosne CNC glodalice.

Osnovni elementi PPL-a su: donja ploča, centralna ploča, gornja ploča, honovane vodilice, klizači, navojna osovina, torzioni zglobovi sa mjernom ćelijom, čeljusti za prihvatanje testnih uzoraka i bočni nosači ugibomjera, Slika 99 i 100. Kao što je već navedeno, u svrhu obezbjeđivanja što preciznijeg kretanja centralne ploče po kružnim vodilicama, vodilice su honovane dok su klizači obloženi grafitnom bronzom, kako bi se obezbijedilo što manje trenje i bolje nalijeganje između klizača i vodilica, Slika 102b.

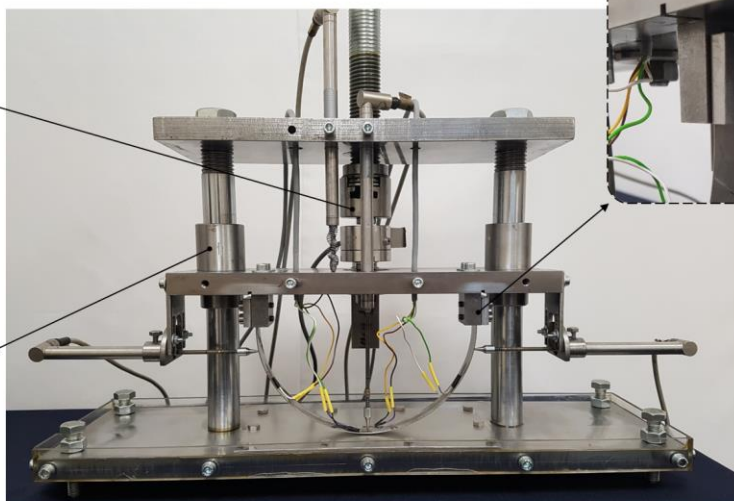
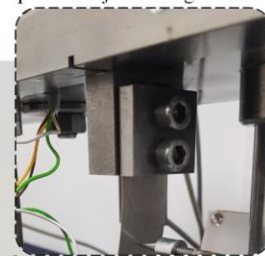
a) Torzioni zglobovi i mjerna ćelija



b) Klizač sa ležajem od grafitne bronzne



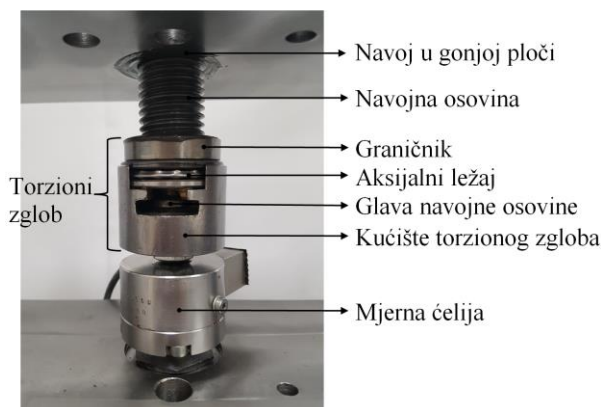
c) Hvataljke (čeljusti) za prihvatanje testnog uzorka



Slika 102: Precizna presa sa lukovima: a) torzioni zglobovi i mjerna ćelija, b) detalj veze honovane vodilice i klizača sa bronzanim ležajem, c) čeljusti za prihvatanje testnog uzorka luka

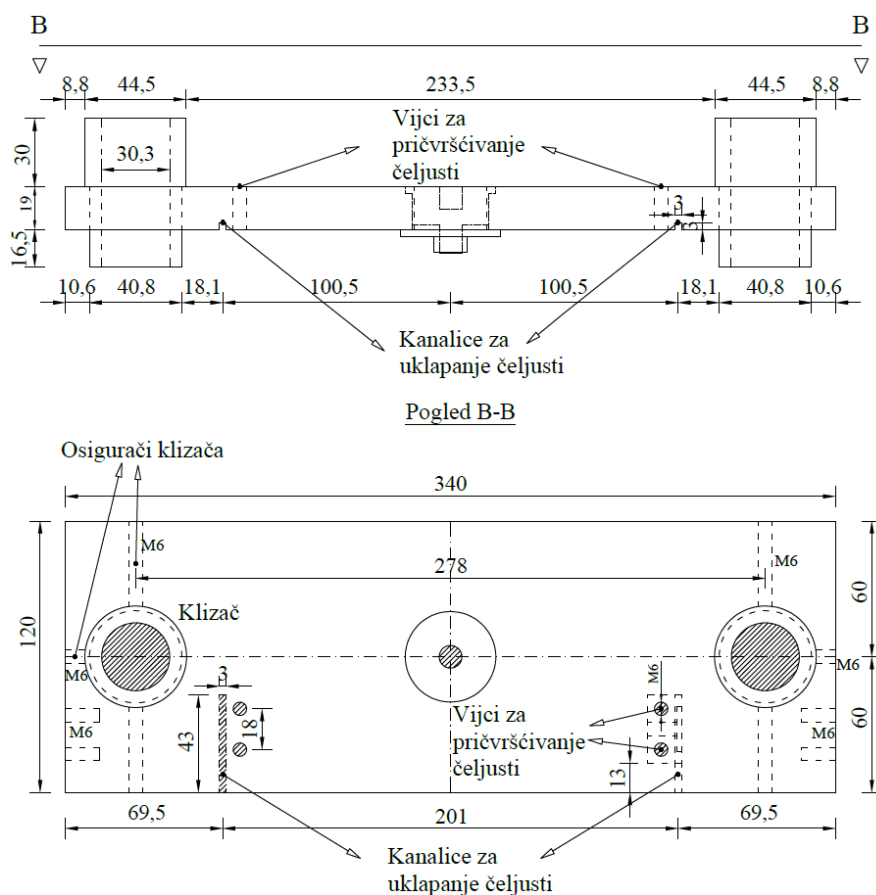


Prilikom izrade PPL-a, ustanovljeno je da zazor veličine od 0.1 mm između kružne vodilice i klizača omogućava rotiranje i ekscentrično pomjeranje kompletne centralne ploče. Ono što predstavlja veći problem, jeste što uslijed neujednačenog spuštanja centralne ploče uzrokovanog zazorom, dolazi do vibriranja i zapinjanja klizača po vodilicama. Baš iz ovih razloga, u vodilicu je ubačen horizontalni ležaj od grafitne bronzne (piksa), kojim je obezbijeđeno nalijeganje između honovane vodilice i klizača ispod 0.01 mm. Dalje na detalju Slika 102a je prikazan torzioni zglob i mjerna ćelija koji čine vezu navojne osovine i centralne pomične ploče, pogledati i Sliku 99.



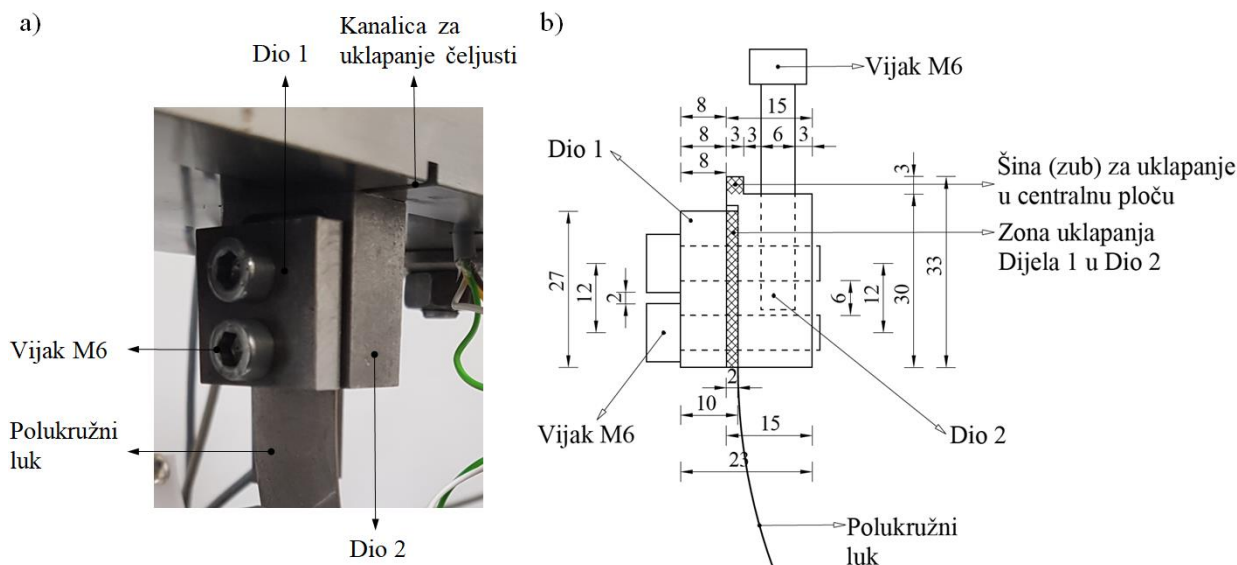
Slika 103: Veza gorenje i centralne ploče PPL-a preko torzionog zgloba i mjerne ćelije.

Navojna osovina je povezana pomoću navoja sa gornjom pločom. Prilikom okretanja navojne osovine dolazi do kretanja navojne osovine kroz navoj gornje ploče čime se vrši pomjeranje centralne ploče, Slika 102a i 100.

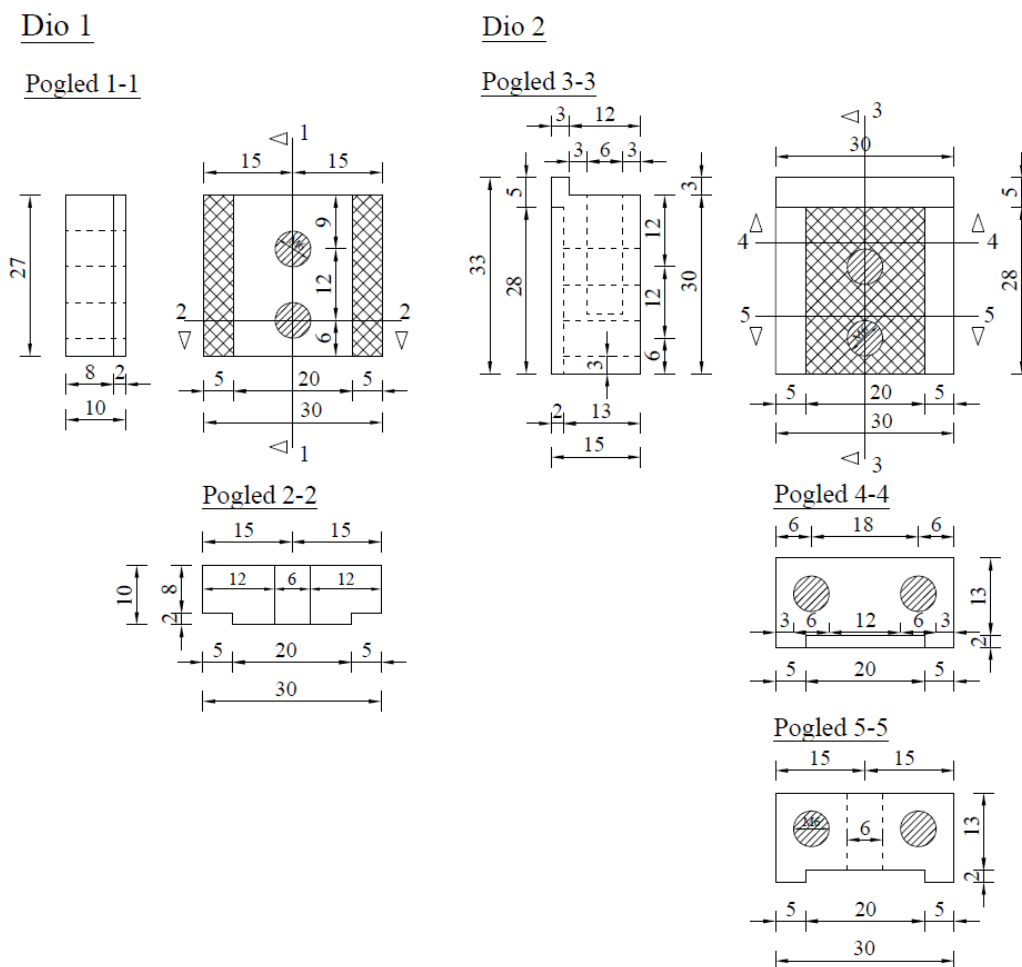


Slika 104: Detaljan prikaz centralne (pomične) ploče prese sa prikazanim detaljima veza i fiksiranja hvataljki, položaja centralne osovine i klizača sa bronzanim ležajevima.

S obzirom da je pomjeranje centralne ploče omogućeno okretanjem navojne osovine, bilo je neophodno navojnu osovinu povezati sa centralnom pločom pomoću torzionog zgloba. U torzioni zglob je ugrađen aksijalni ležaj koji smanjuje trenje prilikom okretanja i pritiska navojne osovine na centralnu ploču, Slika 103.



Slika 105: Fizički i šematski prikaz hvataljke za postavljanje luka u PPL, sa osnovni detaljima.



Slika 106: Šematski prikaz dijelova hvataljki za postavljanje testnog luka u PPL.

Kao što vidimo, PPL je formirana od tri 19 mm debele čelične ploče, koje sa honovanim vodilicama i tačno naliježućim klizačima predstavlja jedan prilično krut i precizan sistem, što jeste bio cilj, Slika 99 i 100. Sile koje će ući u PPL prilikom savijanja i sabijanja lukova su zanemarljive u poređenju sa nosivošću i robusnošću PPL-a. U odnosu na fleksibilnost lukove, PPL se može posmatrati kao apsolutno krut sistema. Kao što je već navedeno donja ploča služi kao oslonac i nosač cijele prese, dok gornja služi kao element veze koji obezbjeđuje zahtijevanu paralelnost i oslonac za navojnu šipku. Sa druge strane centralna ploča, kojoj je omogućeno pomjeranje po vodilicama okretanjem navojne osovine, ima najvažniju ulogu po pitanju preciznosti izrade i same funkcionalnosti PPL-a. Na Slici 104 je prikazan šematski prikaz sa detaljima centralne ploče, kao što su: klizači, sigurnosni M6 zavrtnjevi za pritezanje klizača, po dva M6 zavrtnja sa bočnih strana za prihvatanje bočnih nosača ugibomijera, M6 rupe za povezivanje hvataljki (čeljusti) za centralnu ploču i kanalica koje služe za tačno pozicioniranje čeljusti na donjoj strani centralne ploče.

Sledeći elementi PPL-a kojima je trebalo posvetiti pažnju, jesu hvataljke (čeljusti) za prihvatanje testnih uzoraka lukova, Slika 102c, 105 i 106. Da bi obezbijedili iste uslove oslanjanja pri svakom ispitivanju odnosno postavljanju novog testnog uzorka polukružnog luka, potrebno je bilo spriječiti rotacije i pomjeranja elemenata hvataljki prilikom postavljanja na centralnu ploču i stezanjem nosećih zavrtnjeva. Bez obzira koliko su rupe za zavrtnjeve precizno izbušene, sa malom tolerancijom, uvijek je moguća mala rotacija sistema hvataljki u odnosu na površinu centralne ploče uslijed zazora oko tijela zavrtnja. Pored navedenog samo postavljanje krajeva luka u hvataljke i povezivanje zavrtnjevima nije prihvatljivo jer i u ovom slučaju imamo moguću realnu (vidljivu) rotaciju krajeva luka u hvataljkama. Što znači, da u slučaju primjene samo zavrtnjeva kao elemenata za stezanje lukova u čeljusti i čeljusti za centralnu ploču, nije moguće garantovati iste granične uslove prilikom uzastopnog ispitivanja i postavljanja polukružnih lukova. Iz navedenih razloga, elementi čeljusti su izrađene sa tolerancijom od 0.01 mm, tako da luk po širini tačno naliježe (uklapa se) u element čeljusti - Dio 2, gdje nakon stezanja čeljusti pomoću elementa – Dio 1, svako pomjeranje luka u odnosu na čeljusti nije moguće, Slika 104, 105 i 106. Čeljusti se postavljaju na centralnu pomičnu ploču prese pomoću imbus zavrtnjeva i kanalica u koje se čeljusti uklapaju, kako bi bilo spriječeno pomjeranje čeljusti prilikom pritezanja vijaka u odnosu na centralnu ploču. Na detaljima prikazanim na Slici 104, 105 i 106, vidimo da je paket koji čini jednu hvataljku, užljebljen u centralnu ploču pomoću šine (zuba) na hvataljci koji se uklapa u kanalicu sa dolje strane centralne ploče.

Kao što je navedeno, svrha izrade precizne prese jeste ispitivanje zavisnosti deformacije i napona u polukružnom luku prečnika 200 mm u odnosu na hrapavost kontaktnih površina. Obzirom da je tačnost nekih elemenata prese postignuta u toleranciji od 0.05 mm, dok je dijagonalno rastojanje između gornje i dolje ploče PPL-a u toleranciji od 0.2 mm, možemo reći da prikazani mehanizam u stvari predstavlja mjerni alat ili instrument.



Slika 107: Razmak (prečnik) hvataljki polukružnog luka u toleranciji od pet stotih dijelova milimetra

Na Slici 107 je prikazano rastojanje između dijelova čeljusti u koje se uklapaju krajevi luka (Dio 2) za postavljanje u PPL. Kao što vidimo na Slici 107, postignuta je tačnost od 0.05 mm, prečnik luka je 200 mm a razdaljina između čeljusti je 200,05 mm.

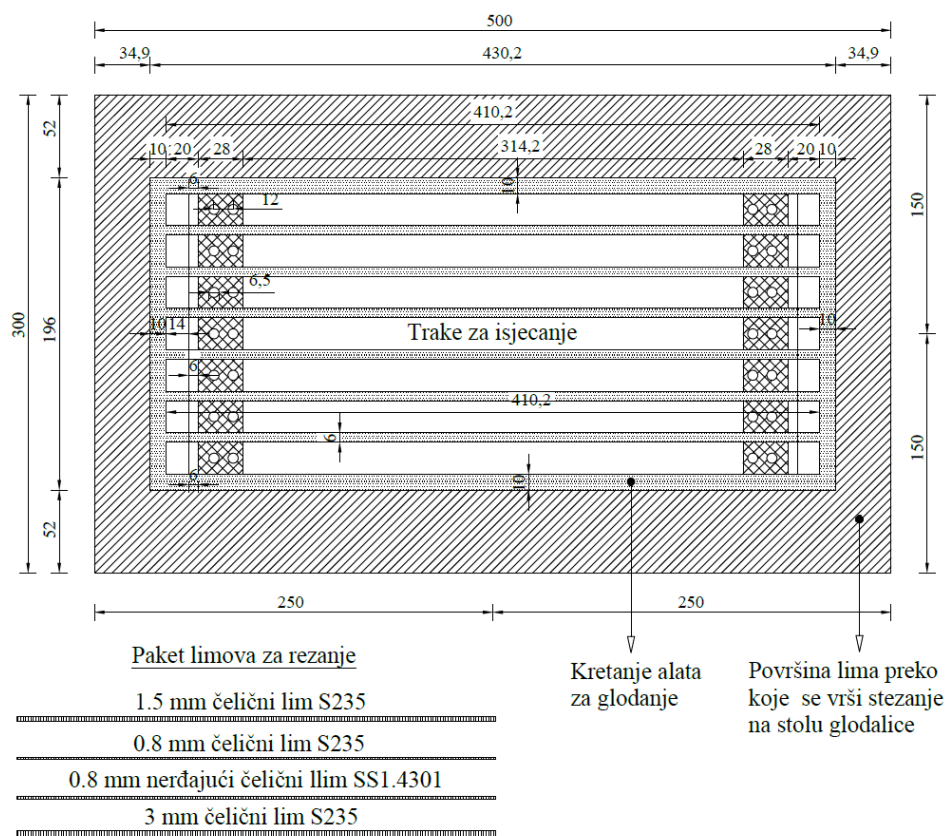
Opisanim načinom izrade PPL-a postignuta je zadovoljavajuća preciznost kompletnog mehanizma za ispitivanje lukova. Preciznom izradom svakog od elemenata i različitim metodama uklapanja elementa međusobno, spriječen je svaki vid pomjeranja i rotacije jednog elementa u odnosu na drugi. Na ovaj način su obezbijeđeni isti granični uslovi za svaki eksperimentalni uzorak koji se postavlja i ispituje u PPL-u. U odnosu na fleksibilnost testnih lukova, PPL predstavlja krutu i stabilnu konstrukciju koja neće imati uticaj na rezultate mjerenja napona i deformacija lukova u zavisnosti od hrapavosti kontaktnih površina, što je bio glavni cilj u procesu izrade PPL-a.

### 5.3. PRIPREMA EKSPERIMENTALNIH UZORAKA I MJERENJE HRAPAVOSTI

Priprema eksperimentalnih uzoraka se sastoji iz četiri faze: procesa isjecanja traka za lukove i oslonačkih ploča na CNC glodalici, formiranje željene hrapavosti traka i oslonačkih ploča, mjerenje i analiza hrapavosti testnih uzoraka i na kraju savijanje traka u lukove.

#### 5.3.1. Priprema i isjecanje traka za formiranje polukružnih lukova

Nakon što je izvršena detaljna izrada PPL-a, uslijedila je gruba faza isjecanja i obrade traka za lukove i oslonačkih ploča. Tolerancija izrade lukova odnosno traka koje će kasnije biti pomoću sistema valjaka savijane u lukove iznosi 0.05 mm do 0,1 mm na dužini od 410.16 mm što je dužina jedne trake prije savijanja i odsijecanja krajeva na tačnu mjeru dužine trake (luka) od 314.2 mm i širine 20 mm.

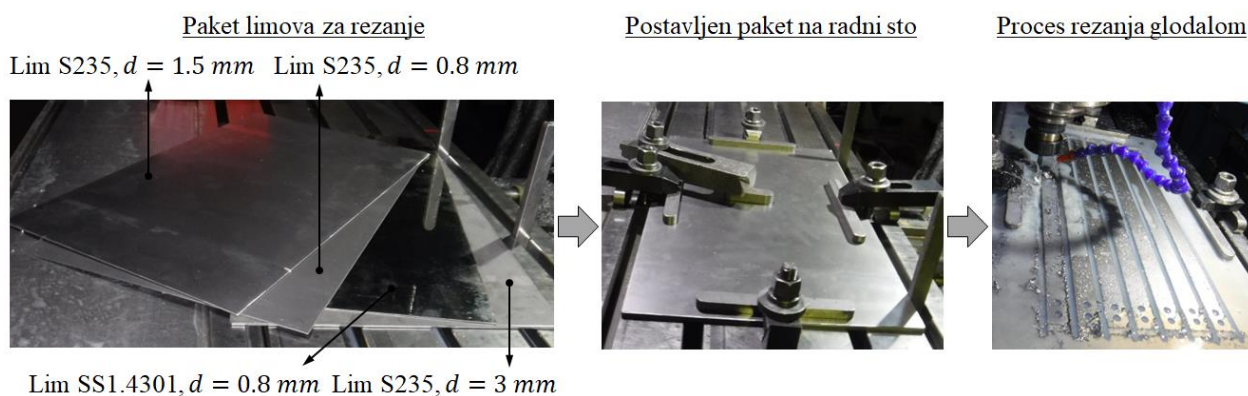


Slika 108: Paket za rezanje koji čine podložni (donji) čelični lim S235 debljine 3 mm, lim SS1.4301 debljine 0,8 mm, lim S235 debljine 0.8 mm i gornji čelični lim S235 debljine 1,5 mm.



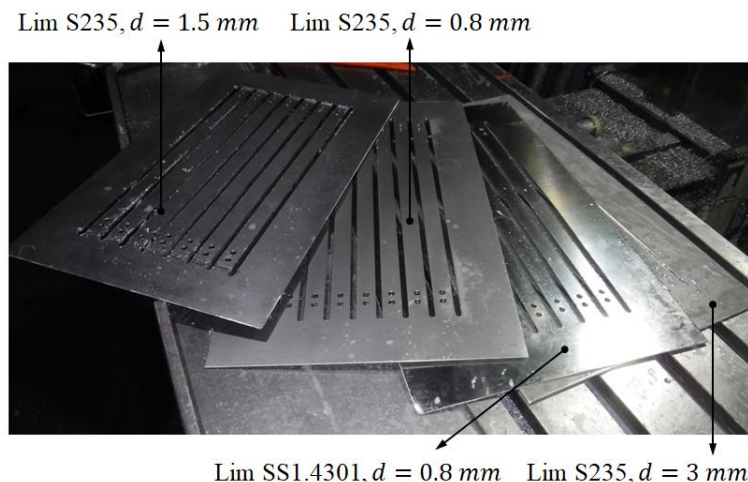
Kako rezanje traka za izradu polukružnih lukova zahtjeva veliku preciznost a u isto vrijeme ne smije doći do promijenjene fizičko-mehaničkih karakteristika materijala prije i nakon rezanja, rezanje laserom (iako vrlo precizno) nije bilo moguće. Ako uzmemo u obzir da je debljina nerđajućeg čelika SS1.4301 od koga će biti izrađeni lukovi 0.8 mm i širina od 20 mm, prilikom laserskog rezanja došlo bi do narušavanja fizičko mehaničkih karakteristika materijala 3 do 4 mm po širini oko zone rezanja, uslijed pregrijavanja u procesu laserskog rezanja.

Iz navedenih razloga, rezanje traka je izvršeno pomoću CNC glodalice. Osnovni materijal za izradu traka za lukove i oslonačke ploče je stigao u obliku limenih ploča od nerđajućeg čelika SS1.4301 dimenzija 2000 x 1000 x 0.8 mm i 2000 x 1000 x 2 mm iz kojih su isjecane trake i oslonačke ploče, redom. Kako bi se izbjeglo oštećavanje i izvijanje (izbočavanje) osnovnog materijala, svaka ploča od čelika SS1.4301 dimenzija 500 x 300 mm iz koje je planirano da se isjeku trake za lukove, postavljena je između dvije ploče od mekog čelika S235 i tako činila paket limova za rezanje. U paket između gornje ploče koja je debljine 1.5 mm i donje ploče debljine 3 mm su postavljane ploče od čelika SS1.4301 koje treba izrezati. Takođe u paket ploča za rezanje je dodavana još jedna ploča debljine 0.8 mm od čelika S235, kako bi se smanjio nivo vibracija prilikom rezanja glodalom, Slika 108.



Slika 109: Paket limova za rezanje, pritezanje limova na radni sto, isjecanje limova glodalom.

Svaki paket limova je pažljivo stezan na radni sto CNC glodalice kako bi se izbjeglo pomjeranje i izvijanje limova za rezanje, Slika 109. Nakon završenog rezanja ploče (limovi) se razdvoje, gdje se gornje dvije i donja ploča bacaju, odakle se dobija precizno i bez oštećenja izrezana ploča od nerđajućeg čelika, Slika 110. Nakon isjecanja traka na CNC glodalici, pristupa se završnom rezanju i vađenju traka iz limene ploče, sa završnom obradom rubova.



Slika 110: Paket limova nakon završenog rezanja na glodalici.

Proces rezanja jednog paketa limova na CNC glodalici traje 5 sati, odakle se dobija 7 traka (lukova). Nakon završenog procesa rezanja potrebno još dva do tri sata obrade i poliranja za svaku traku. Na sličan način su rezane i oslonačke ploče.

Na opisan način su isječene 34 trake za lukove i 8 oslonačkih ploča, za koje će dalje biti formirana odgovarajuća hrapavost u procesu završne obrade i priprema.

### 5.3.2. Proces formiranja željene hrapavosti kontaktnih površina

Nakon što je završeno rezanje i gruba obrada traka za lukove i oslonačkih ploča, započet je proces poliranja i hrapavljenja. Prije početka procesa formiranja željene hrapavosti površina, bilo je potrebno odrediti na koji način polirati i hrapaviti testne uzorke. Izvršen je niz probnih mjerenja prije nego što je ustanovljeno kojom metodom i na koji način da se pristupi obradi površina. Kao što je već navedeno u Poglavlju 5.3.1, osnovni materijal je došao u obliku ploča od nerđajućeg čelika iz kojih su isjecane trake i oslonačke ploče, redom. Ploče osnovnog radnog materijala su naručene sa već definisanom fabričkom hrapavošću na nivou 2R-hrapavosti što predstavlja već prilično ispoliranu površinu limenih ploča od nerđajućeg čelika. Tako da kao početna tačka je usvojena uglačanost 2R sa hrapavošću  $R_a$  od 30 do 40 nm.

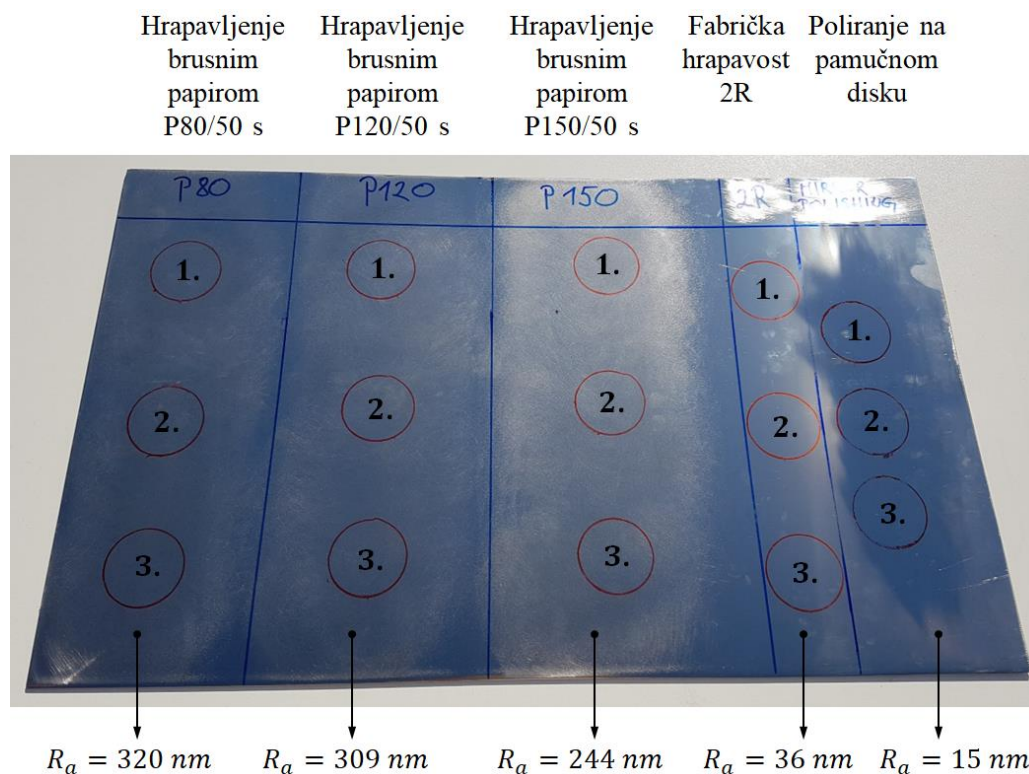
U zavisnosti od nivo hrapavosti kontaktnih površina, formirane su tri grupe testnih uzoraka:

- *Glatki eksperimentalni uzorci:* predstavljaju uzorke polukružnih lukova i oslonačkih ploča uglačanih do visokog sjaja, sa ciljanom hrapavošću  $R_a < 20$  nm.
- *Uzorci hrapavosti 2R:* predstavljaju uzorke fabričke hrapavosti  $R_a \approx 35$  nm, koji nisu dodatno polirani ili hrapavljeni.
- *Hrapavi eksperimentalni uzorci:* predstavljaju uzorke polukružnih lukova i oslonačkih ploča koji su tačno definisanom metodom hrapavljeni sa ciljanom hrapavošću  $R_a \approx 650$  nm.

Kao što je navedeno u tekstu gore, izvršen je niz testova kako bi se ustanovila metoda poliranja i hrapavljenja, posebno je zahtijevno bilo odrediti na koji način ohrapaviti površine nerđajućeg čelika. U procesu hrapavljenja, cilj je postići ujednačeno hrapavu površinu bez sličnih i ponovljivih uzoraka hrapavosti, koji imaju isti pravac. Iz navedenih razloga, hrapavost nije bilo moguće formirati na bilo kojoj vrsti mašine (alata) koja vrši obradu površine po ustaljenom pravcu. Za formiranje hrapavosti je primijenjena ekscentrična rotaciona brusilica, kojim je formirana uniformno (stohastički) raspoređena hrapavost u svim pravcima, bez pojave ponovljivih uzoraka na teksture površine. Za svrhu probnog ispitivanja i definisanja načina na koji će kontaktne površine biti obrađivane isječena su dvije ploče od nerđajućeg čelika dimenzija 700 x 450 x 2 mm. Pripremljene ploče su podijeljene u polja od kojih je svako tretirano na drugačiji način. Prva ploča je podijeljena na 5 polja, gdje je svako polje hrapavljeno ili polirano na drugačiji način, a potom je mjerena hrapavost u tri tačke za svako polje, Slika 111.

Gledajući sa lijeva na desno, prvo polje je brušeno sa brusnim papirom granulacije P80, sledeća dva polja su brušena papirom finije granulacije P120 i P150 što se može vidjeti iz izmjerene hrapavosti. Takođe jedno polje je ostavljeno onakvo kakvo je fabrički pripremljeno u kvalitetu površine 2R i tu je izmjerena hrapavost od 38 nm, Slika 111. Zadnje polje je polirano sa pastom za poliranje na pamučnom disku. Prikazane vrijednosti hrapavosti predstavljaju srednju vrijednost

izmjerene hrapavosti u tri mjerne tačke, za svako polje. Ciljana vrijednost hrapavosti hrapavih površine je oko 600 nm a poliranih površina da bude ispod 20 nm.



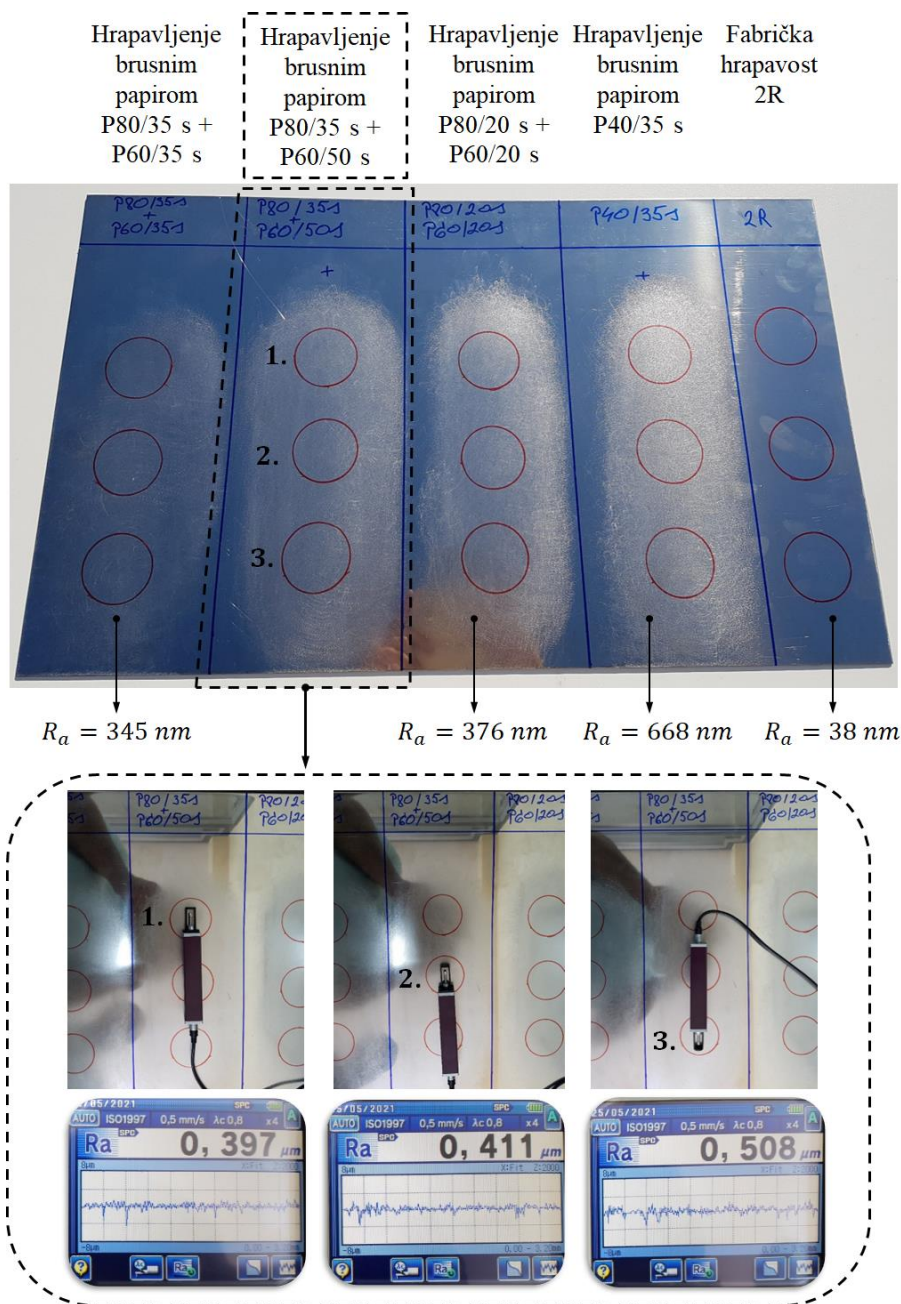
Slika 111: Ploča od čelika SS1.4301 sa različitim hrapavostima površina za svako od 5 polja na koje je podijeljena.

Prva priprema površina i mjerenje hrapavosti nije dala zadovoljavajuće rezultate za hrapave površine. Sa druge strane, izmjerene vrijednosti od 15 nm za polirane površine ušle u zadovoljavajući opseg rezultata, što znači da je metoda poliranja dobra i može se usvojiti za poliranje traka za lukove. U formiranju hrapavih površina, najveća hrapavost je dobijena brušenjem papirom granulacije P80, Slike 111, ali i ta hrapavost nije odgovarajuća, tako da je bilo potrebno još povećati granulaciju i provjeriti koje kombinacije brusnih papira bi mogle dati najbolji rezultat. Da bi dobili što uniformniju hrapavost bez naglih promjena u hrapavosti i formiranja karakterističnih pravaca, vršena je kombinacija brusnog papira P80 i P60. Prvo bi se izvršilo brušenje brusnim papirom P80 pa potom papirom granulacije P60. Kao što vidimo na Slici 112, nakon više probnih mjerenja usvojena je metoda gdje prvo površinu nerđajućeg čelika brusimo brusnim papirom granulacije P80 u dužini od 35 s i nakon toga se brusi papirom granulacije P60 u trajanju od 50 s. Da bi bili sigurni da će usvojena metoda davati željenu hrapavost, ispitano je više probnih uzoraka traka i ploča pripremljenih na već ranije usvojen način. Prilikom probnih priprema, ustanovljeno je da se najbolji rezultati dobijaju u slučaju kada se primjenjuje brusni papir granulacije P80 u trajanju od 35 s, a nakon toga papir granulacije P60 u trajanju od 35 s i nakon toga opet sa P60 u trajanju od 35 s. Svaki put se koristi novi uložak brusnog papira. Ukupno su upotrijebljena 62 uložka brusnog papira za hrapavljenje lukova i ploča od nehrđajućeg čelika. Na opisani način usvojena je metoda hrapavljenja gdje se vrijednost hrapavosti kreće oko 650 nm.

Za polirane trake, svaka traka je polirana primjenom pamučnog rotacionog diska i suve paste za poliranje nerđajućeg čelika pod nazivom Menzerna – P126. Pasta za poliranje je u tvrdom stanju u obliku krede koja se topi na blago zagrijanom materijalu, otopljena pasta se maže po kompletnoj površini, nakon čega se površina čelika polira na rotacionom pamučnom disku. Svaka traka se polira



dva puta po 20 s bez paste (grijanje materijala), nakon toga ide premazivanje pastom i poliranje dva puta. Nakon poliranja sa pastom ide se još jednom sa poliranjem bez paste. Kada je završeno poliranje svaka traka se čisti alkoholom i pamučnom krpom, vrši se vizuelna kontrola za slučaj da je došlo do grebanja ili neželjenih deformacije trake, nakon čega je proces poliranja završen.



Slika 112: Ploča od nerđajućeg čelika sa različitim hrapavostima površina i vremenom tretiranja svakog polja.

### 5.3.3. Mjerenje hrapavosti testnih uzoraka, osnovni postupci i metode

Površine čvrstih tijela imaju složenu strukturu i kompleksna svojstva koja zavise od same prirode i materijala od koga su formirane, metode pripreme i obrade te interakcijskih svojstava posmatrane površine i okoline, o čemu je diskutovano u Poglavlju 2.1. Svojstva površina čvrstih tijela su od suštinskog značaja za interakciju kontaktnih površina, iz razloga što direktno utiču na stvarnu površinu kontakta, trenje, habanje i podmazivanje, Poglavlje 2 i 3.

### 5.3.3.1. Hrapavost i metode mjerenja hrapavosti

Bez obzira na način formiranja, površine čvrstih tijela sadrže nepravilnosti ili odstupanja od idealno ravne površine. U prirodi postoje izuzeci idealno ravnih površina na atomskom nivou, što je diskutovano u Poglavlju 2.1. Površine mogu sadržati nepravilnosti različitih redova veličina, od vidne deformacije oblika i teksture površine do nepravilnosti na atomskom nivou. Ni jedna metoda obrade materijala, koliko god precizna bila, ne može proizvesti molekularno ravnu površinu. Čak i najglade površine, kao one dobijene lomljenjem određenih vrsta kristala, sadrže nepravilnosti čije visine premašuju među-atomsku razdaljinu [63].

U slučaju mašinski (vještački) formiranih i obrađenih materijala, sve čvrste površine su hrapave ako se pažljivo prouče u zavisnosti od razmjere posmatranja i mjerenja. Hrapavost se obično karakteriše kao niz mikro vrhova različitih amplituda i razmaka, [63], [214]. U zavisnosti od mehaničke obrade materijala odnosno površine, mikro vrhovi mogu biti usmjereni u jednom pravcu, gdje prate ustaljen oblik hrapavosti što je karakteristično za procese obrade kao što su tokarenje i glodanje. Sa druge strane, mikro vrhovi mogu biti nepravilno raspoređeni, čime je formirana stohastička raspodjela mikro vrhova i hrapavosti, to je u slučaju brušenja rotacionim ekscentričnim brusilicama, elektro poliranje i kod pjeskarenja. Struktura površine može uključivati hrapavost, talasastost (valovitost), pravac prostiranja hrapavosti i oštećenje (diskontinuitet), Slika 113.

- *Hrapavost*: hrapavost je rezultat fluktuacija kratkih talasnih dužina, karakterističnih mikro vrhovima (lokalnim maksimumima) i dolinama (lokalnim minimumima) različite amplitude i razmaka.
- *Talasastost (valovitost)*: valovitost predstavlja površinske nepravilnosti većih talasnih dužina. Može biti rezultat faktora kao što su: ekscentričnost mašine za obradu ili radnog komada, prisustvo vibracija, termička obrada ili deformacije uslijed naprezanja.
- *Pravac prostiranja*: predstavlja usmjerenost i ponovljivost obrazaca hrapavosti.
- *Oštećenja*: oštećenja (diskontinuiteti) su neočekivani i nefabrikovani prekidi u strukturi površine izazvani dislokacijama i drugim defektima materijala. Kao što je na primjer mjestimična poroznost materijala.

Prema standardima ISO 4287, 4288, 25178, postoji mnogo različitih parametara za procjenu hrapavosti. Neki parametri, tačnije parametri amplitude, povezani su sa visinom mikro vrha ( $R_a$ ,  $R_q$ ,  $R_p$ ,  $R_t$ ,  $R_z$ ), drugi ( $R_{sk}$ ,  $R_{ku}$ ,  $R_{mr}$ ) karakterišu morfologiju teksture (ili distribuciju visine). Važno je napomenuti da ovi parametri svode sve informacije o topografiji površine na jedan broj, pa je potrebna posebna pažnja pri njihovoj primjeni i tumačenju, [215]–[217]

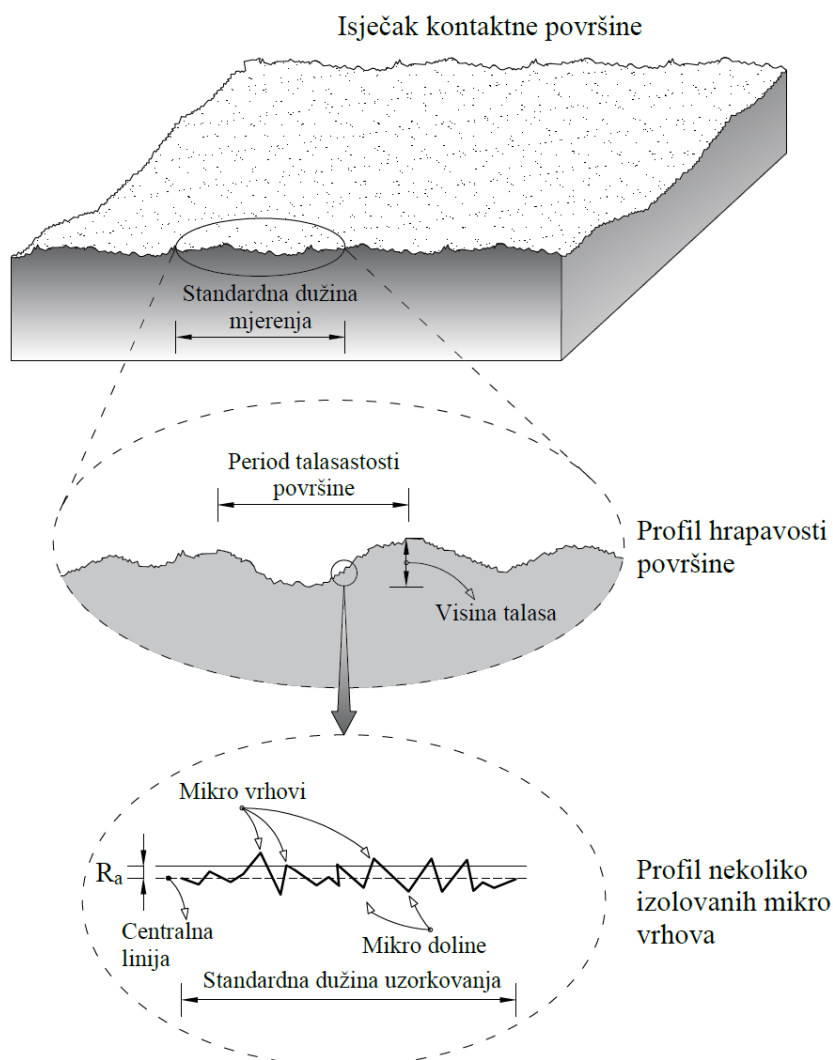
Srednja vrijednost hrapavosti površine  $R_a$ , aritmetička srednja vrijednost (Arithmetic Average - AA) ili srednja vrijednost centralne linije (centre line average - CLA) je najčešće korišćen parametar mjerenja hrapavosti u jednom pravcu, Slika 113. Može se odrediti iz profila površine kao površina između profila hrapavosti i njegove srednje linije, ili integraljenjem apsolutne vrijednosti visine profila hrapavosti duž evaluacione dužine. Približnu veličinu srednje vrijednosti takođe mogu automatski izračunati elektronski instrumenti koristeći odgovarajuće elektronske sklopove mjernog uređaja. Ako je  $y$  izmjerena vrijednost mikro vrha profilometrom, tada se vrijednost  $R_a$  može izračunati pomoću jednačine (5.1).

$$R_a = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i| \quad 5.1$$

Takođe često primjenjivana i važna veličina mjere hrapavosti jeste kvadratni korijen srednje vrijednosti  $R_q$ , koji predstavlja modifikovan parametar koji se može izračunati pomoću jednačine 5.2, i njegova numerička vrijednost je otprilike 11% veća od  $R_a$ , [218].

$$R_q = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2} \quad 5.2$$

Važno je navesti da se izmjerene vrijednosti hrapavosti dobijene izrazom (5.1) i (5.2) mogu međusobno porediti u aproksimativnom smislu sagledavanja rezultata.



Slika 113: Šematski prikaz strukture hrapave površine.

U procesu obrade i pripreme materijala (pogotovo kod metala) ciljana završna obrada površine obično se definiše, zbog čega je potrebno izvršiti precizan proces obrade i mjerenja kako bi

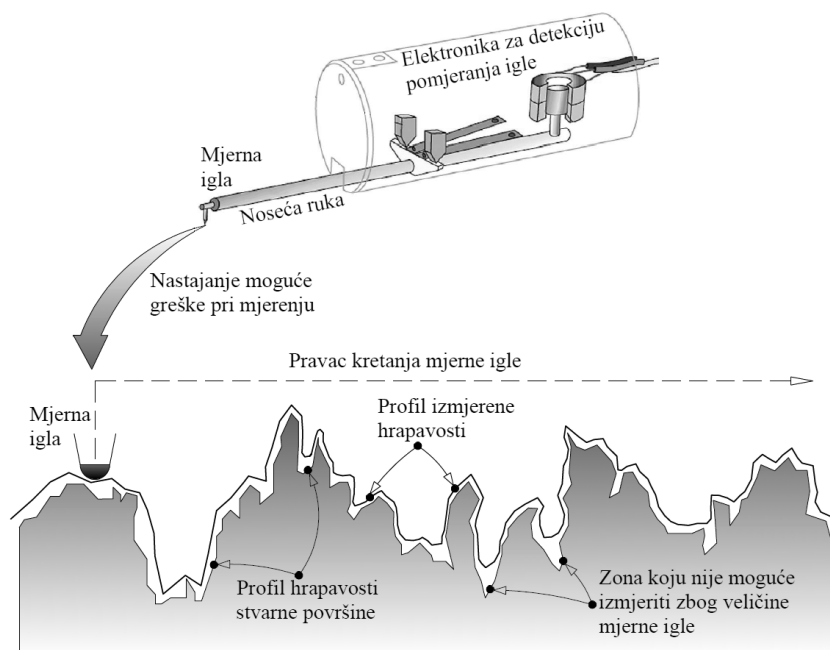
se ispoštovao traženi kvalitet. Stoga, mjerenje hrapavosti površina veoma je važno prilikom ocjene kvaliteta obrađivanog radnog komada. Trenutno postoje različite metode i instrumenti za procjenu karakteristika hrapavosti površine na mikro, nano i atomskom nivou, [28].

Metode mjerenja mogu se podijeliti na tri vrste:

1. *Kontaktno (ili direktno) mjerenje*: kontaktno mjerenje podrazumijeva da određena komponenta mjernog instrumenta dolazi u kontakt sa površinom koja se mjeri. Za kontaktnu vrstu mjerenja najviše su u primjeni profilometri za mjerenje hrapavosti sa mjernom iglom (Stylus Profile Meters). Takođe za veću preciznost primjenjuju se i mikroskopi sa sondom za skeniranje (Scanning Probe Microscopes - SPM).
2. *Mjerenje bez kontakta (indirektno mjerenje)*: mjerenje hrapavosti površine korišćenjem mjerne igle ima određene nedostatke, koji će biti razmatrani u narednom tekstu. Jedan od nedostataka jeste mogućnost oštećenja osjetljivih površina iglom za mjerenje. Primjena metode mjerenja bez kontakta uz upotrebu optičkih metoda može biti zahtijevna u smislu procedure mjerenja i verifikovanja dobijenih rezultata. Osnovna ideja ovih tehnika jeste da se usmjeri svjetlosni snop (elektromagnetno zračenje) prema površini koja se mjeri, a zatim posmatra i analizira refleksija svjetlosnog talasa. Takođe, u primjeni se često koriste skenirajući profilometri, koji imaju veliku pouzdanost mjerenja.
3. *Metode poređenja*: ovim metodama hrapavost se grubo ocjenjuje posmatranjem površine i poređenjem sa standardnim uzorcima (etalonima), za koje je već prethodno tačno definisana hrapavost površine. Zapravo, ove metode nisu pouzdane i mogu zavistiti od načina obrade posmatranog materijala. Ako materijal odnosno površina nije obrađen istom tehnikom kao etalonski uzorak, dobiće se vizuelni osjećaj različite hrapavosti koji nije tačan.

U posmatranom eksperimentu PPL je primijenjena kontaktna tehnika mjerenja profilometrom sa dijamantskom iglom, što spada u najšire primjenjivanu metodu proučavanja karakteristika teksture površine. Fina, veoma lagano opterećena igla povlači se glatko konstantnom brzinom preko površine koja se mjeri. Položaj visine odnosno pomjeranje igle generiše analogni signal koji se konvertuje u digitalni signal koji se snima, analizira i prikazuje. Sami izlazni rezultati predstavljaju uvećan prikaz originalnog profila, što zavisi od postavke instrumenta, [219].

Grafički prikaz izmjerenog profila hrapavosti, razlikuje se od stvarnog profila površine zbog razlika u uvećanjima korišćenim u vertikalnom i horizontalnom pravcu. Da bi se vizuelno mogao analizirati izmjereni profil hrapavosti, neophodno je značajno uvećati hrapavost u vertikalnom pravcu i u određenoj mjeri u horizontalnom pravcu. Razlog za veću razmjernu u vertikalnom nego u horizontalnom pravcu proizilazi iz velike razlike malih veličina mikro-vrhova u odnosu na dužinu mjerenja hrapavosti, više u Poglavlju 5.3.3.2. Radijus dijamantske igle (stylus) varira od 20 nm do 25  $\mu\text{m}$ . Tipičan profilometar može mjeriti male vertikalne karakteristike visine u rasponu od 10 nm do 1 mm. Prilikom mjerenja, profilometru se definiše očekivana hrapavost i dužina uzorkovanja rezultata, na osnovu čega instrument definiše ukupnu dužinu na kojoj će biti izvršeno mjerenje i razmjernu prikazivanja profila hrapavosti, Slika 113. U slučaju mekih i jako osjetljivih materijala nije preporučljivo primjenjivati profilometar sa iglom. U procesu mjerenja dijamantska igla uslijed velike tvrdoće može dovesti do oštećenja odnosno do vještačke promjene hrapavosti u samom procesu mjerenja. U takvim slučajevima, koristi se nekontaktni optički profilometar.



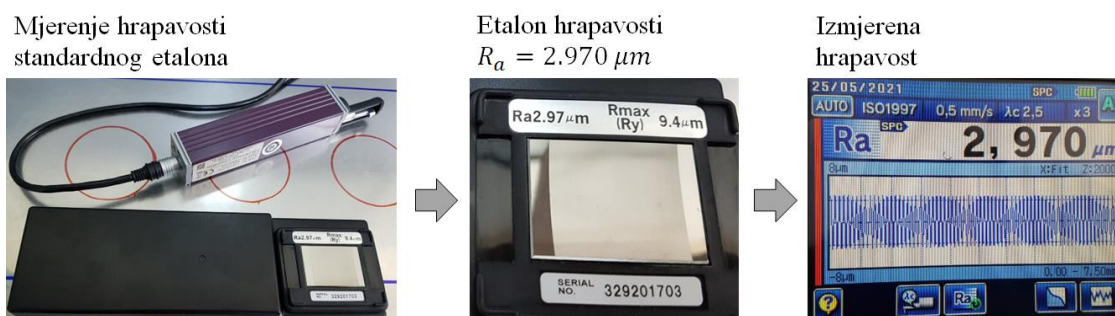
Slika 114: Prikaz procesa mjerenja profila hrapavosti profilometrom sa mjernom iglom.

Svakako, primjena mjerenja iglom je veoma pouzdana i najviše primjenjivana u procesu mjerenja čeličnih (metalnih) površina, [220]. Takođe zbog konačne dimenzije prečnika igle za mjerenje hrapavosti, kod jako malih veličina mikro vrhova može doći do nepotpunog snimanja hrapavosti iz razloga što igla ne može da se spusti u svaku dolinu i izmjeri je, Slika 114. Važno je napomenuti da u procesu mjerenja hrapavosti i proučavanja uticaja hrapavosti na okolinu ili posmatrani sistem, bitno je dobiti visine mikro vrhova, propusti u mjerenju dolina su sekundarne prirode.

Većina svjetskih standarda za završnu obradu površina, pisana je na osnovu primjene kontaktnih profilometara, [63]. Direktno mjerenje hrapavosti površine često predstavlja prednost u slučaju zaprljanih površina, gdje nekontaktne metode mogu izmjeriti površinske nečistoće umjesto same površine. Budući da je mjerna igla u kontaktu sa površinom, ova metoda nije osjetljiva na refleksiju površine ili boju.

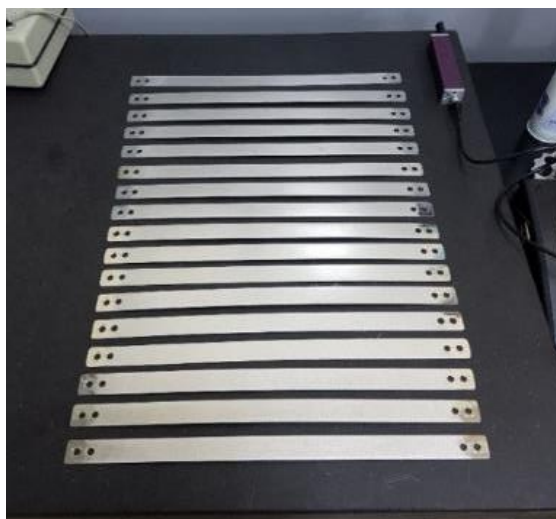
### 5.3.3.2. Mjerenje hrapavosti testnih uzoraka

Mjerenje hrapavosti je vršeno profilometrom sa dijamantskom iglom prečnika  $2\ \mu\text{m}$  Mitutoyo – SurfTest SJ310. Prije početka mjerenja provjerena je tačnost instrumenta pomoću standardnog etalona unaprijed definisane hrapavosti  $R_a = 2.970\ \mu\text{m}$ , preciznost instrumenta je  $0.001\ \mu\text{m}$  odnosno  $1\ \text{nm}$ , Slika 115.



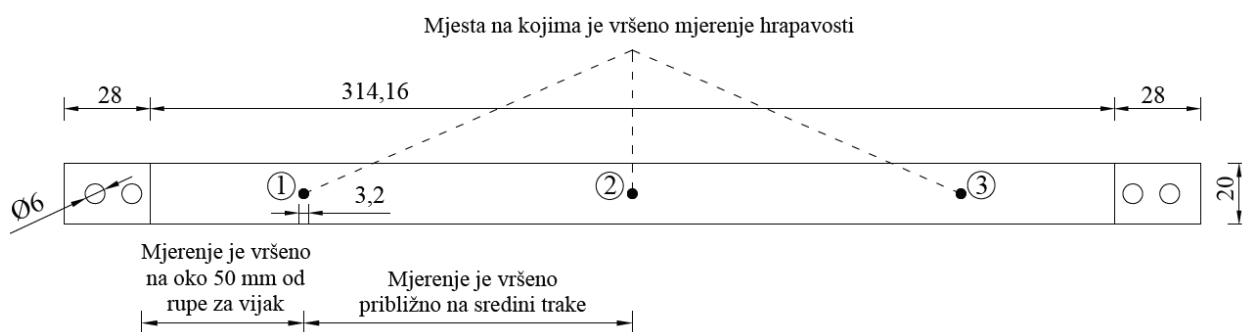
Slika 115: Mitutoyo – SurfTest SJ310 i prikaz kalibracije instrumenta preko etalona standardne hrapavosti od  $2.970\ \mu\text{m}$

Kako bi obezbijedili što preciznije mjerenje sa što manje uticaja vibracija, kompletan proces mjerenja hrapavosti je izvršena na preciznom stolu, Slika 116.



Slika 116: Mjerenje hrapavosti na preciznom stolu

Svaka traka od nerđajućeg čelika je mjerena u tri tačke i svaka oslonačka ploča od nerđajućeg čelika je mjerena u četiri tačke, kao što je prikazano na šematskom prikazu, tačke označene brojevima od 1 do 4, Slike 117 i 118.



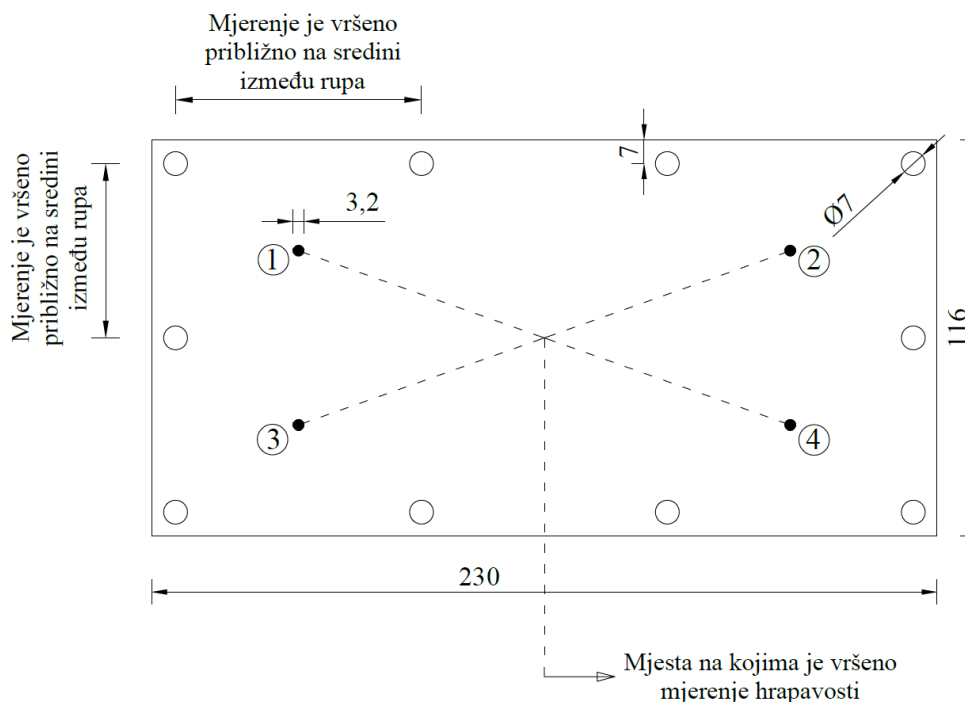
Slika 117: Šematski prikaz mjerenja hrapavosti za trake od nerđajućeg čelika

Položaj mjernih tačaka na trakama je izabrana na sredini i na približno 50 mm od rupa za zavrtnjeve na trakama, sa jedne i sa druge strane. Mjerna mjesta na oslonačkim pločama su izabrana u zoni gdje je planiran kontakt između luka i oslonačke ploče, pogledati Sliku 100. Kao što je već navedeno, svaki luk definisane hrapavosti ima odgovarajuću oslonačku ploču iste hrapavosti, s tim da svaku oslonačku ploču možemo koristiti dva puta, okrećući je za 180 stepeni.

Prilikom mjerenja hrapavosti instrument je podešen na rezoluciju i dužinu mjerenja za opseg hrapavosti koji očekujemo da ćemo imati. Probnim mjerenjima i variranjem različitih postavki profilometra, ustanovljeno je da je potrebno mjeriti hrapavost u rasponu od 10 nm što je aproksimativna vrijednost glatkih uzoraka i 670 nm što je vrijednost hrapavosti hrapavih uzoraka. Rezolucija mjerenja je podešena u rasponu od 100 do 2000 nm što više odgovara očekivanoj hrapavosti hrapavih uzoraka nego glatkih, možemo reći da imamo grublju rezoluciju mjernog instrumenta, što će kasnije biti obrazloženo. Na osnovu pretpostavljene hrapavosti podešena je dužina uzorkovanja mjerenih rezultata na  $\lambda_c = 0.8$  mm, prilikom svakog mjerenja automatski se vrše četiri



uzastopna uzorkovanja  $N = 4$  što daje ukupnu dužinu mjerenja  $L = 3.2$  mm. Na osnovu definisanog broja uzorkovanja i dužine mjerenja, jasno je da je na svakom mjernom mjestu prikazanom na Slici 117 i 118 izvršeno mjerenje hrapavosti na dužini od 3.2 mm.



Slika 118: Šematski prikaz mjerenja hrapavosti za oslonačke ploče od nerđajućeg čelika

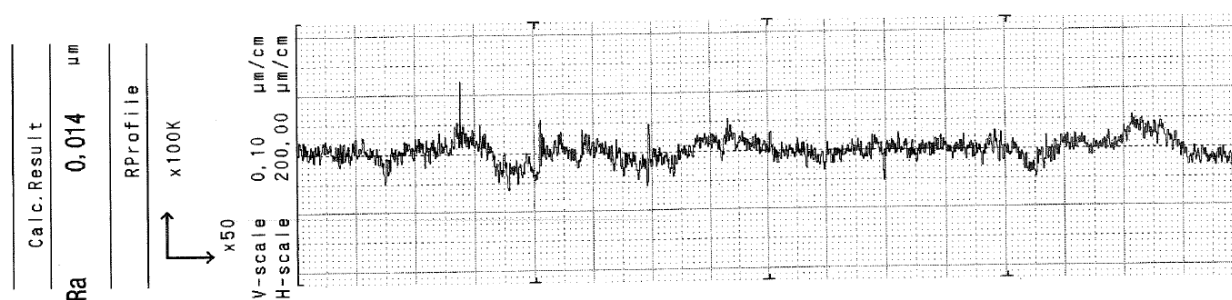
Kao što smo ranije naveli, ciljana vrijednost srednje hrapavosti za glatke uzorke je manje od  $R_a < 20$  nm dok je ciljana vrijednost za hrapave približno  $R_a \approx 670$  nm. Razlog za univerzalno podešavanje mjernog instrumenta jeste u lakšem praćenju i analiziranju rezultata izmjerene hrapavosti. Ovakva metoda mjerenja glatkih uzoraka je na strani sigurnosti u tome što u slučaju da je hrapavost manja od one na koju je instrument podešen dobijeni rezultati će biti veći od stvarne hrapavosti površina. Što dalje implicira, ako se zadovolje ciljane vrijednosti na ovaj način onda sigurno imamo dobru uglačenost traka i ploča, jer stvarna vrijednost je još manja. U obzir treba uzeti da je poželjeno imati što manju vrijednost hrapavosti kod poliranih glatkih eksperimentalnih uzoraka. Sledeći razlog za grublju rezoluciju jeste što sa većom rezolucijom imamo mogućnost mjerenja hrapavosti na većoj dužini i samim tim, dobijane vrijednosti rezultat su pouzdanije. Kada je instrument podešen na rezoluciju od 100 do 2000 nm dužina mjerenja je 3.2 mm, u slučaju kada je instrument podešen na rezoluciju manju od 20 nm, maksimalna dužina mjerenja hrapavosti je 0.8 mm.

Kako bi provjerili pouzdanost navedene metode sa usvojenom grubljom rezolucijom mjerenja hrapavosti, izvršeno je mjerenje ispoliranih eksperimentalnih uzoraka na nekoliko različitih mjesta, sa odgovarajućom rezolucijom za glatke uzorke traka i oslonačkih ploča. Rezolucija instrumenta je podešena na vrijednosti u opsegu manjem od 20 nm, dužina uzorkovanja je podešena na 0.08 mm, broj uzorkovanja je 10, odakle slijedi dužina mjerene hrapavosti od 0.8 mm.

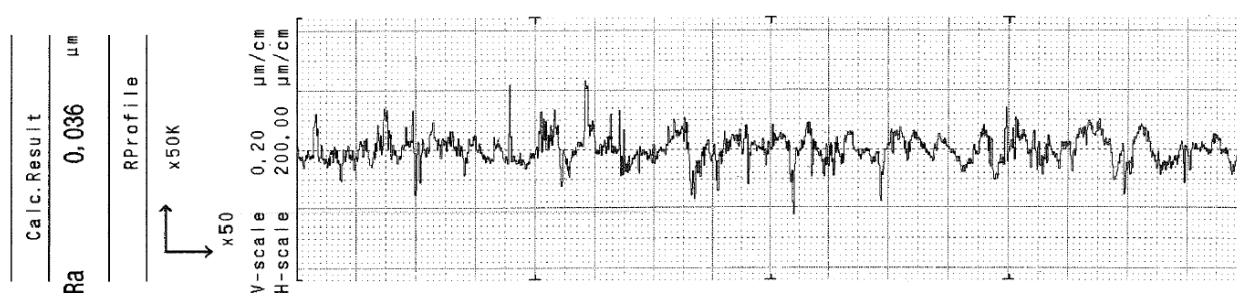
Sa preciznijim podešavanjima mjernog instrumenta je dobijena hrapavost od 7 nm, što je već na granici mogućnosti mjerenja kontaktnog profilometra, dok je sa grubljom rezolucijom dobijena vrijednost srednje aritmetičke hrapavosti od približno 12 nm. Na ovaj način je potvrđeno da je ranije opisana metoda sa grubljom rezolucijom sa opsegom mjerenja od 100 do 2000 nm na strani sigurnosti i da zadovoljava ciljane vrijednosti hrapavosti koje trebaju da se kreću oko vrijednosti od 12 nm. I jedna i druga vrijednost izmjerene hrapavosti za glatke uzorke spada u najfinije hrapavosti površina



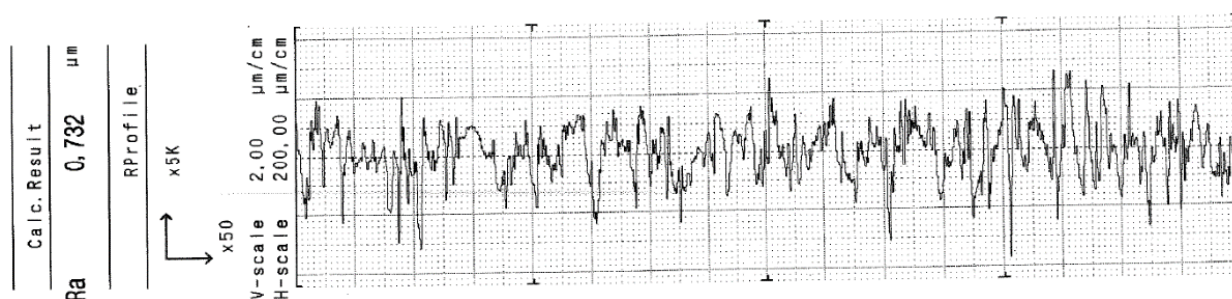
sa oznakom N1 prema ISO standardima, što znači da je izmjerena aritmetička srednja vrijednost hrapavosti manja od 25 nm.



Slika 119: Izmjerena hrapavost  $R_a = 14$  nm poliranog uzorka



Slika 120 : Izmjerena hrapavost  $R_a = 36$  nm fabričkog 2R uzorka



Slika 121: Izmjerena hrapavost  $R_a = 732$  nm hrapavog uzorka

Ukupno je izmjereno po 17 glatkih i 17 hrapavih traka, što daje po 51 izmjerenu vrijednost hrapavosti za svaku grupu, redom, Tabela 2 i 4. Takođe izvršeno je mjerenje za po 8 glatkih i hrapavih oslonačkih ploča, odakle se dobijaju po 32 vrijednosti izmjerene hrapavosti svake grupe, redom, Tabela 3 i 5. Mjerenje traka i oslonačkih ploča fabričke hrapavosti 2R se pokazalo dosta ujednačeno i kreće se u vrijednosti od 30 do 40 nm. Na Slikama 119 do 121 su prikazani profili izmjerene hrapavosti za glatke, 2R i hrapave testne uzorke.

Potrebno je obratiti pažnju da se razmjera prikazivanja profila hrapavosti u X i Y pravcu mijenja u odnosu na veličinu hrapavosti. Prilagođavanje razmjere prikazivanja profila hrapavosti je neophodna kako bi se hrapavost uopšte mogla grafički (vizuelno) prikazati, stepen razmjere automatski određuje sam mjerni instrument.

Tabela 2: Izmjerena hrapavost  $R_a$  za glatke trake (lukove)

Redni broj trake (luka)	Aritmetička srednja vrijednost hrapavosti $R_a$ [nm]		
	Mjerna tačka 1	Mjerna tačka 2	Mjerna tačka 3
1	12	11	11
2	13	11	11
3	16	14	15
4	13	10	10
5	11	10	10
6	11	12	14
7	17	11	13
8	16	11	16
9	13	13	11
10	13	11	13
11	13	11	11
12	11	12	14
13	13	10	15
14	10	11	14
15	11	11	11
16	12	13	13
17	11	10	11
Srednja (prosječna) vrijednost	12.21		

Tabela 3: Izmjerena hrapavost  $R_a$  za glatke oslonačke ploče

Redni broj oslonačke ploče	Aritmetička srednja vrijednost hrapavosti $R_a$ [nm]			
	Mjerna tačka 1	Mjerna tačka 2	Mjerna tačka 3	Mjerna tačka 3
1	10	10	13	20
2	11	16	18	14
3	17	17	12	10
4	10	12	15	14
5	11	12	11	13
6	19	10	10	12
7	12	12	18	12
8	17	11	15	10
Srednja (prosječna) vrijednost	13.25			

Aritmetičke srednje vrijednosti hrapavosti prikazane u Tabeli 2, prikazuju dosta stabilnu i ujednačenu hrapavost glatkih traka. Ukupna srednja vrijednost za 51 izvršeno mjerenje iznosi 12.21 nm, što jeste bila ciljana srednja vrijednost hrapavosti glatkih traka. Slične vrijednosti i trend hrapavosti imamo i za glatke oslonačke ploče Tabela 3, sa ukupnom srednjom vrijednošću svih mjerenja od 13.25 nm. Sa druge strane kod hrapavih traka i oslonačkih ploča, primjetno je rasipanje rezultata postignute hrapavosti, Tabela 4 i 5. Treba uzeti u obzir da je polazna vrijednost fabričke

hrapavosti iznosila približno 35 nm, što znači da je u slučaju glatkih traka trebalo tri puta smanjiti hrapavost sa 35 na 12 nm.

Tabela 4: Izmjerena hrapavost  $R_a$  za hrapave trake (lukove)

Redni broj trake (luka)	Aritmetička srednja vrijednost hrapavosti $R_a$ [nm]		
	Mjerna tačka 1	Mjerna tačka 2	Mjerna tačka 3
1	508	432	455
2	731	756	817
3	822	705	732
4	770	641	838
5	686	659	651
6	651	840	767
7	595	559	642
8	652	512	628
9	780	625	654
10	606	675	607
11	614	769	763
12	739	692	772
13	776	649	647
14	779	751	580
15	529	638	758
16	723	603	632
17	777	685	611
Srednja (prosječna) vrijednost	676		

Tabela 5: Izmjerena hrapavost  $R_a$  za hrapave oslonačke ploče

Redni broj oslonačke ploče	Aritmetička srednja vrijednost hrapavosti $R_a$ [nm]			
	Mjerna tačka 1	Mjerna tačka 2	Mjerna tačka 3	Mjerna tačka 3
1	433	371	456	740
2	750	539	606	663
3	463	437	446	517
4	462	460	562	340
5	673	517	573	562
6	401	502	446	475
7	450	727	615	816
8	596	743	728	630
Srednja (prosječna) vrijednost	553			

Nasuprot tome, kod hrapavih uzoraka, bilo je potrebno povećati hrapavost sa 35 na približno 670 nm, što predstavlja povećavanje hrapavosti za faktor od 20. Pored navedenog sam proces hrapavljenja je

znatno teži od procesa uglučavanja površina. Na Slikama 122 i 123 je prikazana izmjerena hrapavost u tri mjerne tačke, za uzorak glatke i hrapave trake, takođe pogledati Sliku 117.



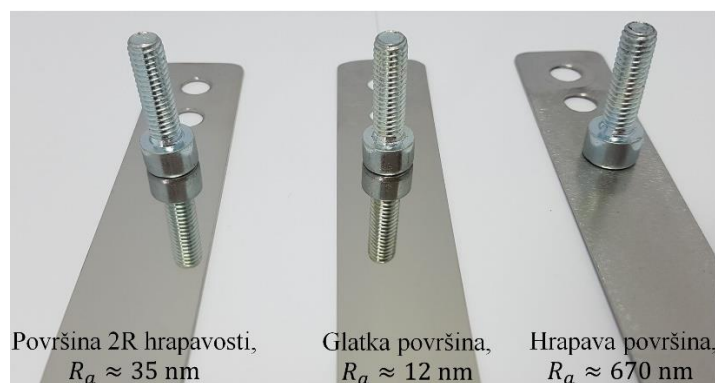
Slika 122: Profil hrapavosti i izmjerena vrijednost  $R_a$  za tri mjerene tačke na uzorku glatke trake.



Slika 123: Profil hrapavosti i izmjerena vrijednost  $R_a$  za tri mjerene tačke na uzorku hrapave trake.

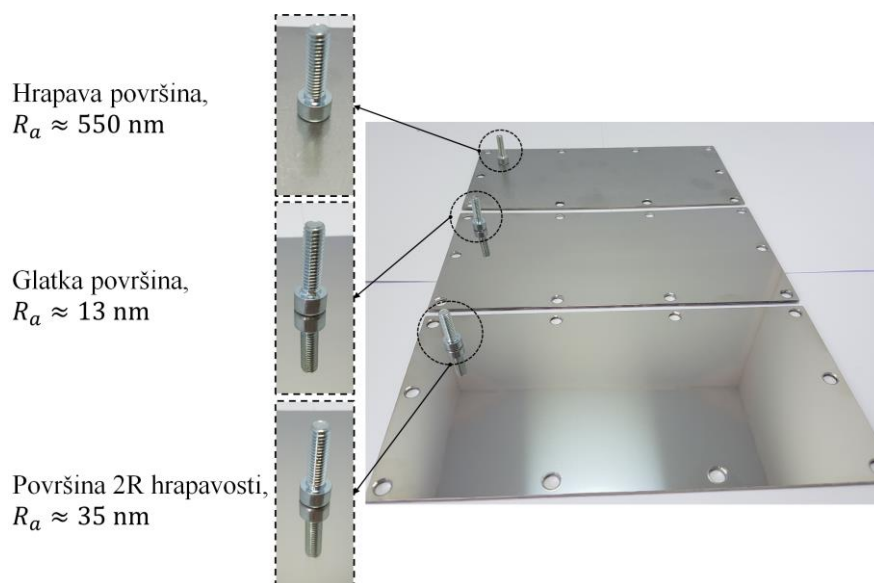
Pored mjerenjem ustanovljenih razlika u hrapavosti između tri grupe eksperimentalnih uzoraka, razlika u hrapavosti se može i vizuelno primjetiti, što ima praktičan i koristan značaj u razmatranju hrapavosti kontaktnih površina posmatranih uzoraka, Slika 124 i 124.

Kako bi bolje učili vizuelnu razliku uzoraka različite hrapavosti, posmatraćemo odraz identičnog predmeta na različito pripremljenim površinama. Kao što se može vidjeti na primjeru tri trake različite površinske hrapavosti imaju različitu jasnoću odraza za isti predmet, Slika 124. Kao predmet za posmatranje je usvojen M6 imbus vijak. Najslabiji odraz daje hrapava traka dok najjasniji odraz predmeta vidimo na poliranoj traci hrapavosti od približno 12 nm, koja se nalazi u sredini. Može se uočiti i razlika između fabrički dobijene hrapavosti 2R i polirane trake, odraz predmeta je mutniji za fabrički formiranu hrapavost. Na sličan način je prikazana refleksija posmatranog predmeta u zavisnosti od hrapavosti oslonačkih ploča, Slika 125.



Slika 124: Vizuelni prikaz različite hrapavosti površine za trake od nerđajućeg čelika.

Ispitivanjem i isprobavanjem više različitih metoda za formiranje željene hrapavosti i uglačenosti, uspostavljena je metoda hrapavljenja i uglačavanja testnih uzoraka, koja daje zadovoljavajuće i ciljne vrijednosti hrapavosti površina. Na osnovu prikazanih rezultata izmjerene hrapavosti testih uzoraka, Tabela 2 do 5, jasno se vidi ujednačena i stabilna distribucija hrapavosti kod glatkih i 2R uzoraka. Nešto nestabilnije rezultate mjerenja imamo kod hrapavih uzoraka, što je bilo očekivano zbog samog nivo povećavanja hrapavosti sa 35 na 670 nm i kompleksnosti procedure.



Slika 125: Vizuelni prikaz različite hrapavosti površine za osloničke ploče od nerđajućeg čelika.

Prilikom donošenja izbora o ciljanom nivou hrapavosti uzoraka, praćen je Rabinovičev (Rabinowicz) dijagram odnosa koeficijenta trenja i hrapavosti površine, [19]. Na razmatranom dijagramu je definisano, da u slučaju promjene (variranja) hrapavosti od približno 500 nm do 900 nm, promjena hrapavosti nema uticaj na promjenu trenja a sam tim ni na ponašanje konstrukcije. Odnosno, uticaj hrapavosti na sile trenja u kontaktnoj interakciji je konstantan bez obzira na veličinu hrapavosti, sve dok se vrijednosti kreću u opsegu od 500 do 900 nm. Sa smanjivanjem hrapavosti ispod 500 nm dolazi do porasta trenja uslijed povećavanja stvarne kontaktne površine, Poglavlje 2 i 3.1.6. Takođe sa porastom hrapavosti preko 2000 nm dolazi takođe do porasta koeficijenta trenja zbog efekta zaključavanja (uklapanja) mikro-vrhova međusobno. Na osnovu proučavanja Rabinovičevih istraživanja, postavljeni su nivoi eksperimentalno ispitivane hrapavosti tako, da sa jedne strane prate rezultate istraživanja Rabinoviča, a sa druge strane da postave pitanje da li je moguće sagledati drugačiju sliku posmatranog problema uticaja hrapavosti na ponašanje konstrukcija. Navedena problematika će biti detaljnije razmatrana u Poglavlju 5.6.

#### 5.3.4. Proces savijanja traka u polukružne lukove

Sa stanovišta preciznosti i zadovoljavanja geometrijskih uslova, savijanje traka u lukove je predstavljao važan korak. Pitanje koje se nameće jeste na koji način saviti trake u lukove a da pri tome što bolje zadovoljimo zahtijevanu geometriju luka i da pri savijanju ne dođe do brže plastifikacije jednih dijelova luka u odnosu na druge.

Potrebno je bilo izvršiti postepenu i ujednačenu deformaciju traka u lukove, a da pri tome u procesu savijanja ne dođe do spiralnog savijanja traka. Savijanje traka u lukove je izvršeno pomoću sistema od tri valjaka, od koja su dva donja pogonska i treći gornji valjak je pomični. Pomjeranjem pomičnog valjka gore dole smanjujemo ili povećavamo ugao pod kojim se limene trake savijaju, te

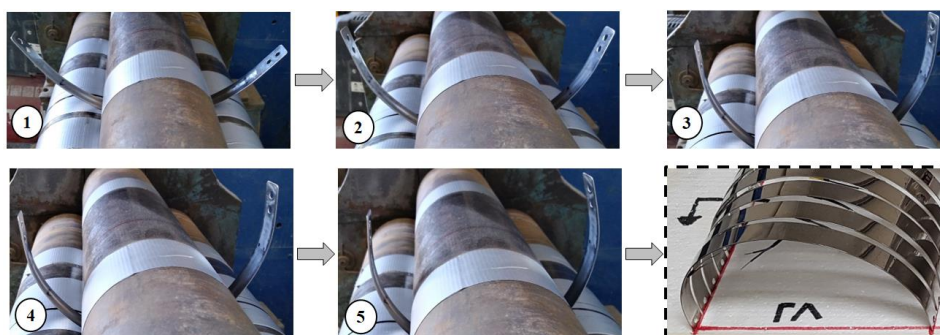


na taj način definišemo prečnik savijenog uzorka, Slika 126. Prvi korak je bio pripremiti površne valjaka tako da ne dođe do grebanja prethodno uglaćanih traka u procesu savijanja, Slika 127.



Slika 126: Pripremanje valjaka za savijanje traka u lukove.

U fazi pripreme, prvo su valjci izbrušeni i očišćeni od prljavštine. Kako bi izbjegli grebanje glatkih traka prilikom savijanja, pogonski valjci (donja dva valjka) su omotana zaštitnom gumiranom trakom. Na opisan način je izvršena adekvatna priprema kako bi bilo moguće početi sa savijanjem lukova.



Slika 127: Faze savijanja trake u luk.

Kao što je već navedeno, proces savijanja je potrebno izvesti postepeno, kako ne bi došlo do različitog nivoa plastifikacije na različitim dijelovima traka odnosno lukova. Svaka traka je savijana u luk iz 5 faza savijanja, i u svakoj fazi traka je prolazila 4 puta kroz valjke. U prvoj fazi na početku savijanja trake, valjci su postavljeni na 50 % od konačnog položaja kada je proces savijanja završen, Slika 127. Nakon prve faze spuštanjem gornjeg valjka povećavamo ugao savijanja za po 10 % u svakoj sledećoj fazi. Nakon završenog procesa savijanja iz pet faza, traka je savijena u polukružni luk poluprečnika od 100 mm. Geometrija savijenih lukova je provjeravana tako što je svaki luk poređen sa crtežom luka nacrtanim u razmjeri 1:1. Kao što možemo vidjeti sa Slike 128, postignuta je jako dobra geometrija savijenih lukova, može se reći da je razlika savijenog i nacrtanog luka manja od 3 %. Takođe, prilikom savijanja, vođeno je računa da dio trake odnosno luka koji ulazi u čeljusti za postavljanje lukova u PPL ostane ravan. Što znači da poluprečnik luka počinje od donje ivice čeljusti, kao što je prikazano na Slici 128.





Slika 128: Poređenje savijenog luka sa šematskim prikazom nacrtanim u razmjeri 1:1.

Savijanjem traka u lukove završen je proces pripreme polukružnih lukova, koji je detaljno opisan u prethodnim poglavljima. Ono što preostaje jeste definisati karakteristike usvojenih testnih uzoraka i načine ispitivanja, te izvršiti konačnu obradu i analizu dobijenih rezultata.

### 5.3.5. Karakteristike usvojenih uzoraka za ispitivanje

U Poglavljima 5.3.1 do 5.3.4 su detaljno opisani procesi izrade i pripreme lukova sa svim potrebnim zahtjevima po pitanju preciznosti rezanja, formiranja hrapavosti i savijanja lukova. Postavkom eksperimenta PPL je zahtijevana priprema tri grupe eksperimentalnih uzoraka polukružnih lukova i oslonačkih ploča, sa različitim nivoom hrapavosti kontaktnih površina. U Tabeli 6 je definisan naziv, hrapavost i oznaka usvojenih eksperimentalnih uzoraka lukova.

Tabela 6: Hrapavost, naziv i broj usvojenih eksperimentalnih uzoraka lukova

Vrsta trenja	Hrapavost Ra [nm]	Naziv uzorka	Oznaka uzorka	Broj uzoraka [kom.]
Suvo trenje klizanja	≈ 12	Glatki	A1	11
	≈ 670	Hrapavi	A3	11
	≈ 35	2R hrapavost	A5	6

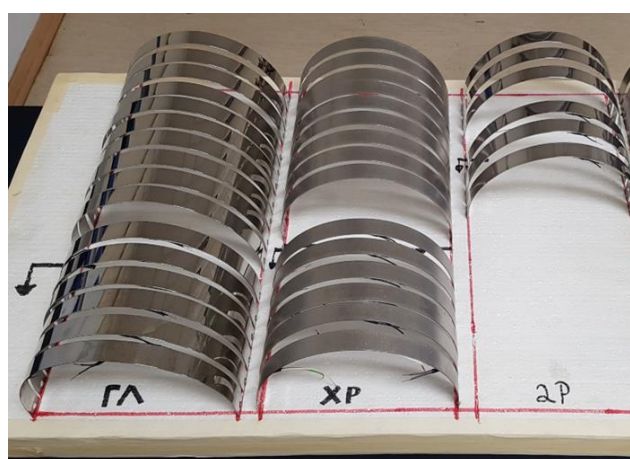
Glatkim lukovima i oslonačkim pločama nazivamo testne uzorke koji imaju srednju vrijednost izmjerene površinsku hrapavost približno 12 nm, hrapavi uzorci podrazumijevaju površinsku hrapavost sa srednjom vrijednošću od 650 nm i uzorci 2R hrapavost 35 nm, takođe pogledati Tabele 2 do 5.

Tabela 7: Način ispitivanja (mjerenja) eksperimentalnih uzoraka lukova

Oznaka uzorka	Mjerenje ugibomjerima, (mjereni/ukupno)	Mjerenje mjernim trakama, (mjereni/ukupno)	Broj uzoraka [kom.]
A1	11/11	3/11	11
A3	11/11	3/11	11
A5	6/6	3/6	6

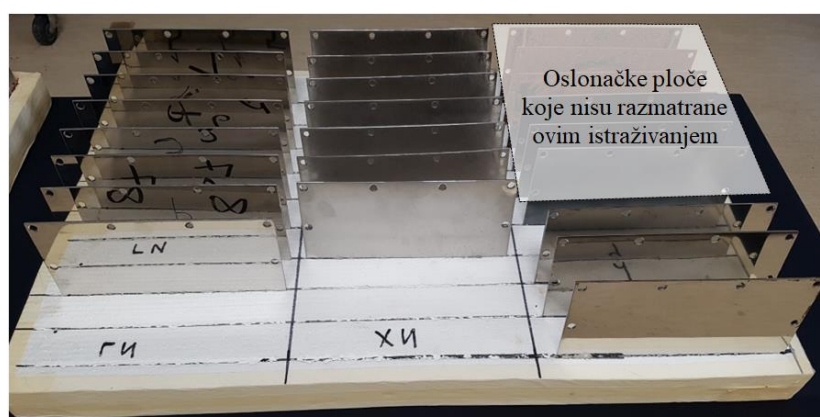
Usvojeno je 28 lukova različite hrapavosti, od kojih su neki ispitivani samo pomoću ugibomjera a neki pomoću ugibomjera i mjernih traka, Tabela 7. Ukupno je pripremljeno 11 glatkih (A1) i 11 hrapavih (A3) lukova i svi su ispitani primjenom ugibomjera, od kojih su po 3 glatka i 3 hrapava luka ispitani primjenom ugibomjera i mjernih traka. U setu eksperimentalnih uzoraka lukova hrapavosti 2R (A5) ispitano je 6 lukova primjenom ugibomjera od kojih su 3 ispitana primjenom ugibomjera i mjernih traka.

Na Slikama 129 i 130 su prikazani spremni eksperimentalni uzorci polukružnih lukova i oslonačkih ploča. Potrebno je napomenuti da je pripremljeno po 8 oslonačkih ploča za glatke i hrapave lukove i tri oslonačke ploče za lukove hrapavosti 2R. Svaku oslonačku ploču možemo koristiti dva puta rotirajući je posle prvog ispitivanja za 180 stepeni, pogledati Sliku 99.



Glatki lukovi	Hrapavi lukovi	Lukovi hrapavosti 2R
$R_a \approx 12 \text{ nm}$	$R_a \approx 670 \text{ nm}$	$R_a \approx 35 \text{ nm}$

Slika 129: Tri grupe polukružnih lukova formirane hrapavosti, pripremljeni za ispitivanje.



Glatke oslonačke ploče	Hrapave oslonačke ploče	Oslonačke ploče hrapavosti 2R
$R_a \approx 13 \text{ nm}$	$R_a \approx 550 \text{ nm}$	$R_a \approx 35 \text{ nm}$

Slika 130: Tri grupe oslonačkih ploča formirane hrapavosti, pripremljene za ispitivanje.

## 5.4. EKSPERIMENTALNA POSTAVKA

Eksperimentalna postavka je osmišljena tako da omogući mjerenje deformacija i napona polukružnih lukova u najadekvatnijim tačkama, potrebnim za analiziranje fenomena uticaja promjene hrapavosti na deformaciju luka. U Poglavlju 5.1 i 5.2 je dat detaljan opis osnovnih elemenata PPL-a, način izrade i funkcija svakog od elemenata. U ovom poglavlju će biti opisana primjena i pozicija mjernih instrumenata, odnosno ugibomjera, mjernih traka i mjerne ćelije. Na Slici 131 i Slici 132 je prikazana kompletna eksperimentalna postavka koja uključuje:

- Sistem za akviziciju podataka: ovaj sistem se koristi za prikupljanje i snimanje podataka u vremenu, tokom trajanja eksperimenta. Omogućava precizno praćenje pomjeranja, deformacija (dilatacija) i sile.
- Dva ugibomjera (HBM Inductive displacement transducers) sa opsegom mjerenja od 100 mm svaki. Ovi uređaji se koriste za mjerenje pomjeranja i kretanja određenih komponenti u eksperimentu.
- Dva ugibomjera (HBM Inductive displacement transducers) sa opsegom mjerenja od 50 mm svaki.
- Mjerna ćelija kapaciteta 1000 N, mjernom ćelijom se registruje sila pritiska prilikom procesa deformacije testnih uzoraka.
- Četiri mjerne trake sa mogućnošću mjerenja dilatacije i nakon što materijal pređe tačku tečenja (Post-yield strain gauges YFLA-5), sa dimenzijama 5 x 5 x 1.9 mm i granicom deformacije od 15-20%. Na svaki luk se postavljaju po 4 mjerne trake na tačno odabranim mjestima, o čemu će biti diskutovano kasnije u tekstu.

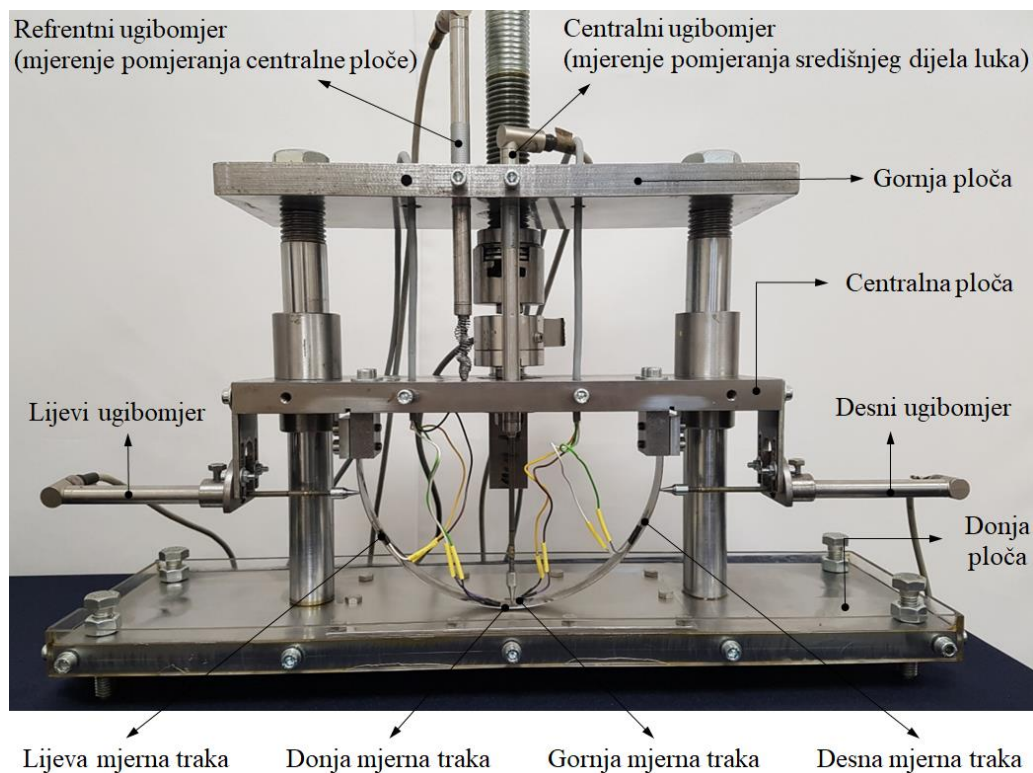


Slika 131: Eksperimentalna postavka.

Na Slici 132 je detaljno prikazana eksperimentalna postavka PPL-a sa postavljenim testnim uzorkom polukružnog luka i mjernim instrumentima. Mjerenje pomjeranja (deformisanja) je vršeno sa 4 elektronska ugibomjera, od kojih su tri ugibomjera postavljena u osi luka gdje direktno mjere njegove deformacije. Sa lijeve i desne strane centralne ploče je postavljen po jedna ugibomjer, dalje

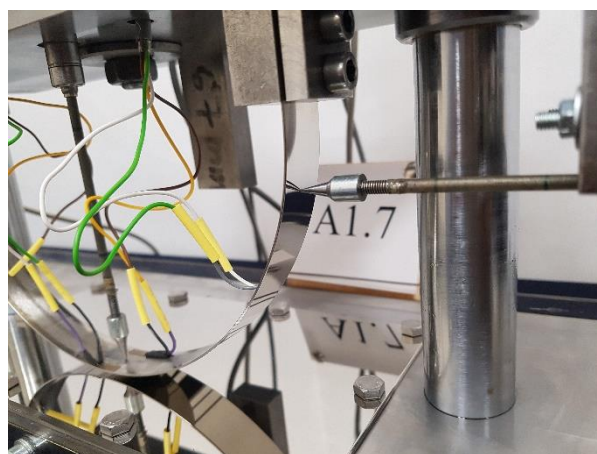


označeni kao - *lijevi ugibomjer* i *desni ugibomjer*. Bočni ugibomjeri su fiksno vezani za centralnu ploču pomoću nosača i kreću se zajedno sa njom, kako bi mogli permanentno pratiti bočne deformacije luka. Jedan ugibomjer je fiksiran za gornju ploču PPL-a i prolazi kroz centralnu ploču precizne prese - *centralni ugibomjer*, čime je omogućeno mjerenje izvijanja središnjeg dijela luka, prilikom deformacije pod pritiskom.



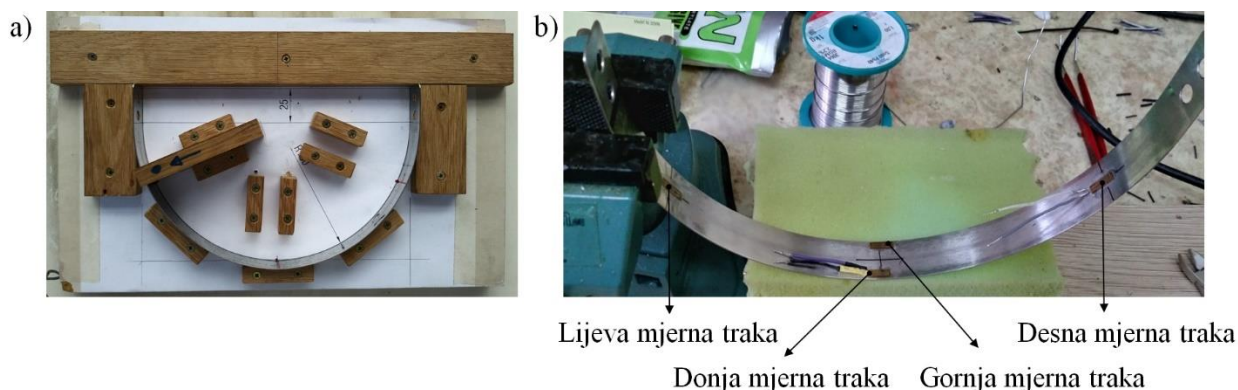
Slika 132: Dispozicija precizne prese sa mjernim instrumentima.

Pored opisana tri ugibomjera, postavljen je i četvrti - *referentni ugibomjer*, koji mjeri pomjeranje centralne ploče što predstavlja glavnu deformacijsku veličinu prilikom deformisanja lukova. Na kraj svake osovine ugibomjera je postavljen nastavak u obliku kupe (špica) kako bi se izbjegao uticaj debljine osovine ugibomjera na dobijene deformacije, Slika 133.



Slika 133: Instalacija ugibomjera sa kupastim nastavkom. Eksperimentalni set (A1): glatki luk i glatka oslonička ploča.

Na svaki od po tri testna uzorka glatkih, hrapavih i 2R lukova su postavljene po 4 mjerne trake YFLA-5, pozicija mjernih traka je određena tako da prate dilatacije na mjestima luka gdje se očekuju maksimalne deformacije odnosno savijanje luka a da se pri tome ne prekorači kapacitet mjerenja mjerne trake. Po jedna mjerna traka je postavljena lijevo i desno na luku - *lijeva i desna mjerna traka*, kao što je prikazano na Slici 132 i 134b. Dvije mjerne trake su postavljene u sredini luka – *gornja i donja mjerna traka*, kako bi se pored vertikalnog izvijanja luka ustanovilo da li postoji izvijanje luka u drugom pravcu. Mjerenjem je ustanovljeno da gornja i donja mjerna traka daju identične vrijednosti dilatacija tako da je u analizi rezultata dovoljno koristiti samo jednu od njih. Mjerne trake su postavljane tačno na istim mjestima na svim lukovima pomoću izrađenog kalupa koji je poslužio za precizno označavanje položaja mjernih traka, Slika 134a.

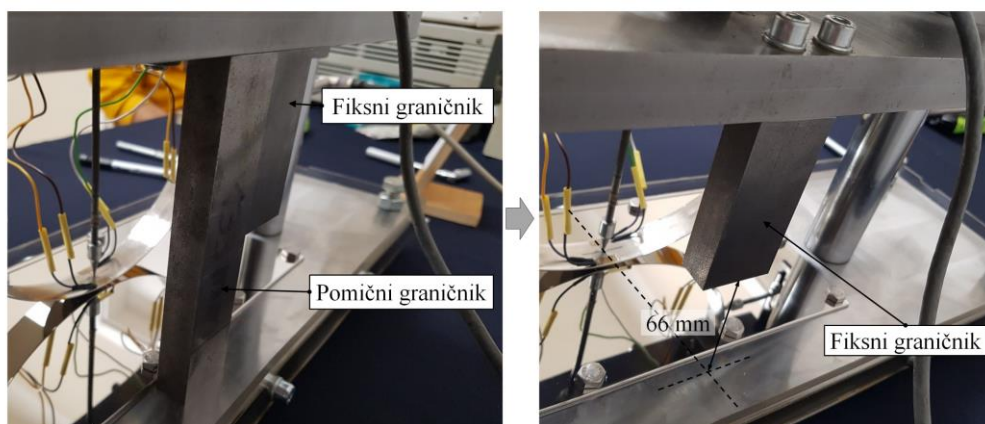


Slika 134: a) Označavanje pozicije mjernih traka, b) postavljanje mjernih traka.

Kako bi postigli svaki put istu polaznu tačku u eksperimentu od koje počinje savijanje lukova, korišten je fiksni i pomični graničnik Slika 135. Fiksni graničnik dužine od 67 mm je pričvršćen za centralnu ploču PPL-a. Pomični graničnik dužine 133 mm se postavlja između centralne i donje ploče svaki put prije početka eksperimenta, nakon čega se vrši spuštanje centralne ploče sve dok ne dođe u kontakt sa pomičnim graničnikom. Nakon ostvarenog kontakta između centralne ploče i pomičnog graničnika, centralna ploča je dovedena u početno stanje. Možemo reći da je PPL-a kalibrisana za početak eksperimenta deformisanja polukružnih lukova pod pritiskom.

Dovođenje centralne ploče u početni položaj

Početni položaj centralne ploče na početku svakog procesa savijanja lukova

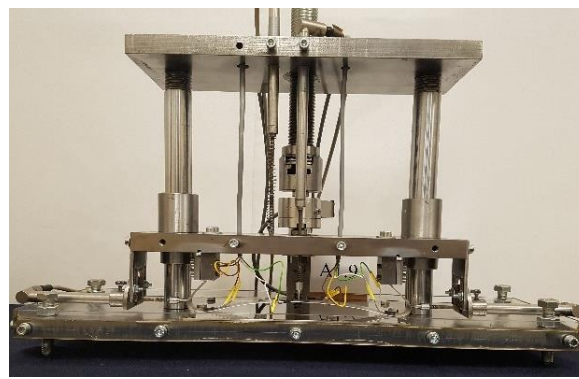
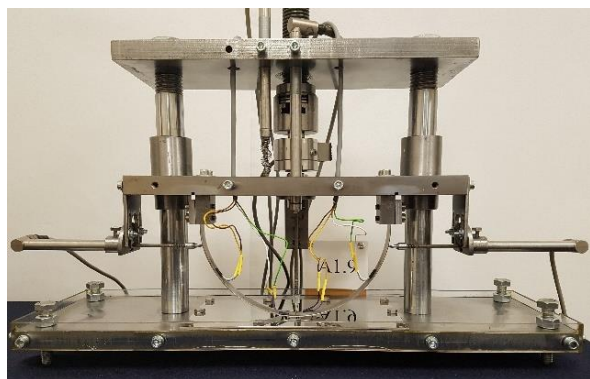


Slika 135: Definisane početne uslove za svaki luk pomoću graničnika.

Pomični graničnik se uklanja, a preostala razlika dužina fiksnog i pomičnog graničnika u vrijednosti od 66 mm predstavlja pomjeranje centralne ploče u procesu savijanja lukova. Kada fiksni graničnik



udari u donju ploču prese izvršeno je pomjeranje centralne ploče za 66 mm čime je završen proces deformisanja lukova. Savijanje svakog od lukova je u trajanju od 55 do 65 s što predstavlja brzinu od oko 1 mm/s. Na gore opisan način, pomoću graničnika je postignuto da savijanje svakog luka počinje i završava u istoj tački. Na Slici 136 je prikazan početni i krajnji položaj centralne ploče. Prije postavljanja u preciznu presu svaki luk i svaka oslonačka ploča se čisti izopropanolom kako bi se otklonile najmanje nečistoće i obezbijedili isti uslovi prilikom ispitivanja glatkih i hrapavih uzoraka. Jedina razlika između uzoraka jeste nivo hrapavosti.



Slika 136: Početni i krajnji položaj centralne ploče u procesu ispitivanja lukova.

## 5.5. REZULTATI

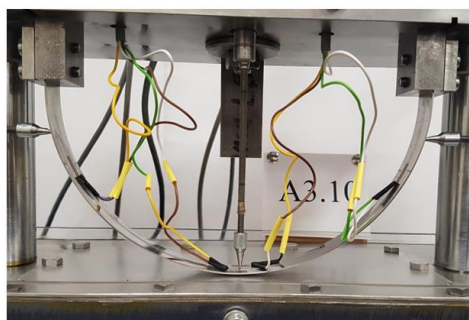
Analizom dobijenih rezultata je ustanovljeno da postoje velike razlike u deformaciji lukova u zavisnosti od hrapavosti kontaktne interakcije luka i oslonačke ploče. Za svaki od 3 slučaja hrapavosti: glatki lukovi (A1), hrapavi lukovi (A3) i lukovi hrapavosti 2R (A5), Tabela 6, dobijeni su različiti rezultati deformacija i dilatacija. Važno je naglasiti da iako postoje određene varijacije u dobijenim rezultatima, svaki od navedenih slučajeva se kreće u određenom domenu dobijenih vrijednosti, bez preklapanja sa drugim slučajevim. Situacija koja bi bila nepoželjna, jeste da neki od glatkih lukova pokažu rezultate slične hrapavim lukovima i obrnuto. U ovom slučaju bi se eksperiment pokazao kao nekonzistentan i dobijeni rezultati ne bi bili validni.

Daljnijim proučavanjem eksperimentalnih rezultata, ustanovljeno je da najbolji pokazatelj deformacija (izvijanja) i dilatacija zabilježen je centralnim ugibomjerom i mjernim trakom na središnjem dijelu luka. Tako da dalje u tekstu, analiza rezultata uticaja hrapavosti na deformaciju polukružnih lukova će se odnositi na posmatranje ponašanja središnjeg dijela luka. Sila izmjerena u mjernoj ćeliji prilikom deformisanja testnih uzoraka i dilatacije zabilježene lijevom i desnom mjernom trakom Slika 132 i 134b, biće od značaja u budućim istraživanjima prilikom definisanja numeričkog modela. U ovom trenutku nije potrebno prikazivati rezultate mjerenja pomenutih instrumenata iz razloga što su dosta manje osjetljivi na fenomen koji proučavamo. Važnost mjerne ćelije i lijeve i desne mjerne trake će doći prilikom kalibrisanja budućeg numeričkog modela i analize bočne stabilnosti lukova, što spada u sekundarne efekte u poređenju sa posmatranjem zavisnosti ukupne deformacije lukova u odnosu na hrapavost kontaktnih površina. Potrebno je navesti da formiranje numeričkog modela lukova, sa tačno definisanom geometrijom kontaktnih površina nije lak i još uvijek istražen problem, o čemu će više biti diskutovano u Poglavlju 5.6.

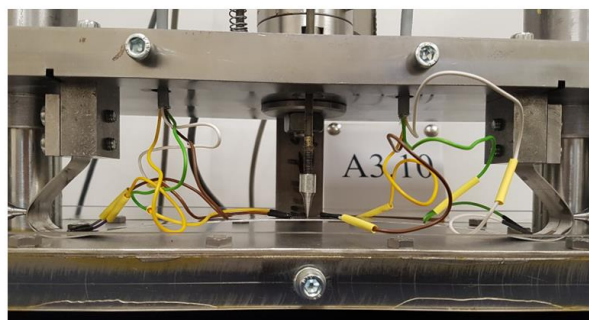
Kao što je rečeno, u slučaju mjerenja dilatacija posmatrane su mjerne trake u sredini luka, odnosno dilatacija sredine luka u odnosu na pomjeranje centralne ploče PPL-a, što predstavlja izmjereno pomjeranje referentnim ugibomjerom. U drugom slučaju će biti prikazani rezultati mjerenja kao odnos pomjeranja centralne ploče odnosno referentnog ugibomjera i centralnog ugibomjera koji mjeri deformaciju (izvijanje) središnjeg dijela luka, Slika 132. Na Slici 137 je prikazana geometrija luka u presi na početku i na kraju završenog procesa savijanja (deformisanja).



a) Početna konfiguracija luka



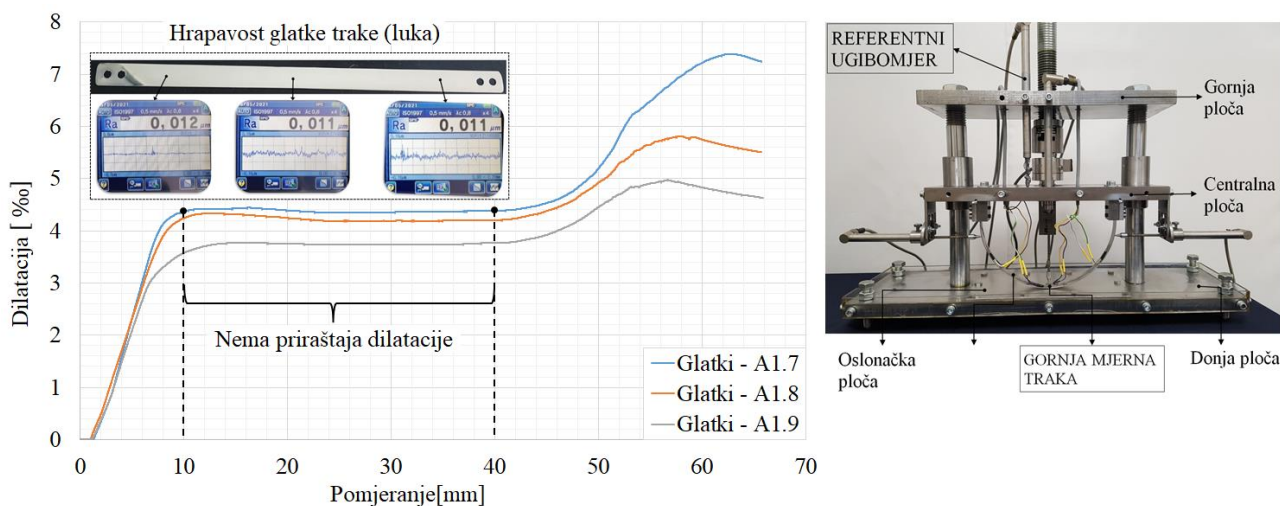
b) Završna konfiguracija luka



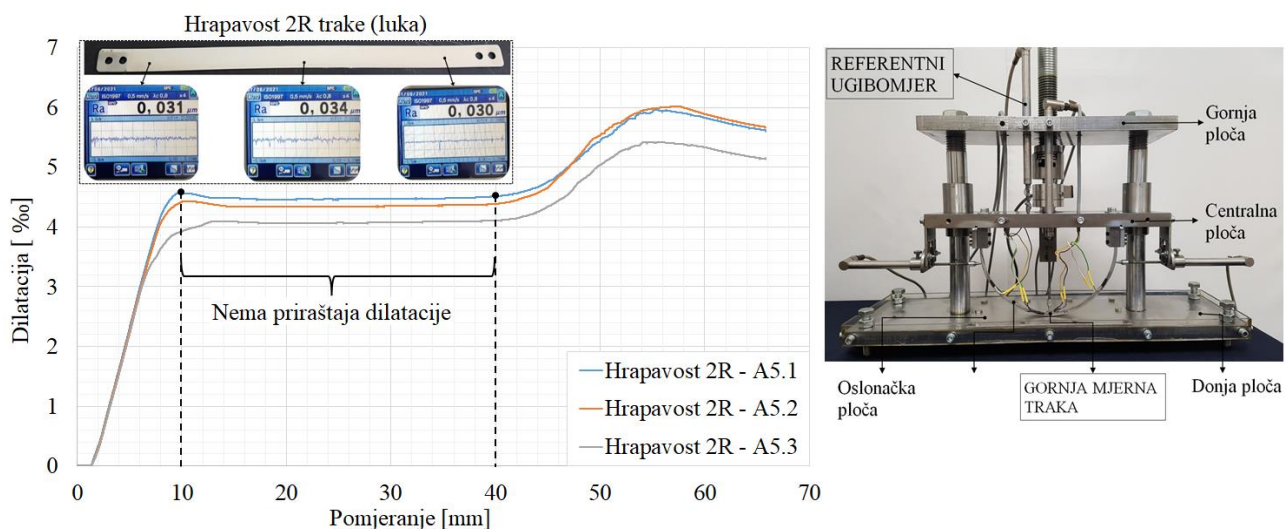
Slika 137: Testni uzorak luka na početku i na kraju procesa deformisanja u PPL-u.

Mjerne trake postavljene na središnjem dijelu luka (gornja i donja mjerna traka), nalaze se paralelno jedna naspram druge po širini luka, Slika 134b. Svrha ovako postavljenih mjernih traka jeste provjera mogućeg izvijanja lukova u drugom pravcu što bi imalo jako negativne efekte u posmatranom eksperimentu. Na sreću poređenjem rezultata posmatranih mjernih traka, ustanovljeno je da su dilatacije zabilježene gornjom i donjom mjernom trakom identične, što znači da efekat izvijanja u drugom pravcu može biti isključen. S obzirom da su izmjerene dilatacije za dvije mjerne trake na sredini luka identične, nije bitno koje ćemo rezultate uzeti u obzir u daljoj analizi. Tako da mjerne trake na sredini luka možemo proglasiti jednom mjernom trakom i na dalje je zvati središnja mjerna traka (izmjerena dilatacija na sredini luka).

Prvo će biti posmatrana dilatacija središnjeg dijela glatkih lukova (A1). Na Slici 138 je prikazan dijagram dilatacije sredine luka u odnosu na pomjeranje centralne ploče (mjerenje referentnog ugibomjera). Pored dijagrama se nalazi i prikaz precizne prese sa naznačenim (uokvirenim) mjernim instrumentima koji su uzeti u obzir, kako bi čitanje dobijenih rezultata bilo jasnije. Ispitana su tri uzorka glatkih lukova (A 1.7, A1.8 i A1.9), prosječne hrapavosti približno 12 nm, Tabela 2. Na dijagramu vidimo razlike u dilataciji središnjeg dijela lukova za tri uzorka iste hrapavosti, ispitana u istim uslovima. Relativna razlika izmjerene minimalne i maksimalne dilatacije je 32 %. Kao što je već opisano u Poglavlju 5.3 i 5.4, svaki testni uzorak je pripreman na isti način i prije postavljanja u PPL detaljno je očišćen izopropanolom, kako bi se odstranile sve nečistoće. Odakle proizilazi da razlika u rezultatima mjerenja ukazuje na određenu nestabilnost u kontaktnoj interakciji prilikom ispitivanja glatkih lukova, o čemu će biti više rečeno u Poglavlju 5.6.

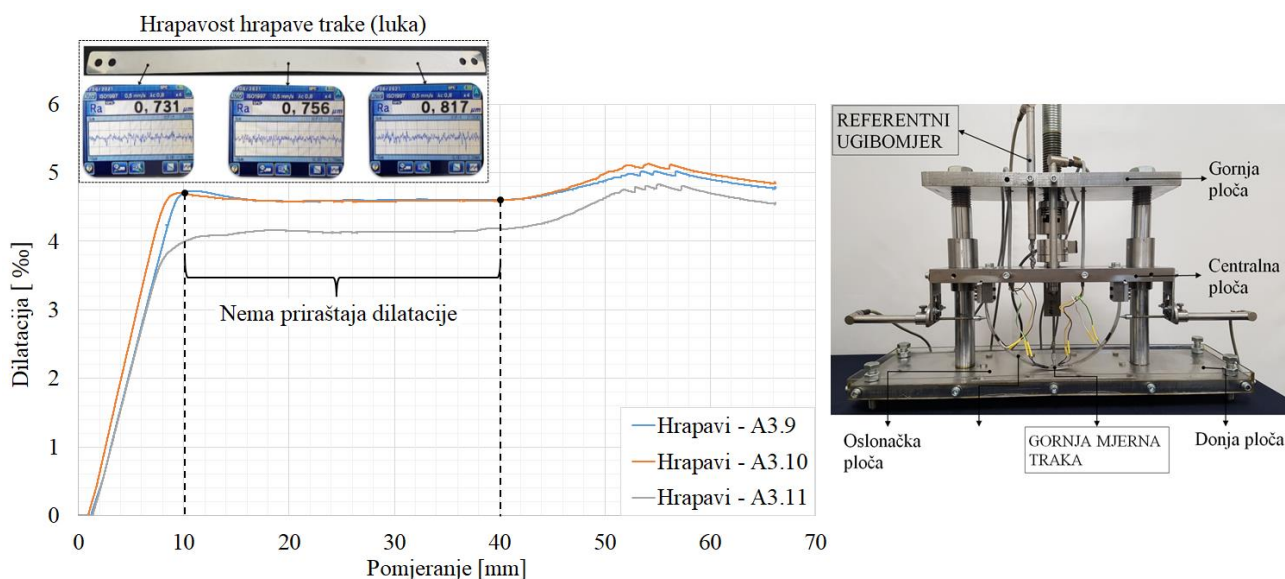


Slika 138: Dijagram dilatacija središnjeg dijela luka, za tri testna uzorka glatkih lukova (A1).



Slika 139: Dijagram dilatacija središnjeg dijela luka, za tri testna uzorka 2R lukova (A5).

Na isti način su ispitana tri luka hrapavosti 2R (A5.1, A5.2 i A5.3), dijagrami dilatacija/pomjeranje su prikazani na Slici 139. Evidentno je da postoji manje rasipanje rezultata kod 2R lukova nego kod glatkih, sa relativnom razlikom minimalne i maksimalne dilatacije od 9.8%. Takođe ispitana su i tri uzorka hrapavih lukova (A3.9, A3.10 i A3.11) i dijagram dilatacija/pomjeranje je prikazan na Slici 140, sa relativnom razlikom od 7.33%.



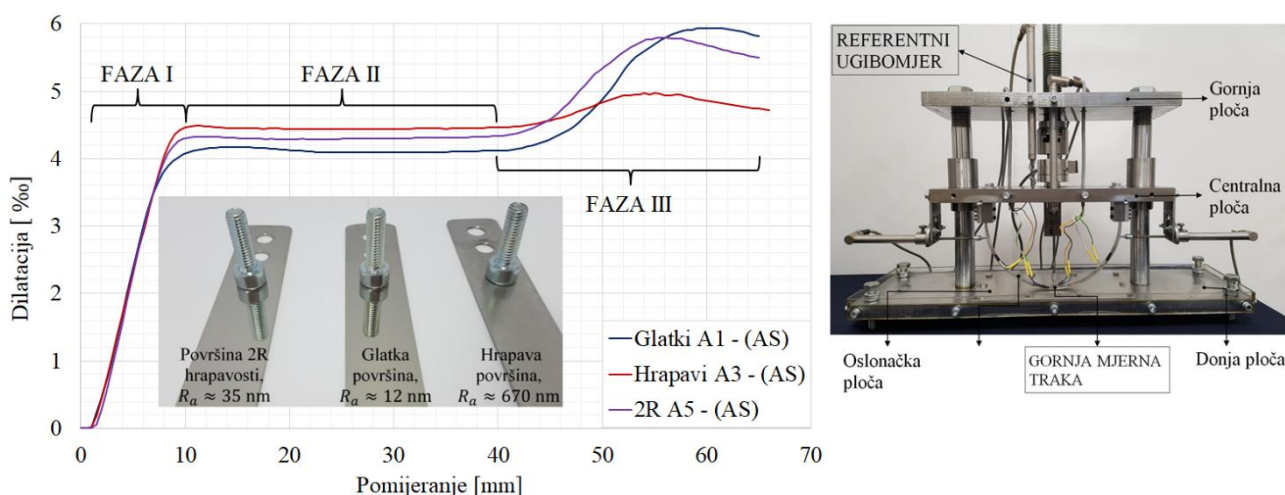
Slika 140: Dijagram dilatacija središnjeg dijela luka, za tri testna uzorka hrapavih lukova (A3).

Evidentno je da kod hrapavih lukova dolazi do još manjeg rasipanja rezultata nego kod glatkih i 2R lukova i do najmanjeg priraštaja dilatacija koji nastaje posle 40-og mm pomjeranja centralne ploče (mjereno referentnim ugibomjerom).

I ako postoje značajne razlike u dilatacijama svake od tri grupe uzoraka, trend priraštaja dilatacije u zavisnosti od pomjeranja je sličan. Za prvih 10 mm pomjeranja centralne ploče (referentni ugibomjer) primjetan je nagli skok u dilatacijama, nakon čega priraštaj dilatacija prestaje za sve grupe uzoraka, Slika 138 do 140. Nakon što pomjeranje centralne ploče prekorači 40-ti mm, priraštaj dilatacija se odvija drugačije za svaku od tri grupe uzoraka različite hrapavosti.

Za svaku grupu od po tri dijagrama dilatacija/pomjeranje za glatke, 2R i hrapave lukove, prikazane na Slikama 138 do 140, izračunata je aritmetička srednja vrijednost (AS), kako bi se moglo izvršiti konzistentnije poređenje dobijenih rezultata, što je prikazano dijagramima, Slika 141.

Postoje tri faze u procesu deformisanja lukova i detaljniji prikaz po fazama za glatke i hrapave lukove može se vidjeti na Slikama 141 i 142, kao graničnim slučajevim hrapavosti. U prvoj fazi sva tri luka različite hrapavosti se ponašaju na isti način. Kada pomjeranje centralne ploče prekorači 10-ti milimetar (prelazak sa prve na drugu fazu), dolazi do razilaženja u rezultatima gdje slijedi druga faza u kojoj neće biti priraštaja dilatacija na srednjem dijelu luka. Sve do 40-og mm pomjeranja centralne ploče neće doći do priraštaja dilatacija u središnjem dijelu, kada počinje treća faza nakon čega dolazi do izvijanja odnosno odizanja srednjeg dijela luka i naglog skoka u dilatacijama za sva tri uzorka različite hrapavosti, Slika 141.

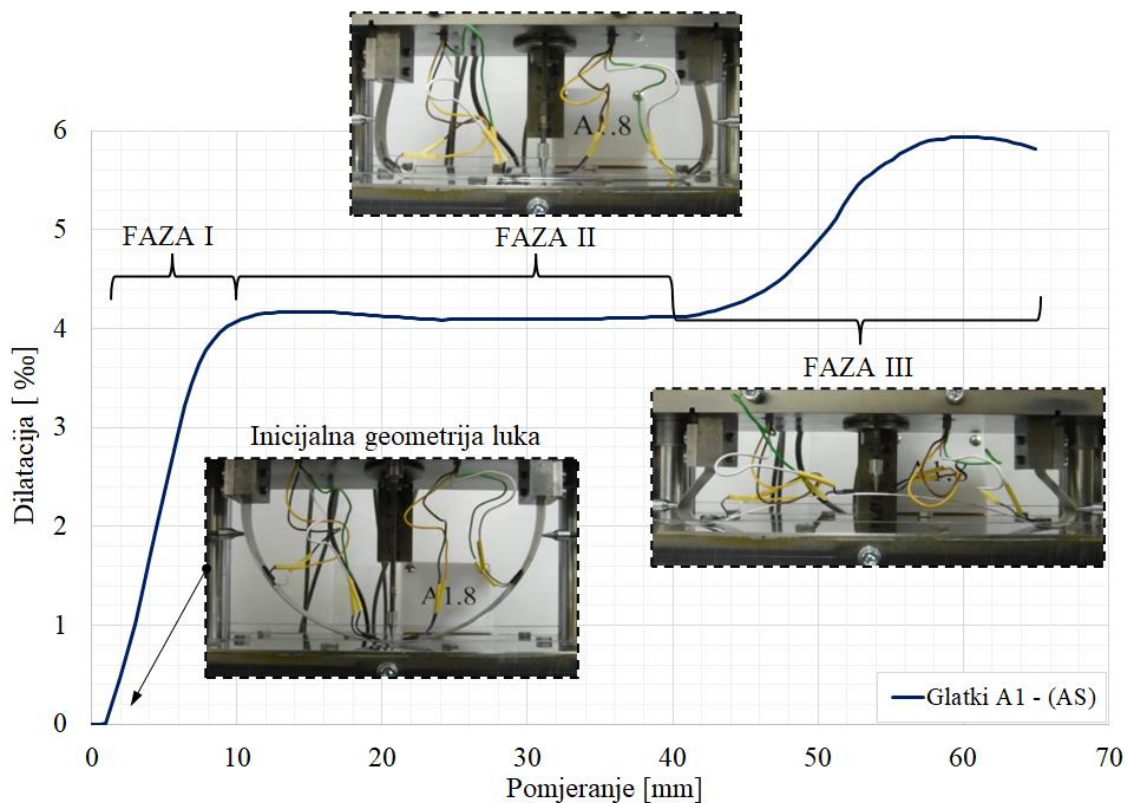


Slika 141: Aritmetička srednja vrijednost (AS) izmjerenih dilatacija za glatke (A1), hrapave (A3) i 2R (A5) polukružne lukove .

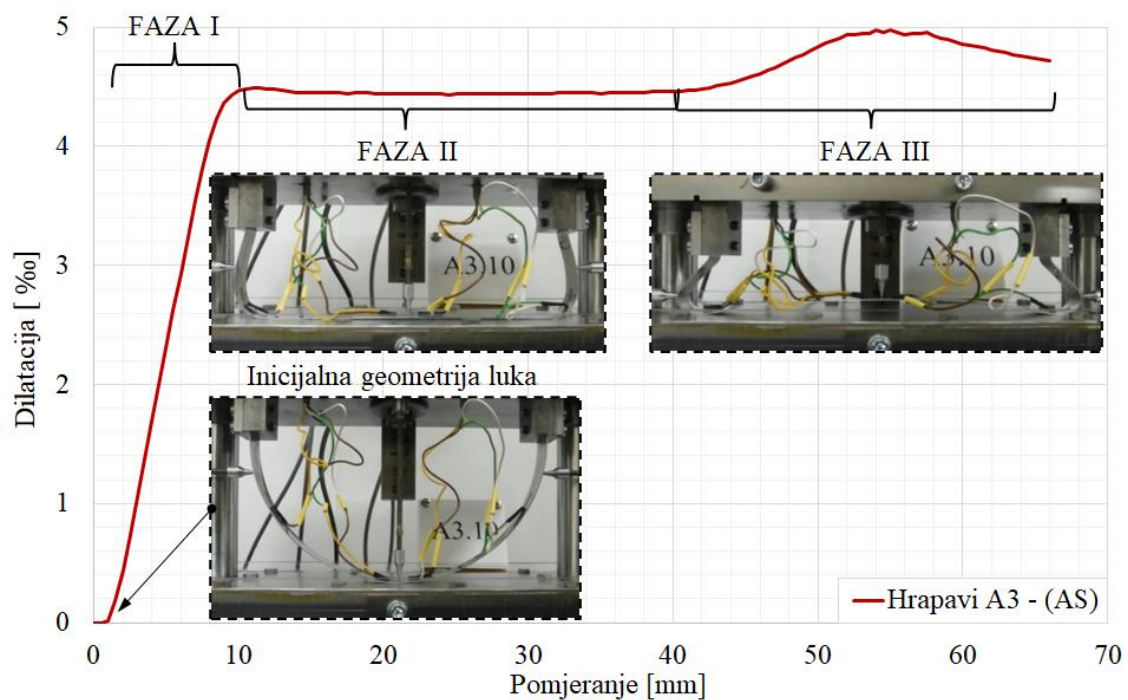
Potrebno je primjetiti da u drugoj fazi kada sva tri uzorka imaju najveću površinu u kontaktu između luka i oslonačke ploče, glatki lukovi hrapavosti približno 12 nm imaju najmanju dilataciju na središnjem dijelu luka Slika 141 i 142, 2R lukovi hrapavosti oko 35 nm imaju malo veću vrijednost dilatacija Slika 141, dok hrapavi lukovi hrapavosti oko 670 nm imaju najveću dilataciju, Slika 141 i 143. Razlog za ovakvo ponašanje lukova u drugoj fazi jeste što glatki lukovi imaju najveću stvarnu kontaktnu površinu, za razliku od hrapavih, i samim tim je i trenje između glatkog luka i oslonačke ploče veće, Poglavlje 2.1, 3.1.6 i 5.3.3.1. Kontaktne sile trenja aktivirane u interakciji luka i oslonačke ploče sprječavaju proklizavanje luka po oslonačkoj ploči čime je smanjena dilatacija luka na sredini. Sa druge strane u trećoj fazi vidimo veliki skok u dilatacijama kod glatkih i 2R lukova za razliku od hrapavih. Fenomen koji utiče na opadanje trenja kod glatkih lukova i samim tim na veće proklizavanje i dilataciju središnjeg dijela luka jeste talasastost. Sa povećanjem pritiska i deformacija u luku prilikom spuštanja centralne ploče precizne prese, dolazi do deformacija i talasastosti lukova.

Možemo reći da uslijed bočnog pritiska koji nastaje u zaravnjenom dijelu luka u fazi 2 Slika 141 i 142, dolazi do djelimičnog odizanja središnjeg dijela luka A1 i postepen prelazak u fazu 3. S obzirom da je hrapavost glatkih lukova jako mala, najmanja pojava talasastosti će dovesti do odvajanja velikih površina u kontaktnoj interakciji luka i oslonačke ploče, čime će značajno biti smanjena stvarna kontaktna površina. Sa druge strane efekti talasastosti će imati manji uticaj na hrapave lukove zato što su visine mikro vrhova u kontaktnoj interakciji veće pa će na taj način stvarna kontaktna površina biti veća kod hrapavih nego kod glatkih lukova u slučaju prisustva talasastosti.





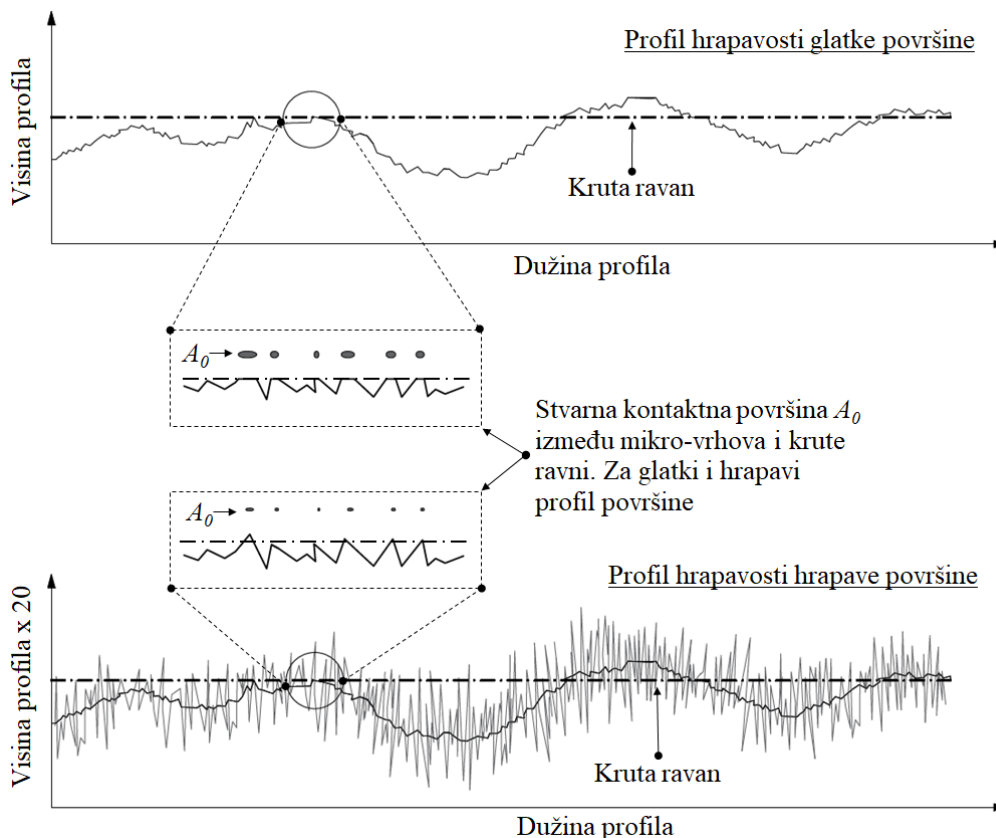
Slika 142: Aritmetička srednja vrijednost dilatacija glatkih (A1) lukova, sa prikazanim fazama deformisanja. Za svaku fazu deformisanja prikazan je deformacijska konfiguracija luka.



Slika 143: Aritmetička srednja vrijednost dilatacija hrapavih (A3) lukova, sa prikazanim fazama deformisanja. Za svaku fazu deformisanja prikazan je deformacijska konfiguracija luka.

Kako bi bolje razumjeli problematiku uticaja talasastosti na deformacijski odgovor lukova, zavisnost talasastosti i hrapavosti će biti opisana pomoću ilustrativnog primjera, koji će razmatrati kontakt hrapave površine različite hrapavosti i idealno glatke krute ravni, Slika 143. Obje hrapave površine imaju istu talasastost ali različitu hrapavost. S obzirom da je razlika hrapavosti između glatkih i hrapavih lukova približno 20 puta, isti odnos visina mikro vrhova će biti definisan i na ilustrativnom prikazu. Na šematskom prikazu prvo je formirana aproksimativna hrapavost (veličina mikro vrhova), što će predstavljati glatku površinu. Hrapava površina će biti formirana na osnovu već usvojene hrapavosti glatke površine uvećane za 20 puta u pravcu X ose, Slika 143. Na ovaj način je formiran ilustrativan prikaz razlike hrapavosti glatkih i hrapavih površina lukova.

Posmatrajući prikaz glatke i hrapave površine iste talasastosti, jasno se vidi koliko značajan uticaj talasastost može imati na jako glatke površine, odnosno na površine sa malom visinom mikro-vrhova. Kao što je opisano u Poglavlju 2, sa uglačavanjem dolazi do skidanja i poravnavanja mikro vrhova, što direktno dovodi do povećavanja stvarne kontakte površine koja značajno utiče na povećavanje trenja. Prikazana glatka površina ima veću kontaktnu površinu  $A_0$  od hrapave površine, posmatrano na izolovanim mjestima stupanja u kontakt sa krutom ravni. Za razliku od glatkog, hrapavi profil ima lokalno manju stvarnu kontaktnu površinu od glatkog profila, pogledati Sliku 143. Ali kada se pogleda ukupan ostvaren kontakt na cijeloj dužini profila između mikro-vrhova glatke i hrapave površine sa krutom ravni, jasno se vidi da iz razloga veće visine mikro-vrhova hrapavog profila, hrapavi profil ima veću stvarnu kontaktnu površinu po cijeloj dužini mjerenja od glatkog. Zbog značajne razlike u veličini amplituda mikro-vrhova i talasastosti, glatki profil ostvaruje kontakt na malom dijelu ukupne površine. Sa druge strane hrapava površina iako sa manjom stvarnom kontaktnom površinom na lokalnom nivou, ostvaruje kontakt sa krutom ravni u daleko većem broju tačaka od glatkog modela. Sve što je navedeno na kraju sugerise da će u slučaju pojave talasastosti sa amplitudom većom od mikro vrhova glatke površine i manjom od mikro-vrhova hrapave površine, doći do ostvarivanja veće stvarne površine kod hrapavog profila nego kod glatkog.



Slika 144: Ilustrativni prikaz uticaja talasastosti na stvarnu kontaktnu površinu glatkog i hrapavog profila u kontaktu sa krutom ravni.

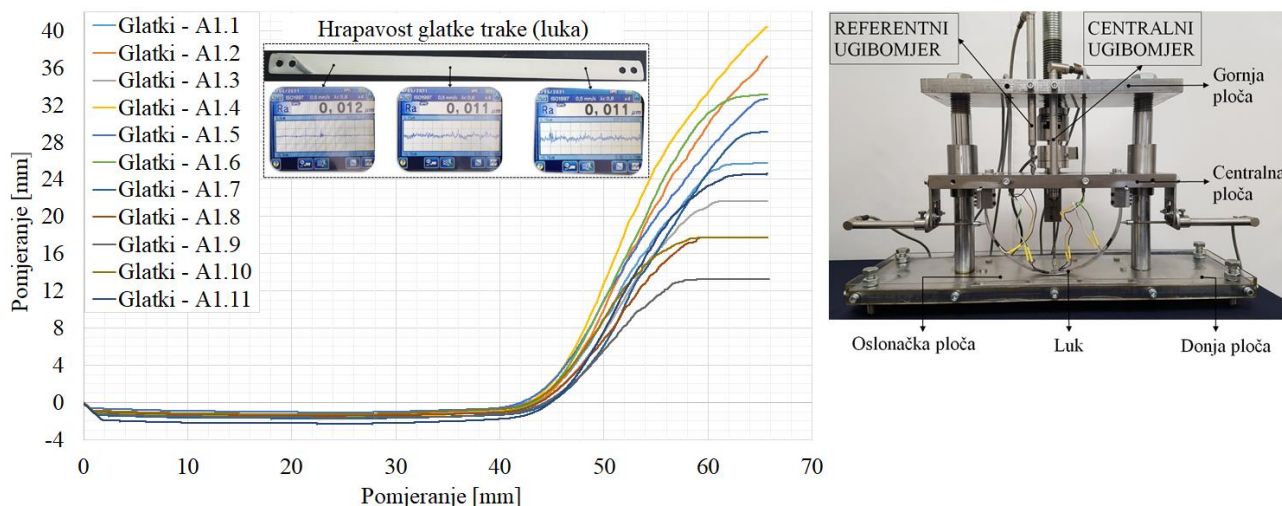
Fenomen koji je ovdje opisan jasno ukazuje da povećanje stvarne kontaktne površine koja se dobija uglačavanjem kontaktnih površina, odnosno poravnavanjem mikro vrhova na površinama u kontaktnoj interakciji lako može biti narušena pojavom najmanje talasastosti. Pojava talasastosti koja je obično za nekoliko redova veličina veća od visine mikro vrhova glatkih lukova, tako dovodi do odvajanja većih dijelova između kontaktnih površina odnosno do smanjivanja stvarne kontaktne površine između luka i oslonačke ploče. Ako se pažljivo pogleda, odnos talasastosti i hrapavosti se može vidjeti na izmjerenom profilu glatkog luka (A1), Slika 119. Nasuprot tome, usljed velike hrapavosti 2R (A5) i hrapavih (A3) lukova, talasastost ne dolazi do izražaja, Slika 119 i 121.

Kao što je već navedeno, na Slikama 142 i 143 su prikazani osrednjeni dijagrami dilatacija/pomjeranje srednjeg dijela luka za glatke (A1) i hrapave (A3) lukove. Jasno se vidi značajna razlika u maksimalnoj dilataciji glatkih i hrapavih lukova, gdje je jedini parametar koji utiče na ovu razliku, hrapavost i talasastost kontaktnih površina glatkih i hrapavih lukova i oslonačkih ploča. U slučaju glatkih lukova imamo maksimalnu dilataciju od 6 ‰ dok kod hrapavih lukova i oslonačkih ploča maksimalna dilatacija iznosi oko 5 ‰.

Dalje u tekstu će biti prikazani rezultati izmjerenih deformacija (pomijeranja) središnjeg dijela lukova, odnosno izmjerene pomjeranje centralnim ugibomjerom u odnosu na referentni ugibomjer. U slučaju pomjeranja (izvijanja) središnjeg dijela luka izmjereno je znatno veći broj uzoraka. Ispitano je po 11 glatkih i hrapavih lukova i 6 lukova hrapavosti 2R, što predstavlja znatno stabilniji statistički uzorak kada se izvrši osrednjavanje mjerenja svakog od seta glatkih, hrapavih i 2R lukova.

Pomjeranje središnjeg dijela luka prati trend ponašanja ustanovljen prilikom analiziranja dilatacija što je očekivano. Samo što je u slučaju mjerenja pomjeranja, razlika između ponašanja tri grupe testnih uzoraka i efekat rasipanja rezultata kod glatkih lukova znatno naglašeniji, nego prilikom mjerenja dilatacija.

Analizu pomjeranja lukova ćemo takođe početi razmatranjem rezultata dobijenih za grupu (A1) od 11 glatkih lukova. Na dijagramu Slika 145, može se vidjeti značajno variranje rezultata, gdje je ustanovljena relativna razlika minimalnog i maksimalnog pomjeranja od 68 %. Što još jednom potvrđuje veliku nestabilnost (osjetljivost) kontaktne interakcije glatkih uzoraka, o čemu će biti diskutovano u Poglavlju 5.6.

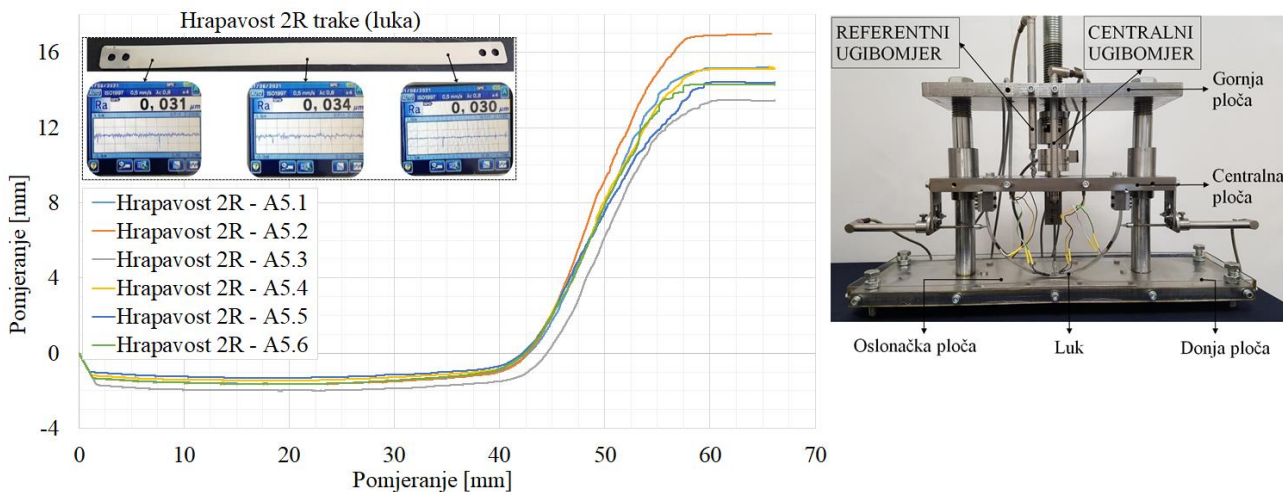


Slika 145: Izmerena pomjeranja za 11 uzoraka glatkih (A1) lukova.

Ispitivanjem 6 uzoraka lukova hrapavosti 2R je ustanovljeno da postoji znatno manje rasipanje dobijenih vrijednosti pomjeranja, sa relativnom razlikom od 23 %. Maksimalne vrijednosti pomjeranja za 11 glatkih lukova variraju u granicama od 13 mm do 41 mm, Slika 145, dok vrijednosti za lukove hrapavosti 2R variraju u granicama od 13 do 17 mm, Slika 146. U obzir treba uzeti da je

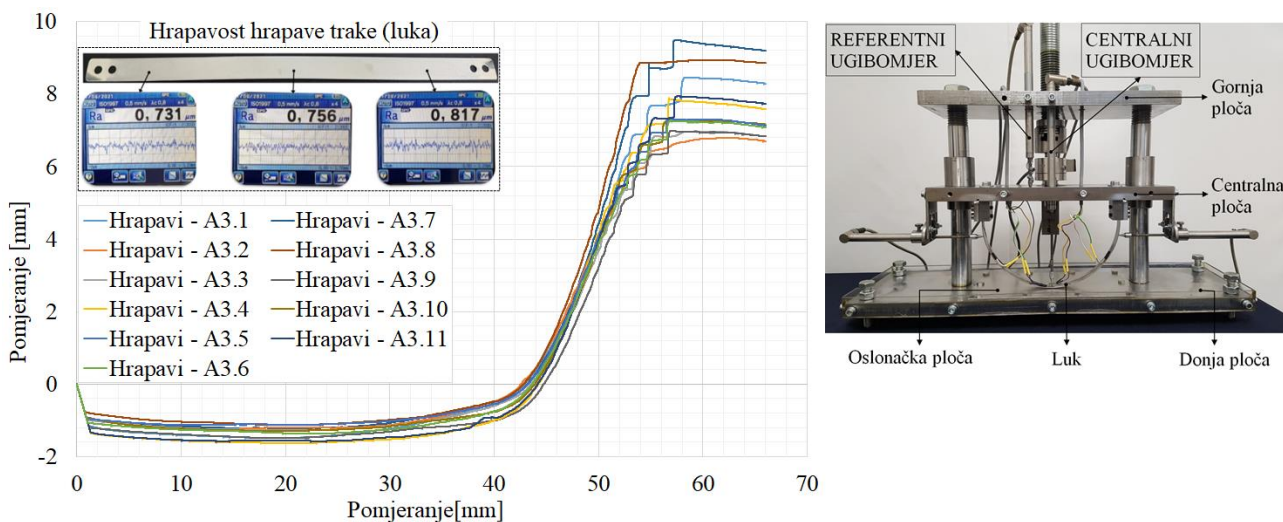


prosječna hrapavost glatkih lukova 12 nm a prosječna hrapavost 2R lukova je 35 nm, što ukazuje da najmanja promjena hrapavosti kontaktnih površina na nano nivou prouzrokuje promjenu deformacije kompletnog luka na makro nivou.



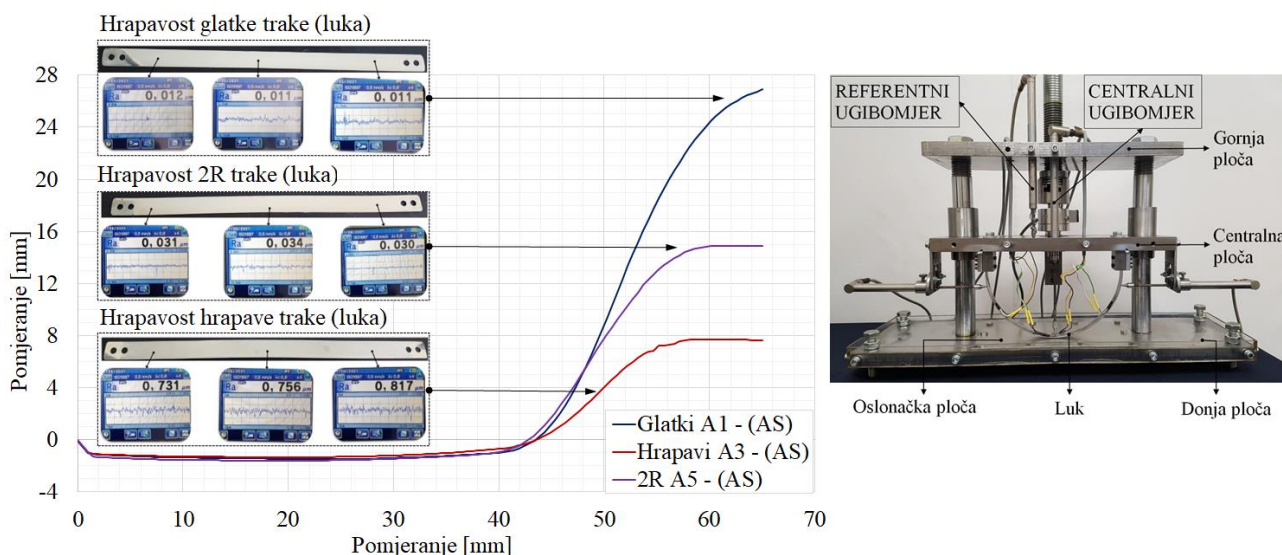
Slika 146: Izmjerena pomjeranja za 6 uzoraka lukova hrapavosti 2R (A5).

Kod hrapavih lukova (A3) variranje rezultata po vertikalnoj osi je slično lukovima A5, odnosno manje su razlike u pomjeranjima središnjeg dijela nego kod glatkih lukova (A1), Slika 146. Relativna razlika minimalnog i maksimalnog izmjerenog pomjeranja središnjeg dijela hrapavog luka je 27 %. Ako poredimo vrijednosti pomjeranja za 11 glatkih i 11 hrapavih lukova, može se vidjeti da pomjeranja središnjeg dijela glatkih lukova osciluju u vrijednostima od 13 mm do 41 mm (68 %), Slika 145, dok u slučaju hrapavih lukova vrijednosti pomjeranja variraju od 6.4 do 9 mm (25 %), Slika 147.



Slika 147: Izmjerena pomjeranja za 11 uzoraka hrapavih (A3) lukova.

Na kraju je izvršeno računanje AS svakog od setova glatkih, 2R i hrapavih lukova, što je prikazano na dijagramu, Slika 148. Srednje vrijednosti seta glatkih, 2R i hrapavih lukova potvrđuju da najmanja promjena hrapavosti u nanometrima će dovesti do značajne promjene u ukupnoj deformaciji lukova.



Slika 148: Aritmetička srednja vrijednost (AS) izmjerenih pomjeranja za glatke (A1), hrapave (A3) i 2R (A5) polukružne lukove

Tabela 8: Deformisani oblik lukova (A1, A5 i A3) na kraju procesa savijanja u preciznoj presi

Pomjeranje (izvijanje) lukova, mjereno centralnim ugibomjerom	Tip i hrapavost testnog uzorka
	Glatki luk (A1.7), $R_a \approx 12 \text{ nm}$
	Luk hrapavosti 2R (A5.2) $R_a \approx 35 \text{ nm}$
	Hrapavi luk (A3.10), $R_a \approx 670 \text{ nm}$

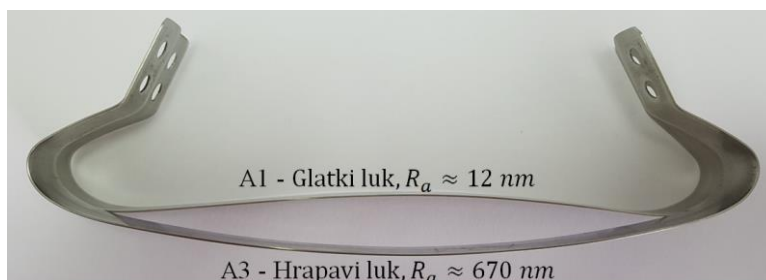
Najmanja deformacija (izvijanje) središnjeg dijela luka je registrovana kod lukova sa hrapavim kontaktnim površinama, gdje maksimalna srednja vrijednost deformacije iznosi 8 mm. Kod lukova sa kontaktnim površinama hrapavosti 2R maksimalna srednja vrijednosti deformacije iznosi 15 mm, dok kod lukova sa glatkim kontaktnim površinama iznosi 27 mm, Slika 148. Ako izvršimo poređenje dobijenih maksimalnih osrednjenih pomjeranja sa nivoom hrapavosti uzoraka vidimo da

lukovi sa najvećom hrapavošću od 670 nm imaju najmanja pomjeranja centralnog dijela. Smanjivanjem hrapavosti za faktor od 20 sa 670 nm na 35 nm, izvijanje središnjeg dijela lukova hrapavosti 2R iznosi 15 mm. Daljim smanjivanjem hrapavosti sa 35 nm na 12 nm, što predstavlja faktor umanjivanja od 3, dobijaju se maksimalna izvijanja glatkih lukova od 27 mm. Odakle slijedi, da u slučaju 2R lukova čija je hrapavost za faktor 20 manja od hrapavih lukova, dolazi do porasta pomjeranja 2R lukova u odnosu na hrapave za 7 mm. Odavde vidimo da uticaj hrapavosti na deformaciju nije konstantan, možemo reći da postoji nelinearna zavisnost ponašanja luka u odnosu na nivo hrapavosti o čemu će biti diskutovano u Poglavlju 5.6.

U tabeli 8 su prikazani lukovi (A1, A5 i A3) nakon završenog procesa savijanja u preciznoj presi. Jasno se mogu vidjeti značajne razlike u deformaciji, između lukova različite površinske hrapavosti.

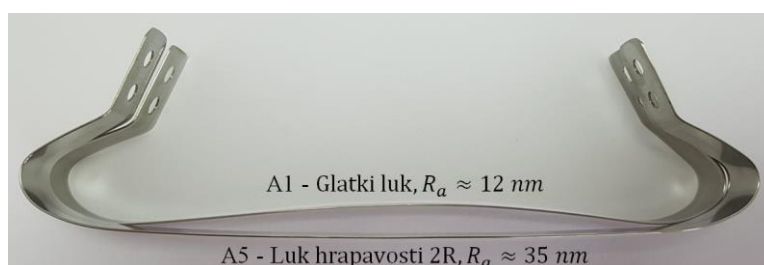
### 5.5.1. Zaostale deformacije

Pored analize ponašanja lukova u zavisnosti od hrapavosti kontaktne interakcije na osnovu opisanih rezultata dobijenih eksperimentalnim mjerenjima, uticaj hrapavosti se može direktno vidjeti i kroz zaostale deformacije testnih uzoraka. Na slici 149 prikazano je poređenje zaostalih deformacija glatkog luka (A1) prosječne hrapavosti 12 nm i hrapavog luka (A3) prosječne hrapavosti 670 nm, Tabela 2 i 4, gdje se jasno vidi velika razlika u zaostalim deformacijama dva testna primjerka. U razmatranju zaostalih deformacija treba imati na umu da vizuelne razlike koje se mjere u centimetrima su uzrokovane promjenama hrapavosti mjerene u nanometrima, što predstavlja jako specifičan fenomen.



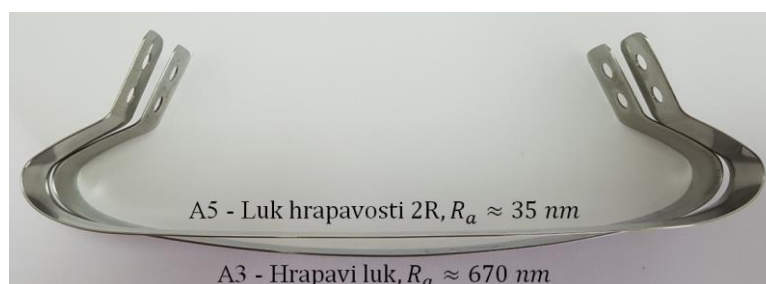
Slika 149: Razlika u zaostalim deformacijama glatkog (A1) i hrapavog (A3) luka.

Upoređivanjem zaostalih deformacija glatkog luka (A1) i luka hrapavost 2R (A5), Slika 150, mogu se primjetiti manje razlike u zaostalim deformacijama, nego kod upoređivanja luka A1 sa A3, Slika 149. Dalje, upoređivanjem zaostalih deformacija luka A5 i A3, Slika 151, primjetna je znatno manja razlika u zaostalim deformacijama nego kod poređenja lukova A1 i A5, Slika 150. Interesantno je da upoređujući glatki luk (A1) sa površinskom hrapavošću od 12 nm, sa 2R lukom hrapavosti od 35 nm, postoji značajna razlika u obliku deformacija upoređivanih uzoraka, iako je razlika u hrapavosti samo 23 nm.



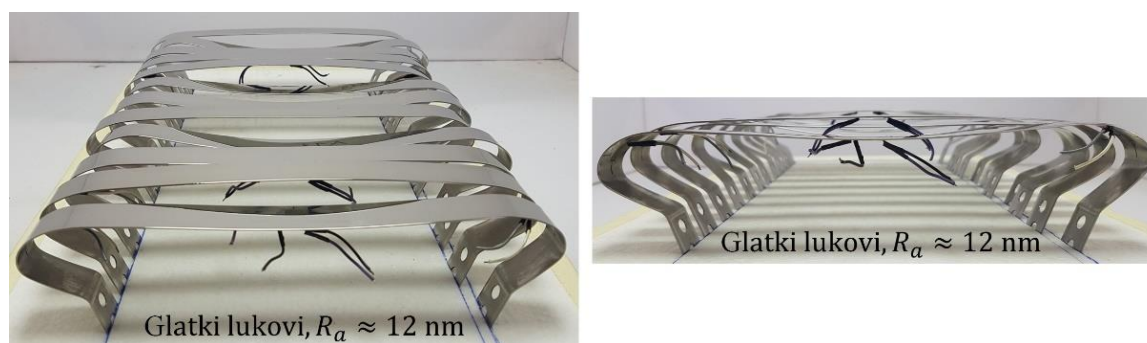
Slika 150: Razlika u zaostalim deformacijama glatkog luka (A1) i luka hrapavosti 2R (A5).



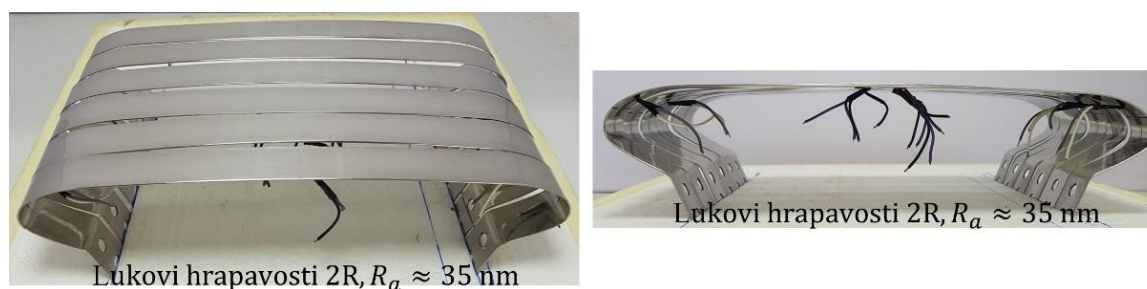


Slika 151: Razlika u zaostalim deformacijama luka hrapavosti 2R (A5) i hrapavog luka (A3).

Sagledavanjem seta svih ispitanih (deformisanih) glatkih (A1), hrapavih (A3) i 2R (A5) lukova, vidimo određene trendove u zaostalim deformacijama. Na Slici 152 je prikazano 11 eksperimentalnih uzoraka glatkih lukova nakon završenog ispitivanja. Može se vidjeti veliko variranje u zaostalim deformacijama, što su pokazali ranije analizirani rezultati dobijenih dilatacija i pomjeranja središnjeg dijela luka. Za razliku od glatkih lukova hrapavi i lukovi 2R površinske hrapavosti, pokazuju značajnu stabilnost u zaostalim deformacijama, gdje svi hrapavi lukovi imaju približno iste zaostale deformacije, isti slučaj je i sa lukovima hrapavosti 2R, Slika 153 i 154.

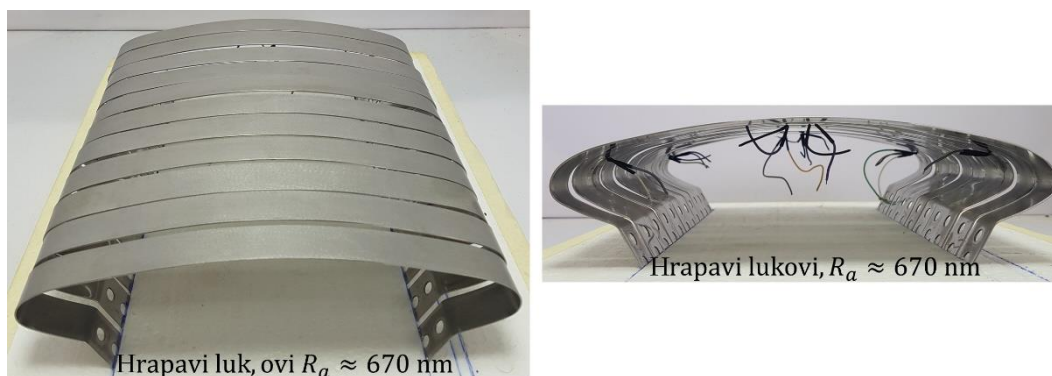


Slika 152: Zaostale deformacije za 11 ispitanih glatkih lukova (A1).



Slika 153: Zaostale deformacije za 6 ispitanih lukova hrapavosti 2R (A5).

Razmatranjem zaostalih deformacija za tri grupe ispitivanih testnih uzoraka različite hrapavosti: glatki lukovi (A1), 2R lukovi (A5) i hrapavi likovi (A3), dolazi se do zanimljivog zaključka. Kada se uporede A5 lukovi prosječne hrapavosti od 35 nm koji su približno 3 puta hrapaviji od lukova A1 prosječne hrapavosti od 12 nm, i kada se isti A5 lukovi uporede sa A3 lukovima koji su približno 20 puta hrapaviji od A5 lukova, jasno se može vidjeti da su A5 lukovi po obliku zaostalih deformacija puno sličniji A3 lukovima sa prosječnom hrapavošću od 670 nm. Na ovaj način je još jednom potvrđen fenomen uticaja hrapavosti na deformaciju lukova, gdje promjene u deformaciji postaju sve osjetljivije sa smanjivanjem hrapavosti posmatranih testnih uzoraka.



Slika 154: Zaostale deformacije za 11 ispitanih hrapavih lukova (A3).

Ovo je indikativna konstatacija, koja ukazuje da testni uzorci A5 sa 20 puta manjom hrapavošću od uzoraka A3 imaju daleko sličniji oblik zaostalih deformacija nego sa uzorcima A1 koji imaju samo 3 puta manju hrapavost od uzoraka A5. Ovo je jasan pokazatelj da sa smanjivanjem hrapavosti kontaktnih površina, hrapavost ima sve veći i veći uticaj na ponašanje testnih uzoraka,

## 5.6. DISKUSIJA

Kao što vidimo iz dobijenih dijagrama dilatacija, Slika 138 do 140 i pomjeranja, Slika 145 do 147, sa povećanjem hrapavosti smanjuje se rasipanje rezultata između istih uzoraka. Takođe jasno se vidi koliko veliki uticaj ima najmanja promjena hrapavosti kontaktnih površina na ukupan odgovor konstrukcije, Slika 148 i 149 do 151. Ako prvo pogledamo glatke lukove (A1) sa prosječnom hrapavošću od oko 12 nm, dobijamo maksimalnu osrednjenu dilataciju od 6 %, Slika 141 i 142. Kada povećamo hrapavost lukova na 35 nm (A5) maksimalna dilatacija se smanji na 5.8 %, Slika 141, sa daljim drastičnim povećavanjem hrapavosti na 670 nm (A3) dilatacija opada na 5 %, Slika 141 i 143. Ovakav odnos izmjerenih vrijednosti, jasno pokazuje nelinearnu zavisnost hrapavosti i dilatacije lukova, što je još više izraženo analizom pomjeranja centralnog dijela luka.

Analizom rezultata pomjeranja središnjeg dijela uzoraka, dobijenih mjerenjem referentnim i centralnim ugibomjerom, vidimo znatne varijacije u rezultatima dobijenim za lukove A1 Slika 145, i značajnu razliku između osrednjenih vrijednosti dijagrama pomjeranja za tri grupe uzoraka, Slika 148. Veliko rasipanje rezultata u mjerenju pomjeranja lukova A1 predstavlja indikativan fenomen koji definitivno treba detaljno istražiti. Osnovna pretpostavka u analizi posmatranog problema, jeste da do variranja u rezultatima dolazi zbog velike osjetljivosti glatkih modela (A1). Najmanja promjena geometrije luka će imati veliki uticaj na formiranje stvarne kontaktne površine između polukružnog luka i oslonačke ploče, Slika 144. Stvarna kontaktna površina predstavlja samo mali segment vidljive površine, što je opisano u Poglavlju 2 i 3.1.6. Zbog konstantnog mijenjanja geometrije luka prilikom deformisanja pod pritiskom u PPL-u, dolazi do mijenjanja zona u kojima je ostvaren kontakt (stvarna kontaktna površina). Dobijeni rezultati ukazuju da do neujednačenog ponašanja glatkih lukova dolazi zbog pojave efekta talasastosti. Efekat talasastosti može nastati kao posljedica promjene geometrije testnog uzorka prilikom deformisanja u PPL-u, takođe talasastost nastaje i u samom procesu obrade materijala i formiranja hrapavosti testnih uzoraka, Poglavlje 5.3.3.1.

Analizom dijagrama dilatacija, ustanovljena je nestabilnost A1 uzoraka u odnosu na A5 i A3 uzorke. Ono što je važniji pokazatelj različitog ponašanja svake od po tri grupe lukova različite hrapavosti, jeste drugačiji priraštaj dilatacija u fazi 2 i fazi 3, Slika 141 do 143. U fazi 2 najmanje dilatacije su zabilježene kod glatkih (A1) uzoraka, zatim po veličini priraštaja dolaze A5 uzorci i na kraju sa najvećim priraštajem A3 uzorci. Sa druge strane u fazi 3, hrapavi lukovi (A3) imaju najmanji priraštaj, dok uzorci A1 imaju najveći priraštaj dilatacija. Ovakva slika ponašanja testnih uzoraka,

pokazuje da u drugoj fazi kada lukovi imaju najveću kontaktnu površinu sa oslonačkom pločom i kada sile u luku nisu dovoljno velike da izazovu poremećajni efekat talasastosti, do izražaja dolazi ostvarena stvarna kontaktna površina između glatkih lukova (A1) i oslonačkih ploča. Jasno se vidi da lukovi A5 sa manjom stvarnom kontaktnom površinom imaju veći priraštaj od lukova A1, dok A3 lukovi imaju najveći priraštaj dilatacija u fazi 2, zbog velike hrapavosti i ostvarene manje stvarne kontaktne površine. Kada sile u luku postanu dovoljno velike, dolazi do pojave talasastosti i smanjivanja stvarne kontaktne površine, uslijed čega glatki lukovi više proklizavaju po oslonačkoj ploči i time se deformišu prema unutrašnjosti, izazivajući najveće dilatacije središnjeg dijela luka. Uslijed velike hrapavosti lukovi A3 nisu osjetljivi na pojavu talasastosti, pogledati Sliku 144. Iako lokalno gledano, kontakt mikro vrhova hrapave površine ostvaruje manju stvarnu kontaktnu površinu, sa druge strane uslijed velike visine mikro vrhova, hrapavi profil ostvaruje veći broj kontaktnih tačaka po cijeloj dužini kontaktne interakcije, što daje kumulativno veću stvarnu kontaktnu površinu nego kod glatkog profila. Veća stvarna površina uzrokuje veće kontaktne sile koje se odupiru proklizavanju lukova prema unutrašnjosti, što daje manje dilatacije centralnog dijela luka, pogledati Tabelu 8.

Kao što je već naglašeno, još indikativniji parametar uticaja hrapavosti na deformaciju lukova predstavljaju izmjerena pomjeranja središnjeg dijela luka. Za dalju diskusiju posmatramo dijagram na Slici 148. Na dijagramu su prikazane osrednjene vrijednosti za tri grupe po 11 glatkih (A1), 2R (A5) i hrapavih (A3) testnih uzoraka. Uprosječene aritmetičke srednje vrijednosti hrapavosti ovih uzoraka su 12 nm, 35 nm i 670 nm, Tabela 2 i 4, dok su srednje vrijednosti maksimalnih pomjeranja 27 mm, 15 mm i 8 mm, Slika 148. U tabeli 9 su prikazani faktori razlike hrapavosti i relativna razlika pomjeranja između posmatranih uzoraka.

Tabela 9: Faktori razlike hrapavosti i relativna razlika pomjeranja uzoraka A1, A3 i A5.

Posmatrani uzorci		A1	A3	A5	A3	A1	A5
Vrijednost hrapavosti $R_a$ posmatranih uzoraka	[nm]	12	670	35	670	12	35
<b>Faktor razlike hrapavosti</b>		<b>55</b>		<b>20</b>		<b>3</b>	
Srednje maksimalno pomjeranja posmatranih uzoraka	[mm]	27	8	15	8	27	15
<b>Relativna razlika pomjeranja</b>	[%]	<b>70</b>		<b>46</b>		<b>45</b>	

Na osnovu dobijenih vrijednosti faktora razlike između hrapavosti tri grupe uzoraka i relativnih razlika pomjeranja prikazanih u Tabeli 9, jasno se vidi nelinearna zavisnost odnosa hrapavosti i deformacija posmatranih polukružnih lukova. U posmatranoj tabeli su prikazane srednje vrijednosti hrapavosti dobijene osrednjavanjem izmjerenih vrijednosti  $R_a$  za uzorke lukova A1, A3 i A5, Tabela 2 i 4. Takođe prikazana pomjeranja, predstavljaju maksimalnu srednju vrijednost (AS) pomjeranja središnjeg dijela lukova A1, A3 i A5, što je prikazano na Slici 148. Hrapavost testnih uzoraka A5 je manja 20 puta od hrapavosti uzoraka A3, dok je hrapavost uzoraka A1 manja samo 3 puta od hrapavosti uzoraka A5. Bez obzira na veliku razliku u hrapavosti uzoraka A3 i A5 u odnosu na razliku uzoraka A1 i A5, relativna razlika pomjeranja između uzoraka A5 i A3 je ista kao i između uzoraka A5 i A1, približno 45 %. Ovdje vidimo jako karakterističan fenomen, da izuzetno male veličine u promjeni hrapavosti direktno utiču na ponašanje makro sistema.

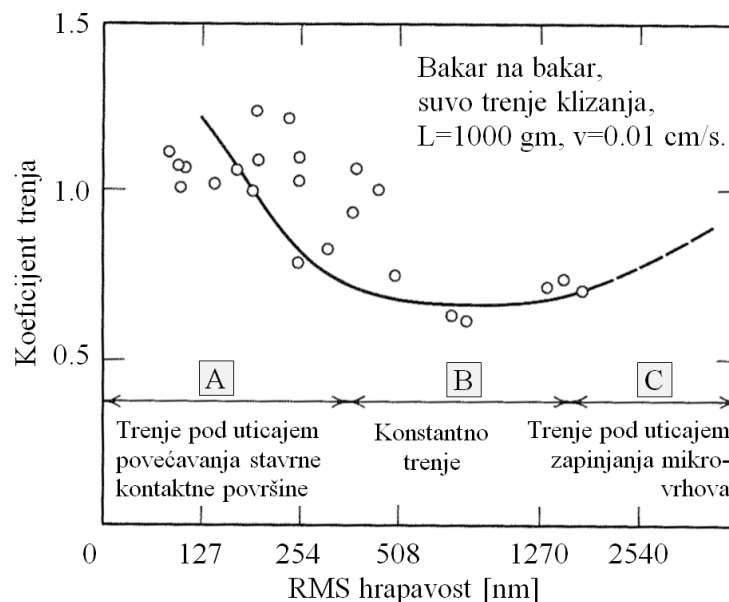
Izvršena uporedna analiza, pokazuje da sa smanjivanjem hrapavosti, hrapavost kao fenomen ima sve veći uticaj na ponašanje kontaktne interakcije luka i oslonačke ploče. Treba uzeti u obzir da variranje hrapavosti od 12 nm za glatke (A1), 35 nm 2R (A5) i 670 nm za hrapave (A3) lukove, sve spadaju u red veličina nanometara  $10^{-8}$  do  $10^{-7}$ , dok je promjena deformacija kompletnog luka reda



veličina u centimetrima  $10^{-2}$ . Što znači da promjene u kontaktnoj interakciji koje utiču na globalnu deformaciju luka su 1 000 000 i 100 000 puta manje od prouzrokovane deformacije luka. S tim u vezi, zanimljivo je izvršiti poređenje geometrijskih karakteristika luka i veličine hrapavosti kontaktnih površina. Polukružni luk čije su dimenzije 200 mm u prečniku, širina 20 mm i debljina 0.8 mm, mijenja deformisano stanje u zavisnosti od promjene hrapavosti reda veličina 12 do 670 nm. Ako uporedimo najmanju geometrijsku veličinu luka a to je debljina od 0.8 mm sa hrapavošću glatkih lukova od 12 nm, vidimo da veličine koje su manje za približno 70 000 puta od najmanje dimenzije luka imaju značaj uticaj na ukupnu deformaciju luka.

Proučavanje uticaja hrapavosti i talasastosti, generalno predstavlja problematičnu oblast istraživanja, iz razloga što nije lako izvršiti pouzdana eksperimentalna mjerenja. Zapažanje i mjerenje ovih fenomena spada u red veličina ispod 1  $\mu\text{m}$ . Ideja PPL-a jeste da se omogući sagledavanje uticaja mikro efekata preko makro deformacije testnog uzorka luka. Uspostavljanjem matematičkog modela sa proizvoljnom mogućnošću korigovanja svih parametara hrapavosti površine, omogućio bi proučavanje i poređenje matematičkog odgovora modelovanog luka sa eksperimentalnim uzorcima. Na ovaj način bi se došlo do odgovora šta se dešava u kontaktnoj interakciji polukružnog luka i oslonacke ploče, koliki je uticaj hrapavosti, talasastosti, plastifikacije i ostalih efekata. S obzirom da hrapavost površina, bilo vještački ili prirodno formirana, spada u kompleksan prirodni fenomen, matematičko opisivanje hrapavosti i generalno kontaktne interakcije hrapavih površina predstavlja zahtijevan zadatak, o čemu će biti diskutovano kasnije u tekstu.

Dalje u tekstu, biće izvršeno poređenje dobijenih rezultata sa istraživanjima koje je uradio Rabinovič [19]. Ova istraživanja predstavljaju fundament (tribologije) nauke o trenju i trošenju materijala, pogledati Poglavlje 2.1. Kontakta mehanika i nauka o hrapavosti površina su međusobno isprepletene i predstavljaju široku naučnu oblast istraživanja. Po pitanju uticaja hrapavosti na sile trenja i sveukupan uticaj na dva tijela u kontaktu, još uvijek nije formiran jedinstven odgovor u naučnoj zajednici. Postoje različita istraživanja i mišljenja kada i zašto hrapavost utiče ili ne utiče na posmatrani sistema, [19], [20], [42], [54], [67], [221].



na osnovu Rabinovičevih istraživanja i jednim dijelom na osnovu istraživanja provedenih od strane Segelmana, Brejka i Jasterbova, [2], [3], [42], [67], [113]. Na Slici 155 je prikazan Rabinovičev dijagram koji prikazuje zavisnost koeficijenta trenja u odnosu na hrapavost dvije bakarne površine, pod uticajem trenja klizanja. Raspon hrapavosti izražen preko  $R_q$  se kreće od 127 do 2540 nm i u zavisnosti od stepena uticaja hrapavosti na trenje, podijeljen je u tri regiona: A, B i C, pogledati Poglavlje 5.3.3.1. Za središnji region B, sa rasponom hrapavosti od 380 do 1900 nm, smatar se da hrapavost nema uticaj na trenje. U slučaju kada je hrapavost manja do 380 nm, dolazi do rasta koeficijenta trenja uslijed povećavanja stvarne kontaktne površine, region A. Za slučaju hrapavosti veće od 1900 nm, dolazi do efekta zapinjanja (interlocking) mikro vrhova, što dovodi do povećavanja koeficijenta trenja, region C. Zaključak koji je donesen na osnovu postavljenog dijagrama jeste da hrapavost nema uticaj na sile trenja osim kod jako uglaćanih i jako hrapavih površina.

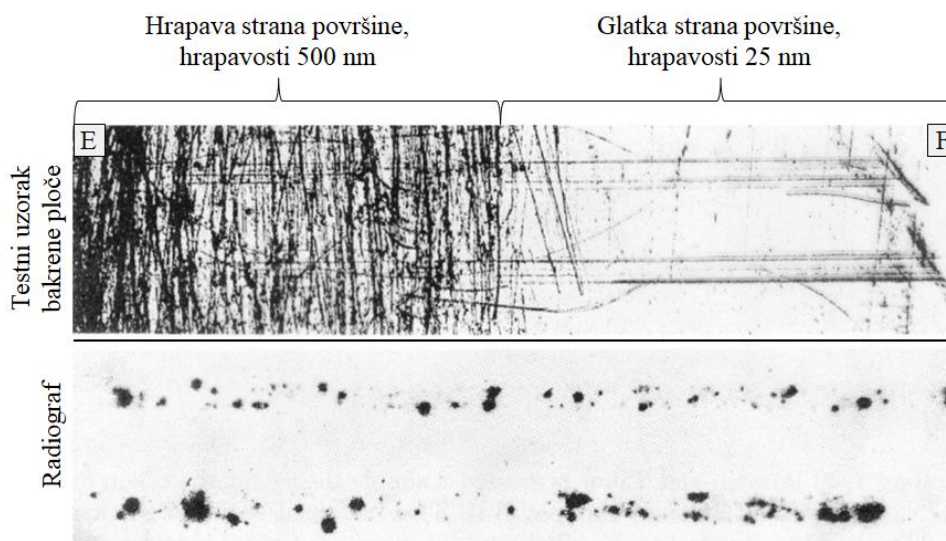
Sledeći eksperiment kojim Rabinovič dodatno potvrđuje neznan uticaj hrapavosti na stvarnu kontaktnu površinu, a samim tim direktno i na ponašanje cijelog ispitivanog sistema je prikazan na Slici 156. Eksperiment se sastoji od dvije bakarne ploče, koje će biti u kontaktu izložene trenju klizanja. U eksperimentalnom postupku, radioaktivna ploča se vuče konstantnom brzinom po drugoj bakarnoj ploči sa silom pritiska od 40 N, [19], [35], [157]. Uslijed trenja klizanja između dvije ploče doće do transfera radioaktivnih elemenata između ploča, čime bi trebala biti detektovana stvarana kontaktna površine. Na fotografiji je prikazana bakarna ploča sa površinama različite hrapavosti. Lijeva strana površine označena sa E, ima hrapavost od 500 nm, dok desna strana površine označena sa F, ima hrapavost od 25 nm. Razlika u hrapavosti strana E i F je 20 puta, isto kao i razlika između lukova A3 i A5. Radiografski prikaz kontaktnih površina, prikazuje transfer radioaktivnih elemenata između dijelova površina koji su u kontaktu. Ovaj eksperiment pokazuje da velika razlika u hrapavosti nema skoro nikakav uticaj na sile trenja između bakarnih ploča. Konačan zaključak izveden na osnovu izvršenih eksperimenata jeste da hrapavost nema skoro nikakav uticaj na sile trenja, a samim tim nema uticaj ni na ponašanje konstrukcije. Kao što vidimo ove tvrdnje su prilično kontradiktorne zaključcima dobijenim na osnovu eksperimenata PPL.

Prvo ćemo sagledati dobijene eksperimentalne rezultate za hrapave lukove A3, gdje je ciljana srednja vrijednost hrapavosti od 670 nm postavljena na osnovu zaravnjenog dijela dijagrama označenog sa B, Slika 155. Vrijednosti  $R_a$  izmjerene hrapavosti za 11 uzoraka hrapavih lukova se kreću od 430 do 840 nm, Tabela 2 i 4. Kada se pogledaju zaostale deformacije 11 lukova A3, svi uzorci izgledaju približno isto, sa vrlo malim odstupanjima u geometriji zaostalih deformacija, Slika 154. Sa duge strane kada se pogleda dijagram na Slici 147, pomjeranja središnjeg dijela hrapavih lukova nisu ista, minimalna i maksimalna izmjerena vrijednost ima relativnu razliku od 25 %. Opisano ponašanje hrapavih lukova (A3) nije potpuno u saglasnosti sa Rabinovičevim predviđanjima da vrijednosti veličine hrapavosti u regionu B nemaju značajan uticaj na sile trenja u kontaktnoj interakciji, Slika 155.

Dalje prelazimo na razmatranje regiona A na prikazanom dijagramu Slika 155, za koji vrijednosti hrapavosti variraju od 0 do 127 nm. Prikazani dijagram u regionu A pokazuje skoro pa linearnu zavisnost hrapavosti i trenja, što je u značajnoj suprotnosti sa rezultatima dobijenim za testne uzorke glatkih (A1) i 2R (A5) lukova, hrapavosti 12 i 35 nm, redom. Na osnovu rezultata prikazanih u Tabeli 9, vidimo značajnu razliku u pomjeranjima središnjeg dijela lukova A3 prosječne hrapavosti od 670 nm i lukova A5 hrapavosti 35 nm. Pitanje koje se postavlja jeste, koja je kritična vrijednost hrapavosti kada do značaja dolazi povećavanje stvarne kontaktne površine uslijed smanjivanja hrapavosti. Još veći skok pomjeranja u zavisnosti od hrapavosti se vidi iz poređenja lukova A5 sa lukovima A1. Rezultati PPL eksperimenata ukazuju na nelinearnu zavisnost hrapavosti i deformacije lukova.

Na kraju ćemo prodiskutovati rezultate dobijene primjenom radioaktivnih uzoraka od bakra. U radiografskom ispitivanju je razmatrana hrapavost 500 i 25 nm, dok je u ispitivanje PPL-a osrednjena hrapavost eksperimentalnih uzoraka 12, 35 i 670 nm. Radiografska mjerenja su pokazala

da bez obzira na veliku razliku u hrapavosti površine bakarne ploče, uticaj hrapavosti je beznačajan. Rabinovičeva istraživanja prikazana na Slikama 155 i 156, sugerišu na mali uticaj hrapavosti na ponašanje kontaktne interakcije, što je u značajnoj mjeri suprotno od zaključaka koji su doneseni analiziranjem rezultata PPL.



Slika 156: Radiografsko ispitivanje uticaja hrapavosti bakarnih ploča u kontaktu na sile trenje i stvarnu kontaktnu površinu, [19], [35], [157].

Sa stanovišta numeričkog modelovanja uticaja hrapavosti na deformaciju lukova, postoji niz problema koje treba prevazići. Kao prvo, komercijalni softveri na bazi KE nemaju u svojim numeričkim algoritmima definisanu proceduru za definisanje hrapavosti, takođe ne postoje tačno definisani postupci i pod procedure kao što su pod procedure za dodatno definisanje materijala, temperature, elemenata, trenja itd., [193], [194]. Jedina mogućnost u direktnoj primjeni komercijalnih softvera jeste da se proizvoljno varira trenje u numeričkom modelu posmatranog luka, dok se ne dobiju približne deformacije numeričkog modela kao što su eksperimentalno izmjerene. Ovakav pristup uopšte ne uvodi pojam hrapavosti u numerički model, površine ostaju idealno glatke, sve što se radi, jeste nasumično pogađanje koeficijenta trenja dok se ne dobije željeno poklapanje rezultata, tako da je ovakav pristup u startu odbačen.

Iako hrapavost kontaktnih površina ima ključnu ulogu u definisanju ponašanja kontaktne interakcije dva tijela, kao što je prelazak iz zaljepljenog stanja u stanje proklizavanja unutar kontaktne interakcije o čemu je bilo riječi u Poglavlju 3.1.5 i 3.2.2.2, definisanje kontaktnog pritiska, trenja, adhezije i zagrijavanja uslijed klizanja, Poglavlje 2.1, još uvijek nije formirano jedinstveno i stabilno rješenje kontaktnog problema hrapavih površina.

Do sada su razvijene različite analitičke metode, od kojih su neke navedene u Poglavlju 2 i 3.1, pored analitičkih formirane su i odvojene numeričke procedure za definisanje i proračun interakcije hrapavih površina, ali ni za jednu od metoda nije izvršena implementacija u neki od komercijalnih KE softvera, [36], [155]. Pored navedenog svaka od metoda ima određena ograničenja u primjeni.

Kao reprezentativne mogu se navesti analitičke metode formirane od strane Grinvuda - Vilijamsona, Kregelskog i Žuravljeva, [25], [29], [30], [41], [165]–[167], [169]. Osnovno ograničenje ovih metoda jeste što su tačne samo u slučaju malog kontaktnog pritiska, što znači da opisuju kontakt bez plastifikacije i međusobne interakcije mikro vrhova prilikom plastičnog deformisanja i širenja (sabijanja) svakog mikro vrha zasebno. Geometrija mikro vrhova se smatra konstantnom i nepromjenjivom prilikom kontaktnog pritiska između dvije hrapave površine. Pretpostavlja se da

neće doći do međusobne interakcije susjednih vrhova iste kontaktne površine. Drugo ograničenje jeste uvođenje pretpostavke da svi mikro vrhovi koji stupaju u interakciju imaju konstantnu zakrivljenost bez obzira na kontaktni pritisak, takođe poznato je da GW model podrazumijeva opisivanje mikro vrhova Hercovom teorijom, gdje je svaki mikro vrh kružnog ili sfernog oblika, Poglavlje 3.1. Treće ograničenje proizilazi iz uslovljenosti kompletnog teorijskog modela, ako je usvojena konstantna geometrija mikro vrhova, bez promjene visine i plastifikacije, to znači da ne može doći do spajanja odvojenih kontaktnih zona u procesu širenja i kontaktnog nalijeganja između odvojenih stvarnih kontaktnih površina. Takođe posmatranje mikro vrhova sa konačnom geometrijom je upitno sa stanovišta fraktalne prirode hrapavosti, gdje je i svaki mikro vrh zasebno ohrapavljen manjim mikro vrhovima, [27].

Sa pojavom Personove teorije 2001. uvodi se drugačiji pristup posmatranja hrapavosti kontaktnih površina, [35], [168], [222]. Teorijski model se ne zasniva na mjerenju i definisanju gustine visine mikro vrhova, Poglavlje 3.1.6, već hrapavost kontakta posmatra kao jednu cjelinu, tako da nije ograničen uslovima definisanim u već opisanim kontaktnim teorijama koje se zasnivaju na interakciji mikro vrhova. Personova teorija je razvijena za analizu proizvoljno hrapavih površina, bez ograničavanja razmjere posmatranja hrapavosti, hrapavost površina se posmatra kao sama sebi slična (samoafina) fraktalna površina, koja teorijski gledano nema najmanju ni najveću dimenziju, što jeste jedna od glavnih osobina fraktala, o čemu će biti više govora kasnije u tekstu, [172].

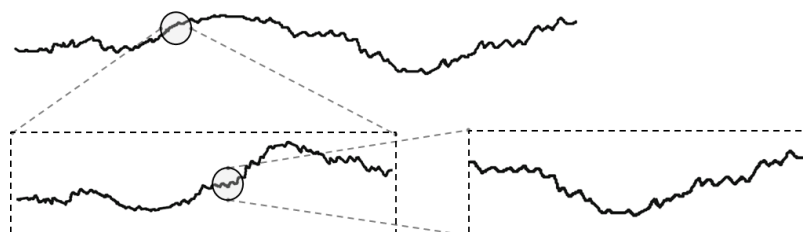
Osim analitičkog pristupa koji predstavlja osnovu rješavanja kontaktnog problema, primjena numeričkog modelovanja i analiziranja kontaktnog problema pruža sagledavanje daleko šire slike te modelovanje i opisivanje kompleksnih fenomena. U izučavanju kontaktnog problema sa stanovišta primjene konačnih elemenata, prvo je bilo potrebno opisati ponašanje kontaktne interakcije idealno glatkih tijela, što je zahtijevan i kompleksan zadatak i bez uvođenja hrapavosti, kao što je diskutovano u Poglavlju 3.2. Potrebno je definisati jednačinu ravnoteže u zavisnosti od promjenjivih kontaktnih uslova, prevazići nediferencijabilnost funkcije normalnog kontakta i samog ponašanja trenja. Pored ostalih autora koji su se bavili razvojem numeričkog opisivanja kontakta, od strane N. Kikuchi (N. Kikuchi), Ž. Čonga (Z.H. Zhong) i T.A. Laursen (T.A. Laursen) provedena su detaljna istraživanja na temu implementacije kontaktnih uslova i ograničenja u algoritme KE, [180], [185], [223]. Prva detaljna numerička analiza kontakta elastičnih hrapavih površina bez trenja, izvršena je 2004. od strane Hjiona (Hyun), [27]. Novo definisana numerička metoda je dala nove rezultate o evoluciji kontaktnih površina i gustini vjerovatnoće kontaktnog pritiska. Bez obzira na značajan iskorak koji je napravljen razvijenom metodom, postavljeni algoritam nije bio savršen. Svaki mikro vrh je diskretizovan sa po jednim čvorom konačnog elementa, gdje su korišteni trougaoni elementi. Ovakva gruba diskretizacija hrapavosti površine je prouzrokovala nerealno visoke kontaktne pritiske. Jastrebov je kasnije 2011. istražio važnost detaljnije (gušće) diskretizacije svakog mikro vrha, [42]. Kasnijim razvojem i detaljnijim, robusnijim numeričkim kontaktnim procedurama razvijanim od strane Vrigersa, Konjikova i Jasterbova, uvodi se pojam hrapavosti površina, kao samo slične fraktalne hrapave površine, [35], [37], [111], [153], [176], [213], [214].

U dosadašnjem proučavanju kontaktne interakcije hrapavih površina, jasno su izdvojena dva problema, kojima je potrebno posvetiti pažnju dalje u tekstu. Prvi problem predstavlja mjerenje, opisivanje i definisanje geometrije hrapave površine, kao što je navedeno u Poglavlju 2.1, 3.1.6 i 5.3.3.1. Drugi problem je vezan za primjenu KE-a u opisivanju ponašanja kontaktne interakcije hrapavih površina, gdje pored problema geometrije postoji dominantan problem dovoljno tačne diskretizacije hrapavosti konačnim elementima, Poglavlje 3.2.5.

Prilikom opisivanja hrapavosti odnosno geometrije površine, nepotpuno je usvojiti pretpostavku o konstantnosti geometrije u odnosu na razmjeru posmatranja. Razlog za ovakvu konstataciju proizilazi direktno iz same prirode hrapavosti, koja se mijenja sa povećavanjem razmjere sve dok se ne dođe do posmatranja hrapavosti na atomskom nivou. Ako uslovno rečeno, mjerenjem ustanovimo da imamo raspona veličina mikro vrhova od 50 do 100 mikrona, uvećavanjem razmjere ćemo ustanoviti da svaki mikro vrh visine od 50 mikrona po sebi ima nove mikro vrhove manje

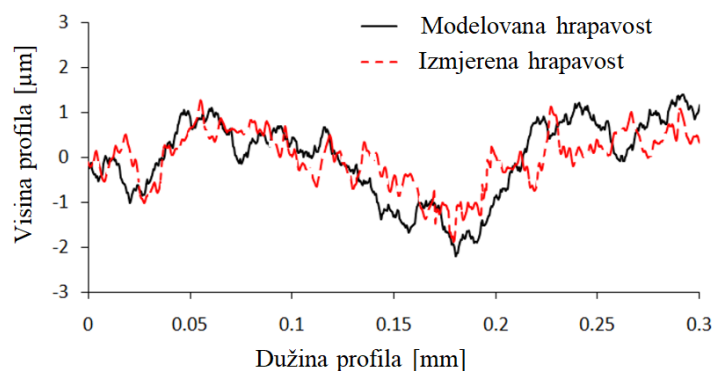
visine. Opisana promjena geometrije hrapavosti sa povećavanjem razmjere predstavlja fraktalnu prirodu hrapavih površina.

Prvu pretpostavku mogućnosti fraktalne prirode hrapavosti imao je Arčard (Archard) [39], razmatrajući zavisnost kontaktne sile i površine, i ako fraktalna geometrija još uvijek nije bila otkrivena. Fraktal kao pojam uvodi Mandelbrot 1983. godine i definiše fraktale kao funkcije koje su kontinualne, ali nisu diferencijabilne, [226], [227]. Imaju svojstvo samosličnosti, tj. izgledaju isto na bilo kojoj skali uvećanja Slika 157, [228]. Osobina ponovljivosti sličnih uzoraka geometrije sa povećavanjem razmjere naziva se samosličnost fraktala. Veliki broj prirodnih oblika i fenomena ima osobinu samosličnih fraktala, kao što su: snježna pahuljica, konture kontinenta i morskih obala, električno pražnjenje (munja), list paprati, pukotine u materijalima i naravno hrapavost površina, [229]. Tačnu dužinu i geometriju navedenih slučajeva nije moguće opisati Euklidovskom geometrijom, baš iz razloga što se sa povećavanjem razmjere usložnjava geometrija i samim tim povećava dužina. Prednost samosličnih fraktala jeste u tome što stepen kompleksnosti oblika ili u našem slučaju hrapavosti mogu biti potpuno određeni jednim parametrom, fraktalnom dimenzijom  $D$ . Vrijednost fraktalne dimenzije se kreće između 1 i 2 ( $1 < D < 2$ ), s tim kada je fraktalna dimenzija jednaka jedinici, površina predstavlja ravnu liniju a kada prekorači vrijednost 2 do izražaja dolaze mikro vrhovi većih visina čime se gubi fraktalan priroda i samosličnost hrapave površine.



Slika 157: Samosličnost fraktalnih površina

Opisivanje ili simulacija hrapavosti površina fraktalnom geometrijom u slučaju samosličnih fraktala može se odrediti primjenom Vajerštras-Mandelbrotove funkcije (W-M). Primjenu fraktalne geometrije i WM funkcije za opisivanje samosličnih fraktalnih hrapavih površina i njihovu interakciju prvi su primijenili Madzumbdra i Bušana (Majumdar and Bhushan) 1990, [171], [172]. Fraktalna površina opisana WM funkcijom uglavnom može biti određena preko osnovnih parametara, fraktalne dimenzije  $D$  i koeficijenta razmjere  $G$ . Navedeni parametri se računaju na osnovu mjerenja hrapavosti površine i dobijenih vrijednosti  $R_q$  ili  $R_a$ , dužine mjerenja i broja uzorkovanja, Poglavlje 5.3.3.1. Fraktalna dimenzija određuje kompleksnost i iregularnost profila hrapavosti, dok koeficijent razmjere određuje stepen hrapavosti, [43], [221]. Važno je naglasiti da primjenom WM funkcije se ne vrši direktno opisivanje i definisanje profila hrapave površine koje će biti identično izmjerenom profilu. Ako se vratimo na osnovu postavku i problematiku hrapavosti i uvođenja fraktalne geometrije prilikom opisa, jasno je da prije svega nije moguće potpuno izmjeriti hrapavost površine. Svako mjerenje hrapavosti je ograničeno mjernim instrumentom i razmjerom posmatranja kao što je prikazano u Poglavlju 5.3.3.1. S toga, W-M funkcija vrši simulaciju hrapave površine, gdje je potrebno da bude zadovoljena Gausova raspodjela visine mikro vrhova ali ne identičan položaj svakog mikro vrha. Zahvaljujući činjenici da većina metoda za mašinsku obradu metala formira samoslične fraktalne površine sa Gausovom raspodjelom visine mikro vrhova, W-M funkcija je izuzetno pogodna metoda za opisivanje pomenutih površina. Na osnovu čega možemo reći, da primjena W-M funkcije vrši simulaciju hrapavosti površine, pri čemu je bitno zadovoljiti uslov, da Gausova raspodjela visine mikro vrhova bude ista kod mjerenog (stvarnog) uzorka i kod modelovanog, Slika 158.



Slika 158: Profil hrapavosti stvarne (izmjerene) površine i profil hrapavosti dobijen pomoću W-M funkcije.

Fraktalno opisivanje hrapavosti kontaktnih površina primjenom W-M funkcije, predstavlja jednu od metoda koja bi u budućnosti sa daljim istraživanjem mogla značajno da doprinese rješavanju problema kontaktne interakcije dva tijela u najširem smislu. Jedno od trenutnih ograničenja u primjeni opisane metode jeste u nemogućnosti mjerenja i skeniranja većih segmenta površine tako da se dosadašnja istraživanja i numeričko modelovanje svodi na površine dužine maksimalno do 1 mm, [43], [221], [230], [231]. Pored ograničenja u smislu direktnog mjerenja hrapavosti, sledeće ograničenje je vezano za primjenu KE i samu diskretizaciju fraktalne površine. Kada se sagleda cijela slika, vid se da prilikom opisivanja hrapavosti ulazimo u veličine manje od mikrona koje kasnije treba adekvatno diskretizovati konačnim elementima, što direktno dovodi do velikog broja KE, što uzrokuje visoku cijenu računanja.

Na osnovu svega što je navedeno možemo sa sigurnošću zaključiti da ne postoji matematički model ili numerička procedura koja može egzaktno i tačno opisati deformaciju eksperimentalno ispitivanih lukova u zavisnosti od nivoa formirane hrapavost, što predstavlja izazov za dalja naučna istraživanja. Imajući u vidu činjenicu da nema numeričke procedure za opisivanje kontaktne interakcije hrapavih površina, autor je osmišljavao eksperiment u tom pravcu kako bi bio dobra polazna tačka za razvoj numeričkog koda u budućnosti.

Zaključci izvršenih istraživanja sa stanovišta mikro pristupa će biti definisani u narednom poglavlju.



## 6. ZAKLJUČCI ISTRAŽIVANJA, MAKRO I MIKRO PRISTUPA

### *Zaključci istraživanja sa stanovišta makro pristupa*

Sa ciljem temeljnijeg razumijevanja nelinearnog ponašanja vijčanih veza, sprovedena je detaljna eksperimentalna i numerička analiza jedne vijčane veze montažnog nastavka (VVMN). Eksperimentalno dobijeni rezultati su pokazali visoko nelinearno ponašanje posmatrane konstrukcije uslijed uticaja konstrukcijskog prigušenja, kao direktne posljedice trenja. Numerički model VVMN je verifikovan i usvojen kroz niz iterativnih procesa u programu Abakus eksPLICIT, dok je za početnu kalibraciju primijenjen monolitan nosač sa zavarivanim spojem. Razmatran je uticaj različitih parametara, kao što su sila pritezanja u zavrtnjevima, funkcija nanošenja i otpuštanja opterećenja, vrsta konačnih elemenata, uticaj zapreminske viskoznosti (bulk viscosity), stepen numeričke integracije, kontaktna formulacija i skaliranje masa (mass scaling). Nakon verifikacije, razmatranjem i analizom izlaznih energija posmatranog modela, usvojeni numerički modela je uspješno potvrđen upoređivanjem sa eksperimentalnim podacima.

Glavni zaključci predstavljenog istraživanja su:

- Konstruktivno prigušenje predstavlja nelinearan fenomen koji je uzrokovan kompleksnim stanjem mikro-proklizavanja na kontaktnim površinama, prisutan je u svim vrstama mehaničkih veza, kao što je i ovdje proučavana i često korišćeni vijčana veza montažnog nastavka IPE-nosača. Proces modelovanja konstrukcijskog prigušenja zahtijeva dobro osmišljenu eksperimentalnu postavku i preciznu obradu izmjerenih podataka. Ovome mora prethoditi pažljiva kalibracija, verifikacija i validacija numeričkog modela.
- Pod uslovom ispravne primjene, Abakus eksPLICIT predstavlja moćan alat za nelinearnu dinamičku analizu vijčanih i generalno mehaničkih veza. U procesu modelovanja, potrebno je izvršiti kalibraciju i verifikaciju sledećih parametara koji nisu fizičke prirode: mreža konačnih elemenata, skaliranje mase, stepen numeričke integracije, vremenski inkremnt, zapreminsku viskoznost i diskretizaciju kontakta.
- Pravilna kalibracija numeričkog modela u pogledu nefizičkih parametara, omogućava procjenu uticaja glavnih fizičkih veličina na numerički model odnosno na sam eksperiment. Kada su sile zatezanja vijaka zadate, potrebno je samo usvojiti funkciju opterećenja i koeficijent trenja.
- Za usvojeni numerički model, koeficijent trenja iznosi  $\mu = 0,155$ , što se dobro slaže sa vrijednostima koje se nalaze u literaturi. Numerički i eksperimentalni rezultati odlično se podudaraju za slučaj vijčane veze sa 100% sile pritezanja u zavrtnjevima, dok se saglasnost rezultata blago pogoršava sa smanjenjem sile pritezanja. Ipak, usvojeni numerički model predviđa nelinearno prigušenje konstrukcije sa razumnom preciznošću, što je bio glavni cilj istraživanja sa stanovišta makro pristupa.
- Na osnovu provedenog istraživanja jasno je da mehaničke veze predstavljaju kompleksan problem, modelovanje mehaničkih konstrukcija sa svim potrebnim detaljima je još uvijek

neefikasno i nepristupačnu za svakodnevnu inženjersku primjenu. Navedena konstatacija daje motivaciju za razvoj tačnih i efikasnih numeričkih modela koji mogu pružiti približne odnose između ključnih inženjerskih parametara, kao što su kontaktni pritisak, trenje i prigušenje.

Preporuke pri modelovanju vijčanih veza u Abakus eksplicitu:

- Prilikom definisanja kontakta, preporučljivo je koristiti algoritam kontaktnih parova (Contac pair - CP).
- Dodatna masa ili korisno opterećenje mora biti nanijeto pomoću glatke rastuće funkcije, kružna funkcija se pokazala kao adekvatna.
- Skaliranje određenog broja elemenata (mass scaling) je neophodno, ovaj korak mora biti definisan sa posebnom pažnjom kako ne bi došlo do aktivacije neželjenih vještačkih inercijalnih sila.
- Potrebno je ustanoviti veličinu numeričkog prigušenja u posmatranom modelu.
- Tačnost dobijenih rezultata mora biti verifikovana analiziranjem i razmatranjem izlaznih energija numeričkog modela.
- Potrebno je provjeriti uticaj zapreminske viskoznosti (bulk viscosity) na dobijene vrijednosti napona i deformacija.

#### *Zaključci istraživanja sa stanovišta mikro pristupa*

Sa stanovišta mikro pristupa izvršena je detaljna eksperimentalna analiza uticaja tri nivoa hrapavosti površina na deformaciju testnih uzoraka polukružnih lukova. Prosječna vrijednost hrapavosti polukružnih lukova iznosi 12 nm za glatke (A1), 35 nm za uzorke hrapavosti 2R (A5) i 670 nm za hrapave uzorke (A3). Kao što vidimo, jedan od glavnih parametara koji se razmatra u cijelom eksperimentu predstavlja jako male mjerne veličine. Iz ovog razloga posvećena je velika pažnja u osmišljavanju eksperimentalne postavke. Za ispitivanje deformacije lukova u zavisnosti od hrapavosti kontaktnih površina luka i oslonačke ploče, posebno je osmišljena precizna presa pod nazivom Precizna presa sa lukovima (PPL). S obzirom da se u eksperimentu operiše sa malim veličinama, izrada PPL-a je zahtijevala malu toleranciju greške. Svi eksperimentalni uzorci su formirani u nekoliko odvojenih koraka, vodeći računa da se maksimalno ispoštuju geometrijske karakteristike prilikom rezanja i obrade. Svaka od tri grupe uzoraka različite hrapavosti je prošla kroz detaljan proces formiranja i mjerenja hrapavosti tačno određenim metodama. Rezultati dobijeni ovim istraživanjem su pokazali veliku zavisnost ukupne deformacije testnih uzoraka od nivoa hrapavosti kontaktnih površina.

Zaključci provedenog istraživanja uticaja hrapavosti na deformaciju lukova, su sledeći:

- Uticaj hrapavosti kontaktnih površina na ponašanje konstrukcije ili mehaničke veze još uvijek predstavlja jako diskutabilnu oblast istraživanja. U naučnoj zajednici postoje različita mišljenja po pitanju, koliki je značaj hrapavosti na ponašanje kontaktne interakcije. Iako je uticaj hrapavosti na ponašanje dva tijela u kontaktu još uvijek neodređen i diskutabilan,

izvršena ispitivanja su jasno pokazano da hrapavost koja spada u mikro i nano efekte ima značajan uticaj na globalno ponašanje eksperimentalnih uzoraka polukružnih lukova. Pokazano je da promjene u hrapavosti kontaktnih površina koje su 70 000 puta manje od najmanje dimenzije testnog luka (debljina 0.8 mm) uzrokuju vidno drugačije deformacije testnih uzoraka, mjerene u centimetrima. Prosječne deformacije uzoraka različite hrapavosti (A1, A5 i A3) se kreću od 8 do 27 mm, uzrok ovih deformacija su promjene u hrapavosti koje su manje od posmatranih deformacija za 1 000 000 i 100 000 puta.

- Testni uzorci polukružnih lukova glatkih površina (A1) sa aritmetičkom srednjom vrijednosti hrapavosti približno  $R_a = 12$  nm, pokazali su veliku nestabilnost prilikom ispitivanja. Za 3 testna uzorka A1 pripremljena i ispitivana na isti način, došlo je do variranja u vrijednostima izmjerenih dilatacija, sa relativnom razlikom minimalne i maksimalne izmjerene vrijednosti od 36 %. U slučaju izmjerenih vrijednosti pomjeranja, za 11 testnih uzoraka A1, relativna razlika minimalne i maksimalne izmjerene vrijednosti je 70 %. Sa druge strane uzorci lukova A5 i A3 hrapavosti 35 i 670 nm redom, su pokazali značajno manje variranje u dobijenim rezultatima. Ovakvo ponašanje, pokazuje značajnu osjetljivost uzoraka sa glatkim površinama na najmanju promjenu stanja kontaktne interakcije luka i oslonačke ploče.
- Jedna od fenomena koji ima značajan uticaj na deformaciju testnih uzoraka različite hrapavosti jeste talasastost (valovitost) površine, koja nastaje u procesu obrade materijala ili u procesu deformisanja konstrukcije. Jedno od objašnjenja za veliku nestabilnost rezultata glatkih (A1) u odnosu na hrapave lukove (A3) i na veliku razliku u deformacijama između pomenutih uzoraka, jeste pojava talasastosti u procesu deformisanja. Prilikom pojave talasastosti sa amplitudama većim od amplituda mikro-vrhova A1 lukova a manjim od amplituda mikro vrhova A3 lukova, talasastost će dovesti do znatnog smanjivanja stvarne kontaktne površine u kontaktnoj interakciji glatkih lukova (A1) za razliku od hrapavih (A3).
- Eksperimentalni rezultati PPL-a su pokazali nelinearnu vezu hrapavosti i deformacije lukova. Sa smanjivanjem hrapavosti dolazi do sve većeg priraštaja dilatacija i pomjeranja (izvijanja) središnjeg dijela luka. Lukovi A5 hrapavosti od 35 nm, imaju manju hrapavost od lukova A3 hrapavosti 670 nm, za faktor od 20. Dok je relativna razlika maksimalnih pomjeranja A5 i A3 lukova 46 %. Sa druge strane, lukovi A1 hrapavosti 12 nm, imaju samo 3 puta manju hrapavost od lukova A5 a relativna razlika pomjeranja lukova A5 i A1 je 45 %, ista kao i za lukove A5 i A3. Jasno se vidi nagli skok u odnosu pomjeranja i hrapavosti nakon što hrapavost opadne ispod 35 nm.
- Prilikom proučavanja uticaja različitih profila hrapavosti na ponašanje konstrukcije, treba uzeti u obzir da je sam profil hrapavosti formiran od hrapavosti i talasastosti, koji su posljedica procesa obrade materijala, u slučaju mašinski obrađivanih metala. Pored talasastosti nastale uslijed obrade materijala, treba obratiti pažnju i na talasastost koja može biti posljedica deformacije konstrukcije ili njenog elementa. Pojava talasastosti manje će doći do izražaja kod dva pravougaona bloka izložena tangencijalnom pomjeraju jedan naspram drugog, nego ako posmatramo neko fleksibilno tijelo koje će u samom procesu ispitivanja da se deformiše, kao što je slučaj sa lukovima. Što znači da se fenomen uticaja hrapavosti na kontaktnu

interakciju ne može posmatrati uopšteno. Pored hrapavosti, značajan uticaj ima talasastost koja zajedno sa hrapavošću čini osobine površine materijala. Takođe mora se u obzir uzeti i promjena mikro geometrije tijela u kontaktu, zbog moguće pojave talasastosti kao posljedice deformacija samih tijela u kontaktnoj interakciji. Pojava talasastosti uslijed deformacija može nastati kao posljedica sabijanja ili razvlačenja materijala ili kao inicijalno izvijanje sa amplitudama od nekoliko mikrona ili manje.

- Posmatrajući glatke uzorke lukova (A1) sa hrapavošću od 12 nm, jasno je da će u slučaju pojave talasastosti sa veličinom amplitude od samo 50 nm dovesti do značajnog odvajanja većih površina luka od oslonačke ploče, čime će doći do drastičnog smanjivanja stvarne kontaktne površine. Sa smanjivanjem stvarne kontaktne površine opada intenzitet sila trenja u kontaktnoj interakciji, što dovodi do proklizavanja glatkih lukova po površini oslonačke ploče. Za istu pretpostavljenu amplitudu talasastosti od 50 nm, hrapavi lukovi (A3) hrapavosti 670 nm će ostvariti kontakt u većem broju tačaka sa oslonačkom pločom od glatkih, po cijeloj dužini kontakta, bez obzira što glatki lukovi imaju lokalno veću stvarnu kontaktnu površinu. Hrapavi lukovi (A3) zbog amplituda mikro-vrhova većih od amplitude talasastosti, nisu osjetljivi na efekat smanjivanja stvarne kontaktne površine uslijed talasastosti. Uticaj talasastosti je vjerovatno doveo do toga, da glatki lukovi sa većom stvarnom kontaktnom površinom imaju znatno veća proklizavanja po oslonačkoj ploči i deformacije prema središnjem dijelu luga, za razliku od lukova A3 koji imaju manju stvarnu kontaktnu površinu u od lukova A1.
- Upoređivanjem rezultata dobijenih PPL eksperimentom sa istraživanjima izvršenim od strane Rabinoviča, konstatovane su značajne razlike i kontradiktornosti između posmatranih istraživanja. Rabinovičeva razmatranja uticaja hrapavosti na koeficijent trenja su ustanovila da hrapavost ima mali i ograničen uticaj na ponašanje kontaktne interakcije. Takođe u prikazanim rezultatima je definisana oblast hrapavosti od 380 do 1900 nm, koja prema Rabinoviču nema uticaj na sile trenja i stvarnu kontaktnu površinu. Sa druge strane istraživanja hrapavih lukova u PPL eksperimentu sa hrapavošću u rasponu od 400 do 840 nm su pokazala variranje između 11 A3 uzoraka ispitanih u istim uslovima, sa relativnom razlikom minimalnog i maksimalnog mjerenja od 25 %. U sledećem istraživanju, gdje su primijenjene radioaktivne bakarne ploče, sa hrapavošću površine 25 i 500 nm, Rabinovič je na osnovu radiografskog snimanja ustanovio da navedena razlika u hrapavosti nema nikakav uticaj na kontaktnu interakciju bakarnih ploča. S tim u vezi, PPL istraživanja su pokazala da najmanja promjena hrapavosti, kao što je razlika u hrapavosti 2R (A5) lukova sa 35 nm i glatkih (A1) lukova hrapavosti 12 nm, dovodi do razlike u deformisanom obliku između A5 i A1 lukova od 45 %. Takođe PPL eksperiment je pokazao nelinearnu zavisnost hrapavosti i deformacije lukova, primjećuje se nagli skok deformacija nakon što hrapavost opadne ispod 35 nm. Nasuprot tome, Rabinovičeva istraživanja pokazuju da je veza hrapavosti i koeficijenta trenja linearna za raspon hrapavosti od 0 do 380 nm. Sveukupan zaključak Rabinoviča jeste da hrapavost ima mali uticaj na ponašanje kontaktne interakcije dva tijela. Nasuprot ovom zaključku, provedena istraživanja u ovoj disertaciji su pokazala značajan uticaj hrapavosti na deformacije lukova i različit nivo nestabilnosti ponašanja testnih uzoraka u zavisnosti od nivoa hrapavosti površina.

- Kontakt hrapavih površina još uvijek predstavlja neriješen problem. Dosadašnjim istraživanjima su formulisani različiti analitički i numerički modeli sa ciljem rješavanja problema hrapavosti, ali svaki od njih ima različita ograničenja po pitanju na koji način posmatra i definiše hrapavost i sam kontakt hrapavih površina. Posmatranje hrapavosti kao sebi slične fraktalne površine uz primjenu Vajerštras-Mandelbrotove funkcije za matematičku simulaciju hrapavosti, predstavlja jednu od metoda koja bi mogla u budućnosti značajano doprinijeti u rješavanju problema hrapavosti i stvarne kontaktne površine.

### *Generalni zaključak provedenih istraživanja*

Kao što vidimo proučavanje konstrukcijskog prigušenja predstavlja multidisciplinarnu oblast istraživanja. Konstruktivno prigušenje se može jednostavno posmatrati kao linearan fenomen, gdje će se u procesu modelovanja konstrukcije, jednostavno parametarski definisati, usvajanjem određene vrijednosti prigušenja. Na ovaj način svi disipativni procesi koji se mogu odvijati u konstrukciji (ili jednom dijelu konstrukcije), su opisani pomoću jednog koeficijenta. Ovo je izuzetno gruba aproksimacija posmatrane problematike. Sa ciljem detaljnijeg sagledavanja razloga nastajanja konstrukcijskog prigušenja, dolazi se do proučavanja prigušenja sa stanovišta kontaktne mehanike i sila trenja koje će biti aktivirane između kontaktnih površina mehaničke odnosno vijačne veze. Sve u zavisnosti od različitih efekata koji mogu manje ili više uticati na ponašanje kontaktne interakcije vijčane veze. Postavljanjem pitanja na koji način definisati i modelovati sile trenja u kontaktnoj interakciji, prelazi se sa posmatranja problema u makro razmjeri na mikro razmjeru. Sa posmatranjem problema sa stanovišta mikro razmjere, uvodi se pojam hrapavosti kontaktnih površina i s tim spregnut pojam stvarne kontaktne površine, od koje direktno zavisi i intenzitet sile trenja. Između ostalih faktora koji mogu uticati na sile trenja kao što su: adhezija, podmazivanje i oksidacija, hrapavost ima najznačajniji uticaj. Problematika konstrukcijskog prigušenja leži u tome što da bi bilo moguće definisati konstruktivno prigušenje na makro nivou za cijelu konstrukciju, neophodno je odgovoriti na pitanja koja su vezana za mikro nivo istraživanja. Pored same problematike tačnog mjerenja malih veličina kao što je hrapavost i sveukupne problematike u matematičkom opisivanju kontaktne interakcije dvije hrapave površine, potrebno je napraviti vezu između zapažanja na mikro i makro nivou. Cilj ovog istraživanja jeste bio, koliko je moguće sagledati kompletnu problematiku vezanu za konstruktivno prigušenje, te je stoga problem posmatran sa stanovišta makro i mikro pristupa. Definisane su proračunske procedure i prikazane neke od mogućnosti za rješavanje problema sa stanovišta makro pristupa. Sa druge strane, proučavanja sa stanovišta mikro pristupa su pokazala veliku osjetljivost konstrukcije na najmanje promjene u kontaktnoj interakciji.

Prikazana istraživanja su između ostalog jasno pokazala nepovezanost (rascjep) između makro i mikro pristupa istraživanja, zbog različitih problema kao što su: poteškoće u mjerenju malih veličina, problem razmjere posmatranja samog problema i nepostojanje jedinstvenog matematičkog modela za opisivanje kontakta hrapavih površina. Nepovezanost mikro i makro pristupa predstavlja generalan problem, za čije rješenje će treba inovativni matematički i eksperimentalni pristupi u budućnosti.

## 7. BUDUĆA ISTRAŽIVANJA

Istraživanja izvršena sa stanovišta makro pristupa imaju ograničenje što su vezana samo za jednu specifičnu vijčanu vezu. Kao preporuku za dalja istraživanja bilo bi dobro sprovesti sličan eksperiment ali pri tome izvršiti parametarsku analizu istog tipa veze, montažni nastavak IPE nosača. U prvom dijelu eksperimentalnog istraživanja bili bi varirani različiti parametri veze kao što su: geometrija IPE nosača, položaj i broja zavrtnjeva u vezi i granični uslovi oslanjanja. U drugom dijelu eksperimentalnog istraživanja bi trebalo usvojiti isti IPE 80 nosač kao što je već ispitivan, samo što bi u vezi umjesto po jednog reda zavrtnjeva 8.8 bilo po dva reda zavrtnjeva 10.9. Na ovaj način bi bilo spriječeno makro proklizavanje, gdje bi se izvršilo istraživanje uticaja mikro-proklizavanja u vezi sa prednapregnutim zavrtnjevima. Dobijeni rezultati bi se mogli porediti sa ovdje već prikazanim rezultatima. U daljim istraživanjima bi se takođe zadržala geometrija IPE80 nosača samo što bi nosač bio od nerđajućeg čelika SS1.4301. Sve kontaktne površine u vezi tretirale bi se na sličan način kao što su tretirane u eksperimentu PPL. Na ovaj način bi bilo izvršeno poređenje uticaja hrapavosti na vijčanu vezu u odnosu na uticaj hrapavosti dobijen u PPL istraživanjima sa stanovišta mikro pristupa. Osim navedenog, neophodno je unaprijediti kvalitet dobijenih podataka: primjenom mjernih traka za mjerenje deformacija, većeg broja akcelerometara i primjena sonde za mjerenje sile pritezanja u zavrtnjevima. Svi navedeni parametri bi se detaljno modelovali prilikom definisanja numeričkih modela u zavisnosti od posmatranog eksperimentalnog slučaja.

Sa stanovišta mikro pristupa, jedna od stvari koja je neophodna za buduća istraživanja jeste, mogućnost mjerenja karakteristika površine spektralnim profilometrom i tribometrom. To je jedini način na koji se možemo dobiti 3D uvid u kontaktne površine i tako doći do zaključka koliko je talasastost dominantna. Dalje, jedan od prvih narednih koraka jeste potpuna automatizacija PPL-a pomoću kolektorskog elektro motora, dva induktivna senzora za mjerenje obrtaja i dva mikro prekidača koji će automatski pokretati i zaustavljati presu u isto vrijeme. Kako bi bolje razumjeli efekte hrapavosti, talasastosti, brzine nanošenja opterećenja, kontakt različitih metala itd., potrebno je izvršiti ispitivanje lukova sa različitim debljina stijenki, različitih materijala u kombinaciji sa različitim hrapavostima i naravno treba razmotriti različite brzine nanošenja opterećenja.

Jedan od glavnih zadataka jeste razvijanje numeričkog algoritma za opisivanje hrapavosti na bazi fraktalne geometrije sebi sličnih fraktala i implementacija procedure u KE algoritme. Prvi korak jeste simulacija hrapavosti W-M funkcijom, drugi korak je diskretizacija dobijenog profila hrapavosti konačnim elementima.



## Reference

- [1] K. L. Johnson, *Contact Mechanics*. Cambridge: Cambridge University Press, 1985. doi: 10.1017/CBO9781139171731.
- [2] M. R. W. Brake, Ed., *The Mechanics of Jointed Structures: Recent Research and Open Challenges for Developing Predictive Models for Structural Dynamics*, 1st ed. 2018 edition. New York, NY: Springer, 2017.
- [3] D. Segalman *et al.*, “Handbook on Dynamics of Jointed Structures.,” Jul. 2009. doi: 10.2172/1028891.
- [4] L. Pesaresi, L. Salles, A. Jones, J. S. Green, and C. W. Schwingshackl, “Modelling the Nonlinear Behaviour of an Underplatform Damper Test Rig for Turbine Applications,” *Mech. Syst. Signal Process.*, vol. 85, pp. 662–679, Feb. 2017, doi: 10.1016/j.ymssp.2016.09.007.
- [5] I. A. Sever, E. P. Petrov, and D. J. Ewins, “Experimental and Numerical Investigation of Rotating Bladed Disk Forced Response Using Underplatform Friction Dampers,” *J. Eng. Gas Turbines Power*, vol. 130, no. 4, Apr. 2008, doi: 10.1115/1.2903845.
- [6] Department for Business, Innovation and Skills, “Airbus in the UK, A400M Wing Assembly at the Manufacturing Facility at Airbus Filton, Bristol.” Mar. 2010.
- [7] Cblade, “Turbine Blades for Steam Turbine and Gas Turbine Compressor.” Oct. 2009.
- [8] H.-T. Thai, T. P. Vo, T.-K. Nguyen, and C. H. Pham, “Explicit Simulation of Bolted Endplate Composite Beam-to-CFST Column Connections,” *Thin-Walled Struct.*, vol. 119, pp. 749–759, Oct. 2017, doi: 10.1016/j.tws.2017.07.013.
- [9] H. Liu, X. Liu, Z. Chen, Y. Ouyang, and J. Yin, “Mechanical Properties of Bolted Connections for Aluminum Alloy Structures at Elevated Temperatures,” *Thin-Walled Struct.*, vol. 157, p. 107067, Dec. 2020, doi: 10.1016/j.tws.2020.107067.
- [10] K. Jiang, K. H. Tan, and O. Zhao, “Net Section Fracture of S700 High Strength Steel Staggered Bolted Connections,” *Thin-Walled Struct.*, vol. 164, p. 107904, Jul. 2021, doi: 10.1016/j.tws.2021.107904.
- [11] M. Groper, “Microslip and Macroslip in Bolted Joints,” *Exp. Mech.*, vol. 25, no. 2, pp. 171–174, Jun. 1985, doi: 10.1007/BF02328808.
- [12] R. N. Hopkins and L. A. A. Heitman, “A Method to Capture Macroslip at Bolted Interfaces,” in *Dynamics of Coupled Structures, Volume 4*, M. Allen, R. L. Mayes, and D. Rixen, Eds., in Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series. Cham: Springer International Publishing, 2016, pp. 213–229. doi: 10.1007/978-3-319-29763-7\_21.
- [13] L. Gaul and J. Lenz, “Nonlinear Dynamics of Structures Assembled by Bolted Joints,” *Acta Mech.*, vol. 125, no. 1, pp. 169–181, Mar. 1997, doi: 10.1007/BF01177306.
- [14] E. Popova and V. L. Popov, “The Research Works of Coulomb and Amontons and Generalized Laws of Friction,” *Friction*, vol. 3, no. 2, pp. 183–190, Jun. 2015, doi: 10.1007/s40544-015-0074-6.
- [15] M. A. Chowdhury *et al.*, “Sliding Friction of Steel Combinations,” *Open Mech. Eng. J.*, vol. 8, no. 1, pp. 364–369, Oct. 2014, doi: 10.2174/1874155X01408010364.

- [16] M. Otsuki and H. Matsukawa, “Systematic Breakdown of Amontons’ Law of Friction for an Elastic Object Locally Obeying Amontons’ Law,” *Sci. Rep.*, vol. 3, no. 1, Art. no. 1, Apr. 2013, doi: 10.1038/srep01586.
- [17] O. Ben-David and J. Fineberg, “Static Friction Coefficient Is Not a Material Constant,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 106, no. 25, p. 254301, Jun. 2011, doi: 10.1103/PhysRevLett.106.254301.
- [18] W. Iwashita, H. Matsukawa, and M. Otsuki, “Static friction coefficient depends on the external pressure and block shape due to precursor slip,” *Sci. Rep.*, vol. 13, no. 1, Art. no. 1, Feb. 2023, doi: 10.1038/s41598-023-29764-w.
- [19] E. Rabinowicz, *Friction and Wear of Materials*, 2nd edition. New York: Wiley-Interscience, 1995.
- [20] F. P. Bowden and D. Tabor, *The Friction and Lubrication of Solids*, Revised ed. edition. Oxford : New York: Oxford University Press, 2001.
- [21] F. P. Bowden and D. Tabor, “Mechanism of Metallic Friction,” *Nature*, vol. 150, no. 3798, pp. 197–199, Aug. 1942, doi: 10.1038/150197a0.
- [22] S. Bettscheider, C. Gachot, and A. Rosenkranz, “How to measure the real contact area? A simple marker and relocation foot-printing approach,” *Tribol. Int.*, vol. 103, pp. 167–175, Nov. 2016, doi: 10.1016/j.triboint.2016.06.034.
- [23] M. Eguchi, T. Shibamiya, and T. Yamamoto, “Measurement of Real Contact Area and Analysis of Stick/Slip Region,” *Tribol. Int.*, vol. 42, no. 11, pp. 1781–1791, Dec. 2009, doi: 10.1016/j.triboint.2009.04.046.
- [24] M. E. Kartal, D. M. Mulvihill, D. Nowell, and D. A. Hills, “Measurements of pressure and area dependent tangential contact stiffness between rough surfaces using digital image correlation,” *Tribol. Int.*, vol. 44, no. 10, pp. 1188–1198, Sep. 2011, doi: 10.1016/j.triboint.2011.05.025.
- [25] I. V. Kragelsky and N. B. Demkin, “Contact area of rough surfaces,” *Wear*, vol. 3, no. 3, pp. 170–187, May 1960, doi: 10.1016/0043-1648(60)90136-8.
- [26] X. M. Liang, Y. Z. Xing, L. T. Li, W. K. Yuan, and G. F. Wang, “An experimental study on the relation between friction force and real contact area,” *Sci. Rep.*, vol. 11, no. 1, Art. no. 1, Oct. 2021, doi: 10.1038/s41598-021-99909-2.
- [27] V. A. Yastrebov, G. Ancaiaux, and J.-F. Molinari, “From Infinitesimal to Full Contact between Rough Surfaces: Evolution of the Contact Area,” *Int. J. Solids Struct.*, vol. 52, pp. 83–102, Jan. 2015, doi: 10.1016/j.ijsolstr.2014.09.019.
- [28] G. Straffelini, *Friction and Wear: Methodologies for Design and Control*. in Springer Tracts in Mechanical Engineering. Cham: Springer International Publishing, 2015. doi: 10.1007/978-3-319-05894-8.
- [29] J. A. Greenwood and J. B. P. Williamson, “Contact of Nominally Flat Surfaces,” *Proc. R. Soc. Lond. Ser. Math. Phys. Sci.*, vol. 295, no. 1442, pp. 300–319, 1966.
- [30] J. A. Greenwood, K. L. Johnson, and E. Matsubara, “A Surface Roughness Parameter in Hertz Contact,” *Wear*, vol. 100, no. 1, pp. 47–57, Dec. 1984, doi: 10.1016/0043-1648(84)90005-X.
- [31] B. N. J. Persson, “Theory of Rubber Friction and Contact Mechanics,” *J. Chem. Phys.*, vol. 115, no. 8, pp. 3840–3861, Aug. 2001, doi: 10.1063/1.1388626.
- [32] B. N. J. Persson and E. Tosatti, Eds., *Physics of Sliding Friction*, 1996th edition. Dordrecht ; Boston: Springer, 1996.

- [33] G. Carbone and F. Bottiglione, “Contact Mechanics of Rough Surfaces: A Comparison between Theories,” *Meccanica*, vol. 46, no. 3, pp. 557–565, Jun. 2011, doi: 10.1007/s11012-010-9315-y.
- [34] J. I. McCool, “Comparison of models for the contact of rough surfaces,” *Wear*, vol. 107, no. 1, pp. 37–60, Jan. 1986, doi: 10.1016/0043-1648(86)90045-1.
- [35] B. N. J. Persson, *Sliding Friction*. in NanoScience and Technology. Berlin, Heidelberg: Springer, 2000. doi: 10.1007/978-3-662-04283-0.
- [36] P. Wriggers, *Computational Contact Mechanics*, 2nd edition. Berlin ; New York: Springer, 2006.
- [37] P. Wriggers, “Finite element methods for contact problems with friction,” *Tribol. Int.*, vol. 29, no. 8, pp. 651–658, Dec. 1996, doi: 10.1016/0301-679X(96)00011-4.
- [38] V. Yastrebov, “Computational Contact Mechanics: Geometry, Detection and Numerical Techniques,” Mar. 2011.
- [39] J. F. Archard, “Elastic Deformation and the Laws of Friction,” *Proc. R. Soc. Lond. Ser. Math. Phys. Sci.*, vol. 243, no. 1233, pp. 190–205, 1957.
- [40] J. R. Barber, “Multiscale Surfaces and Amontons’ Law of Friction,” *Tribol. Lett.*, vol. 49, no. 3, pp. 539–543, Mar. 2013, doi: 10.1007/s11249-012-0094-6.
- [41] M. H. Müser *et al.*, “Meeting the Contact-Mechanics Challenge,” *Tribol. Lett.*, vol. 65, no. 4, p. 118, Aug. 2017, doi: 10.1007/s11249-017-0900-2.
- [42] V. A. Yastrebov, J. Durand, H. Proudhon, and G. Cailletaud, “Rough Surface Contact Analysis by Means of the Finite Element Method and of a New Reduced Model,” *Comptes Rendus Mécanique*, vol. 339, no. 7, pp. 473–490, Jul. 2011, doi: 10.1016/j.crme.2011.05.006.
- [43] J. Han, J. Zhu, W. Zheng, and G. Wang, “Influence of Metal Forming Parameters on Surface Roughness and Establishment of Surface Roughness Prediction Model,” *Int. J. Mech. Sci.*, vol. 163, Nov. 2019, doi: 10.1016/j.ijmecsci.2019.105093.
- [44] B. Bhushan, J. N. Israelachvili, and U. Landman, “Nanotribology: friction, wear and lubrication at the atomic scale,” *Nature*, vol. 374, no. 6523, Art. no. 6523, Apr. 1995, doi: 10.1038/374607a0.
- [45] S. Cheng and M. O. Robbins, “Defining Contact at the Atomic Scale,” *Tribol. Lett.*, vol. 39, no. 3, pp. 329–348, Sep. 2010, doi: 10.1007/s11249-010-9682-5.
- [46] P. Spijker, G. Anciaux, and J.-F. Molinari, “Relations between roughness, temperature and dry sliding friction at the atomic scale,” *Tribol. Int.*, vol. 59, pp. 222–229, Mar. 2013, doi: 10.1016/j.triboint.2012.02.009.
- [47] P. Spijker, G. Anciaux, and J.-F. Molinari, “The effect of loading on surface roughness at the atomistic level,” *Comput. Mech.*, vol. 50, no. 3, pp. 273–283, Sep. 2012, doi: 10.1007/s00466-011-0574-9.
- [48] D. Maharaj and B. Bhushan, “Friction, wear and mechanical behavior of nano-objects on the nanoscale,” *Mater. Sci. Eng. R Rep.*, vol. 95, pp. 1–43, Sep. 2015, doi: 10.1016/j.mser.2015.07.001.
- [49] I. Singer and H. Pollock, *Fundamentals of Friction: Macroscopic and Microscopic Processes*, vol. 220. 1992. doi: 10.1007/978-94-011-2811-7.
- [50] M. S. Bonney, B. A. Robertson, M. Mignolet, F. Schempp, and M. R. Brake, “Experimental Determination of Frictional Interface Models,” in *Dynamics of Coupled Structures, Volume 4*, M. Allen, R. L. Mayes, and D. Rixen, Eds., in Conference Proceedings of the Society for

- Experimental Mechanics Series. Cham: Springer International Publishing, 2016, pp. 473–490. doi: 10.1007/978-3-319-29763-7\_47.
- [51] A. Fantetti *et al.*, “The Impact of Fretting Wear on Structural Dynamics: Experiment and Simulation,” *Tribol. Int.*, vol. 138, pp. 111–124, 2019, doi: 10.1016/j.triboint.2019.05.023.
- [52] P. J. Blau, *Friction Science and Technology: From Concepts to Applications, Second Edition*, Second. Boca Raton: CRC Press, 2008. doi: 10.1201/9781420054101.
- [53] P. J. Blau, “Four great challenges confronting our understanding and modeling of sliding friction\*\*Research sponsored by the U.S. Department of Energy, Assistant Secretary for Energy Efficiency and Renewable Energy, office of Transportation Technologies, as part of the Heavy Vehicle Propulsion System Materials Program, under contract DE-AC05-96OR22464 with Lockheed Martin Energy Research Corporation.,” in *Tribology Series*, vol. 34, D. Dowson, C. M. Taylor, T. H. C. Childs, G. Dalmaz, Y. Berthier, L. Flamand, J.-M. Georges, and A. A. Lubrecht, Eds., in *Tribology for Energy Conservation*, vol. 34. , Elsevier, 1998, pp. 117–128. doi: 10.1016/S0167-8922(98)80067-9.
- [54] F. P. Bowden, “Friction,” *Nature*, vol. 166, no. 4217, Art. no. 4217, Aug. 1950, doi: 10.1038/166330a0.
- [55] M. A. Chowdhury and Md. M. Helali, “The Effect of Frequency of Vibration and Humidity on the Coefficient of Friction,” *Tribol. Int.*, vol. 39, no. 9, pp. 958–962, Sep. 2006, doi: 10.1016/j.triboint.2005.10.002.
- [56] W. Y. H. Liew, “Effect of Relative Humidity on the Unlubricated Wear of Metals,” *Wear*, vol. 260, no. 7, pp. 720–727, Apr. 2006, doi: 10.1016/j.wear.2005.04.011.
- [57] F. P. Bowden and G. W. Rowe, “The Adhesion of Clean Metals,” *Proc. R. Soc. Lond. Ser. Math. Phys. Sci.*, vol. 233, no. 1195, pp. 429–442, Jan. 1956, doi: 10.1098/rspa.1956.0001.
- [58] D. Tabor, “Friction—The Present State of Our Understanding,” *J. Lubr. Technol.*, vol. 103, no. 2, pp. 169–179, Apr. 1981, doi: 10.1115/1.3251622.
- [59] M. D. Pashley, J. B. Pethica, and D. Tabor, “Adhesion and Micromechanical Properties of Metal Surfaces,” *Wear*, vol. 100, no. 1, pp. 7–31, Dec. 1984, doi: 10.1016/0043-1648(84)90003-6.
- [60] J. S. McFarlane, D. Tabor, and F. P. Bowden, “Relation between Friction and Adhesion,” *Proc. R. Soc. Lond. Ser. Math. Phys. Sci.*, vol. 202, no. 1069, pp. 244–253, Jul. 1950, doi: 10.1098/rspa.1950.0097.
- [61] G. W. Stachowiak and A. W. Batchelor, *Engineering Tribology*, 3rd edition. Amsterdam ; Boston: Butterworth-Heinemann, 2005.
- [62] S. Venkatesan and D. A. Rigney, “Sliding Friction and Wear of Plain Carbon Steels in Air and Vacuum,” *Wear*, vol. 153, no. 1, pp. 163–178, Mar. 1992, doi: 10.1016/0043-1648(92)90268-D.
- [63] P. L. Menezes, M. Nosonovsky, S. P. Ingole, S. V. Kailas, and M. R. Lovell, *Tribology for Scientists and Engineers: From Basics to Advanced Concepts*. Springer Science & Business Media, 2013.
- [64] D. H. Buckley, “Friction, wear, and lubrication in vacuum.” Jan. 01, 1971. Accessed: Aug. 01, 2023. [Online]. Available: <https://ntrs.nasa.gov/citations/19720012801>
- [65] M. J. Furey, “Surface Temperatures in Sliding Contact,” *E Trans.*, vol. 7, no. 2, pp. 133–146, Jan. 1964, doi: 10.1080/05698196408972043.

- [66] Y. Waddad, V. Magnier, P. Dufrénoy, and G. De Saxcé, “Heat Partition and Surface Temperature in Sliding Contact Systems of Rough Surfaces,” *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 137, pp. 1167–1182, Jul. 2019, doi: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2019.04.015.
- [67] A. I. Vakis *et al.*, “Modeling and Simulation in Tribology across Scales: An Overview,” *Tribol. Int.*, vol. 125, pp. 169–199, Sep. 2018, doi: 10.1016/j.triboint.2018.02.005.
- [68] C. W. Schwingshackl, E. P. Petrov, and D. J. Ewins, “Measured and Estimated Friction Interface Parameters in a Nonlinear Dynamic Analysis,” *Mech. Syst. Signal Process.*, vol. 28, pp. 574–584, Apr. 2012, doi: 10.1016/j.ymsp.2011.10.005.
- [69] D. L. Goldsby and T. E. Tullis, “Flash Heating Leads to Low Frictional Strength of Crustal Rocks at Earthquake Slip Rates,” *Science*, vol. 334, no. 6053, pp. 216–218, Oct. 2011, doi: 10.1126/science.1207902.
- [70] H. R. Le, M. P. F. Sutcliffe, and J. A. Williams, “Friction and Material Transfer in Micro-Scale Sliding Contact between Aluminium Alloy and Steel,” *Tribol. Lett.*, vol. 18, no. 1, pp. 99–104, Jan. 2005, doi: 10.1007/s11249-004-1762-y.
- [71] S. Rohm *et al.*, “Friction Between Steel and Snow in Dependence of the Steel Roughness,” *Tribol. Lett.*, vol. 59, no. 1, p. 27, Jun. 2015, doi: 10.1007/s11249-015-0554-x.
- [72] Y. Meng, J. Xu, Z. Jin, B. Prakash, and Y. Hu, “A Review of Recent Advances in Tribology,” *Friction*, vol. 8, no. 2, pp. 221–300, Apr. 2020, doi: 10.1007/s40544-020-0367-2.
- [73] T. Mang, Ed., *Encyclopedia of Lubricants and Lubrication*, 2014th edition. New York: Springer, 2014.
- [74] C. V. Madhusudana, *Thermal Contact Conductance*. in Mechanical Engineering Series. Cham: Springer International Publishing, 2014. doi: 10.1007/978-3-319-01276-6.
- [75] B. Weber, T. Suhina, A. M. Brouwer, and D. Bonn, “Frictional weakening of slip interfaces,” *Sci. Adv.*, vol. 5, no. 4, p. eaav7603, Apr. 2019, doi: 10.1126/sciadv.aav7603.
- [76] M. Cieplak, E. D. Smith, and M. O. Robbins, “Molecular Origins of Friction: The Force on Adsorbed Layers,” *Science*, vol. 265, no. 5176, pp. 1209–1212, Aug. 1994, doi: 10.1126/science.265.5176.1209.
- [77] B. Luan and M. O. Robbins, “The breakdown of continuum models for mechanical contacts,” *Nature*, vol. 435, no. 7044, Art. no. 7044, Jun. 2005, doi: 10.1038/nature03700.
- [78] H. Sakuma, K. Kawai, I. Katayama, and S. Suehara, “What is the origin of macroscopic friction?,” *Sci. Adv.*, vol. 4, no. 12, p. eaav2268, Dec. 2018, doi: 10.1126/sciadv.aav2268.
- [79] J. Woodhouse, T. A. F. Putelat, and A. McKay, “Are there reliable constitutive laws for dynamic friction?,” *Philos. Trans. R. Soc. Math. Phys. Eng. Sci.*, vol. 373, no. 2051, Sep. 2015, doi: 10.1098/rsta.2014.0401.
- [80] N. N. Balaji, W. Chen, and M. R. W. Brake, “Traction-based multi-scale nonlinear dynamic modeling of bolted joints: Formulation, application, and trends in micro-scale interface evolution,” *Mech. Syst. Signal Process.*, vol. 139, p. 106615, May 2020, doi: 10.1016/j.ymsp.2020.106615.
- [81] E. Arzt, H. Quan, R. M. McMeeking, and R. Hensel, “Functional surface microstructures inspired by nature – From adhesion and wetting principles to sustainable new devices,” *Prog. Mater. Sci.*, vol. 120, p. 100823, Jul. 2021, doi: 10.1016/j.pmatsci.2021.100823.
- [82] J. D. Glover, X. Yang, R. Long, and J. T. Pham, “Creasing in microscale, soft static friction,” *Nat. Commun.*, vol. 14, no. 1, Art. no. 1, Apr. 2023, doi: 10.1038/s41467-023-38091-7.

- [83] M. A. McCarthy, C. T. McCarthy, V. P. Lawlor, and W. F. Stanley, “Three-Dimensional Finite Element Analysis of Single-Bolt, Single-Lap Composite Bolted Joints: Part I— Model Development and Validation,” *Compos. Struct.*, vol. 71, no. 2, pp. 140–158, Nov. 2005, doi: 10.1016/j.compstruct.2004.09.024.
- [84] T. Ireman, “Three-dimensional stress analysis of bolted single-lap composite joints,” *Compos. Struct.*, vol. 43, no. 3, pp. 195–216, Nov. 1998, doi: 10.1016/S0263-8223(98)00103-2.
- [85] G. L. Goić, M. Bigerelle, S. Samper, H. Favrelière, and M. Pillet, “Multiscale roughness analysis of engineering surfaces: A comparison of methods for the investigation of functional correlations,” *Mech. Syst. Signal Process.*, vol. 66–67, pp. 437–457, Jan. 2016, doi: 10.1016/j.ymsp.2015.05.029.
- [86] G. Anciaux and J.-F. Molinari, “Contact mechanics at the nanoscale, a 3D multiscale approach,” *Int. J. Numer. Methods Eng.*, vol. 79, no. 9, pp. 1041–1067, 2009, doi: 10.1002/nme.2590.
- [87] B. Bhushan, Ed., *Fundamentals of Tribology and Bridging the Gap Between the Macro- and Micro/Nanoscales*. Dordrecht: Springer Netherlands, 2001. doi: 10.1007/978-94-010-0736-8.
- [88] Ungar, Eric E., “Energy Dissipation at Structural Joints; Mechanisms and Magnitudes.” AIR FORCE FLIGHT DYNAMICS LABORATORY 0 RESEARCH AND TECHNOLOGY DIVISION AIR FORCE SYSTEMS COMMAND 0 WRIGHT-PATTERSON AIR FORCE BASE, OHIO, Aug. 01, 1964.
- [89] E. E. Ungar, “The Status of Engineering Knowledge Concerning the Damping of Built-up Structures,” *J. Sound Vib.*, vol. 26, no. 1, pp. 141–154, Jan. 1973, doi: 10.1016/S0022-460X(73)80210-X.
- [90] C. J. Hartwigsen, Y. Song, D. M. McFarland, L. A. Bergman, and A. F. Vakakis, “Experimental Study of Non-Linear Effects in a Typical Shear Lap Joint Configuration,” *J. Sound Vib.*, vol. 277, no. 1–2, pp. 327–351, Oct. 2004, doi: 10.1016/j.jsv.2003.09.018.
- [91] H. G. D. Goyder, D. P. T. Lancereau, P. Ind, and D. Brown, “Friction and Damping Associated with Bolted Joints: Results and Signal Processing,” in *Proceedings of the ISMA 2016 International Conference on Noise and Vibration Engineering, Leuven*, 2016, p. 11.
- [92] L. Gaul and R. Nitsche, “The Role of Friction in Mechanical Joints,” *Appl. Mech. Rev.*, vol. 54, no. 2, pp. 93–106, Mar. 2001, doi: 10.1115/1.3097294.
- [93] C. Li, X. Miao, R. Qiao, and Q. Tang, “Modeling Method of Bolted Joints with Micro-Slip Features and Its Application in Flanged Cylindrical Shell,” *Thin-Walled Struct.*, vol. 164, p. 107854, Jul. 2021, doi: 10.1016/j.tws.2021.107854.
- [94] R. Lacayo *et al.*, “Nonlinear modeling of structures with bolted joints: A comparison of two approaches based on a time-domain and frequency-domain solver,” *Mech. Syst. Signal Process.*, vol. 114, pp. 413–438, Jan. 2019, doi: 10.1016/j.ymsp.2018.05.033.
- [95] D. J. Segalman and M. J. Starr, “Iwan Models and Their Provenance,” presented at the ASME 2012 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, American Society of Mechanical Engineers Digital Collection, Sep. 2013, pp. 441–449. doi: 10.1115/DETC2012-71534.
- [96] H. Goyder, P. Ind, and D. Brown, *Development of a Method for Measuring Damping in Bolted Joints*. 2011. doi: 10.1115/DETC2011-47230.
- [97] H. Goyder, P. Ind, and D. Brown, “Measurement of Damping in Bolted Joints,” in *ASME 2012 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information*



- in Engineering Conference*, American Society of Mechanical Engineers Digital Collection, Sep. 2013, pp. 399–408. doi: 10.1115/DETC2012-70896.
- [98] H. Goyder, P. Ind, and D. Brown, “Measurement of Damping due to Bolted Joints,” presented at the ASME 2013 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, American Society of Mechanical Engineers Digital Collection, Feb. 2014. doi: 10.1115/DETC2013-12826.
- [99] H. Goyder, P. Ind, and D. Brown, “Measurement of Damping in a Chain of Bolted Joints,” presented at the ASME 2014 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, American Society of Mechanical Engineers Digital Collection, Jan. 2015. doi: 10.1115/DETC2014-34665.
- [100] H. Goyder, P. Ind, and D. Brown, “Damping in a Composite Beam With a Jointed Interface,” presented at the ASME 2015 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, American Society of Mechanical Engineers Digital Collection, Jan. 2016. doi: 10.1115/DETC2015-46843.
- [101] J. Gross *et al.*, “A Numerical Round Robin for the Prediction of the Dynamics of Jointed Structures,” in *Dynamics of Coupled Structures, Volume 4*, M. Allen, R. L. Mayes, and D. Rixen, Eds., in Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series. Cham: Springer International Publishing, 2016, pp. 195–211. doi: 10.1007/978-3-319-29763-7\_20.
- [102] M. R. W. Brake, C. W. Schwingshackl, and P. Reuß, “Observations of variability and repeatability in jointed structures,” *Mech. Syst. Signal Process.*, vol. 129, pp. 282–307, Aug. 2019, doi: 10.1016/j.ymsp.2019.04.020.
- [103] D. Roettgen, M. S. Allen, D. Kammer, and R. L. Mayes, “Substructuring of a Nonlinear Beam Using a Modal Iwan Framework, Part I: Nonlinear Modal Model Identification,” in *Dynamics of Coupled Structures, Volume 4*, M. S. Allen, R. L. Mayes, and D. J. Rixen, Eds., in Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series. Cham: Springer International Publishing, 2017, pp. 165–178. doi: 10.1007/978-3-319-54930-9\_15.
- [104] D. Roettgen, M. S. Allen, D. Kammer, and R. L. Mayes, “Substructuring of a Nonlinear Beam Using a Modal Iwan Framework, Part I: Nonlinear Modal Model Identification,” in *Dynamics of Coupled Structures, Volume 4*, M. S. Allen, R. L. Mayes, and D. J. Rixen, Eds., in Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series. Cham: Springer International Publishing, 2017, pp. 165–178. doi: 10.1007/978-3-319-54930-9\_15.
- [105] D. Roettgen, M. S. Allen, D. Kammer, and R. L. Mayes, “Substructuring of a Nonlinear Beam Using a Modal Iwan Framework, Part II: Nonlinear Modal Substructuring,” in *Dynamics of Coupled Structures, Volume 4*, M. S. Allen, R. L. Mayes, and D. J. Rixen, Eds., in Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series. Cham: Springer International Publishing, 2017, pp. 179–197. doi: 10.1007/978-3-319-54930-9\_16.
- [106] S. B. Cooper *et al.*, “Effect of Far-Field Structure on Joint Properties,” in *Dynamics of Coupled Structures, Volume 4*, M. S. Allen, R. L. Mayes, and D. J. Rixen, Eds., in Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series. Cham: Springer International Publishing, 2017, pp. 63–77. doi: 10.1007/978-3-319-54930-9\_7.
- [107] M. R. Brake, P. Reuss, D. J. Segalman, and L. Gaul, “Variability and Repeatability of Jointed Structures with Frictional Interfaces,” in *Dynamics of Coupled Structures, Volume 1*, M. Allen, R. Mayes, and D. Rixen, Eds., in Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series. Cham: Springer International Publishing, 2014, pp. 245–252. doi: 10.1007/978-3-319-04501-6\_23.
- [108] S. Catalfamo *et al.*, “Effects of Experimental Methods on the Measurements of a Nonlinear Structure,” in *Dynamics of Coupled Structures, Volume 4*, M. Allen, R. L. Mayes, and D. Rixen,

- Eds., in Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series. Cham: Springer International Publishing, 2016, pp. 491–500. doi: 10.1007/978-3-319-29763-7\_48.
- [109] H. Wentzel and M. Olsson, “Mechanisms of Dissipation in Frictional Joints—Influence of Sharp Contact Edges and Plastic Deformation,” *Wear*, vol. 265, no. 11, pp. 1814–1819, Nov. 2008, doi: 10.1016/j.wear.2008.04.026.
- [110] T. Dossogne *et al.*, “Experimental Assessment of the Influence of Interface Geometries on Structural Dynamic Response,” in *Dynamics of Coupled Structures, Volume 4*, M. S. Allen, R. L. Mayes, and D. J. Rixen, Eds., in Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series. Cham: Springer International Publishing, 2017, pp. 255–261. doi: 10.1007/978-3-319-54930-9\_22.
- [111] W. Chen, M. Jin, I. Lawal, M. R. W. Brake, and H. Song, “Measurement of slip and separation in jointed structures with non-flat interfaces,” *Mech. Syst. Signal Process.*, vol. 134, p. 106325, Dec. 2019, doi: 10.1016/j.ymsp.2019.106325.
- [112] S. Bettscheider, C. Gachot, and A. Rosenkranz, “How to Measure the Real Contact Area? A Simple Marker and Relocation Foot-Printing Approach,” *Tribol. Int.*, vol. 103, pp. 167–175, Nov. 2016, doi: 10.1016/j.triboint.2016.06.034.
- [113] V. A. Yastrebov, G. Anciaux, and J.-F. Molinari, “On the accurate computation of the true contact-area in mechanical contact of random rough surfaces,” *Tribol. Int.*, vol. 114, pp. 161–171, Oct. 2017, doi: 10.1016/j.triboint.2017.04.023.
- [114] D. M. Mulvihill, M. E. Kartal, D. Nowell, and D. A. Hills, “An elastic–plastic asperity interaction model for sliding friction,” *Tribol. Int.*, vol. 44, no. 12, pp. 1679–1694, Nov. 2011, doi: 10.1016/j.triboint.2011.06.018.
- [115] S. Salari and A. Beheshti, “Asperity-based contact and static friction with provision for creep: A review,” *Surf. Interfaces*, vol. 24, p. 101144, Jun. 2021, doi: 10.1016/j.surfin.2021.101144.
- [116] O. K. Panagouli and K. Mastrodimou, “Dependence of friction coefficient on the resolution of asperities in metallic rough surfaces under cyclic loading,” *Int. J. Solids Struct.*, vol. 108, pp. 85–97, Mar. 2017, doi: 10.1016/j.ijsolstr.2016.11.010.
- [117] M. R. W. Brake, C. W. Schwingshackl, and P. Reuß, “Observations of variability and repeatability in jointed structures,” *Mech. Syst. Signal Process.*, vol. 129, pp. 282–307, Aug. 2019, doi: 10.1016/j.ymsp.2019.04.020.
- [118] W. D. Iwan, “On a Class of Models for the Yielding Behavior of Continuous and Composite Systems,” *J. Appl. Mech.*, vol. 34, no. 3, pp. 612–617, Sep. 1967, doi: 10.1115/1.3607751.
- [119] D. Segalman, “An Initial Overview of Iwan Modeling for Mechanical Joints,” SAND2001-0811, 780307, Mar. 2001. doi: 10.2172/780307.
- [120] B. J. Deaner, M. S. Allen, M. J. Starr, and D. J. Segalman, “Investigation of Modal Iwan Models for Structures with Bolted Joints,” in *Topics in Experimental Dynamic Substructuring, Volume 2*, R. Mayes, D. Rixen, and M. Allen, Eds., in Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series. New York, NY: Springer, 2014, pp. 9–25. doi: 10.1007/978-1-4614-6540-9\_2.
- [121] M. S. Allen, D. Roettgen, D. Kammer, and R. Mayes, “Experimental Modal Substructuring with Nonlinear Modal Iwan Models to Capture Nonlinear Subcomponent Damping,” in *Dynamics of Coupled Structures, Volume 4*, M. Allen, R. L. Mayes, and D. Rixen, Eds., in Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series. Cham: Springer International Publishing, 2016, pp. 47–55. doi: 10.1007/978-3-319-29763-7\_6.

- [122] A. Singh, M. Wall, M. S. Allen, and R. J. Kuether, “Spider Configurations for Models with Discrete Iwan Elements,” in *Nonlinear Structures and Systems, Volume 1*, G. Kerschen, M. R. W. Brake, and L. Renson, Eds., in Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series. Cham: Springer International Publishing, 2020, pp. 25–38. doi: 10.1007/978-3-030-12391-8\_4.
- [123] B. Egan, C. T. McCarthy, M. A. McCarthy, P. J. Gray, and R. M. Frizzell, “Modelling a Single-Bolt Countersunk Composite Joint Using Implicit and Explicit Finite Element Analysis,” *Comput. Mater. Sci.*, vol. 64, pp. 203–208, Nov. 2012, doi: 10.1016/j.commatsci.2012.02.008.
- [124] Y. Zhou, Y. Xiao, Y. He, and Z. Zhang, “A detailed finite element analysis of composite bolted joint dynamics with multiscale modeling of contacts between rough surfaces,” *Compos. Struct.*, vol. 236, p. 111874, Mar. 2020, doi: 10.1016/j.compstruct.2020.111874.
- [125] P. J. Gray and C. T. McCarthy, “A global bolted joint model for finite element analysis of load distributions in multi-bolt composite joints,” *Compos. Part B Eng.*, vol. 41, no. 4, pp. 317–325, Jun. 2010, doi: 10.1016/j.compositesb.2010.03.001.
- [126] W. Chen and X. Deng, “Structural Damping Caused by Micro-Slip along Frictional Interfaces,” *Int. J. Mech. Sci.*, vol. 47, no. 8, pp. 1191–1211, 2005, doi: 10.1016/j.ijmecsci.2005.04.005.
- [127] O. Mijatović *et al.*, “Experimental and Numerical Study of Structural Damping in a Beam With Bolted Splice Connection,” *Thin-Walled Struct.*, vol. 186, p. 110661, May 2023, doi: 10.1016/j.tws.2023.110661.
- [128] O. Mijatović, Z. Mišković, R. Salatić, M. Rastislav, and V. Golubović-Bugarški, “A Numerical Verification of IPE-80 Steel Cantilever Beam With Bolted and Welded Splice Connection Joint,” *7th Int. Conf. Civ. Eng. - Sci. Pract. GNP 2020 – Kolašin Monten.*, pp. 141–148, 2020.
- [129] O. Mijatović, R. Salatic, Z. Miskovic, V. Golubovic-Bugarški, M. Guzijan Dilber, and N. Lujčić, “Numerical and Experimental Analysis of Structural Damping for Bolted Splice Connection Joint,” *Zb. Rad. Gradj Evinskog Fak.*, vol. 37, pp. 297–307, Jan. 2021, doi: 10.14415/konferencijaGFS2021.28.
- [130] H. Ahmadian and H. Jalali, “Identification of bolted lap joints parameters in assembled structures,” *Mech. Syst. Signal Process.*, vol. 21, no. 2, pp. 1041–1050, Feb. 2007, doi: 10.1016/j.ymsp.2005.08.015.
- [131] A. F. Metherell and S. V. Diller, “Instantaneous Energy Dissipation Rate in a Lap Joint—Uniform Clamping Pressure,” *J. Appl. Mech.*, vol. 35, no. 1, pp. 123–128, Mar. 1968, doi: 10.1115/1.3601124.
- [132] J. Esteban and C. A. Rogers, “Energy dissipation through joints: theory and experiments,” *Comput. Struct.*, vol. 75, no. 4, pp. 347–359, Apr. 2000, doi: 10.1016/S0045-7949(99)00096-6.
- [133] Y. Song, C. J. Hartwigsen, D. M. McFarland, A. F. Vakakis, and L. A. Bergman, “Simulation of dynamics of beam structures with bolted joints using adjusted Iwan beam elements,” *J. Sound Vib.*, vol. 273, no. 1, pp. 249–276, May 2004, doi: 10.1016/S0022-460X(03)00499-1.
- [134] L. Heller, E. Foltête, and J. Piranda, “Experimental identification of nonlinear dynamic properties of built-up structures,” *J. Sound Vib.*, vol. 327, no. 1, pp. 183–196, Oct. 2009, doi: 10.1016/j.jsv.2009.06.008.
- [135] L. E. Goodman and J. H. Klumpp, “Analysis of Slip Damping With Reference to Turbine-Blade Vibration,” *J. Appl. Mech.*, vol. 23, no. 3, pp. 421–429, Jun. 1956, doi: 10.1115/1.4011348.

- [136] B. K. Nanda and A. K. Behera, "STUDY ON DAMPING IN LAYERED AND JOINTED STRUCTURES WITH UNIFORM PRESSURE DISTRIBUTION AT THE INTERFACES," *J. Sound Vib.*, vol. 226, no. 4, pp. 607–624, Sep. 1999, doi: 10.1006/jsvi.1999.2183.
- [137] B. K. Nanda, "Study of the effect of bolt diameter and washer on damping in layered and jointed structures," *J. Sound Vib.*, vol. 290, no. 3, pp. 1290–1314, Mar. 2006, doi: 10.1016/j.jsv.2005.05.027.
- [138] C. F. Beards and J. L. Williams, "The damping of structural vibration by rotational slip in joints," *J. Sound Vib.*, vol. 53, no. 3, pp. 333–340, Aug. 1977, doi: 10.1016/0022-460X(77)90418-7.
- [139] L. Gaul and R. Nitsche, "FRICTION CONTROL FOR VIBRATION SUPPRESSION," *Mech. Syst. Signal Process.*, vol. 14, no. 2, pp. 139–150, Mar. 2000, doi: 10.1006/mssp.1999.1285.
- [140] H. Nouira, E. Foltête, B. Ait Brik, L. Hirsinger, and S. Ballandras, "Experimental characterization and modeling of microsliding on a small cantilever quartz beam," *J. Sound Vib.*, vol. 317, no. 1, pp. 30–49, Oct. 2008, doi: 10.1016/j.jsv.2008.03.017.
- [141] N. Peyret, J.-L. Dion, G. Chevallier, and P. Argoul, "Micro-slip induced damping in planar contact under constant and uniform normal stress," *Int. J. Appl. Mech.*, vol. 02, no. 02, pp. 281–304, Jun. 2010, doi: 10.1142/S1758825110000597.
- [142] D. M. Mulvihill, M. E. Kartal, A. V. Olver, D. Nowell, and D. A. Hills, "Investigation of non-Coulomb friction behaviour in reciprocating sliding," *Wear*, vol. 271, no. 5, pp. 802–816, Jun. 2011, doi: 10.1016/j.wear.2011.03.014.
- [143] P. L. Menezes, Kishore, and S. V. Kailas, "Influence of surface texture on coefficient of friction and transfer layer formation during sliding of pure magnesium pin on 080 M40 (EN8) steel plate," *Wear*, vol. 261, no. 5, pp. 578–591, Sep. 2006, doi: 10.1016/j.wear.2006.01.001.
- [144] M. Sahin, C. S. Çetinarşlan, and H. E. Akata, "Effect of surface roughness on friction coefficients during upsetting processes for different materials," *Mater. Des.*, vol. 28, no. 2, pp. 633–640, Jan. 2007, doi: 10.1016/j.matdes.2005.07.019.
- [145] K. Meine, T. Schneider, D. Spaltmann, and E. Santner, "The influence of roughness on friction: Part I: The influence of a single step," *Wear*, vol. 253, no. 7, pp. 725–732, Oct. 2002, doi: 10.1016/S0043-1648(02)00159-X.
- [146] K. Meine, T. Schneider, D. Spaltmann, and E. Santner, "The influence of roughness on friction: Part II. The influence of multiple steps," *Wear*, vol. 253, no. 7, pp. 733–738, Oct. 2002, doi: 10.1016/S0043-1648(02)00160-6.
- [147] D.-H. Hwang and K.-H. Zum Gahr, "Transition from static to kinetic friction of unlubricated or oil lubricated steel/steel, steel/ceramic and ceramic/ceramic pairs," *Wear*, vol. 255, no. 1, pp. 365–375, Aug. 2003, doi: 10.1016/S0043-1648(03)00063-2.
- [148] A. Pougis, S. Philippon, R. Massion, L. Faure, J.-J. Fundenberger, and L. S. Toth, "Dry friction of steel under high pressure in quasi-static conditions," *Tribol. Int.*, vol. 67, pp. 27–35, Nov. 2013, doi: 10.1016/j.triboint.2013.06.018.
- [149] J. Armand, L. Salles, C. W. Schwingshackl, D. Süß, and K. Willner, "On the effects of roughness on the nonlinear dynamics of a bolted joint: A multiscale analysis," *Eur. J. Mech. - ASolids*, vol. 70, pp. 44–57, Jul. 2018, doi: 10.1016/j.euromechsol.2018.01.005.
- [150] M. E. Kartal, D. M. Mulvihill, D. Nowell, and D. A. Hills, "Determination of the Frictional Properties of Titanium and Nickel Alloys Using the Digital Image Correlation Method," *Exp. Mech.*, vol. 51, no. 3, pp. 359–371, Mar. 2011, doi: 10.1007/s11340-010-9366-y.

- [151] S. Filippi, A. Akay, and M. M. Gola, "Measurement of Tangential Contact Hysteresis During Microslip," *J. Tribol.*, vol. 126, no. 3, pp. 482–489, Jul. 2004, doi: 10.1115/1.1692030.
- [152] M. Lavella, D. Botto, and M. M. Gola, "Design of a high-precision, flat-on-flat fretting test apparatus with high temperature capability," *Wear*, vol. 302, no. 1, pp. 1073–1081, Apr. 2013, doi: 10.1016/j.wear.2013.01.066.
- [153] M. Lavella and D. Botto, "Fretting wear characterization by point contact of nickel superalloy interfaces," *Wear*, vol. 271, no. 9, pp. 1543–1551, Jul. 2011, doi: 10.1016/j.wear.2011.01.064.
- [154] A. Cabboi, T. Putelat, and J. Woodhouse, "The frequency response of dynamic friction: Enhanced rate-and-state models," *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 92, pp. 210–236, Jul. 2016, doi: 10.1016/j.jmps.2016.03.025.
- [155] V. A. Yastrebov, *Numerical methods in contact mechanics*. in Numerical methods in engineering series. London : Hoboken, NJ: ISTE ; Wiley, 2013.
- [156] K.-J. Bathe, Ed., *Finite element procedures*, 2nd edition. Watertown, MA: K.J. Bathe, 2014.
- [157] V. L. Popov, *Contact Mechanics and Friction*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2017. doi: 10.1007/978-3-662-53081-8.
- [158] Reibungsphysik, *English: Stresses produced by a contact with a combined normal and tangential load made visible by polarization optics*. 2008. Accessed: Dec. 01, 2023. [Online]. Available: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Kontakt\\_Spannungsoptik.JPG?uselang=en#Licensing](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Kontakt_Spannungsoptik.JPG?uselang=en#Licensing)
- [159] A. R. Mijar and J. S. Arora, "Review of formulations for elastostatic frictional contact problems," *Struct. Multidiscip. Optim.*, vol. 20, no. 3, pp. 167–189, Nov. 2000, doi: 10.1007/s001580050147.
- [160] P. Huang and Q. Yang, "Theory and contents of frictional mechanics," *Friction*, vol. 2, no. 1, pp. 27–39, Mar. 2014, doi: 10.1007/s40544-013-0034-y.
- [161] J. R. Barber, *Contact Mechanics*. Springer, 2018.
- [162] M. Ciavarella, "The generalized Cattaneo partial slip plane contact problem. I—Theory," *Int. J. Solids Struct.*, vol. 35, no. 18, pp. 2349–2362, Jun. 1998, doi: 10.1016/S0020-7683(97)00154-6.
- [163] M. Ciavarella, "The generalized Cattaneo partial slip plane contact problem. II—Examples," *Int. J. Solids Struct.*, vol. 35, no. 18, pp. 2363–2378, Jun. 1998, doi: 10.1016/S0020-7683(97)00155-8.
- [164] L. A. Galin and G. M. L. Gladwell, *Contact problems: the legacy of L. A. Galin*. in Solid mechanics and its applications, no. v. 155. Dordrecht, Netherlands: Springer, 2008.
- [165] J. A. Greenwood, "The Area of Contact Between Rough Surfaces and Flats," *J. Lubr. Technol.*, vol. 89, no. 1, pp. 81–87, Jan. 1967, doi: 10.1115/1.3616906.
- [166] I. V. Kragelsk and V. V. Alisin, "Friction Wear Lubrication - 1st Edition." [Online]. Available: <https://shop.elsevier.com/books/friction-wear-lubrication/kragelsky/978-0-08-027591-8>
- [167] J. A. Greenwood and J. J. Wu, "Surface Roughness and Contact: An Apology," *Meccanica*, vol. 36, no. 6, pp. 617–630, Nov. 2001, doi: 10.1023/A:1016340601964.
- [168] B. N. J. Persson, "Contact mechanics for randomly rough surfaces," *Surf. Sci. Rep.*, vol. 61, no. 4, pp. 201–227, Jun. 2006, doi: 10.1016/j.surfrep.2006.04.001.
- [169] I. V. Kragel'skiĭ, M. N. Dobyichin, and V. S. Kombalov, *Friction and wear: calculation methods*. Oxford ; New York: Pergamon Press, 1982.

- [170] I. G. Goryacheva, *Contact Mechanics in Tribology*, vol. 61. in *Solid Mechanics and Its Applications*, vol. 61. Dordrecht: Springer Netherlands, 1998. doi: 10.1007/978-94-015-9048-8.
- [171] A. Majumdar and B. Bhushan, “Fractal Model of Elastic-Plastic Contact Between Rough Surfaces,” *J. Tribol.*, vol. 113, no. 1, pp. 1–11, Jan. 1991, doi: 10.1115/1.2920588.
- [172] A. Majumdar and B. Bhushan, “Role of Fractal Geometry in Roughness Characterization and Contact Mechanics of Surfaces,” *J. Tribol.*, vol. 112, no. 2, pp. 205–216, Apr. 1990, doi: 10.1115/1.2920243.
- [173] “Nonlinear Solid Mechanics: A Continuum Approach for Engineering | Wiley,” Wiley.com. Accessed: Sep. 27, 2023. [Online]. Available: <https://www.wiley.com/en-gb/Nonlinear+Solid+Mechanics%3A+A+Continuum+Approach+for+Engineering-p-9780471823193>
- [174] J. N. Reddy, *An Introduction to Continuum Mechanics*, 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2013. doi: 10.1017/CBO9781139178952.
- [175] A. Konyukhov and R. Izi, *Introduction to Computational Contact Mechanics: A Geometrical Approach*, 1st edition. Chichester, West Sussex: Wiley, 2015.
- [176] A. Curnier and P. Alart, Eds., “A generalized Newton method for contact problems with friction,” *J. Mécanique Théorique Appliquée*, 1988.
- [177] P. Wriggers and C. Miehe, “Contact constraints within coupled thermomechanical analysis—A finite element model,” *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, vol. 113, no. 3, pp. 301–319, Mar. 1994, doi: 10.1016/0045-7825(94)90051-5.
- [178] T. A. Laursen and J. C. Simo, “A Continuum-Based Finite Element Formulation for the Implicit Solution of Multibody, Large Deformation-Frictional Contact Problems,” *Int. J. Numer. Methods Eng.*, vol. 36, no. 20, pp. 3451–3485, 1993, doi: 10.1002/nme.1620362005.
- [179] A. Konyukhov and K. Schweizerhof, “On the solvability of closest point projection procedures in contact analysis: Analysis and solution strategy for surfaces of arbitrary geometry,” *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, vol. 197, no. 33, pp. 3045–3056, Jun. 2008, doi: 10.1016/j.cma.2008.02.009.
- [180] N. Kikuchi and J. T. Oden, *Contact problems in elasticity: a study of variational inequalities and finite element methods*, Nachdr. in SIAM studies in applied mathematics, no. 8. Philadelphia: SIAM, 1988.
- [181] “Willner K. and Gaul L. Contact description by fem based on interface physics. In D.R.J. Owen, E. Hinton and E. Onate, editors, Proceedings of COMPLAS 5 , volume 1, pages 884–891. CIMNE, Barcelona (1997).”.
- [182] G. Zavarise, P. Wriggers, E. Stein, and B. A. Schrefler, “A numerical model for thermomechanical contact based on microscopic interface laws,” *Mech. Res. Commun.*, vol. 19, no. 3, pp. 173–182, May 1992, doi: 10.1016/0093-6413(92)90062-F.
- [183] S. Song and M. Yovanovich, “Explicit relative contact pressure expression - Dependence upon surface roughness parameters and Vickers microhardness coefficients,” in *25th AIAA Aerospace Sciences Meeting*, in Aerospace Sciences Meetings. , American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1987. doi: 10.2514/6.1987-152.
- [184] P. Wriggers, T. Vu Van, and E. Stein, “Finite element formulation of large deformation impact-contact problems with friction,” *Comput. Struct.*, vol. 37, no. 3, pp. 319–331, Jan. 1990, doi: 10.1016/0045-7949(90)90324-U.
- [185] Z.-H. Zhong, *Finite Element Procedures for Contact-Impact Problems*. Oxford, New York: Oxford University Press, 1993.



- [186] J. C. Simo, P. Wriggers, and R. L. Taylor, "A perturbed Lagrangian formulation for the finite element solution of contact problems," *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, vol. 50, no. 2, pp. 163–180, Aug. 1985, doi: 10.1016/0045-7825(85)90088-X.
- [187] G. Zavarise and L. De Lorenzis, "A modified node-to-segment algorithm passing the contact patch test," *Int. J. Numer. Methods Eng.*, vol. 79, no. 4, pp. 379–416, 2009, doi: 10.1002/nme.2559.
- [188] D. J. Benson and J. O. Hallquist, "A single surface contact algorithm for the post-buckling analysis of shell structures," *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, vol. 78, no. 2, pp. 141–163, Jan. 1990, doi: 10.1016/0045-7825(90)90098-7.
- [189] T. Diehl, D. Carroll, and B. Nagaraj, "Applications of DSP to Explicit Dynamic FEA Simulations of Elastically-Dominated Impact Problems," *Shock Vib.*, vol. 7, no. 3, pp. 167–177, 2000, doi: 10.1155/2000/931351.
- [190] T. S. Edwards, "Effects of Aliasing on Numerical Integration," *Mech. Syst. Signal Process.*, vol. 21, no. 1, pp. 165–176, Jan. 2007, doi: 10.1016/j.ymsp.2005.08.009.
- [191] "Getting Started with ABAQUS/Explicit: Keywords Version (v6.5-1)." Accessed: Aug. 02, 2022. [Online]. Available: <https://classes.engineering.wustl.edu/2009/spring/mase5513/abaqus/docs/v6.5/books/gsx/default.htm?startat=ch06s05.html>
- [192] L. Fasanella and K. E. Jackson, "Best Practices for Crash Modeling and Simulation," NASA/TM-2002-211944, 2002.
- [193] "ABAQUS. User's Manual, Version 6.14."
- [194] R. J. Boulbes, *Troubleshooting Finite-Element Modeling with Abaqus: With Application in Structural Engineering Analysis*, 1st ed. 2020 edition. Cham: Springer, 2019.
- [195] L. Carlotta Pagnini and G. Solari, "Damping Measurements of Steel Poles and Tubular Towers," *Eng. Struct.*, vol. 23, no. 9, pp. 1085–1095, Sep. 2001, doi: 10.1016/S0141-0296(01)00011-6.
- [196] M. C. Moynihan and J. M. Allwood, "Utilization of Structural Steel in Buildings," *Proc. R. Soc. Math. Phys. Eng. Sci.*, vol. 470, no. 2168, p. 20140170, Aug. 2014, doi: 10.1098/rspa.2014.0170.
- [197] C. F. Dunant, M. P. Drewniok, S. Eleftheriadis, J. M. Cullen, and J. M. Allwood, "Regularity and Optimisation Practice in Steel Structural Frames in Real Design Cases," *Resour. Conserv. Recycl.*, vol. 134, pp. 294–302, Jul. 2018, doi: 10.1016/j.resconrec.2018.01.009.
- [198] J.-P. Jaspart and K. Weynand, *Design of Joints in Steel Structures: Eurocode 3: Design of Steel Structures; Part 1-8 Design of Joints*, 1st edition. Ernst & Sohn, 2017.
- [199] I. Vayas, J. Ermopoulos, and G. Ioannidis, *Design of Steel Structures to Eurocodes*. Springer International Publishing, 2018.
- [200] F. Magalhães, Á. Cunha, E. Caetano, and R. Brincker, "Damping Estimation Using Free Decays and Ambient Vibration Tests," *Mech. Syst. Signal Process.*, vol. 24, no. 5, pp. 1274–1290, Jul. 2010, doi: 10.1016/j.ymsp.2009.02.011.
- [201] P. Avitabile, *Modal Testing: A Practitioner's Guide*, 1st edition. Hoboken, NJ: Wiley, 2017.
- [202] R. Stafford, "Cumulative Cubic Integration , MATLAB Central File Exchange," <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/19152-cumulative-cubic-integration>. Aug. 29, 2022. Accessed: Aug. 02, 2022. [Online]. Available: <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/19152-cumulative-cubic-integration>

- [203] “Optimization Toolbox User’s Guide, R2016b, 2016.” The MathWorks, Inc. 3 Apple Hill Drive Natick, MA 01760-2098.
- [204] Z. Ugray, L. Lasdon, J. Plummer, F. Glover, J. Kelly, and R. Martí, “Scatter Search and Local NLP Solvers: A Multistart Framework for Global Optimization,” *Inf. J. Comput.*, vol. 19, no. 3, pp. 328–340, Aug. 2007, doi: 10.1287/ijoc.1060.0175.
- [205] G. Dinger and C. Friedrich, “Avoiding Self-Loosening Failure of Bolted Joints with Numerical Assessment of Local Contact State,” *Eng. Fail. Anal.*, vol. 18, no. 8, pp. 2188–2200, Dec. 2011, doi: 10.1016/j.engfailanal.2011.07.012.
- [206] M. Pavlović *et al.*, “Friction Connection vs. Ring Flange Connection in Steel Towers for Wind Converters,” *Eng. Struct.*, vol. 98, pp. 151–162, Sep. 2015, doi: 10.1016/j.engstruct.2015.04.026.
- [207] J. VonNeumann and R. D. Richtmyer, “A Method for the Numerical Calculation of Hydrodynamic Shocks,” *J. Appl. Phys.*, vol. 21, no. 3, pp. 232–237, Mar. 1950, doi: 10.1063/1.1699639.
- [208] L. Mahéo, V. Grolleau, and G. Rio, “Numerical Damping of Spurious Oscillations: A Comparison between the Bulk Viscosity Method and the Explicit Dissipative Tchamwa-Wielgosz Scheme,” *Comput. Mech.*, vol. 51, no. 1, pp. 109–128, 2013, doi: 10.1007/s00466-012-0708-8.
- [209] T. Belytschko, J. S.-J. Ong, Wing Kam Liu, and J. M. Kennedy, “Hourglass Control in Linear and Nonlinear Problems,” *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, vol. 43, no. 3, pp. 251–276, May 1984, doi: 10.1016/0045-7825(84)90067-7.
- [210] D. P. Flanagan and T. Belytschko, “A Uniform Strain Hexahedron and Quadrilateral with Orthogonal Hourglass Control,” *Int. J. Numer. Methods Eng.*, vol. 17, no. 5, pp. 679–706, 1981, doi: 10.1002/nme.1620170504.
- [211] “I. LSTC, G. DYNAmore, Total Energy, LS-DYNA Support. (2022).” Accessed: Aug. 24, 2022. [Online]. Available: <http://www.dynasupport.com/howtos/general/total-energy> (accessed August 29, 2022).
- [212] G. Zheng, H. Nie, J. Chen, C. Chen, and H. P. Lee, “Dynamic Analysis of Lunar Lander during Soft Landing Using Explicit Finite Element Method,” *Acta Astronaut.*, vol. 148, pp. 69–81, Jul. 2018, doi: 10.1016/j.actaastro.2018.04.014.
- [213] N. Jakšić and K.-F. Nilsson, “Numerical Simulation of One Metre Drop Test on Bar for CASTOR Cask,” *Packag. Transp. Storage Secur. Radioact. Mater.*, vol. 19, no. 3, pp. 142–150, Sep. 2008, doi: 10.1179/174651008X344430.
- [214] K. J. Stout, E. J. Davis, and P. J. Sullivan, *Atlas of Machined Surfaces*. Dordrecht: Springer Netherlands, 1990. doi: 10.1007/978-94-011-7772-6.
- [215] Ahmed Abdelbary, “Extreme Tribology: Fundamentals and Challenges,” Routledge & CRC Press. [Online]. Available: 9781032175997
- [216] B. Bhushan, *Principles and applications of tribology*, 2nd edition. in Tribology series. Chichester, West Sussex, UK: Wiley, 2013.
- [217] B. Bhushan, Ed., *Modern tribology handbook*. in Mechanics and materials science series. Boca Raton, FL: CRC Press, 2001.
- [218] J. T. Black, R. A. Kohser, and E. P. DeGarmo, *DeGarmo’s materials and processes in manufacturing*, 12th edition. Hoboken, NJ: Wiley, 2017.
- [219] K. C. Ludema, *Friction, wear, lubrication: a textbook in tribology*. Boca Raton: CRC Press, 1996.

- [220] M. Arvinth Davinci, N. L. Parthasarathi, U. Borah, and S. K. Albert, “Effect of the tracing speed and span on roughness parameters determined by stylus type equipment,” *Measurement*, vol. 48, pp. 368–377, Feb. 2014, doi: 10.1016/j.measurement.2013.11.023.
- [221] W. Qin, X. Jin, A. Kirk, P. H. Shipway, and W. Sun, “Effects of Surface Roughness on Local Friction and Temperature Distributions in a Steel-on-Steel Fretting Contact,” *Tribol. Int.*, vol. 120, pp. 350–357, Apr. 2018, doi: 10.1016/j.triboint.2018.01.016.
- [222] B. N. J. Persson, “Elastoplastic Contact between Randomly Rough Surfaces,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 87, no. 11, p. 116101, Aug. 2001, doi: 10.1103/PhysRevLett.87.116101.
- [223] T. A. Laursen, *Computational Contact and Impact Mechanics*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2003. doi: 10.1007/978-3-662-04864-1.
- [224] P. Wriggers and J. Reinelt, “Multi-scale approach for frictional contact of elastomers on rough rigid surfaces,” *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, vol. 198, no. 21, pp. 1996–2008, May 2009, doi: 10.1016/j.cma.2008.12.021.
- [225] A. Konyukhov and K. Schweizerhof, *Computational Contact Mechanics: Geometrically Exact Theory for Arbitrary Shaped Bodies*, vol. 67. in Lecture Notes in Applied and Computational Mechanics, vol. 67. Berlin, Heidelberg: Springer, 2013. doi: 10.1007/978-3-642-31531-2.
- [226] J. W. Cannon, “The Fractal Geometry of Nature. By Benoit B. Mandelbrot,” *Am. Math. Mon.*, vol. 91, no. 9, pp. 594–598, Nov. 1984, doi: 10.1080/00029890.1984.11971507.
- [227] Benoit B. Mandelbrot, *The Fractal Geometry of Nature*. San Francisco: Freeman., 1982.
- [228] B. B. Mandelbrot, “Self-Affine Fractals and Fractal Dimension,” *Phys. Scr.*, vol. 32, no. 4, p. 257, Oct. 1985, doi: 10.1088/0031-8949/32/4/001.
- [229] Tom R Thomas, *Rough Surfaces*, 2nd Edition. World Scientific Publishing Company, 1998.
- [230] T. Jana, A. Mitra, and P. Sahoo, “Dynamic contact interactions of fractal surfaces,” *Appl. Surf. Sci.*, vol. 392, pp. 872–882, Jan. 2017, doi: 10.1016/j.apsusc.2016.09.025.
- [231] W. Pan, X. Li, L. Wang, N. Guo, and J. Mu, “A normal contact stiffness fractal prediction model of dry-friction rough surface and experimental verification,” *Eur. J. Mech. - ASolids*, vol. 66, pp. 94–102, Nov. 2017, doi: 10.1016/j.euromechsol.2017.06.010.



## Biografija

Ognjen (Ilija) Mijatović rođen je 06. aprila 1988. godine u Mostaru, a od 1992. godine živi u Banjaluci (Republika Srpska).

Osnovne akademske studije na Arhitektonsko-građevinsko-geodetskom fakultetu (AGGF) Univerziteta u Banjaluci, studijski program Građevinarstvo, upisao 2007. godine i završio 2013. Završni rad na temu „Eksperimentalno određivanje dinamičkih parametara modela grednog nosača“ odbranio je 17. maja 2013. godine i stekao akademski naziv i stručno zvanje diplomirani inženjer građevinarstva. Diplomске akademske studije na Građevinskom fakultetu Univerziteta u Beogradu (GRF), studijski program Građevinarstvo (modul Konstrukcije), upisao je 2013. godine i završio 2015. godine. Diplomski (master) rad „Modelsko ispitivanje višespratne zgrade na vibracionoj platformi“ odbranio je 28. februara 2015. godine i stekao akademski naziv master inženjer građevinarstva. Doktorske studije na Građevinskom fakultetu Univerziteta u Beogradu, studijski program Građevinarstvo (modul Konstrukcije) upisao je akademske 2018/2019.

Kao redovan student AGGF studijskog programa Građevinarstvo, bio je angažovan na poslovima demonstratora u nastavi, u toku akademske 2011/2012 godine, na predmetu: Dinamička analiza konstrukcija. U periodu od 2011 do 2012 osmišljava i pravi elektromagnetni pobuđivač vibracija koji se i danas koristi kao laboratorijska oprema u nastavi na AGGF-u. Uporedo osmišljava mehaničku vibro platformu kapaciteta 500 kg sa osnovama radnog prostora 1x1 m. 2011 godine dobija finansijsku podršku od strane ministarstva nakon čega stupa u izradu pomenute vibro platforme. Izrada vibro platforme je trajala od 2011 do 2013 godine.

Od 2012. do 2013. godine radi na Institutu materijala i konstrukcija Republike srpske kao mlađi nadzor na izgradnji termo elektrane Stanari. Od 2015 do 2016 radi kao mlađi nadzor na izgradnji male hidroelektrane Medna u Republici srpskoj. U 2016 godini odlazi u Ujedinjene arapske emirate i zapošljava se u projektantskoj firmi Derby Design Engineering. U sklopu ove firme radi kao nadzor na kulama blizankinjama visine 218 m pod nazivom “Tiara United Towers”. Takođe kao projektant učestvuje na projektu hotela “La Luna” u gradu Baku – Azerbejdžan. U periodu od 2020 do 2021 dobija posao u projektno-konsultantskoj firmi “DNEC” gdje radi kao projektant. Odgovoran je za projektovanje čelične krovne konstrukcije težine 1300 tona sportske dvorane u Bahreinu dimenzija u osnovi 165x135 m, glavnog raspona rešetkastog nosača 75 m. Takođe na istom objektu odgovoran je za projektovanje naglavnih ploča i greda za 1200 šipova preko kojih je sportska dvorana oslonjena. 2021 godine dobija posao na Arhitektonsko geodetsko građevinskom fakultetu u Banjaluci na Katedri za teoriju i mehaniku konstrukcija gdje je i sada prisutan.





# Изјава о ауторству

Потписани-а: Огњен Мијатовић

број индекса: 913/18

## Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

УТИЦАЈ КОНСТРУКЦИЈСКОГ ПРИГУШЕЊА И ХРАПАВОСТИ ЧЕЛИЧНИХ ПОВРШИНА НА  
ОДГОВОР КОНСТРУКЦИЈЕ


наслов на енглеском језику:

THE INFLUENCE OF STRUCTURAL DAMPING AND ROUGHNESS OF STEEL SURFACES ON  
THE STRUCTURAL RESPONSE

- резултат сопственог истраживачког рада,
- да предложена дисертација у целини ни у деловима није била предложена за добијање било које дипломе према студијским програмима других високошколских установа,
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио интелектуалну својину других лица.

У Београду, децембар 2023.

Потпис докторанда





# Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора: Огњен Мијатовић

Број индекса: 913/18

Студијски програм: Грађевинарство

Наслов рада:

УТИЦАЈ КОНСТРУКЦИЈСКОГ ПРИГУШЕЊА И ХРАПАВОСТИ ЧЕЛИЧНИХ  
ПОВРШИНА НА ОДГОВОР КОНСТРУКЦИЈЕ

Наслов на енглеском језику:

THE INFLUENCE OF STRUCTURAL DAMPING AND ROUGHNESS OF STEEL  
SURFACES ON THE STRUCTURAL RESPONSE

Ментор: в. проф. др Зоран Мишковић, дипл. грађ. инж.

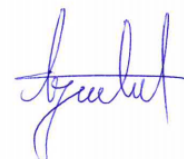
Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла ради похрањена у **Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског назива доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

У Београду, децембар 2023.

Потпис докторанда





# Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

УТИЦАЈ КОНСТРУКЦИЈСКОГ ПРИГУШЕЊА И ХРАПАВОСТИ ЧЕЛИЧНИХ  
ПОВРШИНА НА ОДГОВОР КОНСТРУКЦИЈЕ

Наслов на енглеском језику:

THE INFLUENCE OF STRUCTURAL DAMPING AND ROUGHNESS OF STEEL  
SURFACES ON THE STRUCTURAL RESPONSE

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду и доступну у отвореном приступу могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

① Ауторство (CC BY)

2. Ауторство – некомерцијално (CC BY-NC)

3. Ауторство – некомерцијално – без прерада (CC BY-NC-ND)

4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима (CC BY-NC-SA)


5. Ауторство – без прерада (CC BY-ND)

6. Ауторство – делити под истим условима (CC BY-SA)

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци.  
Кратак опис лиценци је саставни део ове изјаве).

У Београду, децембар 2023.

Потпис аутора



**1. Ауторство.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.

**2. Ауторство – некомерцијално.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.

**3. Ауторство – некомерцијално – без прерада.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.

**4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.

**5. Ауторство – без прерада.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.

**6. Ауторство – делити под истим условима.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.